

1.- Calcula el punt mitjà dels segment d'extremes A(2,-1,3) i B(6,3,7)

2.- Divideix el segment d'extremes A(3,-3,-6) i B(7,5,10) en quatre parts iguals.

3.- Si $B = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3\}$ base de V^3 i $B' = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ /

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = 3\vec{u}_1 + 2\vec{u}_2 - \vec{u}_3 \\ \vec{v}_2 = 4\vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 \\ \vec{v}_3 = 2\vec{u}_1 - \vec{u}_2 + \vec{u}_3 \end{cases}$$

a) Demuestra que B' també és base de V^3

b) Calcula en la base B' les coordenades dels vectors $\vec{x}(1,2,3)_B$ i $\vec{y}(1,0,-1)_B$

c) Calcula en la base B les coordenades del vector $\vec{z}(-1,0,1)_B$.

4.- Siguen els conjunts de vectors

$B = \{\vec{u}_1(1,1,1), \vec{u}_2(2,1,-1), \vec{u}_3(1,0,5)\}$ i $B' = \{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ /

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \\ \vec{v}_2 = \vec{u}_1 + \vec{u}_3 \\ \vec{v}_3 = \vec{u}_2 + \vec{u}_3 \end{cases}$$

a) B és base de V^3 ?

b) B' és base de V^3 ?

5.- Calcula els cosinus directores del vector (-3,1,4).

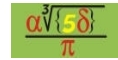
6.- Troba l'angle que formen les forces $\vec{f}_1(2,3,4)\text{N}$ i $\vec{f}_2(1,5,2)\text{N}$ i calcula el treball realitzat per la força $\vec{f}_1 + \vec{f}_2$ en desplaçar un objecte entre dos punts units pel vector $\vec{d}(2,3,6)$

7.- Donats $\vec{u}(1,3,0)$ i $\vec{v}(4,-1,3)$ en una base ortonormal, calcula:

a) $\vec{u} \times \vec{v}$

b) dos vectors perpendiculars a \vec{u} i \vec{v}

c) àrea del triangle de costats \vec{u} i \vec{v}



8.- Donats $\vec{u}(2, -3, 0)$ i $\vec{v}(1, -4, 1)$ en una base ortonormal, calcula un vector unitari i perpendicular a \vec{u} i \vec{v} .

9.- Donats els punts $A(1, 0, 2)$ i $B(-3, 1, -1)$, calcula les coordenades del punt mig del segment AB.

10.- Escribe totes les equacions dels tres eixos de coordenades.

11.- Equacions dels tres plans coordenats.

12.- Expressa, mitjançant intersecció de dos plans, la recta:
$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{5}$$

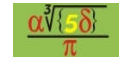
13.- Expressa en forma contínua la recta:
$$\begin{cases} 2x - y + 7 = 0 \\ x - y + 3z = 4 \end{cases}$$

14.- Equació de la recta que és paral·lela a $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-2}$ i que a més es recolza en les rectes: $\frac{x}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{1}$ i $\frac{x-2}{5} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{4}$

15.- Calcula l'equació general del pla que talla els eixos en punts que disten "a" unitats de l'origen de coordenades.

16.- Estudia, segons el valor de a, la posició de: $ax + (a-1)y + z = 0$
i la recta
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$$

17.- Escribe una condició necessària i suficient perquè el pla $Ax + By + Cz + D = 0$ passe per l'origen.



18.- Comprova que és condició necessària i suficient per a que els punts $P(a,b,c)$ i $P'(a',b',c')$ estiguen alineats amb l'origen, que les seues coordenades siguin proporcionals.

19.- En l'espai, considerem els punts $A(m,2,-3)$, $B(2,m,1)$ i $C(5,3,-2)$
a) Si $m=0$, demostra que A, B i C no estan alineats i calcula el pla que els conté.
b) Calcula m perquè estiguen alineats i l'equació de la recta que els conté.

20.- Calcula el valor d' α perquè les rectes $r: \begin{cases} 3x + y - z = 0 \\ -x + 2y + 3z = 3 \end{cases}$ i $s: \begin{cases} -2x + y + z = -1 \\ x - y - z = \alpha \end{cases}$ es tallen en un punt. Per a eixe valor de α , calcula l'equació del pla que les conté.

21.- Calcula l'angle que formen el pla $2x + y - z = 0$ amb la recta $\begin{cases} x + 3y - z = -3 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}$

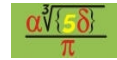
22.- Calcula la distància entre els plans $x + y + z = 3$ i $2x + 2y + 2z = 5$

23.- Calcula l'àrea del polígon determinat pels punts: $A(1,2,-3)$, $B(0,3,0)$, $C(-1,2,1)$ i $D(2,0,7)$.

24.- Projectió ortogonal del punt $P(1,3,7)$ sobre el pla $x + 2y + 3z = 0$.

25.- Calcula el pla π que passa per $A(0,0,3)$, $B(2,0,-3)$ i $C(2,-2,0)$. Calcula també l'àrea del triangle de vèrtexs els punts d'intersecció de π amb els eixos de coordenades.

26.- Siga r_1 la recta que passa pels punts $A(0, 0, 0)$ i $B(80, 10, 0)$ i siga r_2 la recta que passa per $C(0, 0, 10)$ i $D(m, 10, 10)$. Calcula la distància entre r_1 i r_2 . Justifica geomètricament que la distància entre r_1 i r_2 és independent del valor de m .



27.- Calcula la distància del punt $(0, 0, 10)$ al pla que passa pels punts $(0, 0, 1)$, $(4, 2, 7)$ i $(4, 0, 3)$

28.- D'un paral·lelogram ABCD se sap que $A(3, 4, 0)$, $B(4, 3, 0)$, que les dues coordenades del vèrtex C són positives i que tant la diagonal AC com el costat BC mesuren 5. Calcula les coordenades de C i de D.

29.- Calcula el volum d'un paral·lelepípede de bases ABCD i EFGH, sabent que $A(8, 0, 0)$, $B(0, 8, 0)$, $C(0, 0, 8)$ i $E(8, 8, 8)$. Calcula també les coordenades dels restants vèrtexs.

30.- Siga r_1 la recta que passa pels punts $A(1, 0, 2)$ i $B(0, 1, 3)$, i siga r_2 la recta que passa per $C(0, 3, 0)$ i $D(1, 2, 1)$. Justifica si r_1 i r_2 es creuen o no. Calcula la distància entre r_1 i r_2 .

31.- Les bases d'un paral·lelepípede són ABCD i EFGH, on sabem $A(2, 3, 1)$, $B(3, 4, 1)$, $C(2, 7, 1)$ i $E(8, 0, 0)$. Es demana:

- Coordenades de D, F, G i H
- Volum del paral·lelepípede
- Altura del paral·lelepípede.

32.- Suposem que el sistema de referència OXYZ té l'eix OZ vertical, i el pla OXY és horitzontal. Es considera la vareta vertical d'extremes $A(2, 1, 0)$ i $B(2, 1, 12)$. En dos moments determinats del dia l'ombra que projecta A sobre el pla OXY coincideix amb els punts $(7, 0, 0)$ i $(0, 6, 0)$. Calcula:

- Equacions de la recta que descriu l'ombra de A al llarg del dia.
- La longitud més curta de l'ombra al llarg del dia.

33.- Calcula la distància mínima entre dues partícules A i B amb posicions: $(x_A, y_A, z_A) = t(1, 2, 0)$ i $(x_B, y_B, z_B) = (2, -4, 7) + t(-2, 3, 0)$, essent t el temps en segons.

Calcula la mínima distància entre les rectes r i s:

$$r: (x, y, z) = t(1, 2, 0) \quad s: s: (x, y, z) = (2, -4, 7) + t(-2, 3, 0)$$

Justifica la no coincidència dels dos resultats anteriors.

34.- Determina raonadament si el pla que passa pels punts $(0, 0, 1)$, $(1, 1, -1)$ i $(2, -1, 0)$ té, o no, punts en comú amb el pla que passa per $(3, 2, -4)$, $(-3, -3, 7)$ i $(2, 2, -3)$