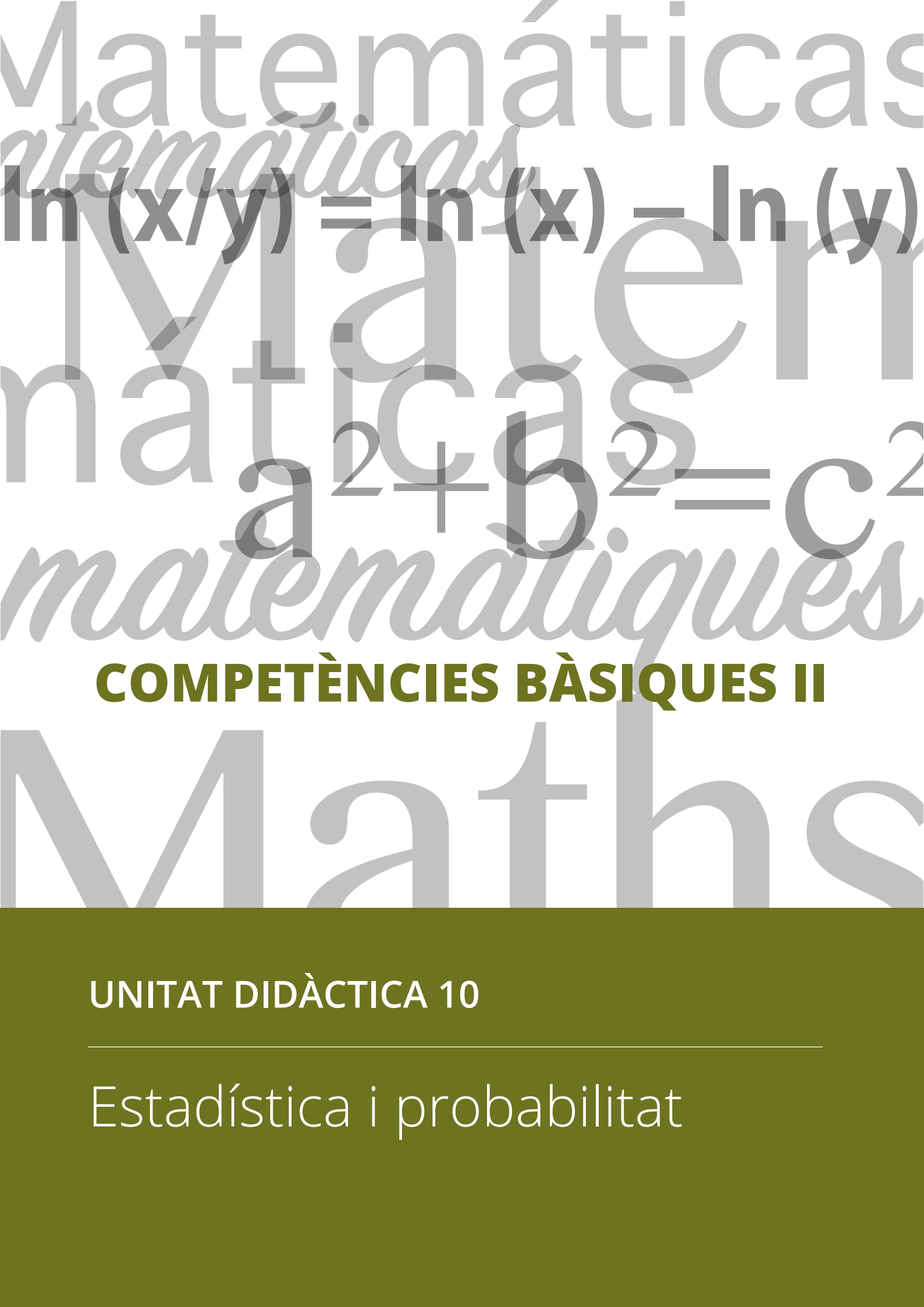




COMPETÈNCIES BÀSIQUES II

UNITAT DIDÀCTICA 10

Estadística i probabilitat

Augmentar les vendes!



Julià té una botiga de cosmètics i vol fer una campanya publicitària. Vol conèixer el perfil dels seus clients, per la qual cosa ha elaborat una enquesta formada per diverses preguntes. Una d'aquestes és l'edat que tenen.

Ha obtingut les dades següents d'un dia:

20,50,55,60,22,25,45,76,18,15,19,21,34,35,38,40,45,12,45,44,67,59,63,54,24

Què aconsellaries a Julià per a la seua campanya de publicitat?

En aquesta unitat es mostren estratègies i eines perquè:

- Interpretes correctament les informacions de tipus estadístic que apareixen en els mitjans de comunicació.
- Prengues decisions de forma raonada en situacions on intervé un succés del qual es coneix la seua probabilitat.
- Conegues els conceptes de segur, impossible, possible i probable.

Has de repassar:

- La regla de tres simple directa, el càlcul de percentatges i la representació de punts en el pla.

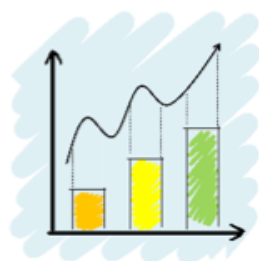
Índex

1. Conceptes bàsics d'estadística
2. Paràmetres de centralització: mitjana aritmètica, moda i mediana
3. Gràfics estadístics
4. Percentatge i graus
5. Experiment d'atzar
6. Interpretació freqüencial de la probabilitat

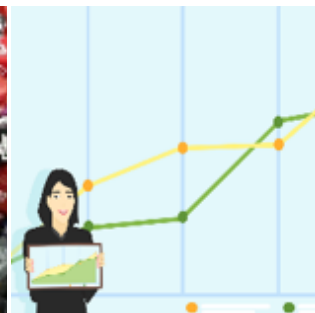
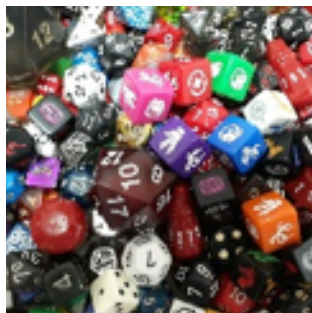
1. Conceptes bàsics d'estadística

L'estadística és una branca de les Matemàtiques que té múltiples aplicacions en les Ciències Socials, la Medicina, l'Economia i la Política.

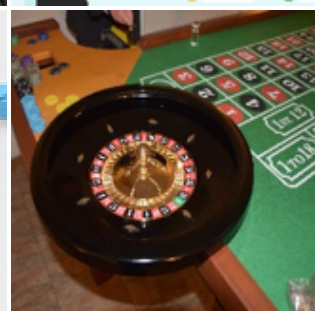
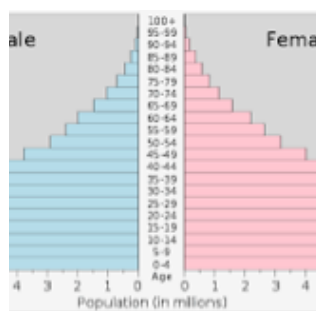
On apareixen l'estadística i la probabilitat?



Sociologia i Estadística



Economia
€ \$ £



En aquesta unitat iniciem l'estudi d'una part de l'Estadística que es diu Estadística Descriptiva.

L'Estadística Descriptiva té per objecte recollir, descriure i analitzar les característiques d'una població o mostra, tractant de posar de manifest l'estructura i regularitats existents en els elements de la població o mostra, és a dir, s'encarrega de tabular les dades, calcular els paràmetres i representar les dades mitjançant gràfics.

Una població és un conjunt d'individus dels quals estudiem una característica. Per exemple, la població formada pels alumnes d'un curs de Matemàtiques, la població de sardines del mar Mediterrani.

Una mostra és una selecció d'un grup de la població, és a dir, un subconjunt. És important que la mostra siga representativa de la població. Per exemple, si estic estudiant la renda dels habitants d'un cert poble i triem una mostra formada per les persones que viuen al barri més car, llavors, obtindrem conclusions que no es corresponen amb la realitat.

Per a la recollida de la informació és comú la utilització de l'enquesta.

Una variable estadística és la característica que observem o estudiem en una població. Per exemple, el nombre de fills que tenen les dones de València, el nombre de xiquets nascut de forma prematura al món cada any, etc.

Tipus de variables estadístiques

Les variables poden ser:

Qualitatius: si no es poden mesurar numèricament. Per exemple, el color d'ulls.

Quantitatius: si es poden mesurar numèricament. Aquestes es classifiquen en:

Contínues: si prenen valors en un interval, com l'altura dels habitants d'un cert país.

Discretes: si prenen valors que es poden contar. Per exemple, el nombre de germans que tenen els alumnes d'un curs. (No és possible 1,5 germans).

La **Mida de la població** és el nombre d'elements, persones o coses que formen la població.

Exemple

Suposem que volem estudiar els coneixements de Matemàtiques dels alumnes d'un cert curs que es fa a les províncies d'Alacant, de Castelló i de València. En aquest cas, la població a analitzar està formada per tots els alumnes. Triem un subconjunt representatiu de la població que diem mostra. Estudiem la nota final. La característica "nota" és quantitativa. Si la mostra està formada per 100 alumnes podem ordenar les notes mitjançant la següent taula:

La freqüència absoluta és el nombre de vegades que es repeteix una dada. Per exemple, la freqüència absoluta de la dada 7 és 10.

Això significa que hi ha 10 alumnes que tenen un 7.

La freqüència relativa d'un valor és el resultat de dividir la freqüència absoluta d'aquest valor entre el nombre d'individus de la mostra. Per exemple, la freqüència relativa de la nota 5 és 0,18, perquè $18/100=0,18$.

Notes	Freqüència absoluta
0	1
1	2
2	9
3	15
4	17
5	18
6	16
7	10
8	7
9	4
10	1
	n. alumnes= 100

Activitats proposades

1. Hem preguntat a un grup d'amics el nombre de llibres que van llegir l'any passat:

2,4,5,5,3,3,3,1,1,0.

Organitza els dades en una taula indicant les freqüències absolutes i relatives.

2. Paràmetres de centralització: mitjana aritmètica, moda i mediana

Suposem que les edats d'un grup d'amics són: 34, 34, 34, 35, 35, 40, 40, 40, 40.

Si organitzen les dades en un taula tenim:

Valor	Recompte	Freqüència Absoluta
34		3
35		2
40		4

La moda: és el valor de la variable que té major freqüència absoluta. Així, la moda és 40, que és el valor que més es repeteix.

La mitjana aritmètica és la suma de totes les dades dividida entre el número total d'aquestes.

$$\frac{\overbrace{34+34+34}^{3 \text{ vegades}} + \overbrace{35+35}^{2 \text{ vegades}} + \overbrace{40+40+40+40}^{4 \text{ vegades}}}{9} = \frac{34 \cdot 3 + 35 \cdot 2 + 40 \cdot 4}{9} = \frac{102 + 70 + 160}{9} = \frac{332}{9}$$

$$\approx 36,9$$

Quan els valors es repeteixen molt, és útil aprofitar la taula per a realitzar la suma de manera ordenada. D'aquesta forma, podem afegir una columna i col·locar els resultats dels productes que tenim en el numerador. Després col·loquem la suma baix.

Valor	Recompte	Freqüència Absoluta	Valor x Freqüència Absoluta
34		3	34 · 3
35		2	35 · 2
40		4	40 · 4
		Suma de Freqüències absolutes=9	332

Mitjana aritmètica=36,9

La mediana és el valor que queda al mig quan ordenem els valors de la variable que tenim de menor a major. En aquest exemple,

34 34 34 35 35 40 40 40 40

Per tant, la mediana és 35.

Pot ocórrer que queden dos valors en mig, perquè el nombre de valors siga parell. En aquest cas, se sumen els dos valors i es divideix entre dos.

Exemples:

El nombre de peces de fruita que els alumnes d'un grup de Pilates mengen al dia és:

0,3,4,4,5,1,2,2.

Ordenem els dades:

0,1,2, 2,3, 4,4,5

Càlcul:

$$\frac{2+3}{2} = 2,5$$

La mediana és 2,5.

Els pediatres anomenen "talla diana" al valor obtingut mitjançant la fórmula:

$$\frac{(\text{talla del pare} + \text{talla de la mare})}{2}$$

(La mitjana aritmètica)

Se suma 6,5 cm si és xiquet i es resta 6,5 cm si és xiqueta. L'altura final real del xiquet o la xiqueta pot variar en $\pm$ 5 cm.

L'altura d'Enrique és 180 cm i la d'Elsa és 160 cm. Si tenen una xiqueta, quant mesurarà?

$$\frac{60+180}{2} - 6,5 = 163,5.$$

Sumem i restem 5, i tenim que la talla final estarà entre 158,5 cm i 168,5 cm.

Si tenen una xiquet, quant mesurarà?

$$\frac{60+180}{2} + 6,5 = 176,5.$$

Sumem i restem 5 i tenim que la talla final estarà entre **171,5 cm i 181,5 cm**.

Els paràmetres de centralització aporten informació d'una població. Encara que no estudiem més paràmetres has de saber que existeixen altres paràmetres per a diferenciar el comportament de les poblacions. Fins i tot, amb els quals hem tractat podem establir diferències.

Per exemple, suposem que tenim dues classes de 30 persones i fem un examen.

- En una classe tots trauen un 5 i per tant, la mitjana aritmètica, la moda i la mediana és 5.
- En l'altra classe, 15 trauen un 10 i 15 trauen un 0. Ací, la mitjana aritmètica i la mediana també és 5. Però, hi ha dos valors modals que són 0 i 10.

Activitat proposada

2. Aquest són les dades del nombre de llibres que van llegir un grup d'amics: 2,4,5,5,3,3,1,1,0.

Calcula la mitjana aritmètica, la mediana i la moda.

En el cas de variables de tipus continu, els valors s'agrupen en intervals.

Exemple

Estem estudiant l'altura dels membres adults d'una família i tenim aquests resultats: 159; 158; 166 ; 170; 171; 184; 160; 155; 178;181
Agrupem els dades en intervals,

Observa que en l'interval [155, 160[entren els valors majors o iguals a 155 i menors estrictament que 160, és a dir, 160 es compta en l'interval següent.

Ara, diem que l'interval modal és [155,160[.

Interval	Freqüència absoluta
[155,160[	3
[160,165[	1
[165,170[	1
[170,175[	2
[175,180[	2
[180,185[	1

Per a fer el càlcul de la mitjana aritmètica podem suposar que els tres persones de l'interval [155,160[tenen una altura de 157,5 cm. Aquest valor s'anomena la marca de classe de l'interval.

Marca de classe	Interval	Freqüència Absoluta	Marca de classe x Freqüència Absoluta
157,5	[155,160[	3	472,5
162,5	[160,165[	1	162,5
167,5	[165,170[	1	167,5
172,5	[170,175[	2	345
177,5	[175,180[	2	355
182,5	[180,185[	1	182,5
		Suma=10	Suma=1685

La mitjana aritmètica amb dades agrupats en intervals=1685/10=168,5.

Tornant al problema inicial

Julià té una botiga de cosmètics i vol fer una campanya publicitària. Vol conèixer el perfil dels seus clients, per la qual cosa ha elaborat una enquesta formada per diverses preguntes. Una d'aquestes és l'edat que tenen.

Ha obtingut les dades següents d'un dia:

20,50,55,60,22,25,45,76,18,15,19,21,34,35,38,40,45,12,45,44,67,59,63,54,24

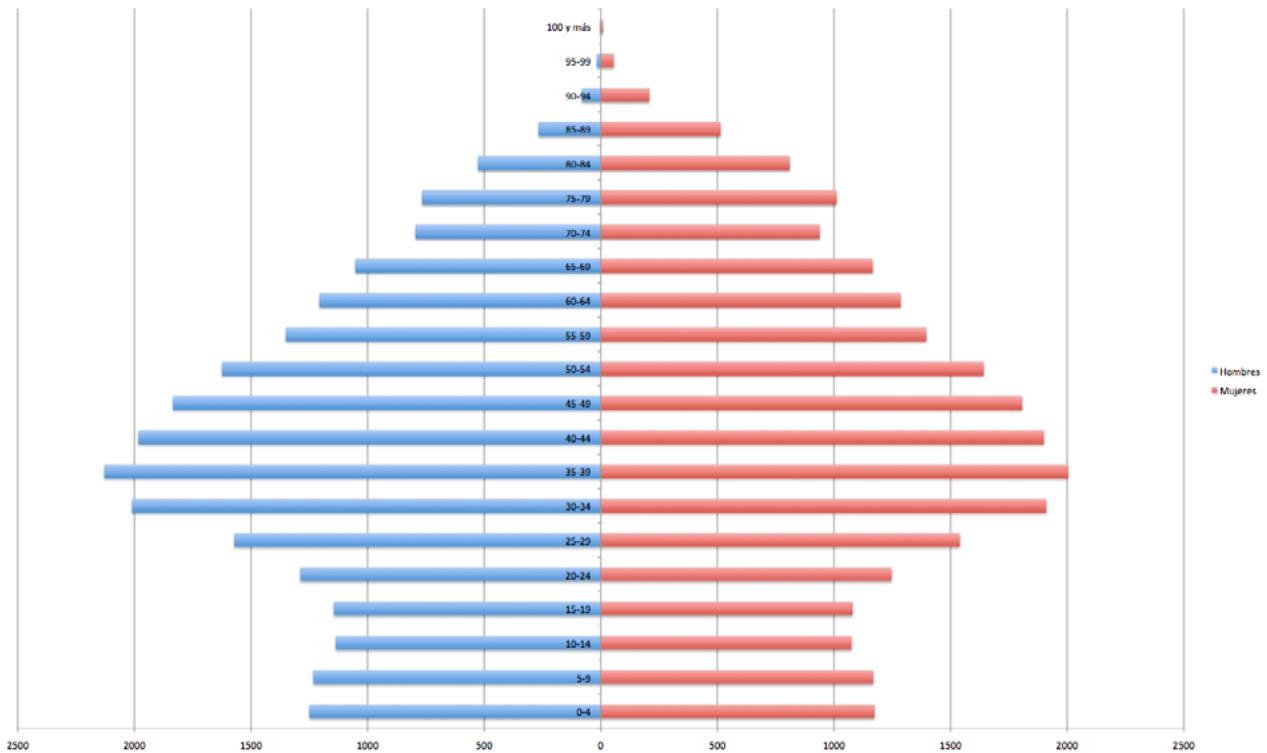
Què aconsellaries a Julià per a la seua campanya de publicitat?

Marca de classe	Interval	Freqüència Absoluta	Marca de classe x Freqüència Absoluta
15	[10,20[	4	60
25	[20,30[	5	125
35	[30,40[	3	105
45	[40,50[	5	225
55	[50,60[	4	220
65	[60,70[	3	195
75	[70,80[	1	75
		25	Suma=1005
			Mitjana aritmètica=40,2

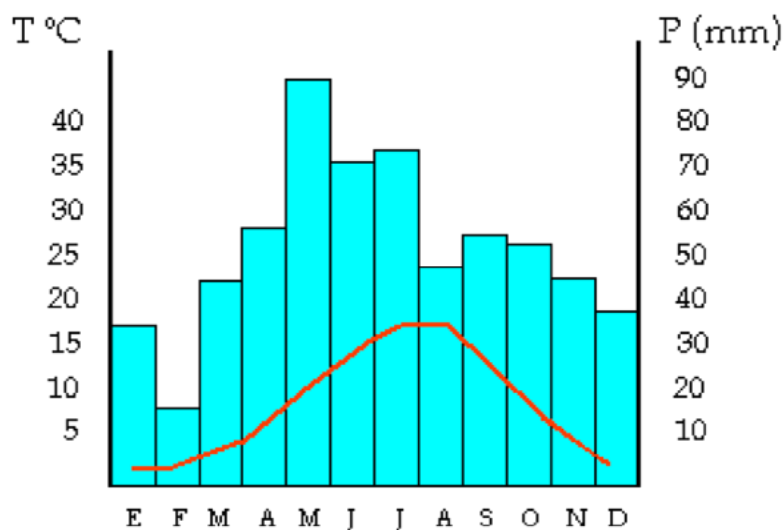
Cal augmentar les vendes al interval $[30,40[$ i a partir de 60. Les edats són molt diverses i no s'agrupen en un únic interval.

3. Gràfics estadístics

Piràmide de la població



Climograma



Indica la temperatura i les precipitacions mitjanes en cada mes de l'any. Cal tenir en compte que les precipitacions es mesuren en mil·límetres d'aigua. Un mil·límetre d'aigua de pluja equival a 1 L d'aigua per m².

Histograma

Un histograma està format per una successió de rectangles construïts sobre una recta.

La base de cada rectangle representa l'amplitud de l'interval i l'altura està determinada per la freqüència, d'acord a la propietat següent: cada observació representada en un histograma ocupa un rectangle d'igual àrea i de base, igual a l'ample de l'interval corresponent.

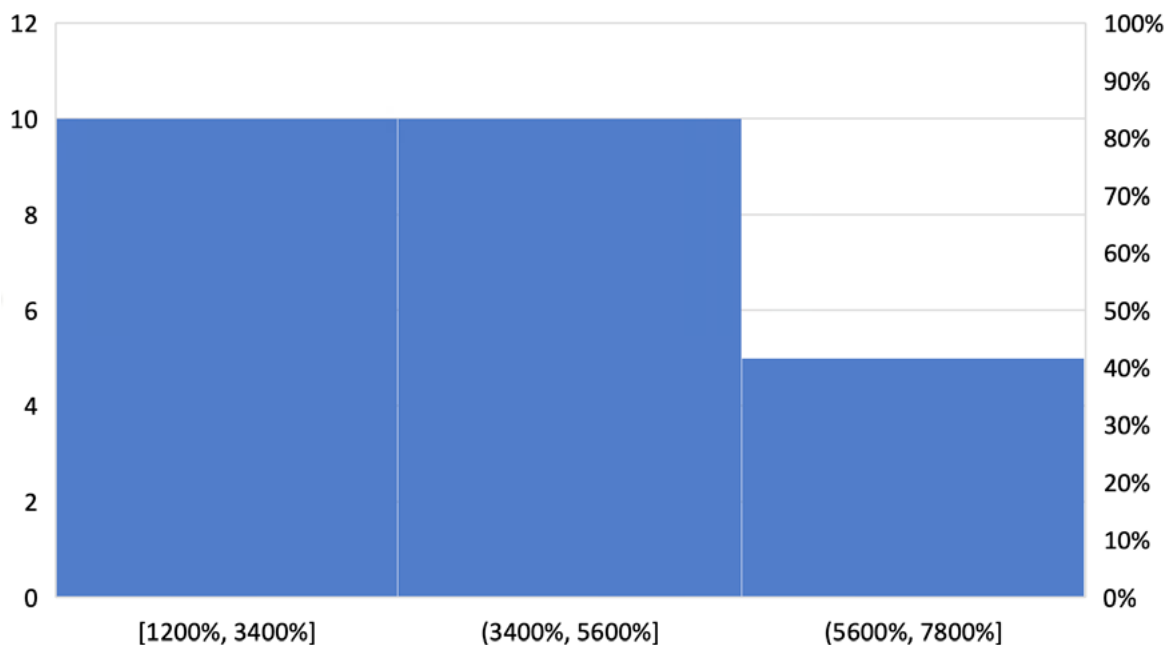
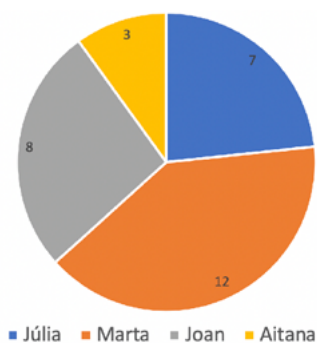


Diagrama de sectors

En la classe s'ha fet una votació per a l'elecció de delegat:

Candidat	Vots
Júlia	7
Marta	12
Joan	8
Aitana	3



Recorda que l'angle complet mesura 360 graus. El nombre de vots totals és 30. Si plantegem una regla de tres simple directa podem calcular el grau que corresponen en un diagrama de sectors:

Vots —————> Graus

$$\left. \begin{array}{l} 7 \longrightarrow x \\ 30 \longrightarrow 360 \end{array} \right\} x = \frac{7 \cdot 360}{30} = 84$$

Per tant,

$$n.\text{graus} = \text{freqüència relativa} \times 360$$

Si volen saber el percentatge de vots poden també plantejar una regla de tres simple directa:

Vots $\longrightarrow$ Percentage

$$\left. \begin{array}{l} 7 \longrightarrow x \\ 30 \longrightarrow 100 \end{array} \right\} x = \frac{7 \cdot 100}{30} = 23,3$$

Per tant,

$$\text{Percentatge} = \text{freqüència relativa} \times 100$$

Candidat	Vots	F. relativa	Percentatge	Graus
Júlia	7	7/30	23,3	84
Marta	12	12/30	40	144
Joan	8	8/30	26,7	96
Aitana	3	3/30	10	36

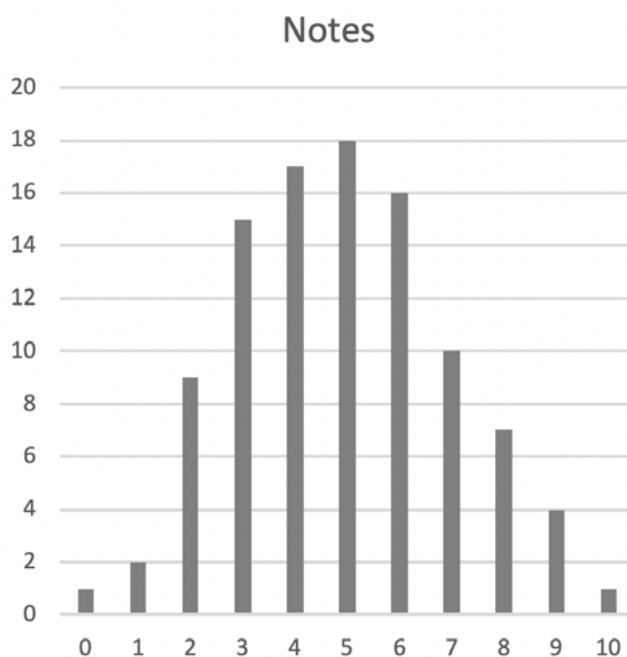
Activitat proposada

3. Aquest són les dades del nombre de llibres que van llegir un grup d'amics l'any passat: 2,4,5,5,3,3,3,1,1,0. Calcula els percentatges i els graus.

4. Dibuixa un diagrama de sectors de forma aproximada.

Diagrama de barres

Notes	Freqüència absoluta
0	1
1	2
2	9
3	15
4	17
5	18
6	16
7	10
8	7
9	4
10	1
	n. alumnes= 100

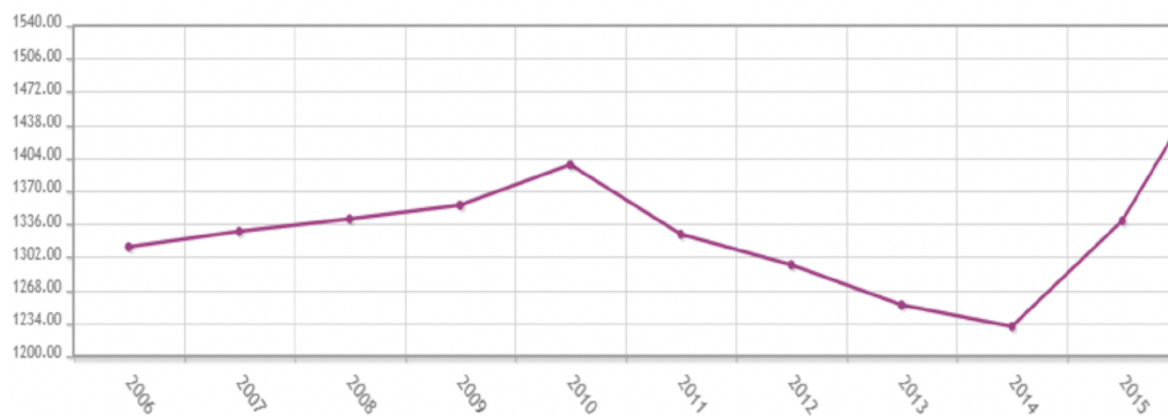


Activitat proposada

5. Sobre les dades del nombre de llibres que van llegir un grup d'amics l'any passat: 2,4,5,5,3,3,1,1,0, dibuixa un diagrama de barres.

Polígon de freqüències

Despeses de les famílies amb fills en esports.



Fixa't que 2014 marca una crisi.

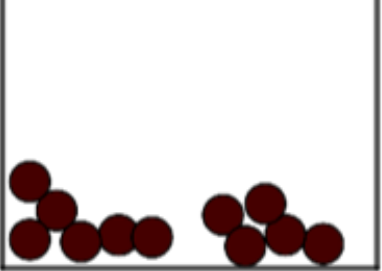


4. Interpretació freqüencial de la probabilitat.

Hi ha situacions en la vida diària en les quals no podem predir el resultat que eixirà, però sí que podem saber quins són els possibles resultats. Són situacions que depenen de l'atzar. Per exemple, quan llancen un dau no saben que resultat eixirà. Es tracta d'un experiment aleatori o d'atzar. Però si saben que els resultats possibles són 1,2,3,4,5 o 6.

Segur , probable o impossible.

Suposem que tenim aquestes bosses amb boles blanques i negres de les quals coneixem la seua composició i triem una bola amb els ulls tancats:

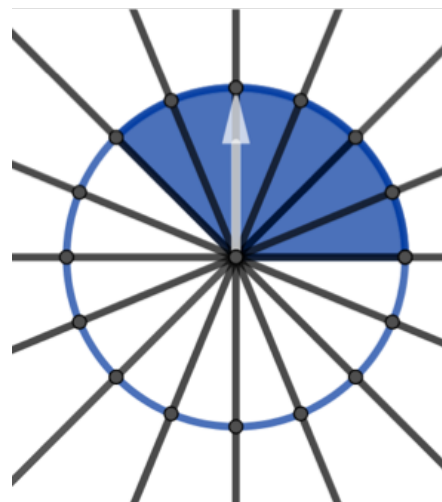
 És impossible que la bola isca blanca. És segur que la bola serà negra.	 És possible que la bola isca negra, però, és més probable que la bola isca blanca.	 És impossible que la bola isca negra. És segur que la bola serà blanca.
--	---	--

Cada afirmació referent als diferents resultats d'un experiment aleatori s'anomena succés.

La probabilitat d'un succés és un número entre 0 i 1 que indica el nivell de possibilitat que té un succés d'ocórrer. És la raó entre el nombre de casos favorables al succés i el nombre total de casos que hi ha.

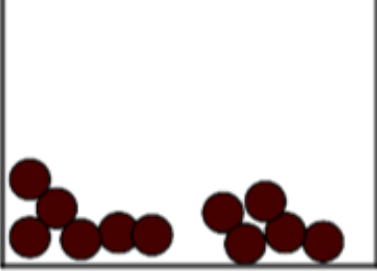
En aquesta ruleta hi ha 6 parts de 16 que són blaus. La probabilitat que isca blau és $6/16$ i la probabilitat que isca blanc és $10/16$.

Color	Relació amb el total	Probabilitat
Blau	6 de 16	$\frac{6}{16} = 0,375$
Blanc	10 de 16	$\frac{10}{16} = 0,625$



Activitat proposada

6. Completa la taula per a l'experiment de triar una bola a l'atzar de la bossa:

	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Color</th> <th>Relació amb el total</th> <th>Probabilitat</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Negre</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Blanc</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Color	Relació amb el total	Probabilitat	Negre			Blanc		
Color	Relació amb el total	Probabilitat								
Negre										
Blanc										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Color</th> <th>Relació amb el total</th> <th>Probabilitat</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Negre</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Blanc</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Color	Relació amb el total	Probabilitat	Negre			Blanc		
Color	Relació amb el total	Probabilitat								
Negre										
Blanc										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Color</th> <th>Relació amb el total</th> <th>Probabilitat</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Negre</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Blanc</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Color	Relació amb el total	Probabilitat	Negre			Blanc		
Color	Relació amb el total	Probabilitat								
Negre										
Blanc										



5. Interpretació freqüencial de la probabilitat



4	3	2	6	1	2	2	4	3	3
1	4	2	2	1	2	3	2	4	5
1	2	3	4	5	6	2	5	1	2
6	4	2	4	2	6	2	2	4	6
5	5	2	6	1	6	4	3	3	2
3	6	3	6	4	5	6	2	4	6
5	5	4	4	2	3	4	6	3	2
3	5	3	5	2	5	2	2	1	4
4	1	4	5	1	2	2	1	4	2
6	6	2	2	4	6	6	1	5	4
6	4	5	4	5	3	3	3	2	2
2	6	5	2	5	4	6	6	4	6

Mitjana aritmètica
3,57

Valors	Freqüència relativa
n. de 1 = 11	11/120
n. de 2 = 31	31/120
n. de 3 = 16	16/120
n. de 4 = 24	24/120
n. de 5 = 17	17/120
n. de 6 = 21	21/120

Si llancem un nombre molt gran de vegades un dau, per exemple, 1.000.000 de vegades, aleshores, el nombre de vegades que ix el número 2 té una freqüència relativa aproximadament igual a $1/6$ que és la probabilitat del succés "eixir el nombre 2".

Aquest descobriment es degut a Jacques Bernuilli (1654-1705). S'anomena primera llei dels grans nombres: la freqüència relativa d'un succés s'aproxima cada vegada més a un valor fix a mesura que augmentem el nombre de proves. A aquest valor és la probabilitat del succés.

Activitat proposada

7. Hem llançat 25 vegades una moneda. Completa la taula

cara	cara	creu	cara	cara
cara	creu	creu	creu	cara
creu	cara	cara	cara	cara
creu	cara	cara	cara	creu
creu	creu	cara	creu	cara

Succés	N. de vegades	Freqüència relativa
Cara		
Cruz		

Activitat resolta

En una classe hi ha 7 persones que tenen el cabell negre, 8 que el tenen marró i 5 que el tenen ros. a) Feu una taula, indicant la freqüència absoluta i la freqüència relativa. b) Si triem una persona a l'atzar quina és la probabilitat de que no tinga el cabell ros?

Solució. Hi ha un total de 20 alumnes.

a)

	Freqüència	Freqüència
Negre	7	$7/20=0,35$
Marró	8	$8/20=0,4$
Ros	5	$5/20=0,25$

b) Hi ha 15 de 20 que no tenen el cabell ros. Per tant, la probabilitat és $15/20=0,75$.

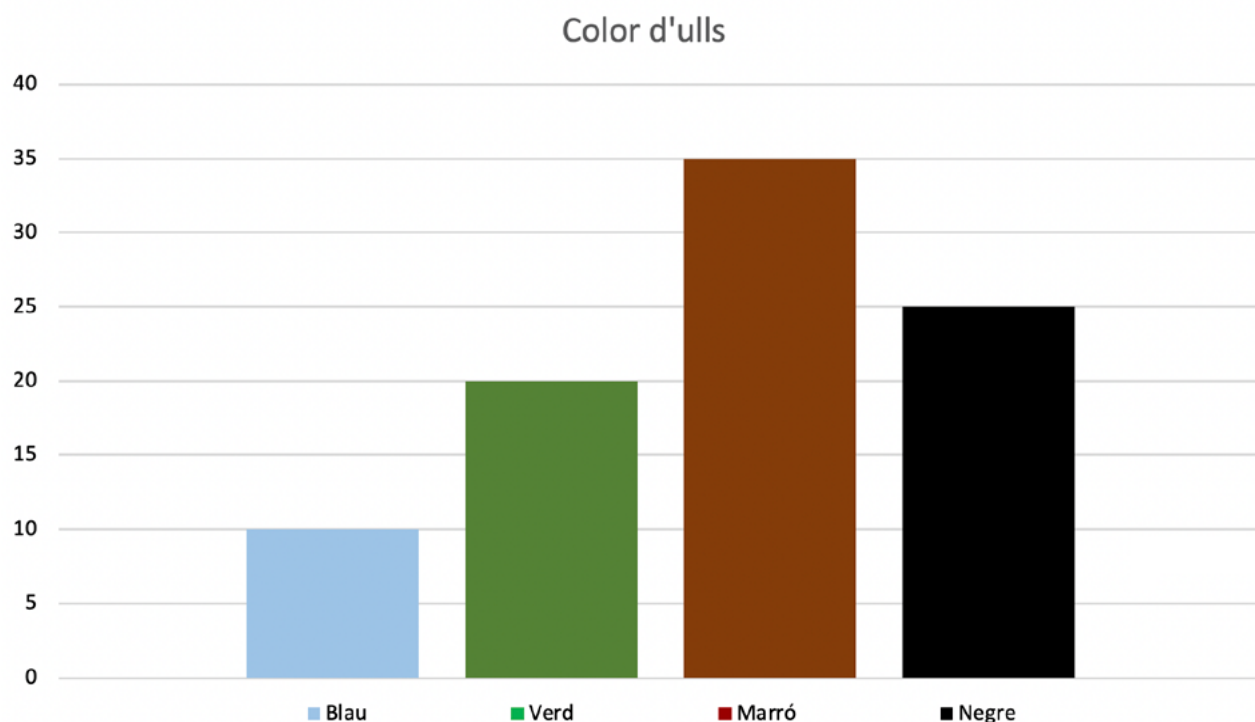
Activitat proposada

En una classe hi ha 6 persones que porten ulleres per a veure de prop, 9 per a veure de lluny i 5 que no porten ulleres a) Feu una taula, indicant la freqüència absoluta i la freqüència relativa. b) Si triem una persona a l'atzar quina és la probabilitat que porte ulleres?



Activitats finals

1. Interpreta el gràfic:



- Quantes persones tenen els ulls blaus?
- Quantes persones hi ha en total?
- Quin percentatge té els ulls marrons?
- Si triem una persona a l'atzar d'aquesta població, quina és la probabilitat que tinga els ulls verds?
- Quina és la moda de color d'ulls?

2. S'ha preguntat als xiquets d'una classe d'un col·legi el nombre de peces de fruita que menja al dia. S'han obtingut les dades següents:

2,3,5,2,2,4,4,3,3,2,1,2,2,1,3,2,2,1,3,2,2,2,3,1,1,3,4,5,2

- Organitza les dades en una taula, indicant els valors i les freqüències absolutes i relatives.
- Calcula la mitjana aritmètica.
- Calcula la mediana.
- Calcula la moda.
- Calcula els percentatges.
- Calcula els graus que correspondrien en un sector circular.
- Si triem un xiquet a l'atzar, podem afirmar que menja al menys una peça de fruita al dia?
- Si triem un xiquet a l'atzar, quina és la probabilitat de que menja al menys dues peces de fruita al dia?
- Construeix el diagrama de barres corresponent.

3. En un examen de Matemàtiques es presenten 200 persones, de les quals el 10 % trau Excel·lent, el 25% Notable, el 15 % Bé, el 35 % Suficient i la resta Insuficient.

- Quantes persones han aprovat?
- Quina és la mitjana aritmètica? Tinc en compte els intervals:

Insuficient= $[0,5[$, Suficient= $[5,6[$, Bé= $[6,7[$, Notable= $[7,9[$ i Excel·lent= $[9,10]$

4. Llancem un dau icosaèdric (20 cares). Completa la taula:

Succés	Elements que componen el succés	Nombre de casos favorables	Nombre de casos possibles	Probabilitat
Múltiple de 2				
Múltiple de 5				
Múltiple de 3				
Múltiple de 8				
Nombre primer				

5. D'una baralla de 48 cartes s'extreu una a l'atzar. Calcula la probabilitat de:

- Siga d'espases
- Siga figura
- No siga un as

6. Si jugues a tirar dos daus i anotar la suma, a què número apostaries?

7. Un entrenador ha de triar a un dels seus jugadors per llançar el penal. En els entrenaments quatre jugadores han obtingut els resultats següents:

Maria: 75 gols de cada 100

Natàlia: 45 gols de cada 50

Carla: 60 de cada 70

Pepa: 3 de cada 4

Elabora una taula de percentatge d'encert de cadascuna.

Qui és millor triar?

8. Classifica els successos següents segons siguin segurs, molt probables, poc probables o impossibles:

- Trau una carta de la baralla i que siga el rei de copes.
- Que a la teua classe assisteix una persona de fora.
- Llançar una botella de vidre pel balcó i que no es trenque.
- Que cap home de València li diuen Jordi.

Sabies que...

Big data, dades massives, intel·ligència de dades o dades a gran escala és un concepte que fa referència a un conjunts de dades tan grans que aplicacions informàtiques tradicionals de processament de dades no són suficients per a tractar amb ells i els procediments usats per a trobar patrons repetitius en aqueixes dades. Aquesta informació s'utilitza per a la creació d'informes estadístics i models predictius utilitzats en diverses matèries, com els anàlisis de negoci, publicitaris, les dades de malalties infeccioses, l'espionatge i seguiment a la població o la lluita contra el crim organitzat.

Mark Twain: “hi ha mentides, grans mentides i estadístiques”. Per a pensar:

Per què les estadístiques són falses? Doncs, perquè són interpretables. Per exemple, pots trobar gràfics que establien la correlació entre el preu de les creïlles fregides i la quantitat de persones que moren per haver-se caigut de la seua cadira de rodes. Una correlació perfecta (d'aqueixes de més del 95%) que permet inferir que l'augment del preu de les creïlles fregides implica que més gent murà per caure de la seua cadira de rodes.

Segons els descobriments i troballes en els jeroglífics, més o menys al voltant de l'any 2000 aC, els egipcis ja havien esculpit un dau de 6 cares i sembla ser que era un entreteniment regular.



Calculadora científica

Amb la calculadora científica es pot calcular la mitjana aritmètica introduïm les dades. La forma de fer-ho depèn del model de calculadora.

Les fulles de càlcul de l'ordinador són molt pràctiques per a l'Estadística.

Activitat proposada

1. Amb ajuda de la calculadora repassa els càlculs de la unitat.



Resum

Nom del concepte o propietat	Definició	Exemple
Població	Conjunt d'individus dels quals estudiem una característica.	La població de xics nascut al 2010.
Mostra	Selecció d'un grup de la població.	Triem 1000 nens nascuts al 2010.
Enquesta	És un mètode pel qual obtenim la informació que necessitem per al nostre estudi.	Quantes vegades càrregues el teu mòbil a la setmana?
Variable estadística	És la característica que observem o estudiem en una població.	Els diners que guanyen en un mes
Tipus de variables estadístiques	Les variables poden ser qualitatives: si no es poden mesurar numèricament quantitatives: si es poden mesurar numèricament. Aquestes es classifiquen en contínues , si prenen valors en un interval. discretes si prenen valors que es poden contar.	Qualitatives: professió. Contínua : pes. Discreta : nombre de fills.
Freqüència absoluta	És el nombre de vegades que es repeteix una dada.	Si tenim 3,3,4,5,6,7,7,
Mida de la població	És el nombre d'elements, persones o coses que forma la població	La població de tellines de Gandia.
Moda	És el valor o valors que tenen la màxima freqüència absoluta, és a dir, el valor o valors que més es repeteixen.	Si tenim 3,4,5,5,6,5, la moda és 5.
Mediana	És el valor que queda al mig quan ordenem els valors de la variable que tenim de menor a major. Si en queden dos fem la mitjana aritmètica.	34 34 34 35 35 40 40 40 40 La mediana és 35. 0,1,2, 2,3, 4,4,5 La mediana és 2,5.
Mitjana	La mitjana aritmètica és la suma de totes les dades dividida entre el número total d'aquestes.	De 4, 5, 7,7 la mitjana aritmètica és 5,75
Marca de classe	És el punt mitjà de l'interval.	De l'interval [3,4[és 3,5.

Freqüència relativa	És el resultat de dividir la freqüència absoluta d'aquest valor entre el nombre d'individus de la nostra mostra.	Si una dada es repeteix 4 vegades i hi ha 25 dades, la freqüència relativa és $4/25=0,16$.
Percentatge	$\text{Percentatge} = \text{freqüència relativa} \times 100$	Si una dada es repeteix 4 vegades i hi ha 25 dades, el percentatge és $4/25 \cdot 100 = 16 \%$.
Graus	$n.\text{graus} = \text{freqüència relativa} \times 360$	Si una dada es repeteix 4 vegades i hi ha 25 dades, el n. de graus és $4/25 \cdot 360 = 57,6$
Gràfics estadístics	Climograma, diagrama de barres, polígon de freqüències, histograma, piràmide de població, diagrama de sectors, pictograma, etc.	
Interpretació freqüencial de la probabilitat	La freqüència relativa d'un succés s'aproxima cada vegada més a un valor fix a mesura que augmentem el nombre de proves. A aquest valor s'anomena probabilitat del succés.	
Probable, segur, impossible	D'una bossa on no hi ha boletes negres és impossible extraure boletes negres i és segur que és d'altre color. Si hi ha poques boletes blanques és possible extraure boletes blanques, però és poc probable.	
Càlcul de probabilitats	En una baralla hi ha 4 reixos de 40 cartes. La probabilitat d'extraure rei és $4/40=0,1$.	

Autoavaluació

1. La mitjana aritmètica de les dades 4,5,6,8,9,9,3,3,3,6 és

- a) 5,6 b) 5,06 c) 5 d) 6

2. La mitjana de dos números es huit. S'afegeixen tres més i la mitjana és huit, ara també. Quant sumen els tres números?

- a) 20 b) 24 c) 6 d) 48

3. S'extreu una carta d'una baralla de 40 cartes. Quina és la probabilitat de que siga un cavall?

- a) 4% b) 0,1 c) 1/40 d) 0,4

4. La mediana de les dades 1,5,8,8,9,1,3 és

- a) 8 b) 3 c) 5 d) Cap dels anteriors

5. Estem estudiant l'edat dels 20 alumnes d'una classe. Si la freqüència absoluta de l'edat 21 anys és 4. Quin percentatge d'alumnes té 21 anys?

- a) 19% b) 24% c) 5% d) 20%

6. En un diagrama de barres l'altura de les barres indica

- a) La freqüència absoluta de cada valor de la variable
b) La mida de cada valor de la variable
c) El percentatge de cada valor de la variable
d) Caps de les anteriors

7. En una urna hi ha 6 boles vermelles i 3 blaus. Extraiem una bola a l'atzar, quina és la probabilitat que siga vermella?

- a) 3/9 b) 0,6 c) 0,6 d) 2/3

8. Quina de les afirmacions següents és vertadera?

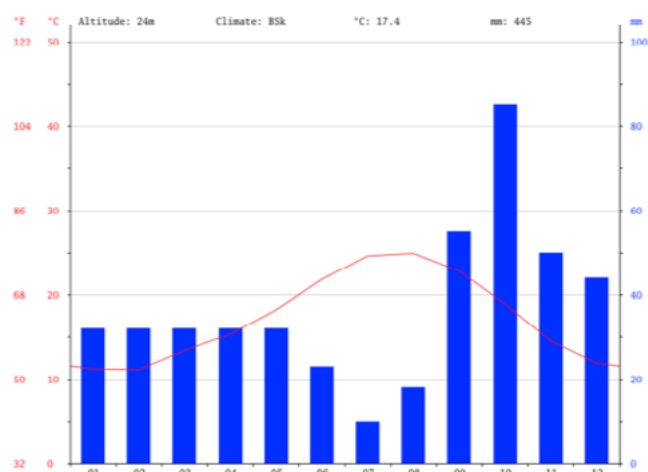
- a) És més probable que al llançar una moneda isca creu.
b) La probabilitat que una carta de la baralla siga copes és 1/4.
c) A la loteria és més probable que guanye un nombre acabat en 7 que un acabat en 0.
d) En llançar un dau és més probable traure un nombre parell que un imparell.

9. Si tres alumnes tenen 42 anys, dos tenen 25 i tres tenen 50. Quina és l'edat mitjana dels alumnes?

- a) 40,09 b) 40,75
c) 37 d) 39

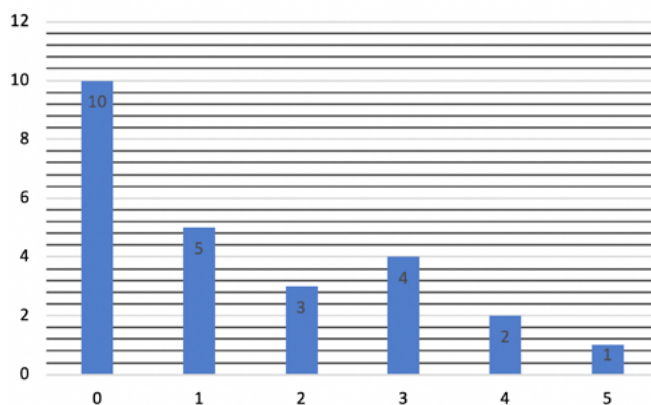
10. Segons el climograma, quan va plovar més?:

- a) A l'octubre
b) Al juliol
c) A la primavera
d) A l'agost



11. A partir del gràfic calcula la mitjana aritmètica del nombre de vegades que una determinada població va al cinema en un any.

- a) 2,1
- b) 1,44
- c) 3
- d) 2,5



12. Hem estudiat la talla de les dones d'un grup i hem obtingut les dades següents:

Talla	N. de dones
38	30
40	70
42	20
44	40

Si triem una dona aleatòriament, quina és la probabilitat que tinga la talla 44?

- a) 40/44
- b) 1/40
- c) 0,25
- d) 0,4

Solucionari. Activitats proposades

1.

N. llibres	Freqüència Absoluta	Freqüència Relativa
0	1	$1/10=0,1$
1	2	$2/10=0,2$
2	1	0,1
3	3	0,3
4	1	0,1
5	2	0,2
	Suma = 10	

2.

$$\text{Mitjana aritmètica} = \frac{0+1+1+2+3+3+3+4+5+5}{10} = 2,7$$

També, amb ajuda de la taula:

N. llibres	Freqüència Absoluta	N. llibres x F. Absoluta
0	1	0
1	2	2
2	1	2
3	3	9
4	1	4
5	2	10
	Suma=10	Suma=27
Mitjana aritmètica=2,7		
Moda=3		
Mediana=3		

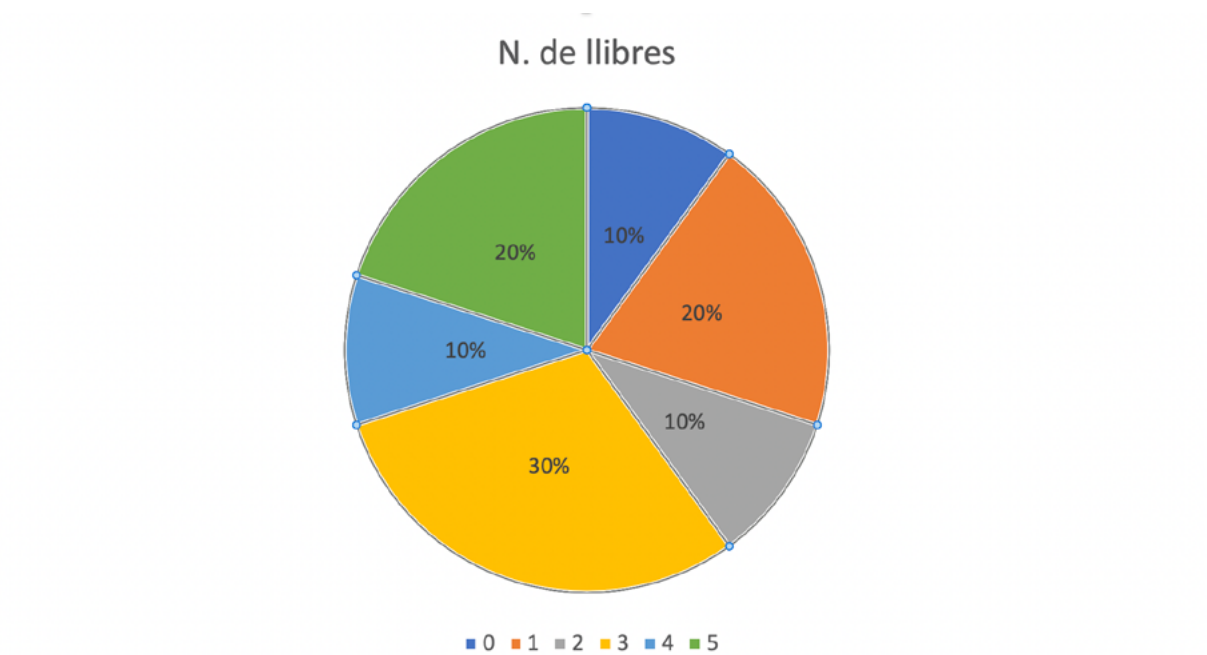
Fixa't que el valor que més es repeteix és 3 llibres. Per això, la moda és 3 llibres.

En ordenar 0,1,1,2, 3,3, 3,4,5,5,

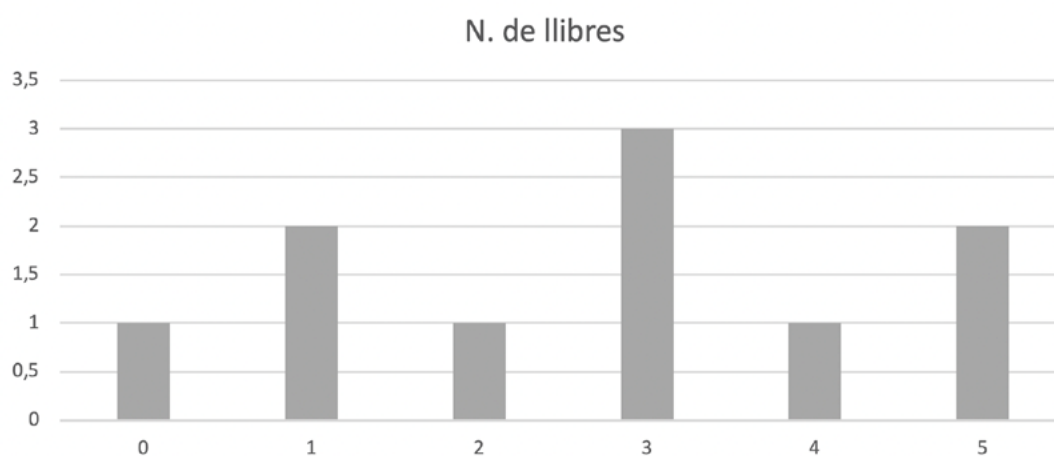
en mig queda 3, per tant, la mediana és 3.

N. llibres	Freqüència Absoluta	Freqüència Relativa	Percentatges	Graus
0	1	0,1	10	36
1	2	0,2	20	72
2	1	0,1	10	36
3	3	0,3	30	108
4	1	0,1	10	36
5	2	0,2	20	72

4.



5.



6.

a) Negre: 2 d'11	b) Negre: 11 d'11	c) Negre: 0 d'11
$P=2/11$ Blanc: 9 d'11 $P=9/11$	$P=1$ Blanc: 0 de 11 $P=0$	$P=0$ Blanc: 11 d'11 $P=1$

7.

15	0,6
10	0,4

Solucionari. Activitats finals

1.

a) 10

b) $10+20+35+25=90$

c) Percentatge = $\frac{35}{90} \cdot 100 = 38,9$

d) $\frac{20}{90} = \frac{2}{9} = 0,2$

e) Marró

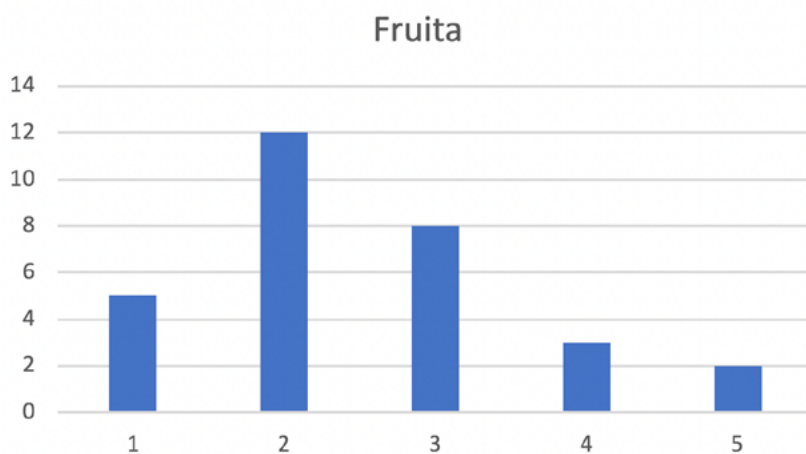
2. Fes arrodoniment.

N. peces	F. absoluta	F. relativa	%	Graus	n. peces x f. absoluta
1	5	0,167	16,7	60	5
2	12	0,4	40	144	24
3	8	0,267	26,7	96	24
4	3	0,1	10	36	12
5	2	0,067	6,7	24	10
	Suma=30				Suma=75

Mitjana aritmètica=2,5; mediana=2; moda=2

g) Sí, perquè tots han dit un nombre igual o major a 1.

h) 25 de 30, és a dir, $25/30=0,83$.



3.

	Marca de classe	F. Absoluta	Percentatge
Insuficient [0,5[	2,5	15% de 200=30	15
Suficient[5,6[	5,5	70	35
Bé[6,7[	6,5	30	15
Notable[7,9[	8	50	25
Excel·lent[9,10[	9,5	20	10

a) Han aprovat el 85% de 200=170.

$$\text{b) Mitjana aritmètica} = \frac{2,5 \cdot 30 + 5,5 \cdot 70 + 6,5 \cdot 30 + 8 \cdot 50 + 9,5 \cdot 20}{200} = \frac{1245}{200} = 6,225$$

4.

Succés	Elements que componen el succés	Nombre de casos favorables	Nombre de casos possibles	Probabilitat
Múltiple de 2	2,4,6,8,10,12, 14,16,18,20	10	20	10/20= 0,5
Múltiple de 5	5,10,15,10,20	5	20	5/20= 0,25
Múltiple de 3	3,6,9,12,15,18	6	20	6/20=3/10=0,3
Múltiple de 8	8,16	2	20	2/20=1/10= 0,1
Nombre primer	2,3,5,7,11,13, 17,19	8	20	8/20=2/5= 0,4

5

$$\text{a) } \frac{12}{48} = \frac{1}{4} = 0,25 \quad \text{b) } \frac{12}{48} = 0,25 \quad \text{c) } \frac{44}{48} = \frac{11}{12} = 0,92$$

6. Al número 7.

7.

Maria	Natàlia	Carla	Pepa	
75%	90 %	85,7	75%	Percentatge

Natàlia és la millor.

8. a) possible b) possible, depèn de la zona on visques c) impossible d) poc probable.

Solucionari. Autoavaluació

1a) 2b) 3b) 4c) 5d) 6a) 7d) 8b) 9b) 10a) 11b) 12 c)