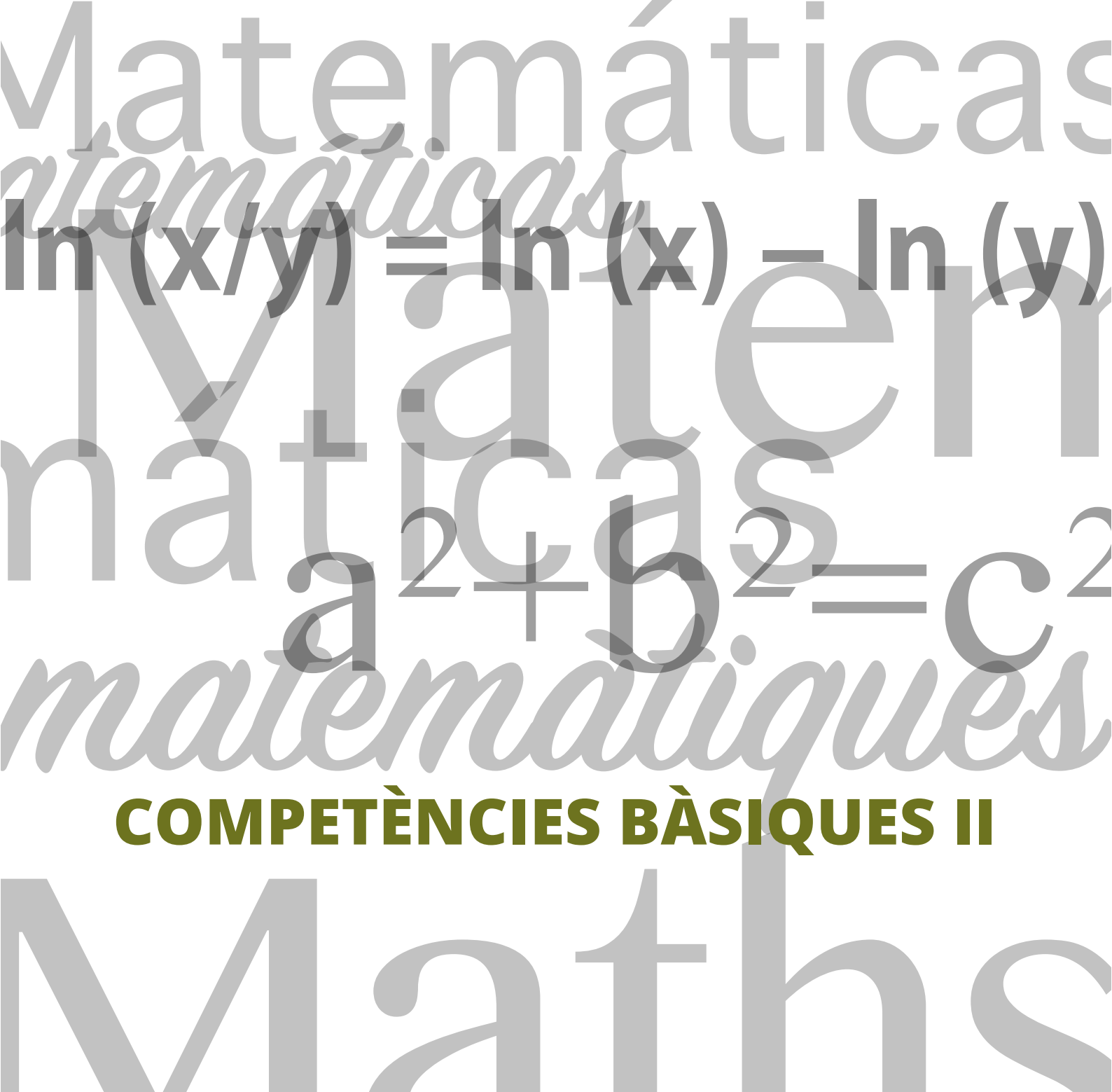




COMPETÈNCIES BÀSIQUES II

UNITAT DIDÀCTICA 7

Magnituds proporcionals.
Percentatges. Escales

Les rebaixes!



Andrés té dos xics bessons d'un mes. Vol anar a les rebaixes a comprar roba. En una botiga li donen 3 per 2 i en altra li fan el 40 % de descompte. Vol comprar 3 pijames per a cadascú. Si un pijama costa 6 euros sense rebaixar, quant constaran tots en cada cas? On és millor anar?

En aquesta unitat es mostren estratègies i eines perquè:

- Realitzes càlculs en els quals intervenen magnituds proporcionals.
- Entengues el significat del percentatge d'una quantitat.
- Construisques objectes a partir de plànols, mapes i maquetes.

Amb tots aquests recursos podràs resoldre fàcilment el problema dels dodecaedres i uns altres similars.

Has de repassar:

- El concepte de fracció i les operacions amb fraccions i decimals.

Índex

1. Raó i proporció
2. Regla de tres simple directa
3. Regla de tres simple inversa
4. Percentatges. Augments i disminucions
5. Escales

1. Raó i proporció

En la vida quotidiana apareixen comparacions entre valors de dues magnituds diferents, per exemple, quan anem al supermercat hi ha cartells que indiquen els preus per a cada quilogram o per a cada unitat. Això és una raó, més concretament, una raó és el quocient d'un número a entre altre número b tal que tots dos corresponen a valors relacionats de diferents magnituds:

$$\frac{a}{b}$$

El número a s'anomena antecedent i el número b s'anomena conseqüent.

Exemples:

- La raó entre el preu total de les tomaques i el nombre de quilograms que compre. Podem dir, "he comprat tomaques a raó de 3 euros per cada dos quilograms". Per tant, la raó és

$$\frac{3}{2}$$

- La raó entre el salari que guanya i el nombre d'hores treballades durant els mesos juny, juliol i agost. Les dades d'aquesta taula mostren que la raó és diferent en cada mes.

	Juny	Juliol	Agost
Salari (€)	1440	1500	2000
Hores (h)	160	150	100
Quocient	$\frac{1440}{160}$	$\frac{1500}{150}$	$\frac{2000}{100}$
Resultat del quocient €/h	9	10	20

Una proporció és una igualtat de dues raons.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Per la seua col·locació, els números a i d es diuen extrems i els números b i c, mitjos.

En una proporció, es compleix que el producte d'extrems és igual al producte de mitjos, és a dir,

$$a \cdot d = c \cdot b.$$

Exemples

Maria està en el bosc d'excursió amb els seus amics i vol realitzar una activitat amb els xiquets. Proposa esbrinar l'altura de dos arbres molt alts. L'única cosa que utilitzarà és un llistó de fusta d'1 m. L'estratègia que seguiran serà mesurar les ombres perquè:

$$\frac{\text{altura arbre A}}{\text{ombra arbre A}} = \frac{\text{altura arbre B}}{\text{ombra arbre B}} = \frac{\text{altura llistó fusta}}{\text{ombra llistó fusta}}$$

Ara mateix, el llistó de fusta posat de forma vertical té una ombra de 0,50 m.

L'ombra de l'arbre A és de 2 m i l'ombra d l'arbre B és de 3 m. Per tant,

$$\frac{\text{altura arbre A}}{2} = \frac{1}{0,5}$$

$$\frac{\text{altura arbre B}}{3} = \frac{1}{0,5}$$

Així doncs,

$$\text{altura arbre A} = \frac{1}{0,5} \cdot 2 = 4 \text{ m}$$

$$\text{altura arbre B} = \frac{1}{0,5} \cdot 3 = 6 \text{ m}$$

Maria ha d'explicar que la altura de l'arbre en aquesta hora del dia és el doble que la mesura de la seua ombra.



Si el preu de una fotocòpia és de 7 cèntims tenim la taula següent de preus:

Preu	7	14	21	28	35	42	49
Fotocòpies	1	2	3	4	5	6	7

Com pots observar

$$\frac{7}{1} = \frac{14}{2} ; \frac{28}{4} = \frac{35}{5}$$

Activitat proposada

1. Completa la taula, sabent que un quilogram de creïlles està a 0,8 €.

€			2,4				
kg	1	2		4	5	6	7



Activitat resolta

Esbrina el valor desconegut en les proporcions:

$$a) \frac{40}{35} = \frac{x}{28}$$

$$35 \cdot x = 40 \cdot 28 \iff x = \frac{40 \cdot 28}{35} \iff x = 32$$

$$b) \frac{60}{25} = \frac{12}{x}$$

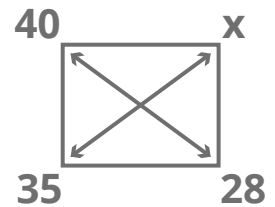
$$60 \cdot x = 25 \cdot 12 \iff x = \frac{25 \cdot 12}{60} \iff x = 5$$

$$c) \frac{x}{10} = \frac{10}{25}$$

$$25 \cdot x = 10 \cdot 10 \iff x = \frac{10 \cdot 10}{25} \iff x = 4$$

$$c) \frac{4}{x} = \frac{6}{15}$$

$$60 \cdot x = 4 \cdot 15 \iff x = \frac{4 \cdot 15}{60} \iff x = 10$$



Hem utilitzat que el producte dels extrems és igual al producte dels mitjos. El número que està en la diagonal on està la variable x és el que passa a dividir. És raonable perquè si per exemple, 6 vegades x és igual a 60, això significa que x és la sisena part de 60 que és 10.

Activitat proposada

2. Esbrina el valor desconegut

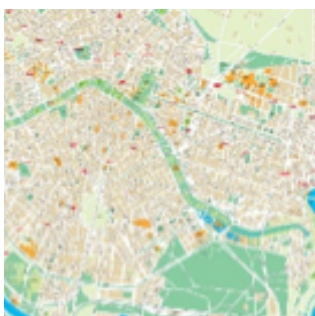
a) $\frac{6}{9} = \frac{x}{15}$

b) $\frac{3}{12} = \frac{5}{x}$

c) $\frac{x}{40} = \frac{2}{10}$

d) $\frac{100}{x} = \frac{40}{12}$

On apareixen les proporcionalitats?



**+ %
IVA**



2. Regla de tres simple directa

Dues magnituds a i b són directament proporcionals amb raó de proporcionalitat k quan el quocient

$\frac{a}{b}$ és sempre igual a k .

$$\frac{a}{b} = k$$

Observa, que en aquest cas en augmentar una magnitud (doble, triple, etc.) també augmenta el valor de l'altra (doble, triple, etc.).

Per exemple, el preu total de les tomaques que compres i el nombre de quilograms són magnituds directament proporcionals. Si compres el doble de quilograms, aleshores el preu serà el doble, si en compres el triple, el preu serà el triple i així succeirà. En canvi, el salari i el nombre d'hores treballades pot ser que no siguin magnituds directament proporcionals, dependrà del tipus de treball. En alguns casos, el salari depèn del rendiment. Per

exemple, en la collita de creïlles pot dependre del nombre de sacs i no del nombre d'hores i per tant, el quocient del salari entre el nombre d'hores no dóna sempre el mateix.

En l'exercici del nombre de fotòcopies, la raó de proporcionalitat és 7, que és el preu en cèntims per unitat.

Ara et propose una manera pràctica d'organitzar la informació amb la situació següent:

Pau es dedica al transport de verdures i fruites de collites xicotetes. Ell recorda que l'any passat va necessitar 8 viatges per a transportar 120 caixes d'albercocs. Ara, ha de transportar 315. Quants viatges hi necessitarà?

Observa que a més caixes, més viatges hi necessitarà. El nombre de caixes i el nombre de viatges són magnituds directament proporcionals.

En el mètode de la regla de tres cal col·locar els valors d'una magnitud en la mateixa columna:

$$\begin{array}{lcl} 120 \text{ caixes} & \longrightarrow & 8 \text{ viatges} \\ 315 \text{ caixes} & \longrightarrow & x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 120 \text{ caixes} & \longrightarrow & 8 \text{ viatges} \\ 315 \text{ caixes} & \longrightarrow & x \end{array}} \right\}$$

Com que la raó entre caixes i nombre de viatges és sempre la mateixa, l'equació que hem de plantejar és:

$$\frac{120}{315} = \frac{8}{x}$$

És el mateix ordre de col·locació, llevat que posem el signe igual i les ratlles de les fraccions.

Ara, cal recordar que és una proporció, i per tant, el producte dels extrems és igual al producte dels mitjos:

$$120 \cdot x = 8 \cdot 315, \text{ i d'ací:}$$

$$x = \frac{8 \cdot 315}{120}$$

Fixa't que és equivalent a plantejar la proporció,

$$\frac{120}{8} = \frac{315}{x}$$

Fem el càlcul: $x=21$ viatges.

També podem calcular les caixes que pot portar en un viatge i després dividir el total de caixes que ha de transportar entre el nombre de caixes d'un viatge. Aquest mètode s'anomena reducció a la unitat de la magnitud. En aquest cas,

$$120:8=15$$

$$315:15=21$$

Quina és la constant de proporcionalitat entre caixes i viatges?

La resposta és 15.



Activitats resoltes:

Marina té dues ofertes de telefonia mòbil. Amb la companyia A ha de pagar 0,25 € per cada 3 minuts i amb la companyia B ha de pagar 1 € per cada 15 minuts. Si ambdues companyies calculen la tarifa per minuts, quina companyia resulta més barata?

Dades:

Minuts	Preu	Companyia A
3	0,25 € = 25 cèntims	

Minuts	Preu	Companyia B
15	1 € = 100 cèntims	

Estratègia: Calcular el nombre de minuts que podem parlar per 1€ en la companyia A.

$$\begin{array}{lcl} X & \longrightarrow & 100 \text{ cèntims} \\ 3 \text{ minuts} & \longrightarrow & 25 \text{ cèntims} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} X & \longrightarrow & 100 \text{ cèntims} \\ 3 \text{ minuts} & \longrightarrow & 25 \text{ cèntims} \end{array}} \right\}$$

Plantejament: $\frac{X}{3} = \frac{100}{25}$

Resolució: $x = 12$.

Resposta: És millor la companyia B, perquè dóna més minuts per 1 €.

Hi ha altres estratègies, com calcular el preu d'un minut en cada companyia.

Activitat proposada

3. Un tren recorre 350 km en 2 hores, quants quilòmetres recorrerà en 3 hores?
4. Pepe cobra 200 euros per cada 3 màquines venudes. Quant cobrarà si ven 21 màquines?

Activitat resolta

La lliura esterlina està a 1,12 euros. Quantes lliures són 336 euros?

$$\begin{array}{lcl} £ & \longrightarrow & € \\ 1 & \longrightarrow & 1,12 \\ x & \longrightarrow & 336 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} £ & \longrightarrow & € \\ 1 & \longrightarrow & 1,12 \\ x & \longrightarrow & 336 \end{array}} \right\}$$

Es tracta d'una regla de tres simple directa.

Activitat proposada

5. Tenim en compte que 1 € = 0,86 \$, realitza els següents canvis de moneda:

a) 860 \$ = _____ €

b) 10 € = _____ \$

c) 50 € = _____ \$

Regla de 3 simple inversa

Suposem que volen pintar una massia de 48 habitacions. Un pintor pot pintar una habitació per dia. Si contracte un pintor tardarà 48 dies però, si contracte 2 pintors, llavors, en 24 dies acabaran el treball. En aquest cas, el nombre de pintors i el nombre de dies que són necessaris són magnituds inversament proporcionals. Si augmenta el nombre de pintors (el doble, el triple, etc.), disminueix el nombre de dies, (la meitat, la tercera part, etc.), més concretament, dues magnituds a i b són inversament proporcionals amb raó de proporcionalitat k quan el producte $a \cdot b$ és sempre igual a k .

$$a \cdot b = k$$

En augmentar el valor d'una disminueix el valor de l'altra.

Quant tardaren 6 pintors en realitzar la mateixa tasca?

Plantegem el problema amb l'esquema de regla de tres.

$$\begin{array}{l} 2 \text{ pintors} \longrightarrow 24 \text{ dies} \\ 6 \text{ pintors} \longrightarrow x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \text{ pintors} \longrightarrow 24 \text{ dies} \\ 6 \text{ pintors} \longrightarrow x \end{array}} \right\}$$

El producte del nombre de pintors pel nombre de dies és constant. Per tant, l'equació que hem de plantejar és,

$$\frac{6}{2} = \frac{24}{x}$$

$$\boxed{\frac{6 \cdot x}{\text{n. pintors multiplicat pels dies}}} = \boxed{\frac{2 \cdot 24}{\text{n. pintors multiplicat pels dies}}}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{24}{x} \quad \text{Per tant, } x = \frac{2 \cdot 24}{6 \cdot x} = 8 \text{ días.}$$

Fixa't que es resol de la mateixa forma que en el cas de regla de tres simple directa excepte en la col·locació dels números en l'equació

$$\frac{6}{2} = \frac{24}{x}$$

Ací no hem guardat l'ordre de l'esquema de regla de tres, sinó que hem invertit els valors dels pintors. Has de fer una sola inversió. La resta de resolució és la mateixa que en el cas directe.

Pintors	1	2	3	4	6	8	12	16	24	48
Dies	48	24	16	12	8	6	4	3	2	1
Pintors x Dies	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48

En aquest problema nombre de habitacions, 48, és igual al nombre de pintors que hi ha cada dia multiplicat pel nombre de dies.

Activitat resolta

Un ciclista tarda 8 hores a recórrer la distància entre dues poblacions. Ha fet una parada de 2 hores i ha anat a 15 km/h. Quant tardarà si fa el mateix recorregut a una velocitat de 12 km/h si la parada és d'1 hora?

Dades: Pedaleja 6 h a la velocitat de 15 km/h. Ara va a 12 km/h i la parada és d'1 hora.

Les magnituds que posen en relació són el temps i la velocitat. Són magnituds inversament proporcionals, a més velocitat, menor temps.

Plantejament:

6 hores	————→	15 km/h	}
x	————→	12 km/h	

$$\frac{6}{x} = \frac{12}{15}$$

Hem invertit les dades d'una de les columnes quan hem plantejat l'equació.

Resolució: $x = \frac{6 \cdot 15}{12} \longleftrightarrow x = 7,5$

Hem de sumar l'hora que està parat.

Resposta: 8,5 hores, és a dir 8 hores i 30 minuts.

Activitat proposada

Tres aixetes tarden a omplir una piscina 15 hores. Quant tardaran a omplir la piscina cinc aixetes del mateix cabal?



Percentatges. Augments i disminucions.

El percentatge i la regla de tres simple directa

Quan r de cada 100 unitats tenen una certa propietat diem que el r per cent de les unitats té aquesta propietat i escrivim $r\%$.

Ara, si tenim una quantitat Q , quantes tenen aqueixa propietat?

Plantegem la regla de tres,

Part $\longrightarrow$ Total

$r \longrightarrow 100$
 $x \longrightarrow Q$

Les magnituds part i total són directament proporcionals perquè el quocient entre la part i el total és constant, és a dir, sempre dóna el mateix número. Observa que a major part, major total.

$$\frac{r}{100} = \frac{p}{Q} \quad \frac{r}{p} = \frac{100}{Q}$$

D'on deduïm que el $r\%$ d'una quantitat Q es calcula mitjançant la fórmula:

$$r\% \text{ de } Q = \frac{r \cdot Q}{100}$$

Això significa que per a calcular el $r\%$ d'una quantitat Q , primer multipliquem el número r per la quantitat Q , i després el resultat d'aqueixa multiplicació ho dividim entre 100.

Activitat resolta

Calcula els percentatges següents:

- a) 6% de 50 b) 8% de 400.

$$\text{a) } 6\% \text{ de } 50 = \frac{6 \cdot 50}{100} = 3$$

$$\text{b) } 8\% \text{ de } 400 = \frac{8 \cdot 400}{100} = 32$$

Activitat proposada

7. Calcula els percentatges següents:

- a) 3% de 500 b) 8% de 700 c) 10% de 500 d) 5% de 900 e) 4% de 150 f) 7% de 2000

Porcentatge com a fracció d'una quantitat.

Observa que $r/100$ de la quantitat Q és igual al $r\%$ de dita quantitat.

El 8% 100 de 230 és igual que $\frac{8}{100}$ de 230, és a dir, $\frac{8}{100} \cdot 230$. Per tant,

$$8\% \text{ de } 230 = \frac{8 \cdot 230}{100} = 18,4$$

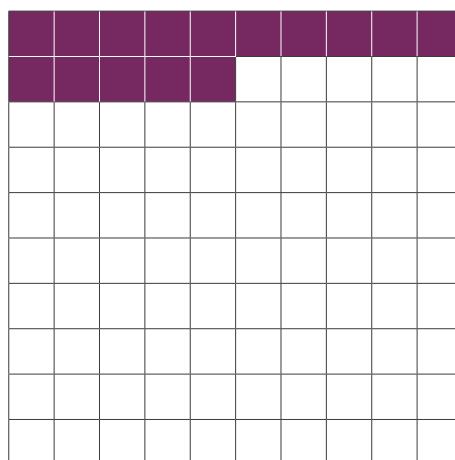
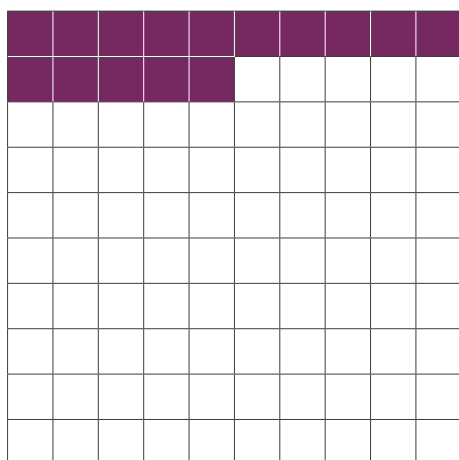
Activitat proposada

8. Completa la taula

Percentatge	Fracció	Càlcul
9% de 300	$\frac{9}{100}$ de 300	
3% de 15		
8% de 1000		
18% de 500		

Activitat resolta

Imagina't que tens 200 caixes i en cada caixa tens 5 €. Si agafes els diners que hi ha en el 15% de les caixes, quants diners has agafat?



Amb aquest dibuix està clar que el 15 % de 200 és 30. Ara,

$$30 \text{ caixes} \times 5\text{€}/\text{caixa} = 150\text{€}$$

Una màquina fabrica al dia 850 joguets de plàstics dels quals 17 presenten algun defecte. Quin percentatge de joguets defectuosos fabrica la màquina? Poden plantejar la regla de tres,

Part $\longrightarrow$ Total

$r \longrightarrow 100$
 $17 \longrightarrow 850$

$$\frac{r}{17} = \frac{100}{850} \quad \text{D'ací obtenim } r = \frac{1700}{850} \longleftarrow \longrightarrow r = 2$$

El percentatge de joguets defectuosos és del 2 %.

Activitats proposades

9. L'embassament de la Forata a València té una capacitat de 37 hm³. Quants litres d'aigua té si està al 30% de la seua capacitat?

Augments percentuals

Augmentar el r per cent una cantidad Q significa sumar a la quantitat Q, el r % de la quantitat Q, és a dir,

Q+el r% de Q.

- Si un producte val 100 € i augmenta el seu valor el 20 %, aleshores, ara val 120 €.
- Si un producte val 200 € i augmenta el seu valor el 20 %, és a dir, augmenta 40 €, aleshores, val 240 €. Fixa't que el 120% de 200 és 240.

Exemple

El preu d'unes sabates és de 30 euros. Cal afegir el 21% d'IVA al preu. Quin és el preu final?

Calculem el 21% de 30 i sumem el resultat a 30,

$$\frac{30}{100} \cdot 21 = 6,3 ; 30 + 6,3 = 36,3 \text{ €}.$$

Plantejament mitjançant regla de tres.

Sense IVA $\longrightarrow$ Amb IVA

$100 \text{ €} \longrightarrow 121 \text{ €}$
 $30 \text{ €} \longrightarrow Q_a$

$$Q_a = \frac{121 \cdot 30}{100} = 36,3 \text{ €}$$

La quantitat augmentada amb l'IVA és 36,3 €.

Activitat resolta

Mario ha oblidat pagar un impost municipal de 80 euros i per això ha de pagar un 5% de recàrrec. Quant ha de pagar ara?

Calculem el 5 % de 80,

$$5 \% \text{ de } 80 = \frac{5 \cdot 80}{100} = 4$$

Sumem, $80+4=84$.

Resposta. Mario ha de pagar 84 € ara.

Activitats proposades

10. Augmenta les quantitats següents el 8 %

a) 240

b) 4500

c) 7000

d) 800

Disminucions percentuals

Disminuir el r per cent una cantidad Q significa restar a la quantitat Q , el r % de la quantitat Q , és a dir, Q -el r % de Q .

Si un producte val 100 € i et rebaixen el 20 % ara val 80 €.

Si un producte val 200 € i et rebaixen el 20 %, aleshores et rebaixen 40 € i ara val 160 €. Fixa't que el 80 % de 200 és igual a 160.

Exemples:

El preu d'un llibre és de 30 euros. Si té una rebaixa del 7%, quin és el preu final?

Calculem el 7% de 30 i restem el resultat a 30,

$$\frac{7}{100} \cdot 30 = 2,1; 30 - 2,1 = 27,9$$

El preu final és 27,9 €.

Plantejament mitjançant regla de tres directa: de cada 100 € et rebaixen 7 €, Es a dir, si una cosa val 100 €, aleshores et costa 93.

Preu $\longrightarrow$ Preu amb descompte

100 $\longrightarrow$ 93

30 $\longrightarrow$ Q_d



$$Q_d = \frac{30 \cdot 93}{100} = 27,9$$

Activitats resoltes

Vaig comprar un vestit, em van cobrar 340 € i em van dir que m'havien rebaixat un 15%.
Quant valia el vestit sense rebaixar?

Preu —————→ Preu amb descompte

$$\left. \begin{array}{l} 100 \longrightarrow 85 \\ x \longrightarrow 340 \end{array} \right\} \quad x = \frac{100 \cdot 340}{85} = 400$$

El vestit valia 400 € sense rebaixar.

Dia sense IVA i dia de rebaixes.

Llúcia vol comprar un ordinador nou. Actualment val 605 € amb IVA inclòs del 21 %. Demà és el dia sense IVA i depús-demà haurà una rebaixa del 21 %. Quant és millor comprar-ho?

Dia sense IVA

Preu Sense IVA —————→ Preu amb IVA inclòs

$$\left. \begin{array}{l} 100 \longrightarrow 121 \\ x \longrightarrow 605 \end{array} \right\} \quad x = \frac{100 \cdot 605}{121} = 500$$

Dia de rebaixes

Preu Rebaixat —————→ Preu amb IVA inclòs

$$\left. \begin{array}{l} 79 \longrightarrow 100 \\ y \longrightarrow 605 \end{array} \right\} \quad y = \frac{79 \cdot 605}{100} = 477,95$$

Per tant, és millor comprar l'ordinador el dia de rebaixes.

Tornant al problema inicial

En la primera botiga:

Pagarà 4 pijames. Per tant, el preu final és $4 \times 6 = 24$ €.

En la segona botiga:

Pagarà 6 pijames. Per tant, el preu és $6 \times 6 = 36$ € menys el descompte.

Descompte = $40 \times 36 : 100 = 14,4$.

Es fa la resta: $36 - 14,4 = 21,6$

Conclusió: És millor anar a la segona botiga.

Activitats proposades

11. Aplica una rebaixa del 15 % als preus següents:

a) 350 €

b) 500 €

c) 450 €

d) 2000 €

Escales

L'escala és la relació matemàtica que existeix entre les dimensions del dibuix que representa la realitat sobre un plànol o un mapa i les dimensions reals.

Les escales s'escriuen en forma de raó on l'antecedent indica el valor en el plànol i el conseqüent el valor en la realitat. Per exemple, l'escala 1:300 significa que 1 cm del plànol equival a 300 cm en l'original.

Exemples: 1:1, 1:10, 1:500, 6:1, 100:1

Tipus d'escales numèriques

Escala natural: És l'escala que utilitzen quan la grandària de l'objecte en el dibuix coincideix amb la realitat, és a dir, E. 1:1.

Escala de reducció: S'utilitza quan la grandària física del plànol és menor que la realitat. Aquesta escala s'utilitza per a representar peces (E.1:2 o E.1:5), plànols d'habitatges (E:1.50), mapes físics de territoris, que poden ser escales com E.1.50.000 o E.1.100.000. Per a conèixer el valor real d'una dimensió cal multiplicar la mesura en el plànol pel valor del denominador.

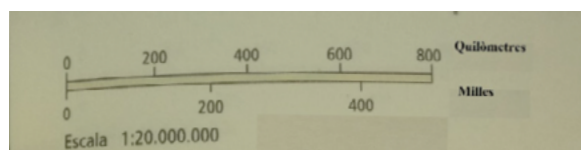


Escala d'ampliació: S'utilitza quan cal fer el plànol de peces molt xicotetes o de detalls d'un plànol. Per exemple, E. 2:1 o E. 100:1. En aquest cas, el valor del numerador és més alt que el valor del denominador. Per a conèixer el valor real es divideix la mesura del dibuix entre el numerador.

També, s'utilitzen **les escales unitat per unitat** on s'expressa l'escala per una igualtat d'unitats. Per exemple, 1 cm = 4 km, que significa que 1 cm en el dibuix equival a 4 km de la realitat.

A més, existeix l'escala gràfica que és la representació dibuixada de l'escala unitat per unitat, on cada segment mostra la relació entre la longitud de la representació i el de la realitat.

De vegades en el propi dibuix es fiquen les mesures reals.



Activitat resolta

En un mapa a escala 1:20.000.000 la distància entre dues ciutats és de 10 cm. Quants km hi ha entre aquestes?

Mapa —————> Realitat

1 cm —————> 20.000.000 cm }
10 cm —————> x }

$$x = 10 \cdot 20.000.000 = 200.000.000 \text{ cm} = 2.000 \text{ km}$$

Activitat proposada

12. En un mapa a escala 1:15.000.000 la distància entre dues ciutats és de 5 cm. Quants km hi ha entre aquestes?

Activitats finals

1. Calcula les receptes per a 6 persones:



a) Espagueti amb pesto per a 4 persones

275 g de pasta,
Un grapat de fulles d'alfàbega fresca,
4 dents d'all,
3 nous picades,
100 ml d'oli d'oliva,
75 g de formatge parmesà ratllat,
sal i pebre al gust

b) Fideuà per a 4 persones:

400 g de fideus gruixuts de fideuà,
200 g de rap,
2 sèpies,
8 llagostins,
2 dents d'all,
4 tomaques molt madures,
una cullerada de pebre roig dolç, safrà en bri, sal,
100 ml d'oli d'oliva,
caldo de peix (aproximadament 1,5 litres).



c) Carxofes Farcides de Benicarló amb gambes de Vinaròs per a 4 persones

8 carxofes,
1/2 kg de gambes pelades,
1 ceba,
1/2 l de caldo de peix,
100 g de farina,
50 g de mantega,
sal, pebre i nou moscada.

2. Segons el plànol que està a 1:75, és possible col·locar un sofà de 2,3 m de llarg?



3. Tres amics compren loteria. Un d'ells posa 5 €, altre 20 € i altre 15 €. Els toca un premi de 10.000 €.

- Calcula la fracció de diners invertits de cadascú.
- Calcula el percentatge invertit per cadascú.
- Calcula els diners de premi que correspon a cadascú.

4. Als Estats Units d'Amèrica naixen 6000 xiquets cada dia. Quants xiquets naixen en un any?

5. Per 3 kg de pomes i 4 kg de peres he pagat 12,5 €. Si les peres costen a 2€/kg, quant costen 2 kg de pomes i un de peres?



6. El rendiment de la pintura que he comprat és de 8 m² per litre. He de pintar una habitació que té 2 m d'altura, 4 m d'ample i 4 m de llarg. Si no tinc en compte, la finestra i la porta, perquè em sobre una mica de pintura, quants litres hi necessitaré?

7. Per 4 hores de faena, Maite ha cobrat 60 €. Quant cobrarà per 3 hores?

8. Agustín cobra el 4% de les vendes que realitzi. Aquest més ha venut 300 ordinadors a 600 euros cadascú. Quants diners ha guanyat?

9. Carme s'ha comprat un vestit de núvia que valia 1200 euros i s'ho han deixat en 1080 euros.

- Quants euros li han descomptat?
- Quin percentatge suposa la rebaixa?
- Quina és la fracció de percentatge?



10. En el plànol d'una casa, la sala fa 9 cm de llarg i 8 cm d'ample. Si en la realitat la sala fa 4,5 m de llarg, quina n'és l'amplària real?

11. Un motorista recorre 20 m en un segon. Quina n'és la velocitat en quilòmetres per hora?

12. En una granja, el 20 % dels animals són pollastres. Si saben que hi ha 30 pollastres, quin és el nombre total d'animals?

13. Han dit a les notícies de televisió que el pa ha pujat un 10 %. Si una barra costava 60 cèntims, quant costa ara?

14. El 4 % de porquets són de pota negra. Quants porquets hi ha si els de pota negra són 12?

15. Una camisa costa 25 €. Quant hi pagaré si em fan una rebaixa del 30 %?

16. Tenim aigua oxigenada de 60 volums, és a dir, que la concentració d'aigua oxigenada és del 60%, això suposa que en 100 ml de dissolució hi ha 60 ml d'aigua oxigenada i 40 ml d'aigua destil·lada. Si tenim 100 ml de dissolució d'aigua oxigenada de 60 volums i afegim 100 ml d'aigua destil·lada, quin percentatge quedarà d'aigua oxigenada ara?

Sabies que...



Si la Terra fora una bola de 1 cm de diàmetre, aleshores el Sol seria una bola de més d'un metre.

	Diàmetre en km	Nombre de vegades el diàmetre de La Terra
Sol	1.391.016 de km	109,05 vegades
Mercuri	4.880 km	0,38 vegades
Venus	12.104 km	0,95 vegades
La Terra	12.756 km	1
Mart	6.794 km	0,53 vegades
Júpiter	142.984 km	11,21 vegades
Saturn	108.728 km	8,52 vegades
Urà	51.118 km	4,01 vegades
Neptú	49.532 km	3,88 vegades

L'Univers té 13.800.000.000 anys i els primers humans van aparèixer fa 2.500.000 anys. Això vol dir, que si l'Univers tinguera 24 hores, aleshores els primers humans hagueren aparegut fa 16 segons.

Per a comprovar aquesta dada pots plantejar la regla de tres i resoldre-la amb l'ajuda de la calculadora:

Recorda que per a passar hores a segons has de multiplicar per 3.600.

L'índex de massa corporal (IMC) és una raó matemàtica de la massa en kg i l'altura en kg i l'altura en metres al quadrat d'un individu, $\frac{\text{massa}}{\text{altura}^2}$

El rang recomanable està entre 18,5 i 24,99 en adults.

Per exemple, una persona d'altura 1,6 m i massa 58 kg té d'IMC 22,66.

Calculadora científica

Per a calcular un percentatge pots utilitzar les tecles de producte, i divisió.	 
Algunes calculadores tenen la tecla del percentatge.	 
$3 \% \text{ de } 700 =$ $\frac{3 \cdot 700}{100} = 21$	$3 \cdot 700 \div 100 =$   
Ara amb la tecla de percentatge (En algunes calculadores no fa falta la tecla SHIFT).	$3 \cdot 700 \%$    

Activitats proposades

1. Calcula mentalment i amb la calculadora

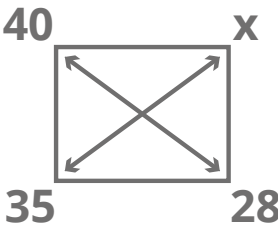
a) 3 % de 200

b) 6 % 500

c) 20 % de 50



Resum

Nom del concepte o propietat	Definició	Exemple
Raó	Quocient entre els valors de dues magnituds associades a un fenomen o objecte.	Raó entre el preu d'un sac de creïlles i el nombre de kg
Proporció	Una proporció és una igualtat de dues raons $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Per la seua col·locació, els números a i d es diuen extrems i els números b i c, mitjos. En una proporció, es compleix que el producte d'extrems és igual al producte de mitjos, és a dir, $a \cdot d = c \cdot b.$	 $\frac{40}{35} = \frac{x}{28}$ $35 \cdot x = 40 \cdot 28$ $x = \frac{40 \cdot 28}{35}$ $x = 32$
Magnituds directament proporcionals	Dues magnituds a i b són directament proporcionals amb raó de proporcionalitat k quan el quocient, $\frac{a}{b}$ és sempre igual a k. $\frac{a}{b} = k$ En augmentar una magnitud, augmenta l'altra. En disminuir una magnitud, disminueix l'altra.	El preu total de les tomaques i les kg que compre.
Magnituds inversament proporcionals	Dues magnituds a i b són inversament proporcionals amb raó de proporcionalitat k quan el producte a · b és sempre igual a k. $a \cdot b = k$ En disminuir una magnitud, augmenta l'altra. En augmentar una magnitud, disminueix l'altra.	Nombre de obrers que descarreguen un camió i el nombre d'hores.

Regla de tres simple directa	Es planteja entre magnituds directament proporcionals. En el mètode de la regla de tres cal col·locar en cada columna els valors d'una mateixa magnitud. Es resol col·locant els termes en el mateix ordre. Un transportista necessita 8 viatges per a portar 120 caixes. Quants viatges necessitarà per a portar 315 caixes? $\left. \begin{array}{l} 120 \text{ caixes} \longrightarrow 8 \text{ viatges} \\ 315 \text{ caixes} \longrightarrow x \end{array} \right\}$ $\frac{120}{315} = \frac{8}{x}$ $x = 21$ viatges.
Regla de tres simple inversa	Es planteja entre magnituds inversament proporcionals. En el mètode de la regla de tres cal col·locar en cada columna els valors d'una mateixa magnitud. Es resol fem una inversió dels valors d'una de les columnes. 3 obrers descarreguen un camió en 2 hores. Quant hi tardaran 4 obrers? $\left. \begin{array}{l} 3 \text{ obrers} \longrightarrow 2 \text{ hores} \\ 4 \text{ obrers} \longrightarrow x \end{array} \right\}$ $\frac{4}{3} = \frac{2}{x}$ $x = 1,5$ hores.
Percentatges	El r % d'una quantitat Q es calcula mitjançant la fórmula: $r\% \text{ de } Q = \frac{r \cdot Q}{100}$ És equivalent a fer $\frac{r}{100}$ de Q $5\% \text{ de } 400 = \frac{5 \cdot 400}{100} = 20$
Augments percentuals	Augmentar el r per cent una cantidad Q significa sumar a la quantitat Q, el r % de la quantitat Q, és a dir, Q+el r% de Q. Augmenta el 3% la quantitat de 500. 500+3% de 500. Ens queda 515. És equivalent a calcular el 103 % de 500.
Disminucions percentuals	Disminuir el r per cent una cantidad Q significa restar a la quantitat Q, el r % de la quantitat Q, és a dir, Q-el r% de Q. Rebaixa el 20 % la quantitat de 40 €. 40-20% de 40. Ens queda 32 €.
Escales	L'escala és la relació matemàtica que existeix entre les dimensions del dibuix que representa la realitat sobre un plànol o un mapa i les dimensions reals. 1:300 Significa que 1 cm en el mapa equival a 300 cm de la realitat.

Autoavaluació

1. Una corona noruega equival a 0,10 €. Quantes corones equivalen a 5 euros?

- a) 0,05 corones b) 500 corones c) 0,5 corones d) 50 corones

2. Una caixa de taronges de 6 kg es ven per 7,2 €. Quant val 1 kg de taronges?

- a) 1,23 € b) 1,2 € c) 0,83 € d) 1,02 €

3. Dotze pintors pinten un edifici en 9 dies. Quants dies tardaran 4 pintors?

- a) 27 dies b) 36 dies c) 25 dies d) 3 dies

4. Una camisa costa sense rebaixar 33 euros. Demà la rebaixaran el 20 %. Quant hi costarà?

- a) 39,6 € b) 31 € c) 26,4 € d) 27 €

5. Hui és el dia sense IVA del 21 %. Una bicicleta que ahir valia 1210 €, quant costa hui?

- a) 955,9 € b) 1000 € c) 1100 € d) 1189 €

6. Dos socis d'una empresa es reparteixen 4000 euros de beneficis. Si a un d'ells li pertany el 20% de l'empresa, quant correspon a cadascú?

- a) 80 € i 3920€ b) 800 € i 3200 € c) 800 € i 3600€ d) 20 € i 3980 €

7. En un poble el 15 % té els ulls blaus. Si en el poble hi ha 4.000 persones, quantes tenen els ulls blaus?

- a) 600 persones b) 60 persones c) 260 persones d) 300 persones

8. En un mapa dues ciutats estan separades 4 cm. Si el mapa està a escala 1: 200.000, quants quilòmetres hi ha entre les dues ciutats en la realitat?

- a) 2000 km b) 20 km c) 8 km d) 800.000 km

9. El 8 % d'una quantitat és igual a 40. Quina és aquesta quantitat?

- a) 500 b) 320 c) 3,2 d) 400

10. Un televisor costava 900 euros i ara costa 630. Quin ha sigut el percentatge de rebaixa?

- a) 70 % b) 25 % c) 3 % d) 30 %

11. Dues persones de cada 25 tenen grup sanguini 0 negatiu. Quin percentatge suposa?

- a) 2% b) 8% c) 25% d) 4%

12. Expressa en forma de fracció el 7 %:

- a) $\frac{1}{7}$ b) $\frac{7}{1}$ c) $\frac{7}{10}$ d) $\frac{7}{100}$

Solucionari. Activitats proposades

1. Completa la taula, sabent que un quilogram de creïlles està a 0,8 €.

€	0,8	1,6	2,4	3,2	4	4,8	5,6
kg	1	2	3	4	5	6	7

2. a) $x = 10$ b) $x = 20$ c) $x = 8$ d) $x = 30$

3.

Distància $\longrightarrow$ Temps

$$\left. \begin{array}{l} 350 \text{ km} \longrightarrow 2 \text{ h} \\ x \longrightarrow 3 \text{ h} \end{array} \right\} x = \frac{350 \cdot 3}{2} \longleftrightarrow x = 525 \text{ km}$$

4.

Diners guanyats $\longrightarrow$ Màquines

$$\left. \begin{array}{l} 200 \text{ €} \longrightarrow 3 \\ x \longrightarrow 21 \end{array} \right\} x = \frac{21 \cdot 200}{3} \longleftrightarrow x = 1400 \text{ €}$$

5. a) $860 \$ = 1000 \text{ €}$ b) $10 \text{ €} = 8,6 \$$ c) $50 \text{ €} = 43 \$$

6. Regle de tres simple inversa. Al plantejar la proporció fem una inversió.

N.aixetes $\longrightarrow$ Temps

$$\left. \begin{array}{l} 3 \longrightarrow 15 \text{ h} \\ 5 \longrightarrow x \end{array} \right\} \frac{5}{3} = \frac{15}{x} \longleftrightarrow x = 9 \text{ h}$$

7. a) 15 b) 56 c) 50 d) 45 e) 6 f) 140

8.

Percentatge	Fracció	Càlcul
9% de 300	$\frac{9}{100}$ de 300	27
3% de 15	$\frac{3}{100}$ de 15	0,45
8% de 1000	$\frac{8}{100}$ de 1000	80
18% de 500	$\frac{18}{100}$ de 500	90

9. 30 % de 37 hm³ = 11,1 hm³ = 11100 dm³ = 11100 l

10. a) 259,2 b) 4860 c) 7560 d) 864

11. a) 297,5 b) 425 c) 382,5 d) 1700

Mapa —————> Realitat

1 cm —————> 15.000.000 cm

5 cm —————> x

x = 75.000.000 cm = 750 km



Solucionari. Activitats finals

1. Multipliquem les quantitats per $6/4=1,5$.

a) 412 g de pasta, 1,5 grapats de fulles d'alfàbega fresca, 6 dents d'all, 4,5 nous picades, 150 ml d'oli d'oliva, 112,5 g de formatge parmesà.

b) 600 g de fideus, 300 g de rap, 3 sèpies, 12 llagostins, 3 dents d'all, 6 tomaques molt madures, 1,5 cullerades de pebre roig dolç, safrà en bri, sal, 150 ml d'oli d'oliva, 2,25 de caldo de peix.

c) 12 carxofes, $\frac{3}{4}$ kg de gambes pelades, 1,5 cebes, $\frac{3}{4}$ l de caldo de peix, 150 g de farina, 75 g de mantega, sal, pebre i nou moscada.

2

Plànol $\longrightarrow$ realitat

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \longrightarrow 75 \text{ cm} \\ x \longrightarrow 230 \text{ cm} \end{array} \right\} x = 3,07$$

Sí, perquè el llarg del dibuix mesura més de 3,07 cm.

3.

a) Total invertit = 40 €. Fraccions: $\frac{5}{40}$; $\frac{20}{40}$; $\frac{15}{40}$ Simplificades: $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$

b)

Part $\longrightarrow$ Total

$$\left. \begin{array}{l} 1 \longrightarrow 8 \\ x \longrightarrow 100 \end{array} \right\} x = 12,5$$

Part $\longrightarrow$ Total

$$\left. \begin{array}{l} 1 \longrightarrow 2 \\ x \longrightarrow 100 \end{array} \right\} x = 50$$

Part $\longrightarrow$ Total

$$\left. \begin{array}{l} 3 \longrightarrow 8 \\ x \longrightarrow 100 \end{array} \right\} x = 37,5$$

Resposta: 12,5 %, 50% i 37,5 %.

c) 1250, 5000 i 3750

4. $6000 \times 365 = 2190000$

5. Les pomes valen a 1,5 €/kg. Total 5 €.

6. Comptant el sostre ha de pintar 5 quadrats de costat 4 m, per tant ha de pintar una superfície de 80 m².

Superfície $\longrightarrow$ Litres de pintura

$$\begin{array}{lcl} 8 \text{ m}^2 & \longrightarrow & 1 \text{ litre} \\ 80 \text{ m}^2 & \longrightarrow & x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 8 \text{ m}^2 & \longrightarrow & 1 \text{ litre} \\ 80 \text{ m}^2 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} x = 10 \text{ litres}$$

7.

Temps $\longrightarrow$ Diners guanyats

$$\begin{array}{lcl} 4 \text{ h} & \longrightarrow & 60 \text{ €} \\ 3 \text{ h} & \longrightarrow & x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 4 \text{ h} & \longrightarrow & 60 \text{ €} \\ 3 \text{ h} & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} x = 45 \text{ €}$$

8. $4\% \text{ de } 300 \cdot 600 = 7200 \text{ €}.$

9. a) 120 b) 10% c) $\frac{10}{100}$ també $\frac{1}{10}$

10.

Mapa $\longrightarrow$ Realitat

$$\begin{array}{lcl} 9 \text{ cm} & \longrightarrow & 4,5 \text{ m} \\ 8 \text{ cm} & \longrightarrow & x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 9 \text{ cm} & \longrightarrow & 4,5 \text{ m} \\ 8 \text{ cm} & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} x = 4 \text{ m}$$

11. $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$

Espais $\longrightarrow$ Tempst

$$\begin{array}{lcl} 20 \text{ m} & \longrightarrow & 1 \text{ s} \\ x & \longrightarrow & 3600 \text{ s} \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 20 \text{ m} & \longrightarrow & 1 \text{ s} \\ x & \longrightarrow & 3600 \text{ s} \end{array}} \right\} x = 72\,000 \text{ m} = 72 \text{ km}$$

velocitat = 72 km/h

12.

Part $\longrightarrow$ Total

$$\begin{array}{lcl} 20 & \longrightarrow & 100 \\ 30 & \longrightarrow & x \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lcl} 20 & \longrightarrow & 100 \\ 30 & \longrightarrow & x \end{array}} \right\} x = 150 \quad \text{Observa que } 20\% \text{ de } x = 30.$$

13. 66 cèntims.

14.

Part —————> Total

$$\begin{array}{rcl} 4\% \text{ de } x = 12. & 4 & \longrightarrow 100 \\ & 12 & \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{rcl} 4\% \text{ de } x = 12. & 4 & \longrightarrow 100 \\ & 12 & \longrightarrow x \end{array}} \right\} x=300$$

15. 17,5 €

16.

$$\frac{60}{200} = \frac{30}{100}$$

El 30 %. La dissolució queda rebaixada a 30 volums.

Solucionari. Activitats calculadora

1. $3 \cdot 200:100=6$ $6 \cdot 500:100=30$ $20 \cdot 50=100=10$

Solucionari. Autoavaluació

1d) 2b) 3a) 4c) 5b) 6b) 7a) 8c) 9a) 10d) 11a) 12 d)