MATRIUS I DETERMINANTS

MAT 2

1.- Donades les matrius:

$$A=\begin{pmatrix}-3 & -6 & 4\\ 1 & 8 & -1\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0 & -2 & 3\\ 1 & 0 & 0\\ 2 & -4 & 1\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}2 & 2\\ 3 & -1\\ 1 & 5\end{pmatrix}$$, calcula:

a) $A+B$ b) $3A-2B$ c) $A\cdot B$ d) $A\cdot C$

2.- Calcula el producte de matrius $\begin{pmatrix}-3 & -6 & 4\\ 9/2 & 8 & -11/2\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5 & 4 & 2\\ 2 & 2 & 3\\ 7 & 6 & 6\end{pmatrix}$

3.- Calcula totes les matrius, A, quadrades d'ordre 2 tals que $A\neq O$ i $A^2=O$, sent O la matriu nul·la d'ordre 2x2.

4.- Calcula raonadament el rang k de la matriu següent i determina k columnes linealment independents i k files linealment independents.

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 2\\ 2 & 4 & 6 & 1\\ 3 & 6 & 9 & 3\\ 4 & 8 & 12 & 4\end{pmatrix}$$

5.- Calcula el rang d'A i A^2 quan $a\cdot c\neq 0$, on $A=\begin{pmatrix}0 & a & b\\ 0 & 0 & c\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$. És certa l'afirmació: " Si el rang d'A és 2, aleshores el rang d'A^2 és 2.

6.- Donada la matriu $A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$, calcula les matrius A^2, A^3, A^4 i A^5. Calcula raonadament la matriu A^n per a n>5.

7.- Siga $M(\alpha)=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}$ per a tot angle α, comprova:

a) $M(\alpha)M(\beta)=M(\alpha+\beta)$ b) $\left(M(\alpha)\right)^{-1}=M(-\alpha)$

8.- Siga $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula l'expressió de A^n.

b) Demostra, per inducció, la fórmula obtinguda.

c) Troba les matrius $B / A \cdot B = B \cdot A$

9.- Calcula el rang de les següents matrius pel mètode de Gauss:

a) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 7 & 5 & 11 \\ 5 & 6 & 9 & 11 \end{pmatrix}$

b) $B=\begin{pmatrix} 1 & -5 & -3 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & -1 & 6 & -2 \\ 2 & 5 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 10 & 5 & -15 & 10 \end{pmatrix}$

c) $C=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 10 \\ 7 & 3 & -1 & 7 \\ 8 & 5 & 2 & 12 \end{pmatrix}$

d) $D=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & 1 & 2 \\ 3 & 9 & 6 & 0 & 10 \end{pmatrix}$

e) $E=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -8 & 6 \end{pmatrix}$

10.- Calcula les inverses pel mètode de Gauss-Jordan, si existeixen, de les següents matrius:

a) $A=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

b) $B=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$

c) $C=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

d) $D=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

11.- Suposant que existeix A^{-1}, és cert que $(A^2)^{-1}=(A^{-1})^2$?. És cert que $(A^3)^{-1}=(A^{-1})^3$?.

12.- Siga A una matriu que verifica $A^2 + A = I$, essent I la matriu unitat. Demostra que la matriu A és regular i calcula una expressió senzilla de la seua inversa A^{-1} en funció de la matriu A i de la matriu identitat I.

13.- Suposem que c_1, c_2, c_3 i c_4 són les quatre columnes d'una matriu quadrada A i det(A)=3. Calcula raonadament:

a) El determinant de la matriu 2A

b) El determinant de la matriu A^{-1}

c) El determinant de $(2c_1 - c_3,\ c_4,\ 5c_3,\ c_2)$

14.- Considera una matriu quadrada d'ordre 3. Comprova que la suma dels productes dels elements d'una línia per els adjunts d'una línia paral·lela és zero.

15.- Calcula el valor del determinant: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 9 & 16 \end{vmatrix}$

16.- Calcula el determinant: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & a^3 & a^4 \\ b & b^2 & b^3 & b^4 \\ c & c^2 & c^3 & c^4 \end{vmatrix}$

17.- Calcula les inverses per adjunts, si existeixen, de les següents matrius:

a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

d) $D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

e) $E = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 0 & -4 & 1 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ f) $F = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

18.- Resol l'equació: $\begin{vmatrix} 0 & x & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ x^2-1 & 2x & 4 \end{vmatrix} = 0$

19.- Considera la matriu

$A = \begin{pmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Per a quins valors de m no té inversa?

b) calcula la inversa per a m=1