

POTÈNCIES I ARRELS

CONCEPTE DE POTÈNCIA

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{5 \text{ VEGADES}} = a^5$$

EXPONENT
BASE

Es llig a elevat a la cinquena.

1. Calcula.

$3^2 = \square$

$2^5 = \square$

$4^3 = \square$

$7^2 = \square$

PROPIETATS DE LES POTÈNCIES

Potència d'un producte

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Potència d'un quocient

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

2. Calcula.

$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = \square$

$18^4 : 9^4 = (18 : 9)^4 = \square$

$5^3 \cdot 2^3 = \square$

$24^3 : 8^3 = \square$

Producte de potències de la mateixa base

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Quocient de potències de la mateixa base

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

3. Completa.

$a^3 \cdot a^2 = a^{\square}$

$x^3 \cdot x^5 = x^{\square}$

$a^8 : a^3 = a^{\square}$

$x^2 \cdot x^5 = x^{\square}$

$a^{10} : a^8 = a^{\square}$

$x^7 : x^6 = x^{\square}$

Potència d'una potència

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Potència d'exponent zero

$$a^0 = 1 \text{ per a } a \neq 0$$

4. Completa.

$(a^2)^3 = a^{\square}$

$(x^3)^3 = x^{\square}$

$(5^3)^0 = 125^{\square} = \square$

$(10^0)^4 = 1^{\square} = \square$

CONCEPTE D'ARREL QUADRADA

$$\sqrt{a} = b \leftrightarrow b^2 = a$$

Exemples $\begin{cases} \rightarrow \sqrt{49} = 7 \rightarrow \text{Arrel exacta} \\ \rightarrow \sqrt{50} = 7 \rightarrow \text{Arrel entera} \end{cases}$

5. Calcula l'arrel exacta o entera.

$\sqrt{36} = \square$

$\sqrt{70} = \square$

$\sqrt{900} = \square$

$\sqrt{1600} = \square$

TRENS I PASSATGERS

A l'estació de tren d'una localitat hi ha molt de moviment.

1. De la via 1 eixirà un tren compost per 4 vagons. Cada vagó té 4 seccions, cada secció té 4 compartiments i en cada compartiment hi ha 4 seients.

Expressa en forma de potència i calcula:

- a) El nombre de viatgers que poden anar en un vagó.
- b) El nombre total de persones que poden viatjar en el tren.

2. De la via 2 eixirà un tren amb 6 vagons, i se sap que hi viatjaran $2^4 \cdot 3^3$ passatgers, repartits per igual en els vagons. Calcula:

- a) El nombre total de persones que viatgen en el tren.
- b) El nombre d'ocupants de cada vagó.

3. De la via 3 va partir un comboi fa unes hores. Es va aturar en quatre estacions abans d'arribar a la seua destinació, i el moviment de passatgers que hi va haver va ser el següent:

EIXIDA: Va eixir amb $2^6 \cdot 3$ persones.

ESTACIÓ A: Hi van pujar 4^2 persones i en van baixar 2^3 .

ESTACIÓ B: Se'n van baixar $2^2 \cdot 4^2$ persones.

ESTACIÓ C: Hi van pujar 2^5 persones i en van baixar 2^7 .

ESTACIÓ D: Hi van pujar 3^4 persones i en van baixar 5^2 .

DESTINACIÓ: En van baixar $2^3 \cdot 2^2 \cdot 3$ persones.

- a) Completa aquesta taula:

ESTACIONS	HI PUGEN	EN BAIXEN	NRE. DE PERSONES QUE QUEDEN AL TREN
EIXIDA (E)	$2^6 \cdot 3$	0	192
A	4^2	2^3	$192 + 4^2 - 2^3 = 192 + 16 - 8 =$
B	0	$2^2 \cdot 4^2$	
C	2^5	2^7	
D	3^4	5^2	
DESTINACIÓ (F)	0	$2^3 \cdot 2^2 \cdot 3$	

- b) Va quedar algun passatger al tren?

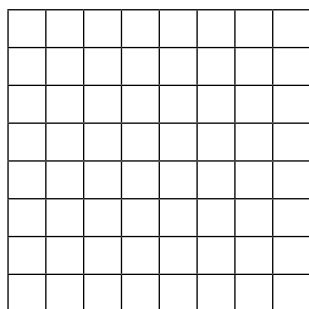
4. Els preus dels bitllets varien, depenent de la longitud del recorregut que faci un passatger. En aquesta taula, uns preus es donen en forma de nombre natural, en euros, i altres, en forma de potència. Completa-la:

RECORREGUT (QUILÒMETRES)	PREU (NRE. NATURAL)	PREU (POTÈNCIA)	MÍNIM NOMBRE DE BITLLETS I MONEDES NECESSARIS PER A EFECTUAR EL PAGAMENT
FINS A 5		3^2	BITLLETS: 1 DE 5 € MONEDES:
DE 5 A 10		2^4	BITLLETS: MONEDES:
DE 10 A 15	25		BITLLETS: MONEDES:
DE 15 A 20		3^3	BITLLETS: MONEDES:
DE 20 A 25		2^5	BITLLETS: MONEDES:
DE 25 A 30	36		BITLLETS: MONEDES:
DE 30 A 50		7^2	BITLLETS: MONEDES:

5. Marcel puja al tren a l'estació inicial, E, baixa en B, viatja amb cotxe amb un amic fins a D i ací torna a agafar el tren fins al final, F. Quant ha pagat pels bitllets de tren?



6. La roda d'un d'aquests trens fa unes 30 voltes cada 100 metres. Quantes voltes farà després de recórrer 10^3 metres?
7. La superfície d'aquest quadrat és igual a la superfície de diversos bitllets tots iguals. Cada un ha d'ocupar més de 4 quadradets i menys de 9 i no ha de sobrar gens de paper. Quants quadradets ocupa cada bitllet?



Per a fer-ho, dividix 64, que és el nombre de quadradets que hi ha, entre els possibles quadradets que ha de tindre el bitllet. La divisió ha de ser exacta.

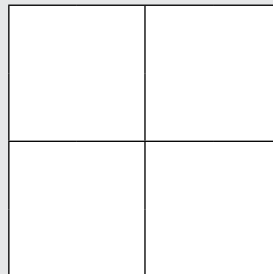
Comprova, després, la teua resposta assenyalant els bitllets sobre la quadrícula.

PARCEL·LES

Paula té una finca quadrada amb una superfície de $6\,400\text{ m}^2$. La va dividir, per a destinar-la a diferents cultius, d'aquesta manera:

A partir de l'original, va formar quatre parcel·les quadrades iguals; totes de costat la meitat que l'original.

Tres d'aquestes últimes les va tornar a dividir en quatre parcel·les iguals, de costat la meitat que el seu original.



A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	M	
K	L		

- Quina és la longitud del costat de la finca completa?
- Calcula la longitud del costat d'una parcel·la xicoteta (A, B, C...) i la seua superfície (recorda que si el costat d'un quadrat és l , la seua superfície és l^2).
- La superfície d'una de les parcel·les xicotetes, 400 m^2 , podem expressar-la, utilitzant potències, de diverses formes. Per exemple, així:

$$400 = 2 \cdot 200 = 2 \cdot 2 \cdot 100 = 2^2 \cdot 2 \cdot 50 = 2^3 \cdot 2 \cdot 25 = 2^4 \cdot 5 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5^2$$
Expressa, de forma anàloga, la superfície de la finca completa.
 - Expressa el resultat anterior d'unes altres dues formes equivalents.
- Com pots observar, la superfície de la parcel·la M és la quarta part de la superfície de la finca original. Expressa la seua superfície com a:
 - El quadrat d'un nombre.
 - El producte d'una potència de 2 per una potència de 5.
 - Un quocient de dues potències.
- A les parcel·les A, B, E i F, Paula té pomeres. En cada una d'aquestes hi ha 10 files iguals amb 10 pomeres cada una. Les expectatives que tenia, en plantar els arbres, era que cada un li donara, quan estiguera en plena producció, 40 quilograms de pomes l'any.
 - Calcula el nombre de pomeres que hi ha a les quatre parcel·les. Escribe el resultat utilitzant potències.



- b) Quants quilograms de pomes pensa collir Paula en un any? Expressa el resultat amb potències.
- c) Calcula els quilograms de pomes que espera collir, en total, en cinc anys. Expressa el resultat amb potències.
6. L'any passat, la producció de pomes que va tindre Paula va ser, exactament, la que esperava, i les va vendre a 40 cèntims d'euro cada quilo. Calcula l'import de la venda, de primer, en cèntims i, després, en euros, utilitzant potències ($40 = 2^2 \cdot 10 = 2^3 \cdot 5$).
- Alguns dies després de vendre les seues pomes, les oferien en un supermercat a 90 cèntims el quilo.
- a) Calcula, en euros, la diferència de preu d'un quilogram de pomes, des del seu origen fins que les va comprar un consumidor.
- b) Si una persona va comprar al supermercat 3 kg de pomes i va pagar amb un bitllet de 20 euros, quin canvi li van donar? Utilitza, per a descriure-ho, el menor nombre possible de monedes i bitllets.
7. Aquest últim any, Paula va sembrar amb hortalisses la parcel·la K completa, la meitat de la parcel·la I i les tres quartes parts de la parcel·la L. Quants metres quadrats va sembrar d'hortalisses? Expressa-ho en forma de potències.
8. Tenint en compte les superfícies de les parcel·les, a quines poden correspondre aquestes descomposicions polinòmiques? (NOTA: poden correspondre a diverses parcel·les).
- a) $2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2$
- b) $4 \cdot 10^3 + 2^3 \cdot 10^2$
- c) $3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2$

EXERCICIS DE REFORÇ

9. Reduïx, utilitzant les propietats de les potències.

a) $(x^5 \cdot x^3) : x^7$

b) $(a^9 : a^7) \cdot a^3$

c) $(x^{10} : x^6) : x^4$

d) $\frac{a^7 \cdot a^4}{a^5}$

e) $\frac{(a^3)^2}{a^3 \cdot a^2}$

f) $\frac{a^{10} : a^3}{(a^3)^3}$

10. Calcula.

a) $\frac{2^5 \cdot 5^5}{10^3}$

b) $\frac{24^5 \cdot 6^5}{2^7}$

c) $\frac{(12^6 : 6^6) \cdot 5^6}{10^5}$