

1. Siguen les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

- Calcula la matriu P que verifica $BP - A = C^t$. (C^t , indica la transposada de C).
- Determina la dimensió de la matriu M per a que pugui efectuar-se el producte $A \cdot M \cdot C$.
- Determina la dimensió de la matriu N per a que $C^t \cdot N$ sigui una matriu quadrada.

2. Es consideren les matrius $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$.

- Calcula AB i BA.

- Discuteix si existeix solució del sistema $AB \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$.

En cas afirmatiu, resoleu-lo utilitzant el mètode de Gauss.

3. Es consideren les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

- Utilitzant la matriu inversa d'A determina una matriu X tal que $AX = B + C$.

- Discuteix si existeix solució del sistema $B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. En cas

afirmatiu, resoleu-lo utilitzant el mètode de Gauss.

4. Siguen les matrius $A = 2 \begin{pmatrix} x & 2 \\ 0 & m \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ 10x \end{pmatrix}$, $D = 10 \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$, $E = (3 \ m)$.

- Calcula cadascun dels tres productes AB, DE, EB.
- Si $AB + C = D$, planteja un sistema de 2 equacions amb 2 incògnites (representades per x i y) en funció de m. Per a quins valors de m el sistema té solució?; és sempre única?

5. Donades les matrius: $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.
Calcula la matriu X que verifica l'equació $AXB = 2C$.

6. Tres famílies van a una pizzeria. La primera família pren 1 pizza gran, 2 mitjanes i 4 menudes, la segona família en pren 1 gran i 1 menuda, i la tercera família 1 mitjana i 2 menudes.

a) Siga A una matriu 3×3 que expressa el nombre de les pizzas grans, mitjanes i menudes que pren cada família. Calculeu A^{-1} .

b) Si la primera, la segona i la tercera famílies han gastat en total en pizzas en aquesta ocasió 51'50, 15'90 i 21 euros, respectivament, calculeu el preu d'una pizza gran, el d'una mitjana i el d'una menuda.

7. Obteniu la matriu X que verifica $AX - B = 3X$, sent

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

8. A) Resol l'equació matricial $X \cdot A + A^t = X \cdot B$, sent A^t la matriu transposada d' A .

B) Calcula la matriu X sabent que

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

9. A) Resol l'equació matricial $X \cdot A + X \cdot A^t = C$, sent A^t la matriu transposada d' A .

B) Calcula la matriu X sabent que

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \text{ i } C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Siga $A = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$

a) Calcula A^2 .

b) Calcula tots els valors de x i y per als que es verifica que

$$A^2 = \begin{pmatrix} x+1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

11. Siguen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x & 2 \\ 1 & y \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, on x i y són desconeguts.

a) Calcula les matrius ABC i A^tC (A^t denota la matriu transposada d' A).

b) Calcula x i y per a que es verifiqui $ABC = A^tC$.

12. Estudiant un sistema lineal depenent d'un paràmetre k pel mètode de Gauss, hem aplegat a la matriu ampliada següent:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 0 & k-2 & 5 & 12 \\ 0 & 0 & k-1 & 0 \end{array} \right).$$

Discuteix el sistema en funció del paràmetre k .

13. Calcula el determinant de les matrius: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 5 & 0 & 6 \\ 3 & -6 & 9 \end{pmatrix}$

14. Calcula totes les matrius $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix}$, amb a, b, c números reals que satisfan l'equació matricial $X^2 = 2X$

15. Sabent que $2A - B = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ i que $3A + 2B = \begin{pmatrix} 11 & 25 & 0 \\ 20 & 10 & 35 \end{pmatrix}$

- Quines són les dimensions d'A i de B?
- Calcula les matrius A i B.

16. Sabent que $2A - B = \begin{pmatrix} 5 & 12 & 7 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$ i que $3A + 2B = \begin{pmatrix} 11 & 25 & 0 \\ 20 & 10 & 35 \end{pmatrix}$

- Quines són les dimensions d'A i de B?
- Calcula les matrius A i B.