

1. Donat el següent sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x + y \leq 6 \\ 3x - 2y \leq 13 \\ x + 3y \geq -3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

a) Dibuixa el recinte del qual els seus punts són les solucions del sistema i obtén els seus vèrtexs.

b) Calcula els punts del recinte anterior en els quals la funció $F(x, y) = x - 2y$ pren els valors màxim i mínim, i determina aquests.

2. Es considera la funció $f(x, y) = x - y$.

a) Representa el conjunt $A = \{(x, y) \mid 3x + y \geq 15, y - x \leq -5, 2x + 3y \leq 60, y \geq 0\}$ i calcula el valor màxim de $f(x, y)$ en A. Alguna de les desigualtats que defineixen el conjunt A es podria eliminar de forma que seguira sent el mateix conjunt?

b) Digues si la funció $f(x, y)$ assoleix valor màxim en el conjunt $B = \{(x, y) \mid 3x + y \leq 15, x - y \geq 5, x \geq 0\}$. En cas afirmatiu calcula l'esmentat valor.

3. Un industrial comercialitza canterelles decorades i canterelles sense decorar. El temps necessari per a fabricar una canterella és d'una hora i per a decorar-la es necessita una altra hora. El benefici per canterella és de 10 euros si està decorada i de 6 euros si no ho està i es treballa un màxim de 500 hores mensuals.

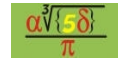
a) Planteja i resol un problema de programació lineal que permeti calcular quantes canterelles de cada tipus s'han de fabricar al mes per a que el benefici total siga màxim.

b) Canviaria la solució de l'apartat anterior si no es desitja fabricar més de 300 canterelles sense decorar? En cas afirmatiu, calcula-la.

c) Calcula la solució de l'apartat a) i digues en quins punts s'assoleix, si el benefici per canterella no decorada és de 5 euros.

4. El cap de seguretat d'un museu estudia combinar dos nous sistemes antirobatori: càmeres de vigilància en les sales, i alarmes en punts estratègics de l'edifici. Es vol utilitzar un mínim de 6 càmeres per a cobrir amb elles les sales més importants, i un màxim de 15 càmeres, amb les que estarien totes les sales cobertes. Igualment, es necessiten almenys 6 alarmes per a cobrir les més importants entrades i eixides de l'edifici. Finalment, es disposa d'un pressupost màxim de 36.000 euros, i cada càmera costa 1.000 euros mentre que cada alarma costa 500 euros.

(a) Quines combinacions d'unitats de cada sistema es poden instal·lar complint els requeriments anteriors? Planteja el



problema i representa gràficament el conjunt de solucions. Podria instal·lar 7 càmeres i 59 alarmes?

(b) Si l'objectiu es col·locar el major número de dispositius entre càmeres i alarmes, quants n'ha de col·locar de cada modalitat? En eixe cas, quin serà el cost total?

5. Calcula els punts de la regió definida per $x+y \geq 6$; $2x+y \leq 15$; $3 \leq x \leq 6$; $2 \leq y \leq 5$, on la funció $z=3x+2y$ assoleix els valors màxim i mínim.

6. Una empresa vol decidir quants ordinadors portàtils i quants de torre comprarà. Disposa de fins 88.000 euros i ha acceptat l'oferta d'un proveïdor que li exigeix comprar almenys 30 ordinadors i que almenys un 10 % dels que compre siguin portàtils. Cada ordinador portàtil li resulta per 2.000 euros i cadascun de torre per 1.000.

(a) Quina combinació d'ordinadors de cada tipus pot comprar? Planteja el problema i representa gràficament el conjunt de solucions.

(b) Si vol comprar el major nombre possible d'ordinadors, quants de cada tipus n'ha de comprar? I si el que vol es comprar el menor nombre possible de portàtils, quants n'ha de comprar de cada tipus?

7. En la preparació de dos tipus de paquets de cafè, C_1 i C_2 , es va a utilitzar cafè brasiler i cafè colombià. Cada paquet del tipus C_1 conté 300 g de cafè brasiler i 200 g de cafè colombià, i cada paquet del tipus C_2 conté 100 g de cafè brasiler i 400 g de cafè colombià. Amb cada paquet del tipus C_1 s'obté un benefici de 0,90 euros, i amb cada paquet del tipus C_2 , de 1,20 euros. Es disposa de 900 kg de cafè brasiler i de 1600 kg de cafè colombià.

a) Quants paquets de cada tipus s'han de preparar per a poder obtindre un benefici màxim?

b) Quin és aquest benefici màxim?

8. Un banc disposa de 18 milions d'euros per a oferir préstecs de risc alt i mitjà, amb rendiments del 14 % i 7 %, respectivament. Sabent que s'ha de dedicar almenys 4 milions d'euros a préstecs de risc mitjà i que els diners invertits en alt i mitjà risc ha d'estar com a molt en la raó de 4 a 5. Determina quant ha de dedicar-se a cadascun dels dos tipus de préstecs per a maximitzar el benefici i calcula'l.

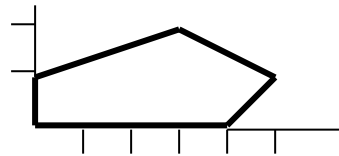
9. Un tren de mercaderies pot arrastrar, com a màxim, 27 vagons. En cert viatge transporta cotxes i motocicletes. Per a cotxes deu dedicar un mínim de 12 vagons i per a motocicletes no menys de la meitat dels vagons que dedica als cotxes. Si els ingressos de la companyia ferroviària són de 540 € per vagó de cotxes i 360 € per vagó de motocicletes, calcula com cal distribuir els vagons per a que el

benefici d'un transport de cotxes i motocicletes siga màxim i quant val l'esmentat benefici.

10. Un fabricant produeix en dos tallers tres models distints d'arxivadors, A, B i C. S'ha compromés a entregar 12 arxivadors del model A, 8 del B i 24 del C. Al fabricant li costa 720 € al dia el funcionament del primer taller i 960 € el del segon. El primer taller produeix diàriament 4 arxivadors del modelo A, 2 del B i 4 del C, mentre que el segon produeix 2, 2 i 12 arxivadors, respectivament. Quants dies ha de treballar cada taller per a, complint el contracte, aconseguir reduir al màxim els costos de funcionament? Quin és el valor d'eixe cost? Quedaria algun excedent d'algun producte en els tallers? En cas afirmatiu, determina quant.

11. Un autobús Madrid–París ofereix places per a fumadors al preu de 100 euros i per a no fumadors al preu de 60 euros. Al no fumador se li deixa portar 50 kg de pes i al fumador 20 kg. Si l'autobús té 90 places i admet un equipatge de fins 3000 kg, quina ha de ser l'oferta de places de la companyia per a optimitzar el benefici.

12. Troba els punts de la regió del dibuix on la funció $f(x,y)=2x+4y+5$ pren el valor màxim i digues quin és el benefici màxim.



13. Un fabricant de ventalls disposa de dos models A i B. El model A requereix, per a la seua elaboració, 20 cm² de paper, 120 cm² de xapa de fusta i 1 clau metàl·lic. El model B requereix: 60 cm² de paper, 80 cm² de xapa de fusta i 1 clau metàl·lic. El cost de producció de cada model és 1,20 euros l'A i 1,30 euros el B. El preu de venda és de 1,80 euros cadascun, independentment del model. Tenint en compte que les existències són de 3000 cm² de paper, 7200 cm² de xapa de fusta i 70 claus metàl·lics.

- 1) Representa la regió factible.
- 2) Determina el número de ventalls de cada model que ha de fer per a obtindre un benefici màxim.
- 3) Calcula quin és eixe benefici.

14. Un concessionari de motos necessita vendre diàriament entre 1 i 5 unitats del model X i més d'una unitat del model Y. Per qüestions d'estratègia comercial, la suma del número d'unitats que s'han de vendre del model X i del doble d'unitats del model Y ha de ser com a màxim 13. A més, la diferència entre el número d'unitats d'Y i d'X no pot ser major que 2. La venda d'una moto del model X li reporta un benefici de 1000 euros i la venda d'una del model Y, 1100 euros.

- 1) Representa la regió factible.
- 2) Determina el número de motos que ha de vendre de cada model per a que el benefici siga el més gran possible.
- 3) Calcula quin és eixe benefici màxim.

15. Un banc vol distribuir als seus empleats entre les seues oficines centrals i les seues sucursals. Cada oficina central necessita 10 empleats del tipus A i 6 empleats del tipus B. Cada sucursal necessita 4 empleats del tipus A i 1 empleat del tipus B. Hi ha un total de 260 empleats del tipus A i 86 empleats del tipus B. Com a màxim ha d'haver 8 oficines centrals. Si el banc guanya tres milions d'euros en una oficina central i un milió en una sucursal, quantes oficines centrals i sucursals haurà d'obrir per a que el benefici siga màxim? Quin serà eixe benefici màxim?

16. a) Representa gràficament la regió de solucions del sistema d'inequacions següents:

$$\begin{cases} x \leq 4 \\ x + y \geq 2 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$$

b) Calcula el mínim de la funció $f(x, y) = x - 2y$ en la regió solució del sistema anterior. En quins punts d'aquesta regió s'assoleix eixe mínim?

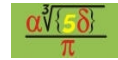
17. Maximitza la funció $f(x, y) = 2x - 3y$ amb les restriccions: $x + 2y \leq 24$; $2x + y \leq 10$; $x \geq 0$; $y \geq 0$.

18. Un fabricant de cotxes llança una oferta especial en dos dels seus models, oferint el model A a un preu de 9000 euros i el model B un terç més car. L'oferta està limitada per les existències, que són de 20 cotxes del model A i 10 del B i pel desig de vendre almenys tantes unitats del model A com del model B. Per altra part, per a cobrir les despeses d'aquesta campanya, els ingressos obtinguts amb ella han de ser almenys de 36000 euros.

1. Quants cotxes de cada model haurà de vendre per a maximitzar els ingressos?
2. Quin és l'import de la venda?

19. Una tenda de roba esportiva té en el seu magatzem 200 balons i 300 camisetes. Per a la seua venda es fan dos lots (A i B). El lot A conté 1 baló i 3 camisetes i el lot B està format per 2 balons i 2 camisetes. Els guanys obtinguts amb un lot del tipus A és de 12 euros i de 9 euros amb cada lot del tipus B. Sabent que el número màxim de lots del tipus A és de 80, determina:

- a) El número de lots de cada tipus que s'han de preparar per a obtindre uns guanys màxims.
- b) Els guanys màxims.



20. En determinat coto de caça hi ha cérvols i cabres. L'Agència de Medi Ambient ha determinat les següents normes:

- 1a.) El número màxim d'animals que es poden caçar és de 400.
- 2a.) Es permet la captura d'un número superior de cérvols o igual que el de cabres.
- 3a.) El número màxim de cérvols que es poden caçar és de 240.

Si el propietari del coto cada cérvol li proporciona un benefici de 430 euros i cada cabra 350 euros, es demana:

- a) Quin número d'animals de cada espècie s'han de caçar per a obtenir uns beneficis màxims?
- b) Quin serà el valor d'eixos beneficis màxims?

21. Un concessionari de cotxes comercialitza dos models d'automòbils: un de gama alta, amb el que guanya 1000 euros per unitat venuda i un altre de gama baixa amb uns beneficis per unitat venuda de 600 euros. Per raons de mercat, la venda anual d'estos models està subjecta a les següents restriccions:

- El número de models de gama alta venuts no serà menor de 50 ni major de 150 cotxes.
- El número de models de gama baixa venuts ha de ser major o igual al de models de gama alta venuts.
- El concessionari pot vendre fins un màxim de 500 automòbils dels dos models a l'any.

a) Formula les restriccions i representa gràficament la regió factible.

- b) Quants automòbils dels dos models ha de vendre amb la finalitat de maximitzar els beneficis?

22. Una emissora de ràdio detecta que un programa A que dedica 20 minuts a informació general i 20 minuts a música, capta un total de 30000 oients, mentre que un programa B que dedica 30 minuts a informació general i 10 minuts a música capta 20000 oients.

En un determinat període decideix dedicar un màxim de 300 minuts a informació general i 140 minuts a música. Si es desitja que el número d'oients siga màxim, quantes vegades s'hauran d'emetre cadascun dels programes A i B en eixe període?

Representar gràficament la regió factible.

23. Un producte es compon de la mescla d'altres dos A i B. Es disposa de 500 kg d'A i 500 kg de B. En la mescla, el pes de B ha de ser menor o igual que 1,5 voltes el d'A. Per a satisfer la demanda, la producció ha de ser major o igual que 600 kg. Sabent que cada kg d'A costa 5 euros i que cada kg de B costa 4 euros, calcula els kg d'A i de B que s'han d'utilitzar per a fer una mescla de cost mínim, que complisca els requisits anteriors. Obtén eixe cost mínim.

24. Un establiment de roba esportiva té emmagatzemats 1600 banyadors, 1000 ulleres de bany i 800 gorretes de bany. Es vol

incentivar la compra d'estos productes mitjançant l'oferta de dos tipus de lots: el lot A, que produeix un benefici de 8 euros, format per un banyador, una gorreta i unes ulleres, i el lot B que produeix un benefici de 10 euros i està format per dos banyadors i unes ulleres. Sabent que la publicitat d'aquesta oferta tindrà un cost de 1500 euros a deduir dels beneficis, es demana calcular el número de lots A i B que faran màxim el benefici i a quant ascendeix aquest.

25. Una empresa fabrica dos models de guants: un model normal i un model de luxe. L'empresa té 900 hores disponibles en el seu departament de tall i costura, 300 hores en el departament d'acabat i 100 hores disponibles en el departament d'empaquetat. Les hores necessàries de cada departament per parell de guants i els seus beneficis en euros es donen en la següent taula:

	Tall i costura	Acabat	Empaquetat	Beneficis
Model normal	1	1/2	1/8	4
Model de luxe	3/2	1/3	1/4	8

Quants parells de cada model ha de fabricar per a maximitzar el benefici?

- i) Planteja el problema.
- ii) Resolució gràfica.
- iii) Analitza gràficament què ocorre si les hores disponibles en empaquetat augmenten en 100.

26. Descriu mitjançant un sistema de desigualtats la regió poligonal de vèrtexs $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(4, 0)$ i $(3, 3)$, i calcula els valors màxim i mínim de la funció $F(x,y)=7x + 2y$, quan (x, y) recorre l'esmentada regió.