INTEGRALS

1. Siga la funció $f(x)=\begin{cases} x^3-3x+2 & si \quad x<3 \\ \dfrac{10}{a-x} & si \quad x\geq 3 \end{cases}$

   a) Calcula els valors del paràmetre *a* per als quals *f*(x) és contínua en x = 3.
   b) Per a *a* = 0 calcula els intervals de creixement i decreixement de *f*(x).
   c) Calcula $\int_1^2 f(x)dx$ i interpreta geomètricament el resultat.

2. Es considera la funció $f(x)=x^3+ax^2+bx+2$, amb *a* i *b* paràmetres reals.

   a) Existeixen valors de *a* i *b* per als quals *f*(x) tinga un màxim en x = 1 i un mínim en x = −1?
   b) Determina els valors de *a* i *b* per als quals *f*(x) tinga un punt d'inflexió en (2,1).
   c) Per a *a* = *b* = −2, calcula $\int_1^2 f(x)dx$.

3. (a) Troba la primitiva de la funció $f(x) = 27 - x^3 + 3e^{2x-1}$ que en el 1 valga 26,75.
   (b) Dibuixa la funció $f(x) = 27 - x^3$, i calcula l'àrea limitada per la corba i l'eix X entre x = −3 i x = 5.

4. (a) Donada la funció $f(x)=\frac{a}{x}+3x^2-x^3$, troba *a* per a que si *f* ´ és la derivada de *f*, aleshores *f* ´(−1) = −10.
   (b) Dibuixa la funció $f(x) = 3x^2 - x^3$. Troba l'àrea limitada per la corba i l'eix X entre x = −1 i x = 2.

5. La part superior d'una paret de 2 metres de base té una forma parabòlica determinada per l'expressió $-0{,}5x^2 + x + 1$, on x amida la longitud en metres des de la part esquerra de la paret. Calcula la superfície de l'esmentada paret utilitzant una integral.

6. Siga la funció $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$. Determina:

   a) Domini de definició.
   b) Asímptotes si existeixen.
   c) Intervals de creixement i decreixement de la funció, així com els seus màxims i mínims.
   d) Àrea tancada per: *f*(x), la recta x = 5 i la funció $g(x)=\frac{1}{x}$.

7. Donada la funció $f(x)=\begin{cases} -x^2-2x & si \quad x\leq 0 \\ -1+2x & si \quad 0<x\leq 1 \\ -x^2+2x & si \quad x>1 \end{cases}$

   Calcula l'àrea del recinte limitat per la gràfica de *f*, i les rectes x=1/2 i x=3/2.

8. Calcula l'àrea del recinte limitat per les corbes $y=\sqrt{2x}$ i $y=\frac{x^2}{2}$.

9. Donada la funció $f(x)=\begin{cases} x^2+3x+2 & si \quad x\le 0 \\ 2 & si \quad 0<x\le 1 \\ x^2-4x+5 & si \quad x>1 \end{cases}$

   1) Representa gràficament *f*.
   2) Estudia la seua continuïtat en els punts x = 0 i x = 1.
   3) Calcula l'àrea del recinte limitat per la gràfica de *f*, els eixos de coordenades i la recta x = 2.

10. Donada la següent funció: $f(x)=\begin{cases} -9x+2a-10 & x\le -1 \\ 3x^2-9x+a-3 & -1<x\le 2 \end{cases}$

   a) Determina *a* per a que la funció *f*(*x*) siga contínua.
   b) Calcula l'àrea del recinte fitat determinat per la funció obtinguda en l'apartat anterior, l'eix OX i les rectes *x* = −1 i *x* = 1.

11. Fes la representació gràfica i calcula l'àrea de la regió (finita) limitada per les línies d'equacions: $y=\sqrt{x}, \quad y=x^2$

12. Calcula la integral definida $\int_{-1}^{1}\left(|x|+x+1\right)dx$

Nota. La notació |x| representa valor absolut de x.

13. Siguen les funcions $f(x)=x^2-2x-8\,; \quad g(x)=-\dfrac{x^2}{2}+x+4$

   (a) Calcula $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{g(x)}$.
   (b) Calcula l'àrea del recinte fitat limitat per les corbes *f*(x) i *g*(x).

14. Calcula l'àrea de la regió limitada per les gràfiques $f(x)=x^3-x$ i $g(x)=x^2$.

15. Dibuixa el recinte engendrat per les funcions $y=x-1$; $y=2(x-1)$; $y=(x-1)^2$.
   Calcula l'àrea d'eixe recinte.