IES Pou Clar

LÍMITS I CONTINUÏTAT

MAT 2

1.- Estudia el creixement de les següents successions:

a) $a_n = 5 - 6n$

b) $a_n = \dfrac{5n+4}{3}$

c) $a_n = \dfrac{3n}{3n+1}$

d) $a_n = 2^n$

e) $a_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

f) $a_n = \dfrac{3n-2}{n+1}$

g) $a_n = \dfrac{5n}{4n-1}$

h) $a_n = \dfrac{n^2+2}{n^2+1}$

i) $a_n = \dfrac{n+1}{2n-7}$

j) $a_n = \dfrac{5}{3n-14}$

2.- Estudia l'acotació de les següents successions:

a) $a_n = \dfrac{1}{n}$

b) $a_n = n - 3$

c) $a_n = \dfrac{2n}{n+1}$

d) $a_n = (-1)^n n$

e) $a_n = \dfrac{5-n}{3}$

f) (-9,-99,-999,...)

3.- Siga (a_n) = (1/2, 2/3, 3/4, 4/5,...). Estudia el creixement i l'acotació.

4.- Siga $a_n = \dfrac{2n-3}{3n+1}$

a) Calcula el seu límit

b) A partir de quin terme, la distància de la successió al límit és menor que 0'001?

c) A partir de quin terme, la successió pertany a l'interval $\left]0'5\widehat{6}, 0'7\widehat{6}\right[$?

5.- Siga (-1/3, -3/7, -5/11, -7/15,...)

a) Calcula el límit "a"

b) A partir de quin terme, $d(a_n , a) < 0'0002$?

c) A partir de quin terme $a_n \in \varepsilon_{0'01}(a)$?

6.- Siga $a_n = \dfrac{2n+1}{n+3}$:

a) Demostra que és creixent.
b) Estudia l'acotació.
c) Calcula el límit.

7.- Calcula els següents límits de successions:

7.1 $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^9} - 12\right) =$

7.2. $\lim_{n\to\infty}\left(7 - n^6\right) =$

7.3. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^8+1} + \sqrt{n^5+8}\right) =$

7.4. $\lim_{n\to\infty}\left(-7n+1\right)\left(4-5n\right) =$

7.5. $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{8}{\sqrt{n}} - \sqrt[3]{n+1}\right) =$

7.6. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{4+\dfrac{3}{n^4}}{6-\dfrac{5}{n^3}} =$

7.7. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{n^4-3n}{n^5+2n-1} =$

7.8. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{-n^2+7n}{4n+100} =$

7.9. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{24n+7}+\sqrt{6n-5}}{\sqrt{18n-6}+300} =$

7.10. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{(3n+4)\sqrt{n+2}}{(2n-1)\sqrt{n}} =$

7.11. $\lim_{n\to\infty}\left(2\sqrt{n} - n\right) =$

7.12. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+2n} - \sqrt{n^2+n+1}\right) =$

7.13. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+8n-7} - \sqrt{n^2-n}\right) =$

7.14. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{n^3}{3+6+9+\ldots+3n} =$

7.15. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{n}{1+2+\ldots+n} =$

7.16. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{5+10+15+\ldots+5n}{3n^2} =$

7.17. $\lim_{n\to\infty}\dfrac{1+2+\ldots+n}{2n^2-1} =$

7.18. $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{3n^2+1}{3n^2-1}\right)^{\frac{n^2}{n+1}} =$

7.19. $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{4n^3+2n}{5n^3-2}\right)^{\frac{2n+1}{n^2}} =$

7.20. $\lim_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n}{2n+1}\right)^{2n-1} =$

7.21. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{(2n+4)^3 (n-7)^8}{(n^2-3)(n+2)^7} =$

7.22. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{(n^2-3)(n^2+3)}{2n^4-3} \right)^3 =$

7.23. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{2+3n^3}{2n^2} - \dfrac{n^2+3}{n-5} \right) =$

7.24. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{2^{n+1}-4}{2^{n-1}+5} =$

7.25. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{3^{n+2}+3}{3^{n-1}-5} \right) =$

7.26. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\sqrt[5]{\dfrac{2n+1}{2n-1}} \right)^{n+3} =$

7.27. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{3n+5}{1+2n} \right)^{2n+1} =$

7.28. $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[7]{\left(\dfrac{n-2}{n+1} \right)^n} =$

8.- Calcula els següents límits de funcions:

8.1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2+x-5}{x+2} =$

8.2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x-1}{x+2} =$

8.3. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{-x^2}{x+3} =$

8.4. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+3}{x^3-2} =$

8.5. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x+\sqrt{x^2-x}}{x-2} =$

8.6. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2+3x-4}{x^2-4x+3} =$

8.7. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-1+\sqrt{x^2-x}} =$

8.8. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x \right) =$

8.9. $\lim\limits_{x \to -\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x \right) =$

8.10. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\sqrt{x^2+1} - x \right) =$

8.11. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(1 - \dfrac{1}{x} \right)^{3x} =$

8.12. $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{x+6}{x+5} \right)^{2+x} =$

8.13. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{x^2+3x-9}{5x+\sqrt{x^3-1}} =$

8.14. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{x-2}} =$

8.15. $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2-16}{x^2+8x+16} =$

8.16. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}{x} =$

8.17. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{4-\sqrt{5x+6}}{x-2} =$

8.18. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{2x+4} =$

8.19. $\lim\limits_{x \to 2} \left(\dfrac{4x+1}{5x-1} \right)^{\frac{3x}{x-2}} =$

8.20. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\dfrac{3-x}{4x-2} \right)^{\frac{5}{x-1}} =$

8.21. $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} \right) =$

8.22. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x-2}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4x-8}} =$

8.23. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin(2x)}{2x} =$

8.24. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{tg(3x)}{3x} =$

9.- Considera la funció $f(x) = \dfrac{3x+1}{x}$:

a) Calcula $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{3x+1}{x} =$

b) La funció s'acosta al límit per dalt o per baix de $y = 3$?

10.- Considera la gràfica de la funció f(x), calcula:

a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) =$

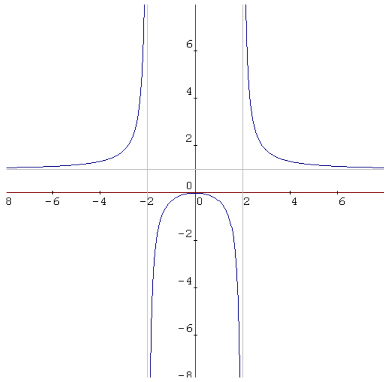
b) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) =$

c) $\lim\limits_{x \to -2} f(x) =$

d) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$

e) $\lim\limits_{x \to 2} f(x) =$

f) $\lim\limits_{x \to 3} f(x) =$



11.- D'una funció $y = f(x)$, sabem que $x = 2$ no és del seu domini. També sabem:

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 4$; $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 4$.

Dibuixa una gràfica aproximada de f(x).

12.- Calcula les asímptotes de les següents funcions:

a) $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$ b) $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{x+1}$ c) $f(x) = 3e^{x-1}$

13.- Estudia la continuïtat de cada funció en el punt que s'hi indica:

a) $f(x) = \dfrac{2x^2+3}{x^2-5x+6}$ en x=2 b) $f(x) = \dfrac{3x}{1-\sqrt{x-4}}$ en x=4

c) $f(x) = \ln(x^2 - 9)$ en x=3

d) $f(x) = \ln(x^2 - 9)$ en x=0

e) $f(x) = \ln|x^2 - 9|$ en x=0

f) $f(x) = tgx$ en x=π

g) $f(x) = tgx$ en x=π/2

14.- Estudia la continuïtat de les següents funcions:

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 5x + 6}$

b) $f(x) = \dfrac{(x+2)(x+3)^2(x+4)}{(x+3)(x+4)^2(2x+3)}$

c) $f(x) = \dfrac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - 2x^2}$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

15.- Estudia la continuïtat de les següents funcions:

a) $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x<2 \\ 6, & x=2 \\ 2x^2, & x>2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 3x, & x<2 \\ 6, & x=2 \\ x-2, & x>2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x+9}{x^2-9}, & x \le 0 \\ \dfrac{3}{x^3-4x}, & x>0 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2-1, & x<-2 \\ -2x-1, & -2 \le x < 0 \\ x+3, & x \ge 0 \end{cases}$

e) $f(x) = |x-2|$

f) $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$

g) $f(x) = \begin{cases} 2, & x<-2 \\ x^2, & -2 \le x \le 1 \\ \dfrac{1}{x}, & x>1 \end{cases}$

h) $f(x) = Ent(x)$

i) $f(x) = \begin{cases} -2x-7, & x<-2 \\ 1-x^2, & -2<x<1 \\ -1, & x \ge 1 \end{cases}$

16.- Calcula el valor de "k" perquè siguen contínues:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-1}{x-1}, & x\neq 1\\ k, & x=1\end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+3x}{x}, & x<0\\ k, & x=0\\ 2x+3, & x>0\end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-4}{x-2}, & x\neq 2\\ k, & x=2\end{cases}$

17.- Estudia la contunuïtat de la funció: $f(x)=\log(x^2+1)$

18.- Calcula el valor de a perque es puga aplicar el teorema de Bolzano a al següent funció:

$f(x)=\begin{cases}2+\cos x & ,-\pi\leq x\leq 0\\ -x+a & ,0<x\leq\pi\end{cases}$

19.- Considera les següents funcions, esbrina on tallen l'eix X i busca un interval obert que continga el punt de tall.

a) $f(x)=\cos x-x+1$

b) $f(x)=x^3+x^2-\cos\pi x+2$

20.- Demostra que les funcions $f(x)=\cos x$ i $g(x)=x-1$ es tallen.

21.- Estudia el signe de la funció $f(x)=x^3-3x^2-x+3$

22.- Donada la funció $f(x)=\ln x$, assenyala un interval de la forma $\left[\dfrac{1}{n},1\right]$ on la funció pren el valor -2.

23.- Estudia els extrems absoluts de $f(x)=x^2-4$ en:

a) Domini

b) $\left[-1,2\right]$

c) $\left]-1,2\right[$

24.- Estudia els extrems absoluts de la següent funció: $f(x)=-x^2-2x-1$ en $\left[-1,0\right]$.