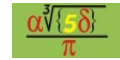




LÍMITS I CONTINUÏTAT



MAT 1

1.- Estudia el creixement de les següents successions:

a) $a_n = 2n - 8$

b) $a_n = \frac{n-1}{2}$

c) $a_n = \frac{2n-1}{2n+1}$

d) $a_n = 2^{n+1}$

e) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

f) $a_n = \frac{2n-1}{n+3}$

g) $a_n = \frac{2n+1}{4n-1}$

h) $a_n = \frac{n^2+1}{n^2+3}$

2.- Estudia l'acotació de les següents successions:

a) $a_n = \frac{2}{n}$

b) $a_n = n - 10$

c) $a_n = \frac{3n}{n+1}$

d) $a_n = (-1)^n n$

3.- Siga $(a_n) = (1/2, 2/3, 3/4, 4/5, \dots)$. Estudia el creixement i l'acotació.

4.- Siga $a_n = \frac{2n+1}{3n-1}$

a) Calcula el seu límit

b) A partir de quin terme, la distància de la successió al límit és menor que 0'001?

c) A partir de quin terme, la successió pertany a l'interval $]0'56, 0'76[$?

5.- Siga $(1/3, 3/7, 5/11, 7/15, \dots)$

a) Calcula el límit "a"

b) A partir de quin terme, $d(a_n, a) < 0'0001$?

c) A partir de quin terme $a_n \in \varepsilon_{0'01}(a)$?

6.- Siga $a_n = \frac{2n+2}{n+5}$:

a) Demuestra que és creixent i estudia l'acotació.

b) Calcula el límit.

7.- Calcula els següents límits de successions:

$$7.1.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^7} + 7 \right) =$$

$$7.2.- \lim_{n \rightarrow \infty} (72 - n^3) =$$

$$7.3.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\sqrt{n}} - \sqrt[3]{2n+1} \right) =$$

$$7.4.- \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{n^4 + 3n - 2} =$$

$$7.5.- \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{54n-1} + \sqrt{6n+3}}{\sqrt{24n+1} + 20} =$$

$$7.6.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 3n} - \sqrt{n^2 + 2n - 1} \right) =$$

$$7.7.- \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+4)^3 (n-7)^8}{(n^2-3)(n+2)^7} =$$

$$7.8.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{2n+1} \right)^{2n-1} =$$

$$7.9.- \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n}{1+2+\dots+n} =$$

$$7.10.- \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+\dots+n}{3n^2-1} =$$

$$7.11.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^3+2n}{5n^3-2} \right)^{\frac{2n+1}{n^2}} =$$

$$7.12.- \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^3}{3+6+9+\dots+3n} =$$

$$7.13.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-3}{3+2n} \right)^{2n+2} =$$

$$7.14.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{\frac{5n+1}{5n-1}} \right)^{n+1} =$$

$$7.15.- \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3^{n+2}+1}{3^{n-1}-3} \right) =$$

$$7.16.- \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1}+3}{2^{n-1}-5} =$$

8.- Calcula els següents límits de funcions:

$$8.1.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{x + 4} =$$

$$8.2.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-6}{x+3} =$$

$$8.3.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x^2}{2x+5} =$$

$$8.4.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{x^2-5} =$$

$$8.5.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - 1} =$$

$$8.6.- \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2} =$$

$$8.7.- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2 + \sqrt{3x - 6}} =$$

$$8.8.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - x} - x \right) =$$

$$8.9.- \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - 3x) =$$

$$8.10.- \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x^2 + 1} - 5x) =$$

$$8.11.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{2x} =$$

$$8.12.- \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{5+x} =$$

$$8.13.- \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x - 9}{5x + \sqrt{x^3 - 1}} =$$

$$8.14.- \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x} - 3} =$$

$$8.15.- \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 8x + 16} =$$

$$8.16.- \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - x^2}{1 - \sqrt{3 - x}} =$$

$$8.17.- \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{x+6}}{x-3} =$$

$$8.18.- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9} =$$

$$8.19.- \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x+5}{10x-2}\right)^{\frac{3x}{2x-2}} =$$

$$8.20.- \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+3x}{6x-2}\right)^{\frac{2}{x-1}} =$$

$$8.21.- \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x-1}) =$$

$$8.22.- \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(8x)}{8x} =$$

9.- Considera la funció $f(x) = \frac{2x+2}{x}$:

a) Calcula $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{x} =$

b) La funció s'acosta al límit per dalt o per baix? Hi ha asímptota horitzontal?

10.- D'una funció $y = f(x)$, sabem que $x = 3$ no és del seu domini. També sabem:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2.$$

Dibuixa una gràfica aproximada de $f(x)$.

11.- Calcula les asímptotes de les següents funcions i expressa el comportament asimptòtic gràficament:

a) $f(x) = \frac{6x+1}{3x-1}$

b) $f(x) = \frac{x^2+1}{x-1}$

12.- Estudia la continuïtat de les següents funcions:

a) $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 4x + 3}$

b) $f(x) = \frac{(x - 1)(x + 3)^2(x - 3)}{(x - 3)(x - 1)^2(2x + 3)}$

c) $f(x) = \frac{x^4 - x}{x^3 - x^2}$

d) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

13.- Estudia la continuïtat de les següents funcions:

a) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < 2 \\ 1, & x = 2 \\ x^2, & x > 2 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 4x - 1, & x < 1 \\ 3, & x = 1 \\ x - 2, & x > 1 \end{cases}$

c) $f(x) = |2x - 6|$

d) $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

14.- Calcula el valor de "k" perquè siga contínua la funció:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & x \neq 3 \\ k, & x = 3 \end{cases}$$