

1.- Calcula el valor de la derivada de les següents funcions en els punts que s'hi indiquen, aplicant la definició:

- a) $y = -2x - 1$, $x_0 = -2$
- b) $y = \frac{3x - 1}{5} + 12$, $x_0 = 2$
- c) $y = 7x^2 - 4$, $x_0 = -1$
- d) $y = x^2 + 4x$, $x_0 = 0$
- e) $y = \frac{3}{x + 5}$, $x_0 = 3$
- f) $y = \sqrt{2x - 8}$, $x_0 = 4$
- g) $f(x) = \frac{x + 5}{x - 2}$, $x_0 = -3$
- h) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 0 \\ 3x, & x > 0 \end{cases}$, $x_0 = 0$
- i) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x, & x > 1 \end{cases}$, $x_0 = 1$

2.- Deriva les següents funcions:

- 2.1. $y = \frac{x^4}{3} - \frac{1}{x} + \frac{2}{5x^3}$
- 2.2. $y = 2\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} - \sqrt[3]{x^2}$
- 2.3. $y = (2x^2 - 2)^5 (x + 1)^7$
- 2.4. $y = x^3\sqrt{x} - \frac{2}{x\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2\sqrt[5]{x^2}}$
- 2.5. $y = \sqrt{x} \sin x - 2x^3 \cos x$
- 2.6. $y = \frac{x^7 - 2x^2}{(x - 2)^4}$
- 2.7. $y = \ln(2x^3 - 7)$
- 2.8. $y = \ln x^4 - \ln^4 x$
- 2.9. $y = \log \frac{3x - 1}{2x}$
- 2.10. $y = 3^{x^4 + x - 2}$
- 2.11. $y = \pi^\pi$
- 2.12. $y = e^{\ln x}$
- 2.13. $y = x^e + e^x$
- 2.14. $y = 3^x \cdot x^3$
- 2.15. $y = \cos^4 x - \cos 4x$
- 2.16. $y = \operatorname{tg}(8x - 9)$
- 2.17. $y = \sin^3 x + \sin x^3 + \sin 3x$
- 2.18. $y = e^x \sin x + e^x \cos x$
- 2.19. $y = \frac{\sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x}$
- 2.20. $y = \cos \frac{3x}{x + 2}$

2.21. $y = \arcsin(x^2 - 1)$

2.22. $y = \arccos \sqrt{1 - x^2}$

2.23. $y = (3 + 3x^2) \cdot 3 \arctg x$

2.24. $y = \sqrt{\arccos x}$

2.25. $y = \arctg \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right)$

2.26. $y = \arctg \frac{x+3}{x-3}$

2.27. $y = \ln \sqrt{\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}}$

2.28. $y = \frac{x + e^x}{x - e^x}$

2.29. $y = e^{\arcsin 2x}$

2.30. $y = x^2 e^x \sin x$

2.31. $y = (\arctg x)^{x^3+2}$

2.32. $y = \ln(\ln 5x^5)$

3.- Equació de la recta tangent a la corba $y = e^{2x+1}$, en $x_0 = -1/2$

4.- Calcula $f'(-1)$ i $f'(2)$:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < -1 \\ x + 4, & -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x, & x > 2 \end{cases}$$

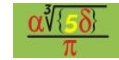
5- Estudia la derivabilitat de $f(x) = |3x - 12|$

6.- És derivable en 0 la funció $f(x) = \sqrt[3]{x}$? La gràfica de la funció, admet recta tangent en el punt d'abscissa 0?

7.- Digues si són o no derivables les següents funcions en els punts que s'indiquen:

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x, & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} + 1, & x > 0 \end{cases}; \quad x_0 = 0$

b) $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < -2 \\ -4(x+1), & -2 \leq x \leq 0 \\ 3x^2 - 4, & 0 < x \leq 2 \\ 12x + 1, & x > 2 \end{cases}; \quad \begin{matrix} x_0 = -2 \\ x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{matrix}$



8.- Calcula la derivada n-èsima de les següents funcions, demostra-la per inducció:

a) $f(x) = \frac{1}{x}$

b) $f(x) = e^{2x}$

c) $f(x) = \frac{1}{7-x}$

d) $f(x) = \ln(3+x)$

9.- Deriva de forma implícita les següents funcions:

a) $3x^2 + y^2 + 3x - 5y + 4 = 0$

b) $y^3 + y^2x^2 - 3x = 0$

c) $\sin(xy) - y =$

d) $x^2 + y^2 = 1$

10.- Equació de la recta tangent a la funció en el punt indicat:
 $x^2y - 2xy^3 + 6 = 2x + 2y; (0,3)$

11.- Aproxima mitjançant la diferencial:

a) $\sin(0'1)$

b) $\sqrt[3]{125'2}$

c) $\sqrt{99'8}$

12.- És aplicable el teorema de Rolle en el cas següent? En cas afirmatiu calcula tots els valors de c de l'interval tals que $f'(c)=0$:

$$f(x) = \frac{4x^2 - 4x + 4}{4x^2 - 4x + 1}, \quad [-1, 2]$$

13.- Demuestra que la funció $f(x) = \cos x$ només talla una vegada a l'eix X en l'interval $[0, \pi]$

14.- Demuestra que la funció $f(x) = x^2 - x \sin x - \cos x$ només talla dues vegades l'eix horitzontal.

15.- Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{3x - 6}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{3x - 6}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \frac{x}{\sin x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1 - \cos 3x}{x - 1 + \cos 3x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 2x)^{\frac{1}{x}}$

16.- Estudia el creixement i calcula els extrems relatius de:

a) $y = 7(x-2)^3$

b) $y = e^{x+2}$

c) $y = \frac{1-x}{x+2}$

d) $y = x^4 + 4x$

e) $y = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$

f) $y = (x-2)^2(x+1)^2$

17.- Estudia els extrems absoluts de les següents funcions en els intervals indicats:

a) $y = (x-1)^2 + 4$ en $[0, 2]$

b) $y = \frac{3}{x-2}$ en $[-2, 2[$

c) $y = xe^{-x}$ en $[0, +\infty[$

18.- Calcula m i n, sabent que $y = x^3 + mx^2 + nx + 40$ té en P(5,-60) un extrem relatiu. És màxim o mínim ?

19.- Calcula dos nombres no negatius tals que la seua suma siga 60 i el primer multiplicat pel doble del segon siga màxim. Idem mínim.

20.- Es divideix un filferro de 100m. de longitud en dos segments de longituds x i 100-x. Amb el de longitud x es forma un triangle equilàter i amb l'altre segment es forma un quadrat. Siga f(x) la suma de les àrees del triangle i del quadrat.

a) Determineu el domini de la funció f.

b) Amb l'estudi de la derivada de f estudeu el creixement.

c) Indiqueu raonadament per a quin valor de x s'obté que la suma de les àrees del triangle i del quadrat és mínima.

21.- Descomposa un segment de longitud 200m en quatre parts de manera que eixes parts siguin els costats del rectangle d'àrea màxima dins de la família de rectangles de perímetre 200.

31.- El valor d'un diamant és proporcional al quadrat del seu pes. Demuestra que si un diamant de 100g. es trenca en dos trossos, la suma dels valors dels trossos resultants és menor que el valor del diamant sencer. Troba la manera de fer la partició perquè la pèrdua de valor siga mínima.

32.- Es vol construir una piscina en forma de paral·lelepípede recte de base quadrada. Disposem de 192 m² de taulells per recobrir les parets i el fons de la piscina. Troba les dimensions de la piscina de capacitat màxima.

33.- Estudia la concavitat i calcula els punts d'inflexió de les funcions

a) $y = x^4 + 2x^3$

b) $y = \frac{3}{x^2 + 1}$

c) $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$

d) $y = \frac{x^3 - 2x}{x + 1}$

34.- Representa gràficament les següents funcions:

a) $f(x) = x^3 - 4x$

b) $f(x) = \frac{x + 2}{x - 1}$

c) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 25}$

g) $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

e) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 16}$

h) $f(x) = \ln(x^2 - 1)$

$f(x) = \frac{xe^x}{2 + e^x}$