

TEMA 4: MOTORES DE CORRIENTE CONTINUA

1. Introducción
2. Principios fundamentales de las máquinas eléctricas
 - a. Inducción electromagnética
 - b. Fuerza electromagnética
3. Constitución y clasificación de las máquinas eléctricas rotativas
4. Característica par-velocidad de un motor. Estabilidad
 - a. Fases del funcionamiento
 - b. Estabilidad de funcionamiento
5. Pérdidas de las máquinas eléctricas
6. Motores de corriente continua
 - a. Introducción
 - b. Balance de potencias
 - c. Adaptación automática del motor y par resistente
 - d. Arranque de los motores de corriente continua
 - e. Características de los motores de corriente continua
 - i. Motor derivación
 - ii. Motor serie
 - iii. Motor compound
 - f. Regulación de velocidad
 - g. Inversión de sentido de giro
 - h. Aplicaciones de los motores de corriente continua
7. Ejercicios

1. INTRODUCCIÓN

Las máquinas eléctricas se han hecho imprescindibles hoy día, y comprenden desde los grandes generadores situados en las centrales productoras de energía eléctrica hasta las máquinas empleadas en el transporte de viajeros y mercancías, en industrias mineras, etc. y por supuesto en nuestras casas (lavadora, frigorífico, etc...)

En este tema estudiaremos y daremos una visión lo más amplia posible, de los principios generales en los cuales se basan estas máquinas eléctricas, así como su clasificación y constitución, balance de potencias, y estudio de la característica par-velocidad, para a continuación describir los tipos y características más importantes de los motores de corriente continua. En el siguiente tema estudiaremos los motores de corriente alterna.

2. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

En general entendemos por máquina eléctrica todo aparato que transforma la energía eléctrica en cualquier otra forma de energía, o viceversa. También se incluye dentro de este concepto a aquellos dispositivos que conservan la energía eléctrica, transformando únicamente sus características.

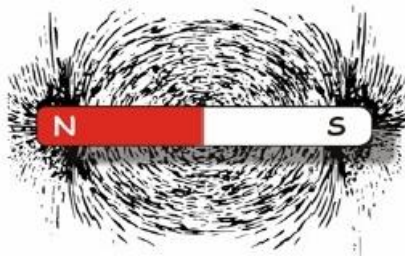
En función de esta definición, las máquinas eléctricas se clasifican en:

- **Generadores.** Transforman cualquier clase de energía, principalmente mecánica, en energía eléctrica.
- **Transformadores.** Modifican las características de la energía eléctrica.
- **Receptores.** Convierten en cualquier tipo de energía la energía eléctrica que reciben. Uno de los receptores más empleados son los motores.

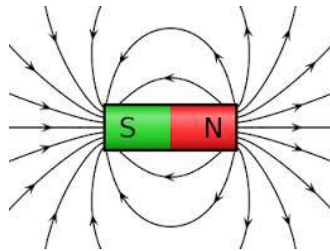
Las máquinas eléctricas rotativas están basadas en los principios de *inducción electromagnética* y *fuerza electromagnética*.

a) Inducción electromagnética

Campo magnético: Es la zona espacial alrededor de un imán que se encuentra afectado por sus propiedades



Líneas de fuerza: Son cerradas, van de norte a sur y en cada punto se pueden asociar a un vector que es la inducción magnética B

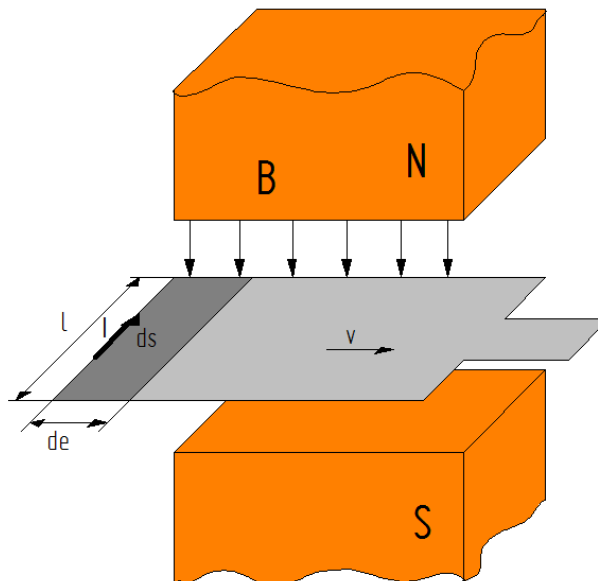


El flujo (ϕ): Es el número total de líneas de inducción magnética que atraviesan perpendicularmente a una superficie

$$d\phi = B \cdot ds$$

Donde: B = inducción en teslas (T)

s = superficie en m²



PRINCIPIO DE INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

En un conductor que se mueve en un campo magnético cortando las líneas de fuerza del campo se crea o genera una fuerza electromotriz (fem) inducida E.

Esta fem inducida depende de la variación de flujo con respecto al tiempo, es decir:

$$E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

La superficie del conductor, según podemos observar en el dibujo será:

$$ds = l \cdot de$$

Donde: l es la longitud del conductor

Por otro lado sabemos que:

$$de = v \cdot dt$$

Por tanto, sustituyendo estas dos últimas expresiones en la fórmula del flujo tendremos:

$$d\Phi = B \cdot ds = B \cdot l \cdot de = \mathbf{B \cdot l \cdot v \cdot dt}$$

Por último nos quedará la expresión para la fem inducida:

$$E = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{B \cdot l \cdot v \cdot dt}{dt}$$

$$E = -B \cdot l \cdot v$$

De esta expresión, el signo negativo nos indica que la fem inducida E , es opuesta al flujo inductor.

Por tanto nos quedará finalmente la expresión para el módulo de la fem inducida:

$$\mathbf{E = B \cdot l \cdot v}$$

Donde: E = Fem inducida en voltios (V) B = Inducción en teslas (T)

l = longitud del conductor en metros (m) v = velocidad de desplazamiento en metros (m/s)

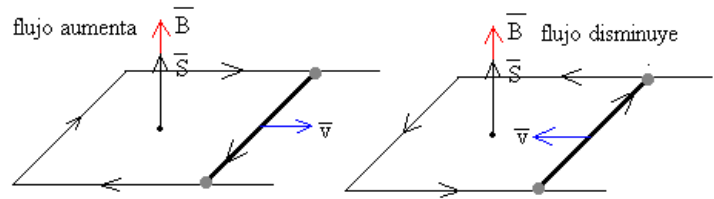
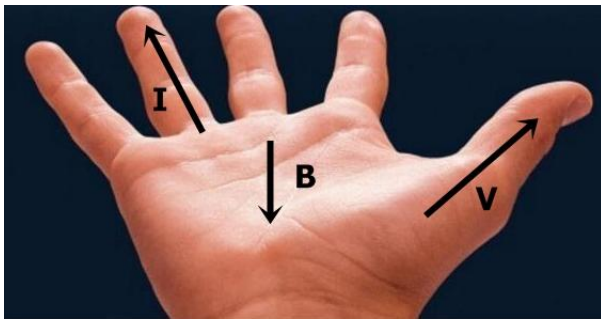
Esta fem inducida está presente si la máquina funciona como motor o como generador. En el caso de los motores a la fem inducida se le denomina **fuerza contraelectromotriz (E')**

<https://youtu.be/ah6qnRzuiiw>

Para determinar el sentido de la fem inducida aplicaremos la regla de la **mano derecha** como sigue:

“Si disponemos la mano derecha abierta, de forma que las líneas de campo entren por la palma de la mano, y el dedo pulgar indique la dirección del movimiento, el resto de los dedos estirados nos indica la dirección de la fem inducida”

$$\mathbf{V \times B}$$



<https://youtu.be/5IOOkkMNwK4>

https://youtu.be/QjKy_myFHx4

<https://youtu.be/IE3l-lfWPi8>

b) Fuerza electromagnética

Recíprocamente al principio de inducción magnética, tenemos el principio de **fuerza electromagnética**, que dice lo siguiente:

“Todo conductor recorrido por una corriente y bajo la acción de un campo magnético, se ve sometido a una fuerza magnética”

El valor de esta fuerza viene dado por la expresión:

$$F = B \cdot l \cdot I \cdot \sin \alpha$$

Donde: B = Inducción (Teslas) l = longitud (m) I = Intensidad de corriente (A)

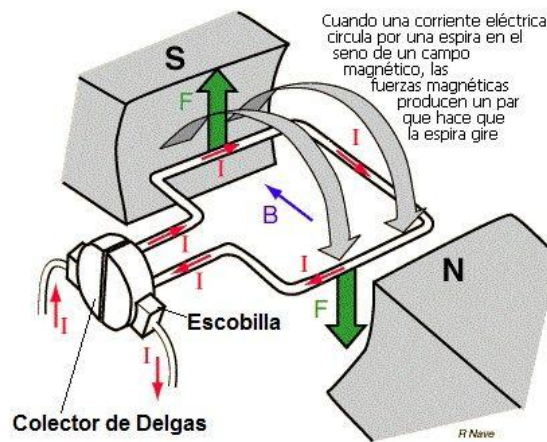
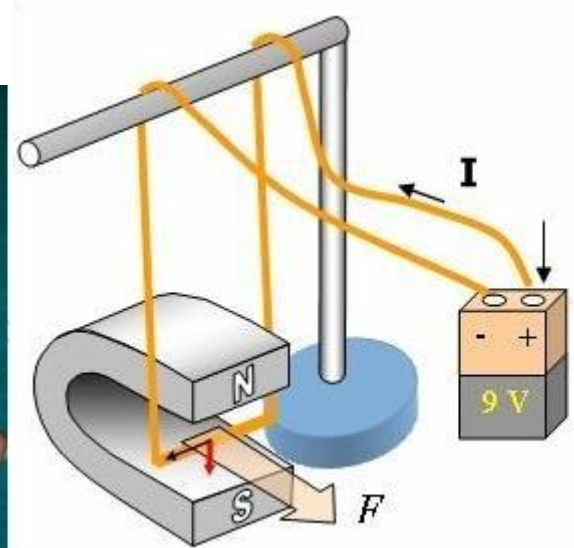
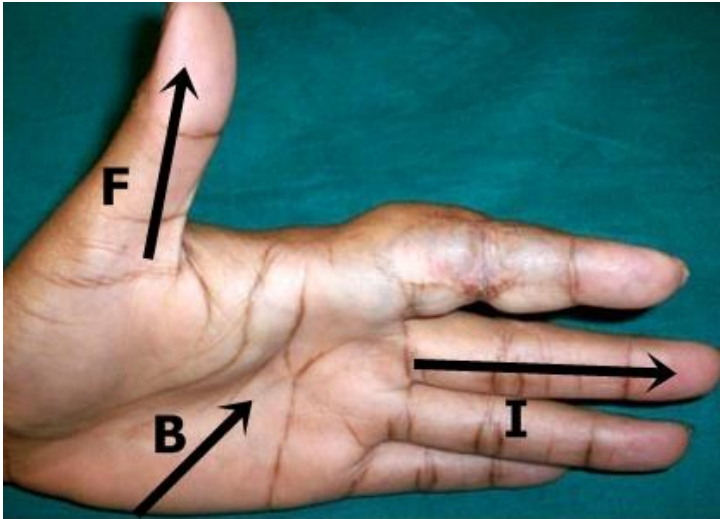
α = Ángulo formado por el conductor y la dirección del campo magnético

Si el ángulo es $\alpha = 90^\circ$ entonces la expresión queda:

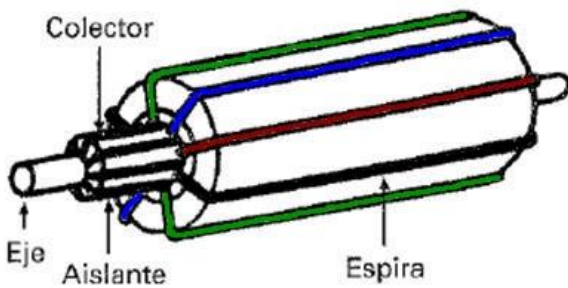
$$F = B \cdot l \cdot I$$

En los motores el conductor y el campo magnético siempre forman 90° . El sentido de la fuerza se determina aplicando la regla de la **mano izquierda**:

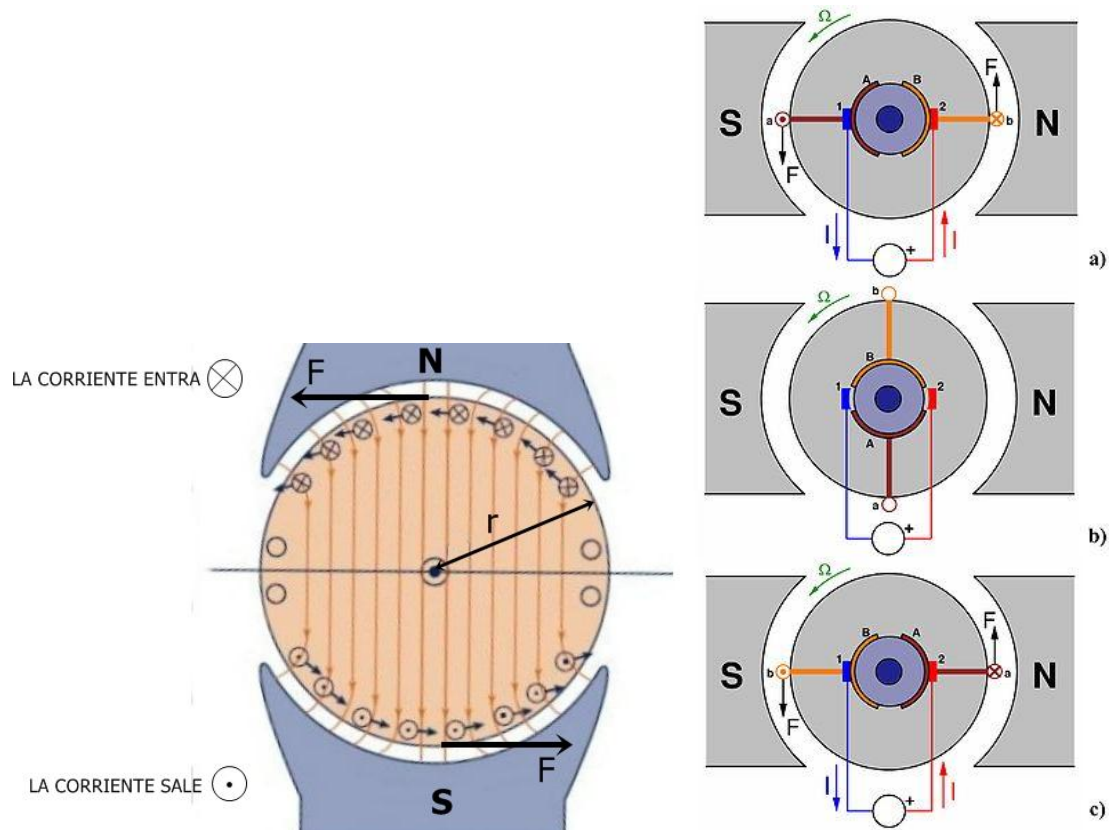
“Si disponemos la mano izquierda abierta, de forma que las líneas de campo entren por la palma de la mano, el pulgar nos indicará en sentido de la fuerza electromagnética, y el resto de los dedos estirados nos indica el sentido de la corriente” **$I \times B$**



Si en vez de una espira tenemos muchas, acopladas en torno a un cilindro que las hace girar, tendremos:



Si colocamos este cilindro inducido de radio r en un campo magnético, y hacemos pasar corriente a través de las espiras se producirá el par de giro provocado por la fuerza electromagnética:



Este es el par producido por cada espira

$$M = F \cdot r$$

$$M = B \cdot l \cdot I \cdot r$$

El par total será la suma de todos los pares de todos los conductores y recibe el nombre de **par electromagnético interno (M_i)**.

La potencia electromagnética está relacionada con el par electromagnético a través de la velocidad angular de giro del motor:

$$P_i = M_i \cdot \omega$$

Donde: P_i = Potencia electromagnética interna (W)

M_i = Par electromagnético interno (N·m)

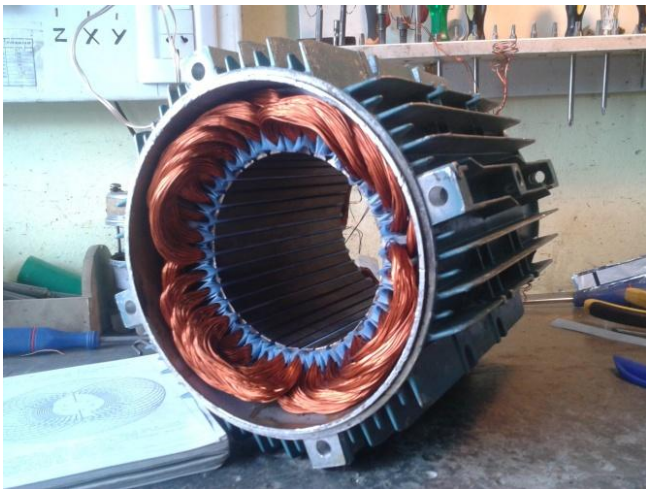
ω = velocidad angular (rad/s)

<https://youtu.be/aqUji2WsGjk>

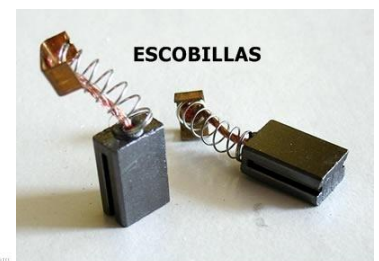
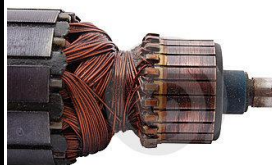
3. CONSTITUCIÓN Y CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS

Todas las máquinas eléctricas rotativas poseen características comunes y tienen una constitución muy parecida. Desde el punto de vista **mecánico** tenemos:

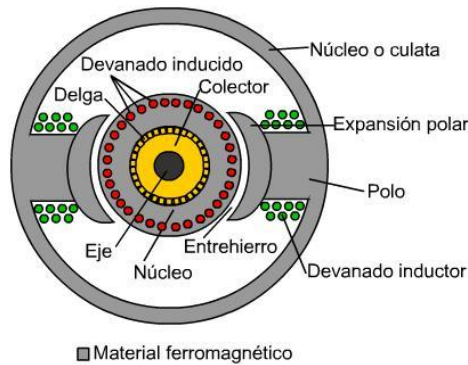
- **Estator:** es la parte fija. Está formado por un imán natural o un electroimán.



- **Rotor:** Es la parte giratoria. Formado por un hilos de cobre esmaltado llamado devanado, que va formando espiras enrolladas sobre un núcleo de hierro.



El **entrehierro** es el espacio de aire que existe entre rotor y estator.



Desde el punto de vista **electromagnético** tenemos:

- Un circuito **magnético**: formado por los núcleos del estator y rotor y el entrehierro
- Dos circuitos **eléctricos**: formado por los circuitos **inductor** (devanado encargado de crear el campo magnético) e **inducido** (devanado sobre el que se inducen las intensidades de corriente)

Si atendemos a la corriente **eléctrica generada o utilizada** por la máquina, tenemos:

- Máquinas eléctricas de corriente **continua**
- Máquinas eléctricas de corriente **alterna: síncronas y asíncronas o de inducción**
 - Síncronas: Máquina que gira a una velocidad igual a la del campo magnético y que corresponde a la siguiente fórmula

$$n = \frac{60 \cdot f}{P}$$

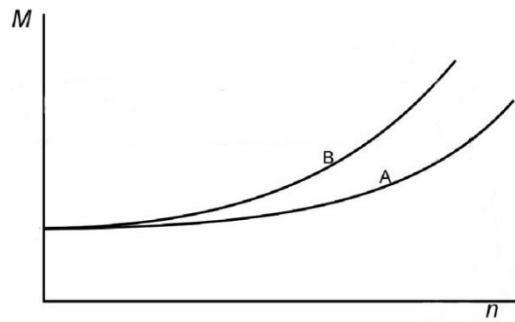
Donde: f = frecuencia de la señal alterna P = nº de pares de polos

n = velocidad de giro en RPM

- Asíncronas: Máquina cuya velocidad de funcionamiento es menor que la de sincronismo.
- De inducción: Son motores, cuyas bobinas giratorias son alimentadas por corrientes inducidas desde el estator.

4. CARACTERÍSTICA PAR-VELOCIDAD DE UN MOTOR. ESTABILIDAD.

Cuando un motor está en marcha, su velocidad y su par vienen impuestos por las características de la carga, y definidos por su comportamiento. La siguiente gráfica muestra el comportamiento de un motor para dos tipos de carga A y B.

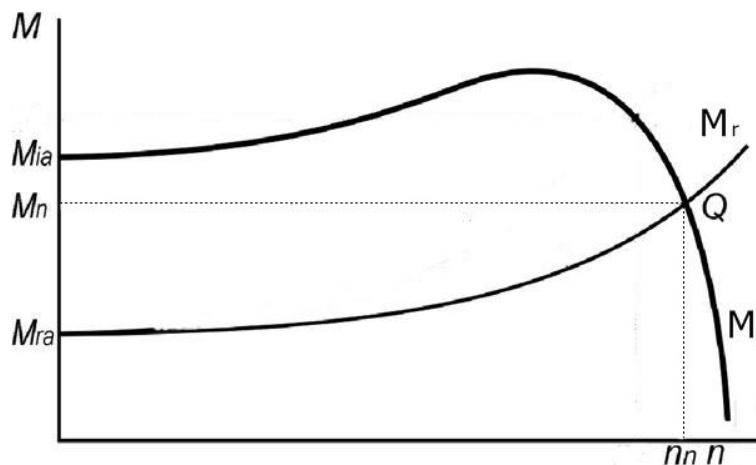


a) Fases del funcionamiento

1. ARRANQUE

En el momento de conectar un motor a la red eléctrica se presentan dos pares, el **par interno de arranque (M_{ia})** y el **par resistente de arranque (M_{ra})**.

En el instante inicial, el M_{ia} debe ser mayor que el M_{ra} ($M_{ia} > M_{ra}$), ya que de no ser así, el sistema no se pondrá en marcha. Estos dos pares corresponden a la ordenada en el origen de las curvas $M_i = f(n)$ y $M_r = f(n)$, tal y como se indica en la gráfica:



2. ACELERACIÓN

Período que sigue a la puesta en marcha. Durante este periodo se exige al motor el máximo par que es capaz de dar, ya que debe vencer el par resistente y, además, debe acelerar el sistema contrarrestando el par de inercia. Las condiciones de arranque y aceleración son, en la mayoría de los casos, las que van a decidir sobre el motor a elegir para una aplicación.

Una de las relaciones más importantes en los motores eléctricos es la que existe entre el par de arranque (M_{ia}) y el **par nominal (M_n)**. De este valor va a depender si el motor debe arrancar con o sin carga.

3.MARCHA DE RÉGIMEN

Un motor alcanza su marcha de régimen cuando su velocidad bajo la carga nominal es constante ($n=\text{cte}$).

En estas condiciones, el par motor desarrollado es igual y de signo contrario al par resistente de carga, y el motor se encuentra trabajando en el punto Q, con $n=n_n$ y $M=M_n$

Por tanto la potencia interna desarrollada por el motor es igual a la potencia absorbida por la carga.

La característica mecánica del motor se puede modificar, actuando sobre el campo inductor, la corriente inducida, o los dispositivos de regulación. La característica mecánica de la carga se puede modificar cada vez que cambien las condiciones de trabajo.

b) Estabilidad de funcionamiento

Diremos que un motor tiene un **régimen estable** cuando al variar su velocidad, el desequilibrio de pares tiende a volver la velocidad a su valor inicial, es decir:

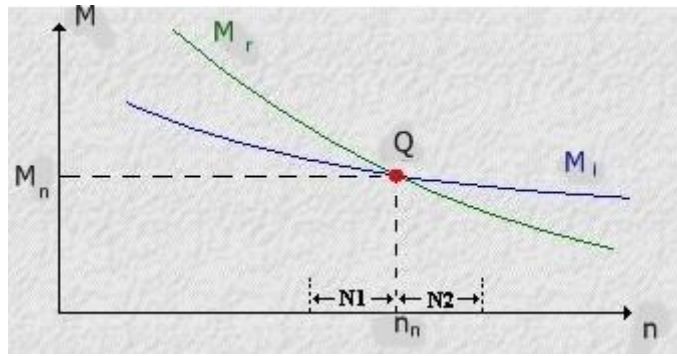
- Si la velocidad aumenta, el par motor debe ser inferior al par resistente
- Si la velocidad disminuye, el par motor debe ser superior al par resistente.

Dicho de otra manera:

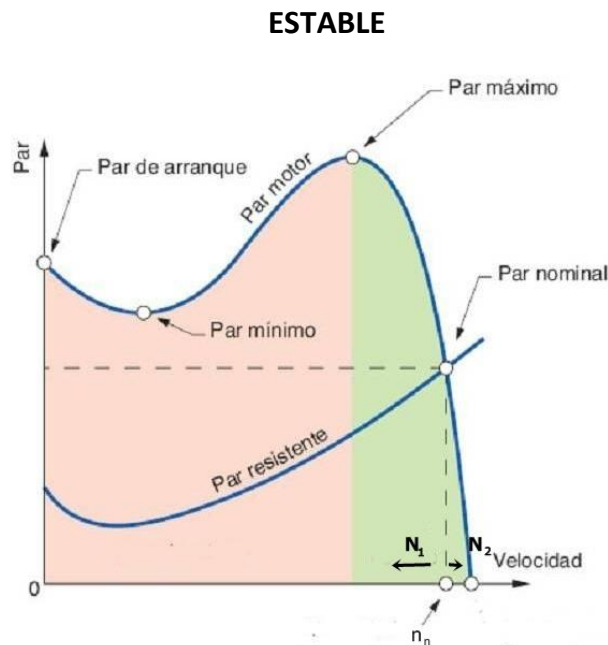
- Si Δn es negativo, $\Delta(M_m - M_r) > 0$
- Si Δn es positivo, $\Delta(M_m - M_r) < 0$

Esto se puede apreciar en las siguientes gráficas

INESTABLE



Supongamos un cambio de velocidad N_1 , entonces el momento resistente será mayor que el momento del motor, éste sufre una desaceleración alejándose del punto de equilibrio. Si por el contrario aumentamos la velocidad hasta N_2 entonces el par motor es mayor que el par resistente, el motor se acelerará alejándose también del punto de equilibrio.

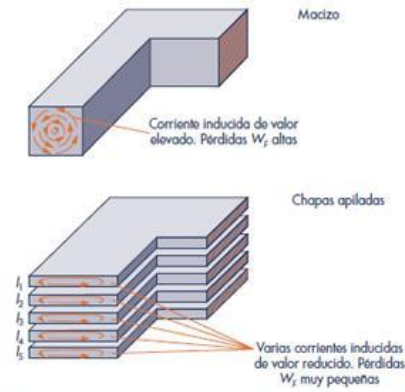


Supongamos un cambio de velocidad N_1 , entonces el momento motor será mayor que el momento resistente, por lo que el motor se acelerará retornando al punto de equilibrio. Si por el contrario aumentamos la velocidad hasta N_2 entonces el par motor es menor que el par resistente, el motor se frenará retornando al punto de equilibrio.

5. PÉRDIDAS ELÉCTRICAS EN LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

En la transformación de potencia eléctrica en mecánica, una fracción de la misma se transforma en calor, en lo que llamamos **pérdidas** de la máquina. Estas pérdidas se pueden dividir en:

- **Pérdidas en el hierro:** Se producen por histéresis magnética (en materiales magnéticos) y por corrientes parásitas de Foucault. Se dan en todos los órganos de la máquina en los cuales el flujo es variable.
 - Histéresis magnética: La imantación de un material ferromagnético lleva retraso con respecto al campo magnético que la origina
 - Corrientes de Foucault: Corrientes inducidas en los materiales metálicos como consecuencia de la variación del flujo magnético. Dependen del grosor del material, por lo que se intentan evitar poniendo un grupo de chapas en vez de un material grueso.



<https://youtu.be/dGQocyE333o>

- **Pérdidas en los conductores:** Corresponden a las pérdidas por efecto Joule en los devanados y se cuantifican mediante la siguiente fórmula:

$$P_{cu} = RI^2$$

- **Perdidas mecánicas:** Corresponden a las pérdidas por roce en los cojinetes, en el aire y en las escobillas, así como la potencia absorbida por el ventilador si lo hay.

El **rendimiento** de una máquina eléctrica se define como la relación:

$$\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{absorbida}}} = \frac{P_u}{P_{ab}} = \frac{P_{ab} - P_{\text{perdidas}}}{P_{ab}}$$

$$\eta = 1 - \frac{P_p}{P_{ab}}$$

Normalmente se expresa en porcentaje sobre la potencia absorbida

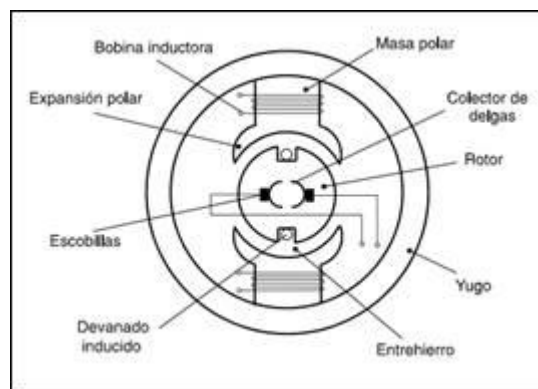
6. MOTORES DE CORRIENTE CONTINUA

a) Introducción

La máquina de corriente continua que funciona como motor es exactamente la misma que funciona como generador, debido al proceso de reversibilidad.

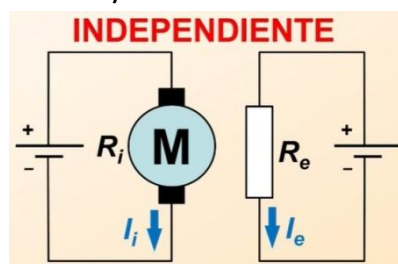
Fundamentalmente, consta de un devanado inductor en el estator encargado de crear el campo magnético, y de un devanado inducido en el rotor, donde se genera la fuerza contraelectromotriz inducida (E').

Luego, en el inducido se genera una fem inducida que a su vez provoca una corriente eléctrica ¡pues bien! Esa corriente inducida circula en sentido contrario a la corriente que ya estaba establecida en el rotor, de ahí el término contraelectromotriz. La fuerza contraelectromotriz, sólo aparece en el devanado inducido ¡no lo olvides!

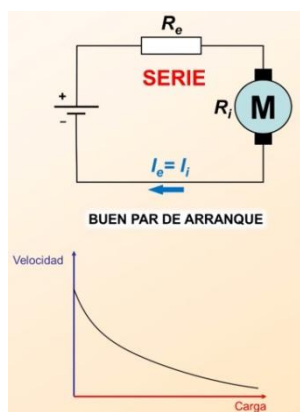


Para introducir la corriente en los conductores del inducido se utilizan el colector y las escobillas. En función del tipo de conexión del devanado inductor con respecto al inducido obtenemos los siguientes tipos de motores:

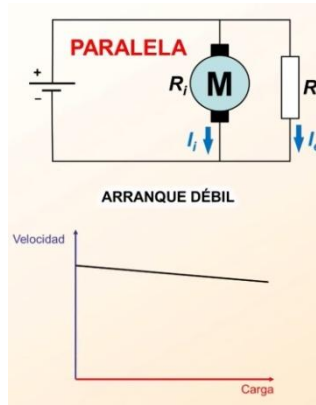
- **Excitación independiente:** Si el inductor y el inducido se alimentan con fuentes independientes.



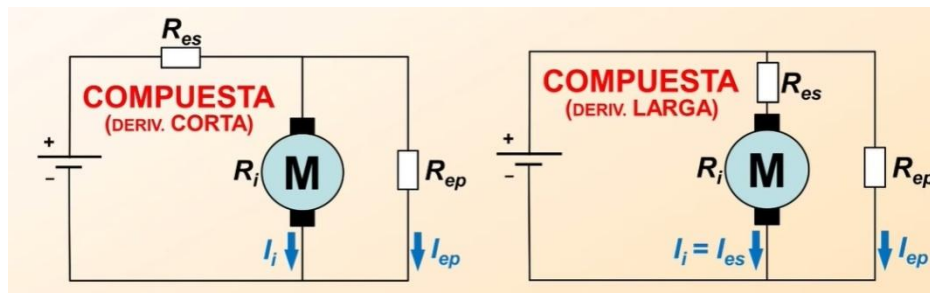
- **Excitación en serie:** Si los devanados de inductor e inducido están en serie.



- **Excitación en derivación, en paralelo o shunt:** Si el devanado inductor está en paralelo con el devanado del inducido



- **Excitación compuesta (Compound):** Se compone de dos inductores, de los cuales uno está en serie y otro en derivación con el inducido, o sea, es una máquina mixta de ambas.



También existen motores de corriente continua excitados por imanes permanentes, pero en nuestro estudio no nos vamos a referir a ellos por ser normalmente de pequeña potencia.

Veamos cual es la expresión de la **fuerza contraelectromotriz (E')** y del **par interno (Mi)**

$$E' = K' \cdot \phi \cdot n$$

Donde K' = constante de la máquina

ϕ = flujo magnético en weber (Wb)

n = velocidad en revoluciones por minuto (rpm)

Por otro lado, el par interno depende se representa como:

$$M_i = K \cdot I_i \cdot \phi$$

Donde K = constante que depende de la máquina

I_i = Intensidad del inducido en amperios (A)

ϕ =flujo magnético en weber (Wb)

b) Balance de potencias

Antes de empezar vamos a ver la nomenclatura con la que vamos a nombrar las distintas resistencias que hay en los motores:

R_i =devanado inducido	R_d =devanado excitación paralelo	R_s =devanado excitación serie
R_{aux}, R_c =devanado auxiliar	R_a =reostato de arranque	R_v, R_r =reostato de velocidad

Definamos las distintas formas de potencia que encontramos en un motor:

- **Potencia absorbida (P_{abs}):** Es la potencia eléctrica que absorbe el motor, también llamada potencia de entrada. Es la potencia que consume el motor.

$$P_{abs} = U \cdot I_{abs}$$

Donde: U = Tensión aplicada a los bornes del motor

I_{abs} = Intensidad de la corriente de entrada al motor

Al circuito cerrado del devanado inductor se le llama también **circuito de excitación**, por eso a la corriente que recorre el circuito de excitación se le denota I_{exc} . A la intensidad que pasa por el circuito inducido se le denomina I_i

En un motor con derivación en:

- Serie: $I_{abs} = I_{exc} = I_i$ $P_{abs} = U \cdot I_{abs} = U \cdot I_{exc} = U \cdot I_i$
- Derivación: $I_{abs} = I_{exc} + I_i$ $P_{abs} = U \cdot I_{abs} = U \cdot (I_{exc} + I_i)$

- **Potencia útil (P_u):** Potencia útil, es la potencia disponible para realizar trabajo. Es trabajo mecánico.

$$P_u = P_{abs} - P_p$$

- **Potencia perdida en el cobre (P_{cu}):** Representa las pérdidas que transcurren en ambos devanados (inductor e inducido) debido al efecto Joule.

- Serie: $P_{cu} = I_{abs}^2 \cdot (R_{exc} + R_i)$
- Derivación: $P_{cu} = (I_{exc}^2 \cdot R_{exc}) + (I_i^2 \cdot R_i)$

- **Potencia perdida en el hierro (P_{fe}):** Son pérdidas de tipo magnético
- **Potencia perdida mecánica (P_m):** Es la potencia perdida a los rozamientos principalmente.
- **Potencia electromagnética interna (P_{ei}):** Es la potencia que queda después de quitar las potencias perdidas en el cobre

$$P_{ei} = P_{abs} - P_{cu}$$

- Serie: $P_{ei} = E' \cdot I_{abs}$
- Derivación: $P_{ei} = E' \cdot I_i$

- **Potencia perdida total (P_p):** Es la suma de las potencias perdidas en el cobre, el hierro y las mecánicas.

$$P_p = P_{cu} + P_{fe} + P_m$$

La potencia absorbida es la suma de la potencia útil más la potencia perdida:

$$P_{abs} = P_u + P_p$$

Sustituyendo el valor de la P_{abs} en la ecuación de la P_{ei} tendremos:

$$P_{ei} = P_{abs} - P_{cu}$$

$$P_{ei} = (P_u + P_p) - P_{cu}$$

Y sustituyendo ahora el valor de la P_p tendremos:

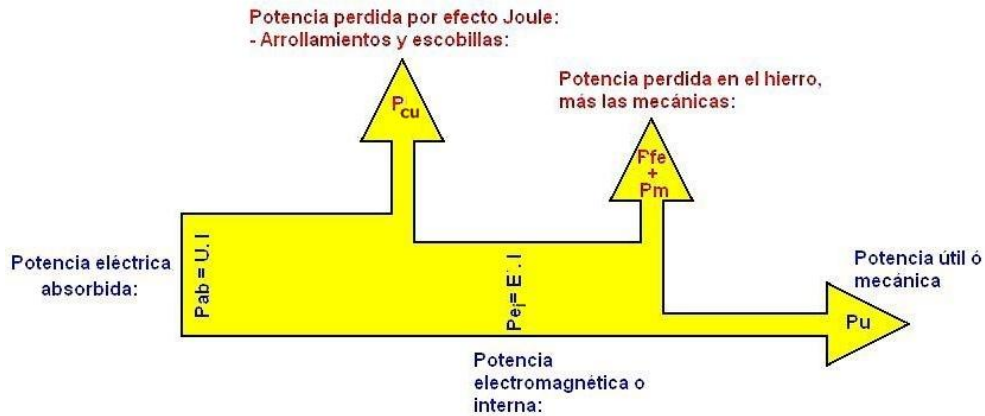
$$P_{ei} = (P_u + P_{cu} + P_{fe} + P_m) - P_{cu}$$

$$P_{ei} = P_u + P_{fe} + P_m$$

Despejando la potencia útil:

$P_u = P_{ei} - P_{fe} - P_m$

Balance de Potencias en los motores de c.c.



NOTA: La fuerza contraelectromotriz (E') se mide en VOLTIOS. Esta tensión, en caso de que la máquina eléctrica funcione como un motor, se genera en el devanado inducido y se opone a la corriente inicial que surge en el inducido (I_i). Es por ello que, según la ley de Ohm:

$$U - E' = R_i I_i \text{ (motor en derivación)}$$

$$U - E' = (R_i + R_{exc}) I_i \text{ (motor en serie)}$$

Ejemplo 1:

A un motor eléctrico de corriente continua con excitación en serie le aplicamos una tensión de 200V y absorbe una intensidad de 10 A. Si $E'=190$ V y las pérdidas en el hierro más las mecánicas son 200 W, halla el rendimiento (μ) del motor y el valor de las pérdidas en el cobre.

Solución:

$$P_{ab} = U \cdot I = 200 \cdot 10 = 2000W$$

$$P_{ei} = E' \cdot I = 190 \cdot 10 = 1900W$$

$$P_{cu} = P_{ab} - P_{ei} = 2000 - 1900 = \mathbf{100W}$$

$$P_u = P_{ei} - (P_{fe} + P_m) = 1900 - 200 = 1700W$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}} \times 100 = \frac{1700}{2000} \times 100 = \mathbf{85\%}$$

Ejemplo 2:

Un motor eléctrico de corriente continua tiene una potencia útil de 2 KW y un rendimiento del 75%. Se sabe que las P_{cu} son iguales a las del hierro más las mecánicas. Si la tensión de alimentación es de 400V, determina:

- Intensidad que absorbe el motor
- Potencia perdida
- Pérdidas en el hierro más pérdidas mecánicas
- Potencia eléctrica interna

Solución:

$$\eta = \frac{P_u}{P_{ab}}$$

$$P_{ab} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{2000}{0,75} = \mathbf{2666'66W}$$

$$P_{abs} = P_u + P_p$$

$$P_p = P_{abs} - P_u = 2666'66 - 2000 = \mathbf{666'66W}$$

$$P_u = P_{abs} - P_{cu} - (P_{fe} + P_m)$$

$$P_u = P_{abs} - P_{cu} - (P_{fe} + P_m) = P_{abs} - 2P_{cu}$$

$$2000 = 2666'66 - 2P_{cu}$$

$$2P_{cu} = 2666'66 - 2000 = 666'66W$$

$$P_{cu} = \frac{666'66}{2} = \mathbf{333'33W}$$

$$P_{ei} = P_{abs} - P_{cu}$$

$$P_{ei} = P_{abs} - P_{cu} = 2666'66 - 333'33 = \mathbf{2333'33W}$$

Ejemplo 3:

Un motor derivación tiene los siguientes datos: $R_{exc} = 200\Omega$, $R_i = 2'75\Omega$, la tensión de alimentación es de 200V y la potencia absorbida 4600W. Sabemos también que $P_{fe} + P_m$ son la quinta parte de las pérdidas en el cobre. Calcula:

- La intensidad absorbida de la línea
- La intensidad del inducido
- La fuerza contraelectromotriz
- El rendimiento

Solución:

$$P_{ab} = U \cdot I_{ab}$$

$$I_{ab} = \frac{P_{ab}}{U} = \frac{4600}{200} = 23 \text{ A}$$

$$I_{ab} = I_i + I_{exc} \quad I_{exc} = \frac{U}{R_{exc}}$$

$$I_{exc} = \frac{U}{R_{exc}} = \frac{200}{200} = 1 \text{ A}$$

$$I_i = I_{ab} - I_{exc} = 23 - 1 = 22 \text{ A}$$

$$U - E' = I_i R_i$$

$$E' = U - I_i R_i = 200 - (22 \times 2'75) = 200 - 60'5 = 139'5 \text{ V}$$

$$\mu = \frac{P_u}{P_{ab}}$$

$$P_u = P_{ab} - (P_{cu} + P_{fe} + P_m) = P_{ab} - \left(P_{cu} + \frac{P_{cu}}{5} \right) = P_{ab} - \frac{6}{5} P_{cu}$$

$$P_{cu} = P_{ab} - P_{ei}$$

$$P_{ei} = E' I_i$$

$$P_{ei} = E' I_i = 139'5 \times 22 = 3069 \text{ W}$$

$$P_{cu} = P_{ab} - P_{ei} = 4600 - 3069 = 1531 \text{ W}$$

$$P_u = P_{ab} - \frac{6}{5} P_{cu} = 4600 - \left(\frac{6}{5} \times 1531 \right) = 4600 - 1837'2 = 2762'8 \text{ W}$$

$$\mu = \frac{P_u}{P_{ab}} = \frac{2762'8}{4600} = 0'6006$$

$$\mu = 60'06\%$$

c) Adaptación automática del par motor y par resistente

La fuerza contraelectromotriz E' hace de regulador de velocidad en los motores de corriente continua. Para un motor en derivación tenemos:

$$E' = U - R_i \cdot I_i$$

Despejando I_i :

$$I_i = \frac{(U - E')}{R_i}$$

Esta corriente nos determina el par mecánico interno:

$$M_i = K \cdot I_i \cdot \phi$$

Que es equilibrado por el par resistente:

$$M_i = M_r$$

Para ver cómo se adaptan el par motor y el par resistente, supongamos que M_r experimenta un **aumento**, entonces **n disminuye**. Recordemos que E' es directamente proporcional a la velocidad:

$$E' = K' \cdot \phi \cdot n$$

Por lo tanto **E' disminuye**. Este descenso de la E' implica que la I_i **aumenta**, por tanto el par inducido **M_i aumenta** hasta que se iguala con el par resistente. Si el par resistente **M_r disminuyera**, sucedería el proceso inverso, es decir **M_i disminuiría** hasta igualarse con el par resistente.

d) Arranque de los motores de corriente continua

En los puntos anteriores hemos visto que las condiciones de marcha de un motor vienen determinadas por la carga acoplada al eje.

En un primer instante, cuando el sistema motor-carga está parado, el motor debe realizar un par de arranque $M_{ia} > M_{ra}$. Recordemos que M_i es proporcional a la corriente por el inducido I_i

$$I_i = \frac{(U - E')}{R_i}$$

En el momento del arranque $E'=0$ con lo que:

$$I_{ia} = \frac{(U - 0)}{R_i}$$

Que será muy elevada debido a que sólo está limitada por la resistencia del inducido (R_i), y ésta suele ser pequeña.

Es decir, por una parte tenemos que:

- Limitar la corriente I_{ia} para que no dañe la máquina
- Obtener un par $M_{ia} > M_{ra}$

Esto lo solucionamos:

- Reduciendo la tensión que llega a los bornes del motor (U) ó
- Aumentando la resistencia del devanado inducido (R_i)

Se utiliza fundamentalmente la reducción de U, por ser la opción que menos pérdidas ocasiona, y se realiza intercalando una resistencia de arranque entre la red y el inducido denominada **reostato de arranque (R_a)**

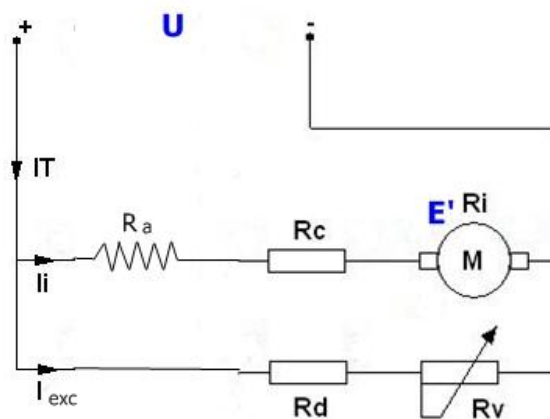
A medida que el motor se va acelerando, E' aumenta: ($E' = K' \cdot \phi \cdot n$), y por tanto, la corriente y el par se van reduciendo ($I_i = \frac{U-E'}{R_i}$), ($M_i = K \cdot I_i \cdot \phi$). Durante este proceso debe ir disminuyéndose la resistencia de arranque, hasta que su valor se elimina por completo.

e) Características de los motores de corriente continua

Las características de funcionamiento dependen del tipo de excitación, siendo la más importante la **característica mecánica (M=f(n))**, **característica de velocidad (n=f(I_i))** y la **característica del par (M=f(I_i))**.

A continuación vamos a describir estas características en los motores con excitación en derivación (muy parecido al de excitación independiente), en los de excitación serie y en los de excitación compuesta.

i. MOTOR DERIVACIÓN



$$U = E' + (R_c + R_i) \cdot I_i = I_{exc} \cdot R_d$$

- **Característica de velocidad:** Relaciona la velocidad con la intensidad $n=f(I_i)$. Sabemos que $U=cte$ y $I_{exc}=cte$. Partimos de las ecuaciones para la E' y U:

$$E' = K' \cdot \phi \cdot n$$

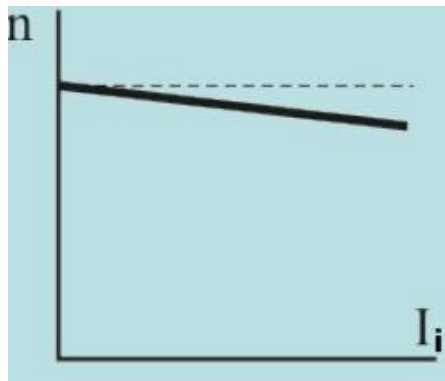
$$U = E' + (R_c + R_i) \cdot I_i$$

Si sustituimos E' en U:

$$U = K' \cdot \phi \cdot n + (R_c + R_i) \cdot I_i$$

Ahora despejamos n:

$$n = \frac{U - (R_i + R_c) \cdot I_i}{K' \cdot \phi}$$



Como el término $(R_i + R_c) \cdot I_i$ es muy pequeño (del orden del 4% de U), la variación de la velocidad es muy poca. Se dice que el motor derivación tiene una característica de **velocidad dura**, o también que es **autorregulado en velocidad**. Se usa en aplicaciones donde se necesite velocidad constante: máquinas herramienta automáticas, industria del papel, etc.

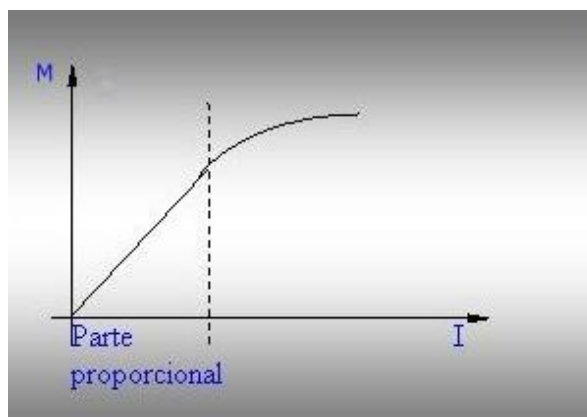
- **Característica del par:** Nos relaciona el par motor con la corriente del inducido $M=f(I_i)$. El momento del inducido viene dado por:

$$M_i = K \cdot I_i \cdot \phi$$

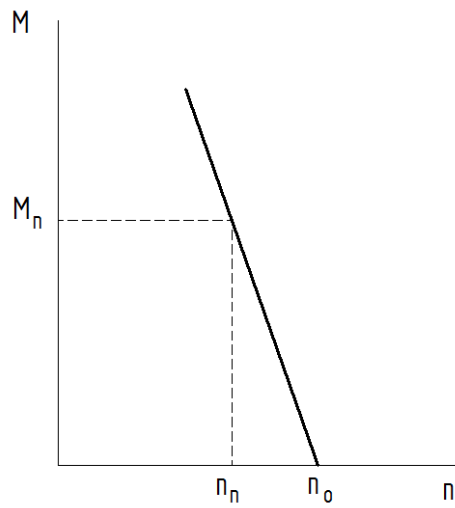
Es decir la gráfica debería ser lineal, pero el momento útil es:

$$M_u = M_i - M_p$$

Pero a medida que aumenta la I_i aumentan las pérdidas, por lo tanto, la gráfica es lineal para intensidades de inducido bajas, pero va curvándose a medida que va aumentando la intensidad.



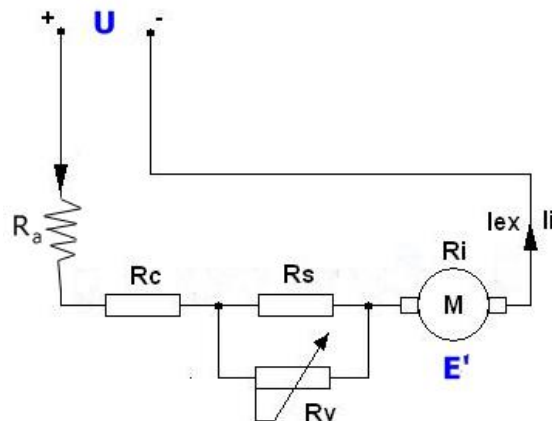
- **Característica mecánica:** Relaciona la velocidad del motor con el par interno del mismo $M=f(n)$. Es la característica fundamental de todo el motor. Se puede obtener de las dos gráficas anteriores $n=f(I_i)$ y $M=f(I_i)$



La estabilidad del par con respecto a la velocidad es muy elevada

ii. MOTOR SERIE

El inductor está en serie con el inducido, y está recorrido por la misma corriente.



$$U = E' + (R_i + R_c + R_s) \cdot I_i$$

➤ **Característica de velocidad:** Partiendo de la ecuación anterior:

$$U = E' + (R_i + R_c + R_s) \cdot I_i$$

$$U = E' + R_t \cdot I_i$$

$$E' = U - R_t \cdot I_i$$

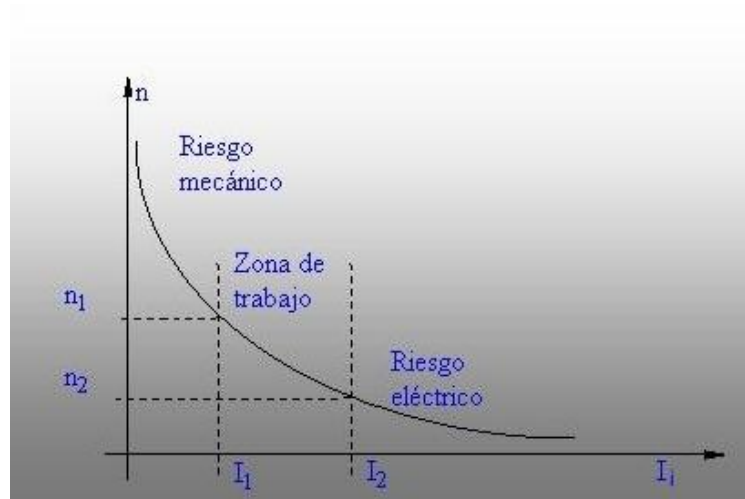
Por otro lado:

$$E' = K \cdot n \cdot \phi$$

$$n = \frac{E'}{K' \cdot \phi}$$

Sustituyendo la E':

$$n = \frac{U - R_t \cdot I_i}{K' \cdot \phi}$$



El motor con derivación serie, puede aumentar mucho su velocidad con poca carga (I_i baja), lo cual puede provocar fallos mecánicos; por otro lado si la carga es mucha (I_i alta) puede afectar a los circuitos del motor.

➤ **Característica del par:** Partimos de la expresión:

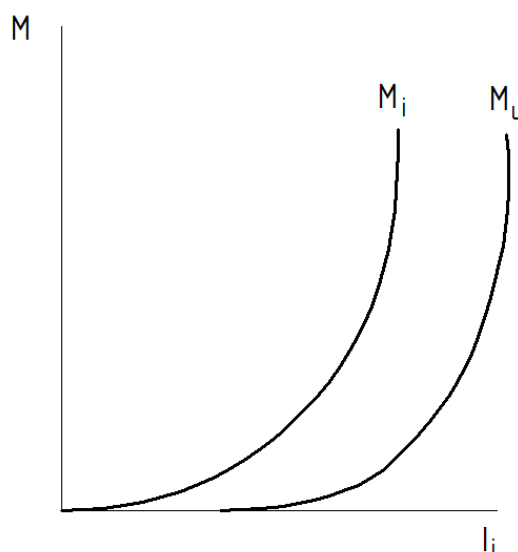
$$M_i = K_1 \cdot I_i \cdot \phi$$

Debido a que ϕ depende proporcionalmente de I_{exc} y ésta es I_i , tendremos que:

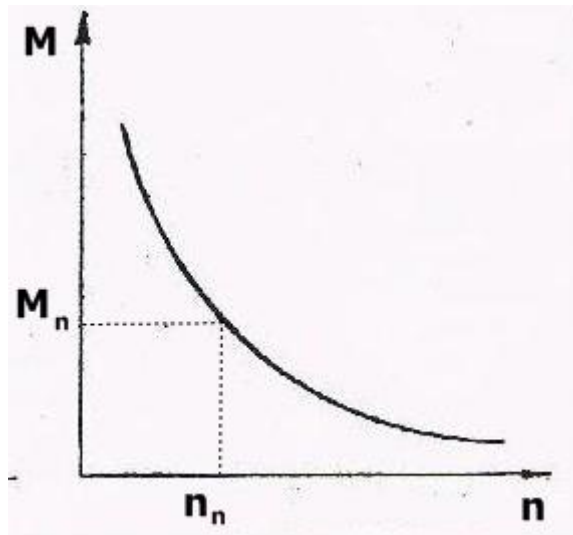
$$M_i = K'_1 \cdot I_i^2$$

Como en el caso anterior, para hallar el par útil habrá que restarle las pérdidas:

$$M_u = M_i - M_p$$



➤ **Característica mecánica:** Se obtiene a partir de las dos anteriores:



Esta característica proporciona al motor serie un grado de estabilidad en marcha menor que la del motor en derivación, a la vez que pone de manifiesto que la potencia útil desarrollada es prácticamente constante, es una curva del estilo

$$A \cdot B = cte$$

En nuestro caso:

$$P_u = \omega \cdot M_u = \frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot M_u$$

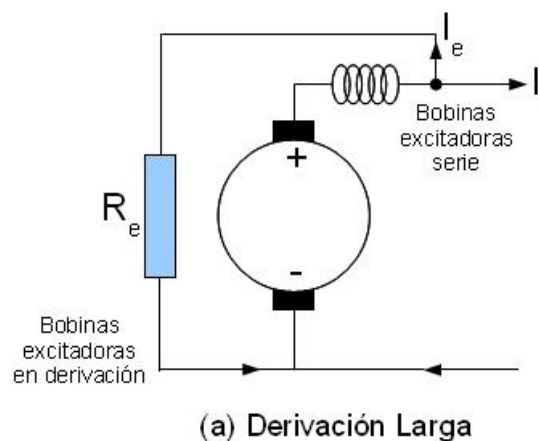
$$n \cdot M_u = \frac{60}{2\pi} \cdot P_u$$

iii. MOTOR COMPOUND

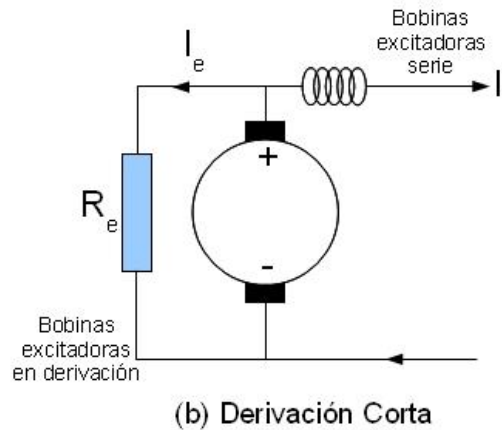
Tiene dos circuitos inductores, uno en serie y otro en paralelo con el circuito inducido.

Se pueden distinguir dos tipos de máquina en **función de la conexión:**

- Compound larga: El devanado derivación está en paralelo con la agrupación inductor serie e inducido



- Compound corta: El devanado derivación está en paralelo sólo con el inducido. El devanado serie está en serie con los dos anteriores.



En función de que los flujos inductores se sumen o se resten, tendremos:

- Compound adicional: Los flujos inductores se suman
- Compound diferencial: Los flujos inductores se restan

Las características de este tipo de motores son intermedias entre los motores en serie y los de derivación.

f) Regulación de velocidad

Tiene por objeto mantener la velocidad en un valor prefijado. La velocidad de régimen viene condicionada por la igualdad entre par motor y par resistente, definida en el punto de intersección de las respectivas características mecánicas (motor y carga).

Trasladando este punto a la característica del par $M=f(I_i)$ obtenemos la corriente absorbida.

Si la característica de la carga es invariable, el problema de la regulación consiste en actuar sobre los siguientes parámetros:

$$n = \frac{U - R_t \cdot I_i}{K' \cdot \phi}$$

$$M = K_1 \cdot I_i \cdot \phi$$

$R_T = R_i + R_c$ (motor en derivación)

ó

$R_T = R_i + R_c + R_s$ (motor en serie)

R_i = resistencia inducido

R_c = resistencia devanado auxiliar de conmutación

R_s = resistencia en serie

Si queremos regular la velocidad manteniendo el par constante (I_i y ϕ constantes), se puede variar la velocidad variando la tensión aplicada por medio de los siguientes métodos:

- **Regulación por resistencia:** Intercalando una resistencia en serie con el inducido (variemos la R_T)
- **Regulación por control de tensión:** Variando la tensión de alimentación (variemos U)

Otra forma de variar la velocidad es disminuir el flujo ϕ , pero aquí sí que perderemos par. Se utiliza una resistencia variable llamada reostato, es la R_v , que podemos ver en los circuitos en serie y derivación de más arriba.

g) Inversión del sentido de giro

Los motores de corriente continua pueden funcionar en ambos sentidos de giro, sin más que cambiar las conexiones del inductor respecto al inducido.

En el caso del motor con excitación en paralelo, es recomendable cambiar las conexiones del inducido, ya que si se cambian las del circuito de excitación, habrá un momento que el motor se quedará sin excitación, y por lo tanto sin fuerza.

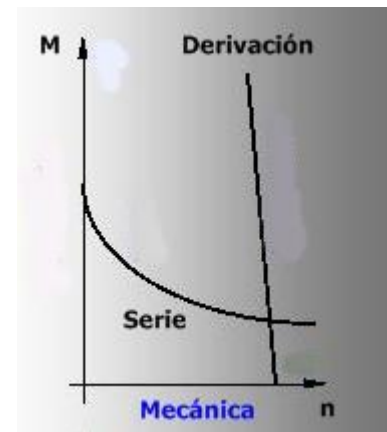
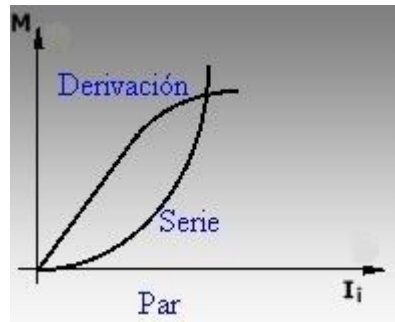
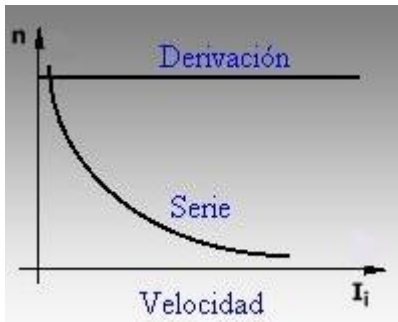
Para el motor con excitación en serie, siempre que haya un cambio de sentido, perderemos fuerza, ya que el inductor se quedará siempre un momento sin corriente, y por lo tanto sin flujo.

h) Aplicaciones de los motores de corriente continua

A la hora de elegir el tipo de motor más idóneo para una aplicación tendremos que tener en cuenta:

- a) La **velocidad**: constante, variable o regulable.
- b) El **par de arranque**: inferior, igual o mayor que el par nominal.
- c) La **corriente pico de arranque**: valor máximo de la corriente en la conexión del motor a la red.

Las características de velocidad, par y fundamentalmente la característica mecánica, permiten obtener el motor más apropiado para una aplicación.



MOTOR DERIVACIÓN

- Su velocidad se mantiene constante independientemente de la carga. Se emplea en máquinas cuya velocidad debe mantenerse constante, como en máquinas-herramientas (tornos, fresas, traladros, etc.) y en máquinas de elevación cuya carga puede ser suprimida bruscamente
- El par es proporcional a la corriente
- Es un motor autorregulable en velocidad

MOTOR SERIE

Más conveniente para tracción eléctrica por las siguientes razones:

- Gran par necesario para el arranque
- Si la carga disminuye (I_i pequeña), la velocidad puede aumentar mucho y ser peligroso. No podrán usarse donde exista riesgo de embalamiento.
- Si la carga es mucha, el motor se puede parar

Es frecuente que los motores se arranquen en serie, para tener gran par en el arranque, y luego se cambien a derivación para mantener una velocidad constante

MOTOR COMPOUND

Por sus características entre el serie y el derivación, el motor de excitación compuesta se puede emplear en cualquier uso, siendo su aplicación característica aquella en la que no debe variar mucho la velocidad, y a la vez se necesita un fuerte par de arranque.

7. EJERCICIOS

- 1) Un motor serie tiene las siguientes características: $U = 400V$; $E' = 370V$; $R_i = 1\Omega$; $R_s = 1\Omega$.
Determina:
- La intensidad nominal
 - La intensidad en el arranque
 - La R_a para que $I_a = 2I_n$
 - Si la velocidad es de 1000 rpm cuando absorbe 15A, averigua a qué velocidad girará cuando la intensidad sea de 5 y de 30A, respectivamente.
- 2) Un motor derivación tiene las siguientes características: $R_d = 200\Omega$; $R_i = 0'5\Omega$; $P_u = 5KW$; $\mu = 80\%$; $U = 200V$; $n = 2200$ rpm. Determina:
- La intensidad nominal
 - La fuerza contraelectromotriz
 - La intensidad de arranque
 - R_a para que $I_a = 2'5I_n$
 - Velocidad del motor para 0'5 y $2I_n$
- 3) De un motor serie de 22 CV se conocen: $R_i = 0,15\Omega$; $R_s = 0,25\Omega$; la tensión de alimentación es de 220V y la intensidad de corriente que absorbe de la línea es de 100A, cuando la velocidad $n = 1200$ rpm. Determina:
- El esquema de conexiones
 - El rendimiento de la máquina
 - Las P_{cu} y las $P_{fe} + P_m$
 - El par motor nominal
- 4) Un motor derivación tiene las siguientes características: $P_u = 5CV$, $\mu = 80\%$, velocidad a plena carga: $n = 1200$ rpm, tensión en bornes $U = 180V$. Conocemos también que las pérdidas en el devanado inducido y en el inductor son iguales al 5% de la potencia absorbida. Determina E' y R_a para que I_a sea $2I_u$
- 5) A un motor de corriente continua y excitación serie se le aplica una tensión de 250V. E' vale 240V, y la intensidad nominal es de 20A cuando gira a 1200 rpm; se sabe también que $R_i = R_s$. Determina:
- R_s y R_i
 - La potencia absorbida
 - El rendimiento si $P_{fe} = 100W$ y despreciamos P_m
 - El par nominal
 - Velocidad del motor si el par resistente aumenta al doble del valor actual
- 6) Un motor derivación de 75 KW de potencia en el eje, $U = 440$ V y $n = 1500$ rpm, con una resistencia de excitación de 480Ω ; $R_i + R_c = 0'08\Omega$, tiene un rendimiento del 95%. Calcula:
- Intensidad de línea
 - Intensidad de excitación
 - Intensidad de inducido
 - Fuerza contraelectromotriz inducida

- 7) Un motor eléctrico se alimenta a 12V y consume 20A cuando gira a 1200 rpm, siendo su resistencia interna $R_i=0,1\Omega$. Calcula:
- La fuerza contraelectromotriz inducida
 - Potencia absorbida, potencia útil y rendimiento
 - Intensidad de arranque
 - R_a para que I_a sea 1'5 veces I_n
 - Par nominal y par de arranque, suponiendo el flujo constante
- 8) Un motor de corriente continua excitación derivación tiene una potencia de 50CV. Se sabe que las pérdidas del motor son el 6% en el eje. Si $U=500V$, $R_d=500\Omega$ y $R_i=0'1\Omega$. Calcula:
- Intensidad de línea
 - Intensidad de excitación
 - Intensidad del inducido
 - Par nominal si el motor gira a 1500 rpm
- 9) Un motor eléctrico de corriente continua se alimenta a 200V y consume 35A cuando gira a 1500 rpm, siendo su resistencia interna de $0'3\Omega$. Halla, en unidades del sistema internacional:
- Fuerza contraelectromotriz
 - Potencia absorbida, potencia útil y rendimiento.
 - Intensidad de arranque
 - Resistencia de arranque si se quiere limitar la intensidad de arranque a 2'3 veces la intensidad nominal
 - El par motor y el par de arranque
- 10) Un motor eléctrico de corriente continua está alimentado con una tensión de 12V, y consume 4A, girando a una velocidad de 2600 rpm. Su rendimiento es de 0'9 y su resistencia interna de $0'5\Omega$. Calcula la potencia absorbida, la potencia útil, el par motor en el eje, la fuerza contraelectromotriz y la intensidad en el momento del arranque.
- 11) Un motor eléctrico de corriente continua se alimenta a 12V y consume 9A, siendo su resistencia interna $R_i=0'03\Omega$. Determina la f_{cem} , la potencia absorbida, la potencia útil, el rendimiento, la intensidad de arranque, y la resistencia de arranque si se quiere limitar la intensidad de arranque a 2 veces la intensidad nominal.
- 12) El convertidor electromecánico de energía que transforma energía eléctrica en energía mecánica se denomina:
- Generador
 - Motor
 - Receptor
 - Transformador
- 13) Los principios básicos de las máquinas de corriente continua son:
- Inducción electromagnética y fuerza electromagnética
 - Ley de Kirchhoff y ley de Ohm
 - Principio de conservación de la energía

d. Todos los anteriores

14) La expresión de la fem inducida en un conductor que se mueve en el seno de un campo magnético es:

a. $E = B \cdot l \cdot I$

b. $E = \frac{\phi \cdot l}{S}$

c. $E = B \cdot l \cdot v$

d. $E = i \cdot R$

15) Para determinar el sentido de la fuerza electromagnética se aplica:

a. Regla de la mano derecha

b. Regla de la mano izquierda

c. Regla del sacacorchos

d. La misma regla que para determinar el sentido de la fem inducida

16) En una máquina eléctrica, la parte encargada de crear el campo magnético es:

a. El inducido

b. El rotor

c. El inductor

d. El entrehierro

17) Para que un motor pueda arrancar:

a. El par interno debe ser mayor que el par resistente de arranque

b. El par interno debe ser menor que el par resistente de arranque

c. Los pares deben ser iguales

d. La diferencia entre pares será positiva

18) La característica mecánica nos indica:

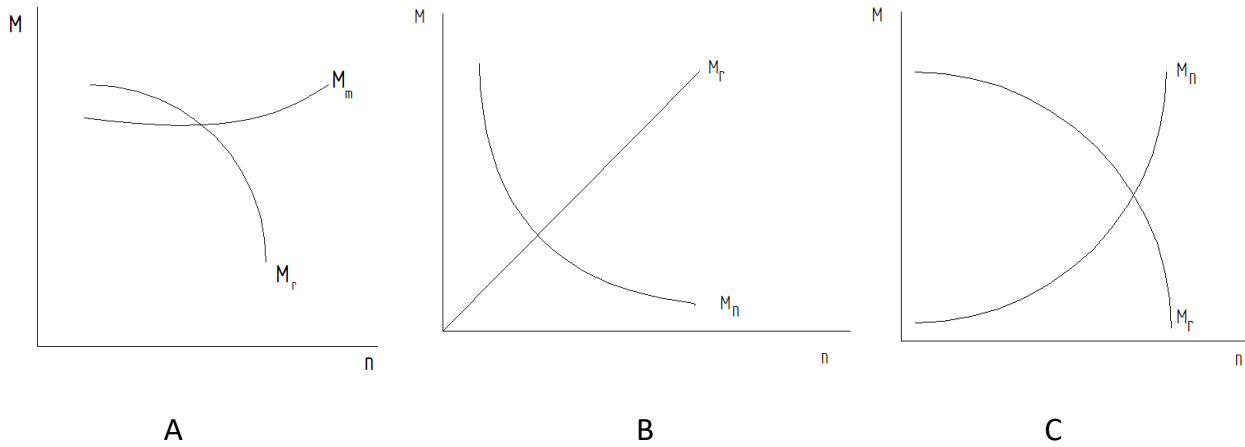
a. La variación del par en función de la velocidad

b. La variación de la velocidad en función de la tensión aplicada

c. La variación del par en función de la intensidad

d. La variación de la velocidad en función de la intensidad

19) De las siguientes gráficas, ¿cuál representa un equilibrio de pares estable y cual inestable en el punto de intersección?



20) Las pérdidas en el hierro (P_{fe}) en una máquina de corriente continua son producidas por

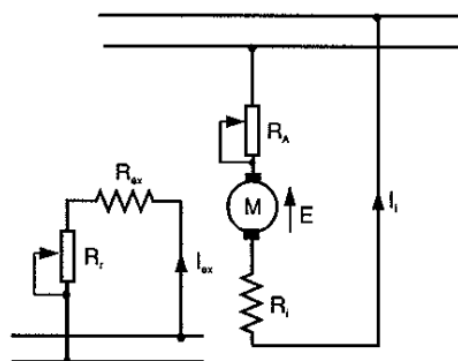
- Histéresis y corrientes parásitas
- La circulación de una corriente eléctrica por un conductor
- El rozamiento de cojinetes y otras partes
- La circulación del flujo magnético en el entrehierro

21) El reostato de regulación sirve:

- Para disminuir la corriente en el arranque
- Para regular la intensidad de excitación
- Para regular la intensidad del inducido
- Todo lo anterior

22) Un motor de corriente continua (excitado según el circuito de la figura) tiene una tensión en bornes de 230V, si la fuerza electromotriz generada en el inducido es 224V y absorbe una corriente de 30A, (se desprecian la reacción de inducido y las pérdidas mecánicas). Calcula:

- Resistencia total del inducido
- Potencia absorbida de la línea
- Potencia útil en el eje
- Par nominal si el motor gira a 1000 rpm
- Rendimiento eléctrico



23) De un motor de c.c. de excitación derivación tiene una potencia de 40 C.V., se sabe que las pérdidas del motor son del 5% de su potencia en el eje. Si $U=400V$, $R_d=400 \Omega$ y $R_f=0,1 \Omega$. Calcula:

- Intensidad en la línea

- b. Intensidad de excitación
- c. Intensidad de arranque
- d. Valor del reostato de arranque para que en ese régimen no se supere el valor de intensidad de $2I_n$
- e. Par motor si gira a 1500 rpm

24) Un motor eléctrico de corriente continua con excitación en derivación que tiene las siguientes características: Tensión alimentación $U=600$ V, resistencia del devanado de excitación $R_{exc}=600$ Ω . Resistencia del inducido $R_i=0,1$ Ω . Intensidad absorbida de la red $I_{abs}=138$ A. Potencia útil 100 CV. Determine:

- a. La intensidad de excitación y la intensidad del inducido.
- b. Rendimiento del motor.
- c. El par útil cuando el motor gira a 1200 rpm.

Nota: Despreciar en este problema la caída de tensión en las escobillas y la resistencia del reóstato de arranque y de los polos auxiliares.

25) Un motor de c.c. excitación serie de tensión en bornes 230V, gira en régimen nominal a 1200 r.p.m. El devanado inducido tiene una resistencia de $0,3\Omega$, y la del devanado de excitación es de $0,2$ Ω , la resistencia de los polos auxiliares es de $0,02\Omega$ y su f_{cem} es de 220 V. Determinar:

- a. Corriente en el momento del arranque.
- b. Intensidad absorbida de la línea.
- c. Potencia absorbida de la red.
- d. Pérdida de potencia en los devanados.
- e. Rendimiento del motor.

26) Un motor de c.c. excitación derivación tiene una tensión de alimentación de 120 V, la potencia que absorbe de la red es de 3,6KW, cuando gira en un régimen a 1000 r.p.m. presenta un rendimiento del 80%, y la resistencia del devanado de excitación es 30 Ω . Determinar:

- a. Fuerza contraelectromotriz.
- b. Resistencia del devanado del inducido.
- c. Par útil en el eje.

27) Para una determinada aplicación se requiere un motor de elevado par de arranque, por lo que se elige un motor en serie que proporciona 18 CV a 1 500 rpm, cuando se conecta a 220 V, absorbe 67 A. Se sabe que $R_i+R_c=0,35$ Ω , $R_s=0,05$ Ω y $V_{escobilla}=1$ V. Determina:

- a. ¿Cuál será su velocidad, si la corriente absorbida aumenta un 30 %?
- b. ¿Cuál será su velocidad, si la corriente absorbida disminuye un 20 %?

28) Un motor de c.c. serie tiene una tensión en bornes de 230 V y absorbe de la red 15 A. La f_{cem} generada en el inducido es de 220 V y las pérdidas en el hierro más las mecánicas son de 250 W. Calcular:

- a. Balance de potencia del motor
- b. Rendimiento eléctrico

- 29) Un motor serie posee una resistencia en el inducido de $0,2 \Omega$. La resistencia del devanado de excitación serie vale $0,1 \Omega$. La tensión de línea es de $220V$ y la f_{cem} de $215V$. Determinar:
- La intensidad nominal de la línea.
 - Intensidad que absorbe en el arranque.
 - Resistencia a conectar para reducir la intensidad de arranque al doble de la normal. Se desprecia la caída de tensión en las escobillas.
- 30) Un motor de corriente continua de excitación derivación es alimentado a la tensión de $120V$. De la línea absorbe una potencia de $3,6$ kilovatios y gira a 1.000 r.p.m. La resistencia del devanado inductor es de 30Ω y su rendimiento del 80% .
- El momento angular o par mecánico suministrado
 - La resistencia del inducido y la f_{cem} .
- 31) Un motor de corriente continua tipo derivación de $220 V$ gira a 1.500 r.p.m. La resistencia del inducido es de $0,5 \Omega$, la resistencia de excitación vale 176Ω . La potencia absorbida de la red vale $3.300 W$. Calcular:
- Intensidades que circulan por el motor.
 - Velocidad del motor para: $0,5 I_i$ y $3 I_i$.
 - La corriente de arranque (por el inducido)
 - Valor del reostato de arranque a conectar, en serie con el devanado del inducido, para limitar la intensidad de arranque al doble de la nominal.