

DIVISIBILITAT

MÚLTIPLES I DIVISORS

Si la divisió $a : b$ és exacta $\begin{cases} a \text{ és múltiple de } \dots\dots\dots \\ b \text{ és } \dots\dots\dots \text{ de } a \end{cases}$

EXEMPLE:

• $24 \begin{array}{l} 6 \\ 0 \quad 4 \end{array}$ $\begin{cases} 24 \text{ és } \dots\dots\dots \text{ de } 6 \\ 6 \text{ és } \dots\dots\dots \text{ de } 24 \end{cases}$

• Els múltiples de 7 són: 7, 14, ..., ..., etc.

• Els múltiples de 12 són: 1, 2, ..., ..., i

CRITERIS DE DIVISIBILITAT

- Un nombre és múltiple de 2 quan.....
.....
- Un nombre és múltiple de 3 quan
.....
- Un nombre és múltiple de 5 quan
.....
- Un nombre és múltiple d'11 quan
.....

DESCOMPOSICIÓ EN FACTORS PRIMERS

200	2
100	2
50	2
25	5
5	5
1	

$$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^2$$

PER A CALCULAR EL MÍNIM COMÚ
MÚLTIPLE DE DIVERSOS NOMBRES

1. Es descomponen en factors primers.
2. Se'n prenen els factors

EXEMPLE: m.c.m. (15, 20)

15	3	20	2	
5	5	10	2	$15 = 3 \cdot 5$
1		5	5	$20 = 2^2 \cdot 5$
		1		m.c.m. (15, 20) = ...

PER A CALCULAR EL MÀXIM COMÚ DIVISOR
DE DIVERSOS NOMBRES

1. Es descomponen en factors primers.
2. Se'n prenen els factors

EXEMPLE: m.c.d. (18, 24)

18	24	
		$18 = \dots\dots\dots$
		$24 = \dots\dots\dots$
		m.c.d. (18, 24) = ...

PRENGUEM UN REFRESC

Després d'un llarg dia visitant una embotelladora, ens mereixem un refresc. Però, abans, pensarem un poc en el que hem vist, en el procés d'embotellament i d'empaquetament i en alguns problemes derivats d'aquestes activitats. Són aquests:

1. La planta produïx 1 200 botelles de refresc cada hora. Després, les empaqueten en caixes de diferents mides. Quantes caixes de cada tipus necessiten per a empaquetar 1 200 botelles? Completa la taula:

BOTELLES	CAIXES DE 4 UNITATS	CAIXES DE 6 UNITATS	CAIXES DE 10 UNITATS	CAIXES DE 12 UNITATS
1 200				

2. Un operari havia preparat, per a una comanda, 32 caixes de 6 refrescos cada una. El client els vol ara empaquetats de 12 en 12. Quantes caixes cal fer?

Si el client tornara a canviar d'opinió i volguera caixes amb 10 refrescos, podria aconseguir la quantitat inicial de refrescos?

3. A la fàbrica tenen una comanda de 240 refrescos. Poden empaquetar-los, sense que en sobre cap en...

- a) ...caixes de 4 unitats? ☐ sí ☐ NO Quantes?
- b) ...caixes de 7 unitats? ☐ sí ☐ NO Quantes?
- c) ...caixes de 12 unitats? ☐ sí ☐ NO Quantes?

4. Han ideat un nou refresc de taronja. Abans de llançar-lo, han fabricat només 150 litres, i han d'envasar-los. Poden fer-ho en botelles de 3 litres perquè no els en sobre gens?

I de 4 litres?

I de 5 litres?



5. Dos carretons elevadors transporten les caixes de refrescos des de la cadena de producció fins als magatzems. Un, A, recorre el trajecte cada 8 minuts, i l'altre, B, ho fa cada 12 minuts. Hem vist que han coincidit quan el rellotge marcava les 10 hores i 8 minuts:

a) Cada quant de temps tornaran a coincidir? Perquè ens resulte més senzill contestar, hem escrit els sis primers múltiples de 8 i de 12. Hem encerclat els que són comuns a les dues quantitats i ens hem fixat en quin és el menor, és a dir, en el m.c.m. (8, 12). Prova de fer-ho tu.

$$\left. \begin{array}{l} 8 - 16 - \boxed{} - \boxed{} - \boxed{} - \boxed{} \\ 12 - 24 - \boxed{} - \boxed{} - \boxed{} - \boxed{} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{m.c.m. (8, 12) =} \\ \text{Tornen a coincidir cada minuts.} \end{array}$$

b) A quina hora tornaran a coincidir?

A	10 h 8 min					
B	10 h 20 min					

c) Per cada 6 viatges del carretó A, quants en realitzarà el carretó B?

6. En una taula han disposat 8 refrescos de pinya, 12 de llima i 24 de taronja. Volen empaquetar-los en caixes iguals, tan grans com siga possible, sense mesclar els gustos.

Abans de contestar les preguntes, ens han donat una pista: escriure tots els divisors de 8, de 12 i de 24; encerclar els comuns a les tres quantitats i fixar-nos en quin és el més gran, és a dir, el m.c.d. (8, 12, 24).

Divisors de 8 →

Divisors de 12 →

Divisors de 24 →

m.c.d. (8, 12, 24) =

a) Quants refrescos posaran en cada caixa?

b) Quantes caixes s'utilitzaran per a cada gust?

c) Quantes caixes iguals seran necessàries?

I ARA... UN GOT DE LLET

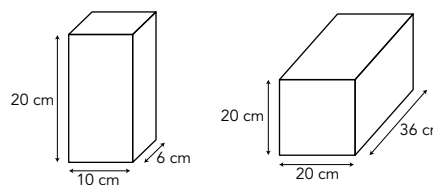
Als afores de la ciutat han obert una nova planta lletera, en la qual s'omplin els brics, s'empaqueten i es distribuïxen a les botigues. La germana d'un dels professors de matemàtiques treballa allà i li planteja alguns problemes que tenen perquè els alumnes intenten resoldre'ls.

1. Una de les màquines envasadores ompli 240 envasos d'1 litre de llet cada hora. La secció d'emmagatzematge, per qüestió de costos, necessita empaquetar-los en caixes que continguin un nombre d'envasos parell i menor que 20. Escriu, en la taula, totes les formes de fer-ho i el nombre de caixes necessàries, en cada cas, per a emmagatzemar els envasos produïts en una hora.

ENVASOS D'1 LITRE	2	4						
CAIXES	120	60						

2. Acaben de portar una altra màquina envasadora, però els tècnics no saben exactament quants brics ompli a l'hora. Només els han dit que ompli entre 250 i 300, i que la quantitat exacta pot empaquetar-se en caixes de 5 envasos, i també en caixes de 7 envasos i de 20 envasos. Ajuda els tècnics i calcula el nombre exacte d'envasos que ompli la nova màquina en una hora.

3. Sembla que al final han decidit envasar la llet en brics d'1 litre, les dimensions del qual són $10 \times 20 \times 6$ cm, i s'agrupen en caixes de 36 cm de llarg, 20 cm d'ample i 20 cm d'alt.



- a) Els mossos del magatzem volen saber quants envasos caben en una caixa. Recorda que els envasos es col·loquen sempre en la mateixa posició.
- b) El departament de logística de l'empresa vol saber si val la pena que les caixes siguin cúbiques. Et demanen que col·labores en l'estudi. Quants envasos d'1 litre són necessaris per a formar un cub amb la menor aresta possible?

4. Per a una comanda especial, l'empresa necessita empaquetar 96 brics de llet sencera i 126 brics de llet desnatada en caixes de cartó tan grans com siga possible, però sense barrejar els dos tipus de llet.

Quants brics s'han de posar en cada caixa?

Quantes caixes són necessàries per a cada tipus de llet?

5. El cap del magatzem vol fixar els torns de càrrega i descàrrega dels camions de repartiment i ens dóna la informació següent: un camió que distribuïx la llet fa servir 120 minuts en fer el repartiment. Un altre camió realitza un recorregut de més distància i tarda 180 minuts. Els dos camions realitzen diversos repartiments al dia.

Si la primera eixida per a ambdós vehicles és a les 8 del matí, a quina hora tornen a coincidir?

6. Per als camions de repartiment, l'empresa té una secció de mecànica. El seu responsable, per a poder preveure les necessitats de pneumàtics nous, necessita certes dades. Ens dóna la informació següent: les rodes de davant del camió de repartiment tenen 390 cm de circumferència, i les posteriors, 400 cm.

a) Quina és la menor distància que ha de recórrer el camió perquè les rodes de davant i les posteriors giren un nombre exacte de voltes?

b) Quantes voltes farà cada roda en aquest cas?

7. Després del procés d'envasament, empaquetament i distribució, arriba l'hora de vendre la llet a la botiga del barri. Si 1 litre de llet es ven a 75 cèntims d'euro, calcula els litres que es poden comprar amb el menor nombre exacte de bitllets de 5 euros.