FÍSICA

PAU

ÍNDICE

PAU

1

Introducción a la Física Conceptos elementales

Tema 1

Introducción a la Física. Conceptos Elementales.

En el presente Tema se abordarán y repasarán, conceptos que prácticamente utilizamos de manera cotidiana en nuestra vida, sin darnos cuenta de ello.

Las unidades que nosotros utilizamos para expresar alguna medida, la masa, el peso, ¿Cuál es su diferencia?, ¿utilizamos correctamente el término?, cuando vamos en coche y decimos la velocidad es de 120 Km/h, ¿es correcto? Con estas preguntas abordaremos el tema de las magnitudes escalares y vectoriales, y posteriormente hablaremos de sus propiedades.

El presente tema debe ser estudiado, mediante la lectura de la documentación aquí aportada y la resolución de las preguntas y cuestiones.

No consiste en memorizar, sólo darnos cuenta de los conceptos cuando se contesten las cuestiones y desarrollemos los problemas.

Introducción a la Física

Muchos de los fenómenos físicos que tienen lugar en la naturaleza son realmente complejos. Por ello la física aborda su estudio suponiendo la existencia de fenómenos más simples que representan una porción de la realidad, esta es la razón por la cual a la física se le conoce como la ciencia del «como si…».

Cuando se estudia un fenómeno físico, debemos de prescindir de querer llegar a conocer la razón de todas las cosas que afectan a dicho fenómeno, y centrarnos mediante el método teórico-experimental en el descubrimiento de las leyes universales que sirven para conocer cada vez mejor cómo se comportan los entes materiales que constituyen la naturaleza.

Para poder llegar a obtener dichas leyes se debe de realizar un trabajo arduo el cual sigue los cinco pasos fundamentales del método científico, el cual está atribuido a Galileo Galilei y a Francis Bacon. Dicho método consiste en los siguientes puntos fundamentales.

1. Identificar el problema a observar. Realizar mediciones.
2. Recogida de datos. Buscar los trabajos existentes y documentación relacionada.
3. Emisión de una hipótesis. Es decir una suposición que pueda explicar el fenómeno observado y que puede ser verificada o rechazada por la vía experimental.
4. Realizar experimentos para comprobar la hipótesis.
5. Formular la regla general mas simple que organice los tres ingredientes principales: hipótesis, predicción, resultado experimental, es decir emitir una conclusión de trabajo.

Como hemos podido apreciar, en el primer punto del método científico, se deben de realizar mediciones. ¿Qué es medir?, ¿Cómo se expresa una medición?. Estas sencillas preguntas nos introducen en el segundo punto del tema, «Las magnitudes físicas».

Magnitudes Físicas

Llamamos magnitud física a toda propiedad de un cuerpo que sea medible. Para entender esto un poco mejor veamos un sencillo ejemplo:

Nos situamos dentro de un coche deportivo, por una autopista, y decimos «este coche va muy rápido». Estudiemos un poco lo anterior, ¿rápido respecto de qué?, es decir, debemos de conocer qué es la rapidez, para poder medir y comparar. Si estudiamos qué es la rapidez nos daremos cuenta de que se trata de una relación entre el espacio recorrido y el tiempo invertido en ello. Hemos tenido que recurrir a otras magnitudes físicas, espacio y tiempo, para poder definir la rapidez.

A las magnitudes que se definen a partir de otras se les denomina magnitudes derivadas. A las que se definen de modo directo se les denomina magnitudes fundamentales (espacio y tiempo).

Unidades y Medidas. Sistemas de Unidades

Con el ejemplo anterior podemos plantearnos la siguiente pregunta: ¿Qué es medir una magnitud física? El proceso de medir consiste en comparar una cantidad de una magnitud con otra cantidad de la misma magnitud, que se toma como patrón y que se denomina unidad.

¿Cómo elegir la unidad correcta?

Las unidades empleadas deben de cumplir una serie de condiciones:

1. La unidad ha de ser constante.
2. Ha de ser universal.
3. De fácil reproducibilidad.

Existen varios sistemas de unidades de medida.

1. El Sistema Internacional (SI)
2. El Sistema cgs
3. Sistema Inglés
4. Sistema Gravitacional.

Para nuestro estudio vamos a utilizar principalmente las definidas en el Sistema Internacional. Partiremos para entrar en este punto de tres unidades fundamentales Longitud (L), Masa (M), Tiempo (T).

En la siguiente tabla se relacionan las magnitudes derivadas que más vamos a utilizar, además de sus unidades en el sistema internacional y sus símbolos.

Definición	Magnitud	Unidad	Símbolo
$S=L^2$	Superficie	Metro cuadrado	m^2
$V=L^3$	Volumen	Metro cúbico	m^3
$d = m/V$	Densidad	kg/ metro cúbico	kg/m^3
$v = s/t$	Velocidad	metro/ segundo	m/s
$a = v/t$	Aceleración	metro / segundo cuadrado	m/s^2
$F = m \times a$	Fuerza	Newton	$1\ N = 1kg \times m/s^2$
$p = F/S$	Presión	Pascal	$1\ Pa =(1kg \times m/s^2)/ m^2$
$T = F \times s$	Trabajo	Julio	$1\ J= 1kg \times m^2/s^2$
$P = T/t$	Potencia	vatio	$1\ W= 1kg \times m^2/s^3$

En esta otra tabla vemos la equivalencia de algunas unidades derivadas entre los diferentes sistemas de unidades.

Magnitud	**SI**	**cgs**	**Sistema Inglés**	**Sistema Gravitacional**
Longitud	metro, m.	centímetro, cm.	yarda, yd	Metro, m.
Masa	kilogramo, kg	gramo, gm	libra, lb	Kilogramo, kg
Tiempo	segundo, seg.	segundo, seg	segundo, seg.	Segundo, seg.
Fuerza	newton, N	dina	libra-fuerza, lb-f	Kilogramo-fuerza, kg-f

Ecuación de dimensiones

La suma de dos magnitudes físicas sólo tiene sentido si ambas tienen las mismas dimensiones. Este concepto lo hemos escuchado de diferentes maneras, «las peras con las peras, y las manzanas con las manzanas», «cada cual con el suyo, nada de mezclarse», es decir para medir dos o más magnitudes deben de tener las mismas dimensiones.

Toda magnitud derivada se puede expresar por medio de un producto (ecuación de dimensiones) de las magnitudes fundamentales. Para ello se sustituye cada magnitud fundamental de la ecuación de definición de la magnitud derivada por su dimensión.

Vamos a realizar un sencillo ejemplo, supongamos que queremos conocer la ecuación de dimensiones de la presión:

$$P = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot a}{S} = \frac{[M][L][T]^{-2}}{[L]^2} = [M][L]^{-1}[T]^{-2}$$

$$a = \frac{v}{t} = \frac{[L][T]^{-1}}{[T]} = [L][T]^{-2}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{[L]}{[T]} = [L][T]^{-1}$$

Las medidas experimentales y sus errores. Medidas directas e indirectas. Error Absoluto y Relativo

El objetivo básico de la Física es la descripción y cuantificación de los fenómenos físicos, con lo que medir lo observado en una experiencia es imprescindible. En Física todo se basa en las medidas experimentales y éstas están siempre sometidas a errores. El estudio de los errores de medida tiene especial importancia en muchos problemas prácticos.

El objetivo de una experiencia es conocer el valor que tiene una determinada magnitud. Es muy necesario algún indicador que nos garantice la fiabilidad de los resultados medidos, es decir debemos conocer el número de cifras a las que darles significado.

¿Qué se entiende por error de una medida en Física?

Cuando por ejemplo se mide una longitud mediante un instrumento que aprecia hasta la décima de milímetro se escribe: (13,3±0,1) mm, con lo que el verdadero valor cae dentro del intervalo comprendido entre los valores exactos 13,4 y 13,2. Este concepto de zona acotada o «intervalo de seguridad» es lo que se llama error en física.

Cuatro de las causas más importantes de los errores de medida son:

1. Defectos del instrumento o tendencias del observador.

   Son los llamados **errores sistemáticos.**

2. Causas fortuitas o imprevisibles.

   Son los llamados **errores accidentales.**

3. Límite de precisión de los instrumentos.
4. Cuando utilizamos números irracionales, π, e, logaritmos, raíces, etc.

Los conceptos asociados a una medida experimental de una medida directa (realizada directamente mediante algún instrumento al fenómeno que estamos estudiando) para poder conocer con mayor exactitud el significado de los valores obtenidos tras una experiencia son:

- **Precisión.-** Repetibilidad dentro de los márgenes más estrechos posibles de los resultados experimentales al realizar varias veces la misma experiencia.
- **Exactitud.-** Conocemos por exactitud la cercanía del valor hallado en la experiencia, con el valor exacto de dicha medida. Los valores exactos son aquellos obtenidos en laboratorios y obtenidos con controles muy rigurosos.
- **Sensibilidad.-** La unidad más pequeña que puede detectar un instrumento de medida.

Error Absoluto y Relativo

El error absoluto es el valor de la cantidad que se añade y se sustrae a la medida de que se trate para acotar el valor verdadero; se escribe a continuación del valor de la medida, precedido por el signo ± se expresa V±ΔV si medimos una magnitud V.

Si medimos el volumen de un depósito se obtiene:

$$V=(105 \pm 2) \text{ litros.}$$

Es decir el error absoluto es de 2 litros.

Con lo que el error relativo del ejemplo anterior sería de:

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta V}{V} = \frac{2}{105} \approx 0.02$$

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta V}{V} \cdot 100 = \frac{2}{105} \approx 2\%$$

El error relativo es pues un índice de la precisión de la medida: cuanto menor es dicho error, mayor es la precisión.

Medidas indirectas

En muchos casos el valor experimental de una magnitud se obtiene, de acuerdo a una determinada expresión matemática, a partir de la medida de otras magnitudes de las que depende. Se trata de conocer el error en la magnitud derivada a partir de los errores de las magnitudes medidas directamente.

Conocer las magnitudes escalares y vectoriales

Magnitudes escalares

Cuando el resultado del proceso de medición de una magnitud es expresable por medio de un número real, dicha magnitud se denomina escalar. Muchas cantidades físicas, como la masa, el volumen y el tiempo pueden especificarse completamente por medio de una magnitud. Son cantidades que no tienen dirección. Se trata de cantidades escalares. Estas cantidades satisfacen las leyes ordinarias de la suma, la resta, la multiplicación y la división. Si, por ejemplo, metemos en un saco 3 kg de arena y 1 de piedras tendremos un saco cuya masa es de 4 kg, pero no necesitamos dirección alguna, para definir la medida.

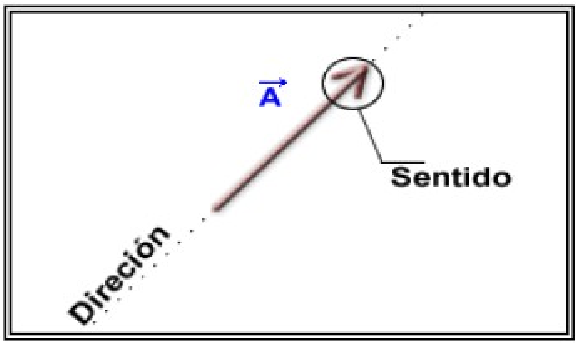
Magnitudes Vectoriales

Así, por ejemplo, una velocidad no queda completamente determinada dando su valor numérico en la correspondiente unidad, sino que hay que especificar la dirección del movimiento y su sentido, lo que en el espacio euclideo exige representar dicha magnitud por medio de un vector de tres componentes.

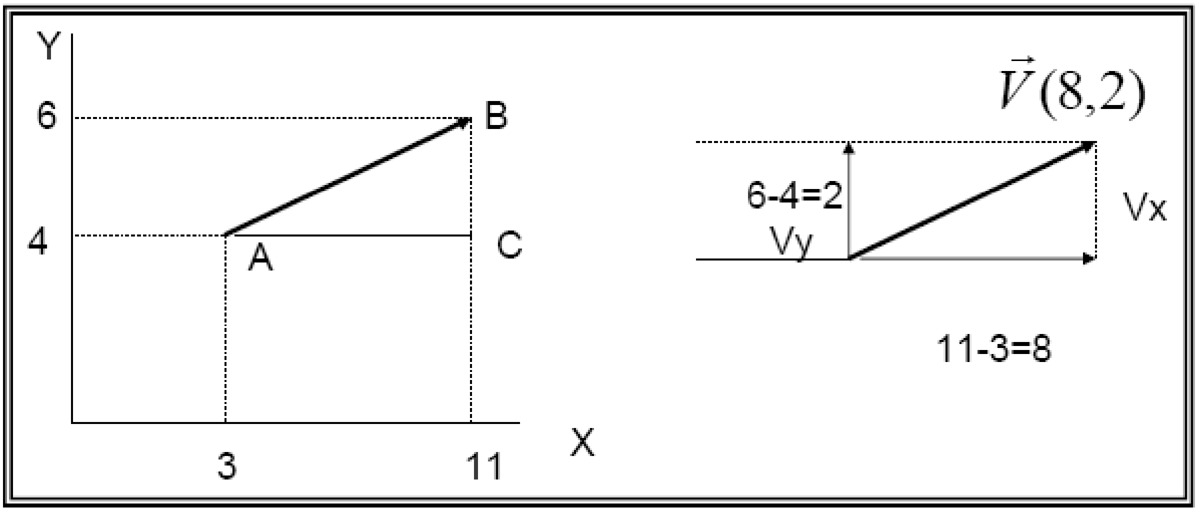
Al igual que la velocidad, son magnitudes vectoriales el espacio, la aceleración, la cantidad de movimiento y muchas otras. La representación de estas magnitudes se hace mediante unos entes denominados vectores, cuyo sentido geométrico es el de un segmento orientado y que están caracterizados por tres atributos: Módulo, dirección y sentido.

Representaremos a los vectores de dos modos:

Con una flecha encima: $\vec{A}$ o con negrita: **A**.



El módulo $|A|$ es la longitud del segmento que lo representa; la dirección, es la de la recta soporte a la que el segmento pertenece, y sentido, el que se le da fijando uno de los extremos del segmento como origen y el otro extremo como final, indicado con una flecha.



En la figura anterior vemos el vector **AB.** Para poder obtener dicho vector posición hemos restado a las coordenadas del segundo punto las del primero, obteniendo de este modo $\mathbf{V}_{AB}(8,2)$. Como podemos apreciar, los segmentos orientados de longitud 8 y 2 sobre los ejes x e y, son las proyecciones del vector **V** sobre cada eje. El vector **V** como vemos es la suma de los vectores $\mathbf{V}_x$, y $\mathbf{V}_y$ diciendo que $V_x=8$ e $V_y=2$, son las componentes del vector.

Si queremos calcular lo que vale la longitud del vector, es decir su módulo, sólo tendríamos que aplicar el teorema de Pitágoras:

$$|V| = V = \sqrt{(8^2+2^2)} = 8{,}246 \text{ uds}$$

El ángulo con el eje x será:

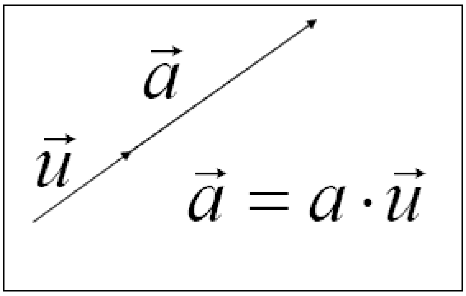
$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{2}{8}\right) = 14{,}036^\circ$$

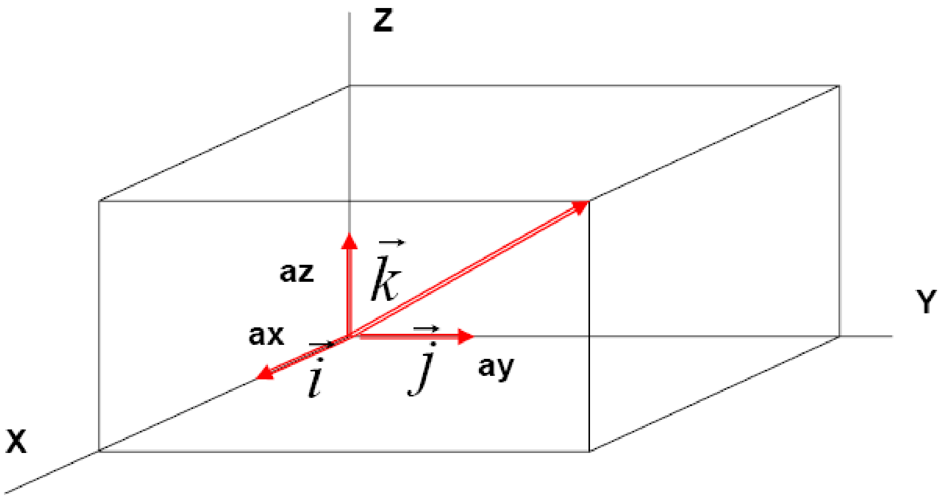
Por lo tanto:

- El módulo de un vector lo obtenemos calculando la raíz cuadrada de la suma de cada una de las componentes del vector al cuadrado.
- La dirección estará dada por el ángulo con respecto el eje x (2 dimensiones).
- El sentido nos lo indicará la posición de la flecha al final del segmento orientado.

El Vector unitario

Así se denomina a todo vector cuyo módulo sea igual a la unidad. Al multiplicar un vector por la inversa de su módulo obtenemos el vector unitario de su dirección. Evidentemente un vector podemos expresarlo como el producto de su módulo por el vector unitario de su dirección.





Dado un vector cualquiera **a** se denominan componentes del mismo a sus proyecciones sobre las direcciones de los ejes coordenados de referencia.

En el caso de la figura son a_x, a_y, a_z, y serán positivas o negativas según que su sentido coincida o no con el unitario del eje correspondiente.

El vector **a** se puede expresar de la siguiente manera:

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

Clasificación de los vectores

- **Vector libre:** Tiene especificados su módulo, dirección y sentido, pero su recta soporte no pasa por ningún punto determinado del espacio. Producen el mismo efecto aplicados en cualquier punto del espacio.
- **Vector Deslizante:** Tiene especificados su módulo, dirección y sentido y su recta soporte pasa por un punto determinado del espacio.

  El punto de aplicación del vector deslizante puede ser cualquiera de los puntos de su recta soporte.

Operaciones básicas con los vectores

Producto de un escalar por un vector

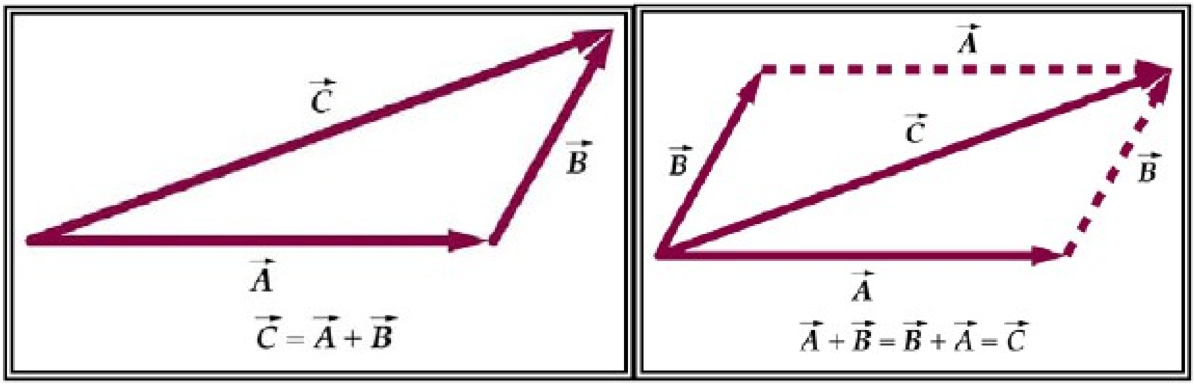
Dado un vector ***v*** y un escalar **m**, definimos otro vector ***v'*** así:

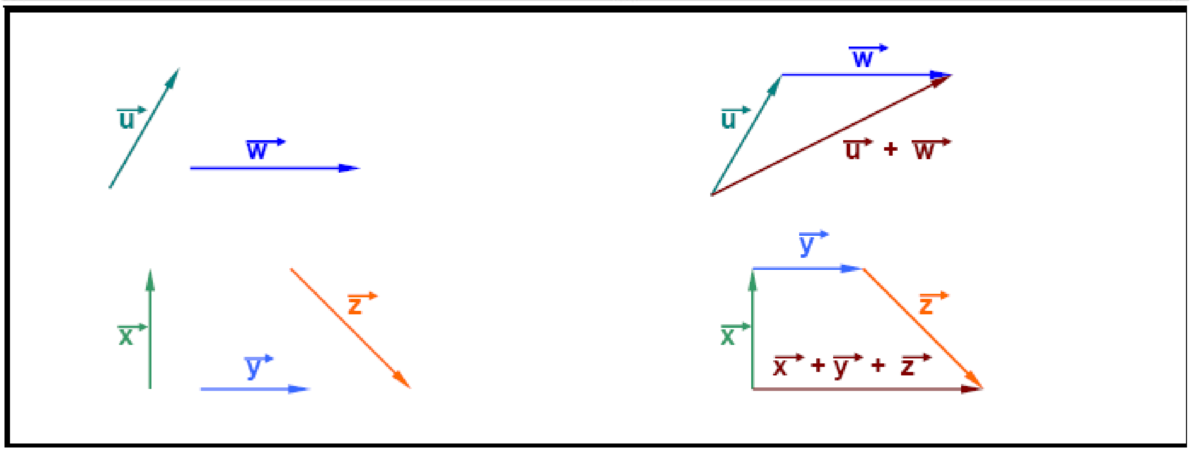
$$\boldsymbol{v'} = m\,\boldsymbol{v}$$

v' es un vector de la misma dirección que ***v*** y de módulo m***v***. El sentido de ***v'*** será el mismo que el de ***v***, si m>0 y el contrario, si m<0.

Suma de vectores

Dados dos vectores ***a*** y ***b***, se define un vector ***c***, suma de ***a* + *b*** de la forma que vemos en la figura.



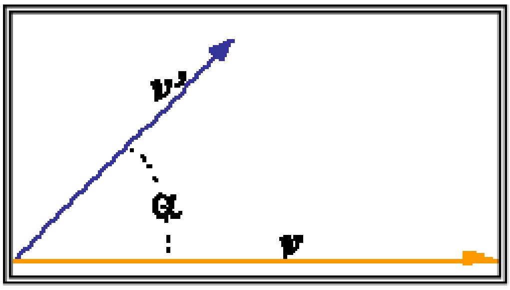


Producto escalar de dos vectores

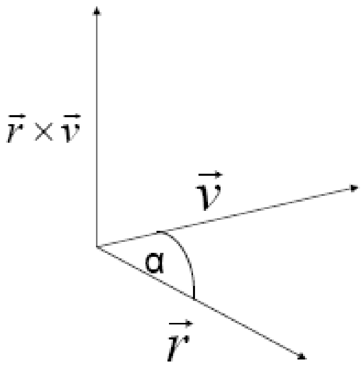
Dados 2 vectores ***v*** y ***v'*** no nulos, el producto escalar se define como un escalar tal que:

v · v' = xx' + yy' + zz'

v · v' = *v* · *v'* cos α



Producto vectorial de dos vectores



El producto vectorial de 2 vectores da como resultado otro vector que es perpendicular al plano formado por los 2 vectores.

$$\vec{r} = r_x\vec{i} + r_y\vec{j} + r_z\vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$$

$$\vec{r} \times \vec{v} = (r_y v_z - r_z v_y)\vec{i} + (r_z v_x - r_x v_z)\vec{j} + (r_x v_y - r_y v_x)\vec{k}$$

El módulo de dicho vector resultante puede calcularse mediante la expresión:

$$\left|\vec{r} \times \vec{v}\right| = rvsen\alpha$$

Resumen

Dado que la física es calificada como «La ciencia de las medidas», debemos de hacer hincapié en que las leyes y teorías se expresan relacionando entre si las cantidades de determinadas magnitudes físicas. Como para expresar numéricamente las cantidades de cada magnitud física es necesario referirnos a una unidad, debemos de conocer cuales son las más relevantes, con ejemplos de aplicaciones en el temario.

Llegar a entender que las unidades deben de ser coherentes para que las relaciones entre ellas lleguen a ser correctas. Entender que en toda ecuación física que se plantea las dimensiones de todos los términos que la integran han de ser las mismas, debe de existir homogeneidad.

Saber diferenciar que en Física existen dos tipos de magnitudes bien diferenciadas: Las que pueden expresarse mediante un simple número (temperatura, presión, trabajo, etc.), y las que además necesitan que se especifique la dirección y sentido que poseen (fuerza, velocidad, aceleración). Conocer los distintos tipos de vectores que existen según su punto de aplicación y a los efectos que producen. Libres, deslizantes y fijos.

Entender cómo se suman y restan los vectores, observando que el conjunto de los vectores sumados es equivalente, es decir produce el mismo efecto que un único vector, y que el producto de un vector por un escalar es otro vector.

Apreciar la importancia del vector unitario ya que todo vector puede ser considerado como el producto de su módulo (escalar) por un vector unitario que determine su dirección y sentido.

Saber cómo se puede expresar un vector mediante sus componentes. Saber que entre dos vectores pueden efectuarse varios tipos de productos, el escalar y el vectorial.

A c t i v i d a d e s

1. Indicar de la siguiente relación cuáles son magnitudes escalares y cuáles vectoriales: peso, masa, fuerza, presión, velocidad angular, potencia, trabajo, aceleración. Explicar razonadamente.

2. ¿Por qué la masa es una magnitud escalar y el peso un vector? Explicar razonadamente.

3. El velocímetro de un automóvil, ¿mide una magnitud escalar o una magnitud vectorial? Explicar razonadamente.

4. ¿Es posible que la suma de dos vectores de módulos 3 y 5 sea otro vector de módulo 2? Explicar razonadamente.

5. ¿Es posible que la suma de dos vectores de módulos 3 y 5 sea otro vector de módulo 9? Explicar razonadamente.

6. Comenta la frase «el producto de dos vectores de módulos 5 y 8 puede valer 20». Explicar razonadamente.

E j e r c i c i o s d e a u t o c o m p r o b a c i ó n

1. En la medida de 1m se ha cometido un error de 1mm, y en 300 km, 300m. ¿Qué error relativo es mayor?

2. Un abuelo le preguntó a su nieto, ¿Qué preferirías ganar, dos pesetas por cada cinco duros, o el 8%?

3. Al determinar el valor de la expresión $x= 7a^2/b$ se han hallado para a y b los siguientes valores:
   - Valores de a: 2,2000; 2,1990; 2,2010; 2,1985
   - Valores de b: 4,1000; 4,0990; 4,1001; 4,1002

   Acotar el valor de x

4. Dados los vectores $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ y $\vec{b} = -4\vec{i} + \vec{j}$, calcular:

a) El vector suma y su módulo
b) El vector diferencia y el ángulo que forma con el eje OX
c) El vector $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ y el vector unitario que define la dirección y sentido de **c**.

5. Un vector tiene por origen respecto de cierto sistema de referencia el punto O (-1,2,0) y de extremo P (3,-1,2). Calcular:
   a) Componentes del vector **OP**.
   b) Módulo y cosenos directores.
   c) Un vector unitario en la dirección de él pero de sentido contrario.

6. Dados los vectores **a**(2,-1,0), **b**(3,-2,-1) y **c**(0,-2,1). Calcular:
   - **(a+b)·c**
   - **(a-b) x c**

7. Deducir la ecuación de dimensiones de la potencia (P=W/t).

8. Pasar las siguientes unidades al S.I.
   - 3 gml^{-1}
   - 10 gcl^{-1}
   - 72kmh^{-1}
   - 78 atmósferas
   - 657 calorías
   - 3.600 rpm

2

Cinemática

Tema 2
Cinemática

Lo que se pretende con esta unidad es llegar a conocer los sistemas de referencia y relacionar las variables cinemáticas más adecuadas para definir cualquier movimiento de un punto.

Para poder llegar a entender los conceptos que aquí se van a desarrollar debemos de tener claros los aspectos vectoriales, explicados en la lección anterior.

Supondremos en todo momento, en el estudio de la unidad, que podemos reducir a un solo punto cualquier objeto con el propósito de facilitar su estudio. Debemos de realizar diversos problemas, además de los aquí incluidos para familiarizarnos con los conceptos y las relaciones entre ellos.

¿A que llamamos movimiento? ¿Qué es un sistema de referencia?

Hay movimiento en todo nuestro entorno. Lo podemos apreciar en las actividades cotidianas de las personas, en los coches, en los aviones surcando los cielos, en los barcos, en las copas de los árboles cuando el viento sopla, es decir el movimiento está en todas las partes.

Poder apreciar que los objetos se mueven es fácil, pero poder describirlo lleva algo más de trabajo. Para poder llevar a cabo dicha descripción, usamos lo que se conoce como «razón de cambio», es decir que tan aprisa ocurre un fenómeno, o cuanto cambia alguna cantidad en cierto intervalo de tiempo. Las razones de cambio que nosotros vamos a desarrollar en el presente tema, son la rapidez, la velocidad y la aceleración. «El movimiento es relativo». Todo se mueve, hasta las cosas que aparentemente están en equilibrio se mueven respecto del sol, y las estrellas. Un libro que está en reposo respecto de la mesa sobre la que está, se mueve a unos 30 kilómetros por segundo respecto al sol, y un transbordador espacial que se mueve a 8 kilómetros por segundo, es respecto de la superficie terrestre. Es decir el movimiento es relativo, a menos que se indique lo contrario, cuando nos referimos a las velocidades de los objetos que nos rodean, lo decimos respecto a la superficie terrestre.

Para poder estudiar el movimiento de un punto es necesario conocer en cada instante su posición respecto de un sistema de coordenadas fijo. De este modo hablamos de posición de un punto o de un cuerpo respecto de un punto, origen del sistema de coordenadas escogido.

Posición, rapidez, velocidad y aceleración de un cuerpo

Vector de posición

Para fijar la posición de un punto dentro del sistema de referencia en el cual queramos estudiar su movimiento, utilizaremos un vector, cuyo origen coincidirá invariablemente con el origen del sistema de referencia, y cuyo extremo estará sobre el lugar ocupado por el punto móvil. A este vector se le conoce como vector posición, siendo función del tiempo, y se representa del siguiente modo: $\vec{r} = \bar{r}(t)$

Para estudiar el movimiento analizaremos cómo el vector posición, varía respecto del tiempo. El extremo de este vector dibujará en el espacio la línea descrita por el punto material en su movimiento, línea denominada trayectoria. La trayectoria de un punto en movimiento podemos decir por tanto que es el lugar geométrico de las sucesivas posiciones que el punto va ocupando en el espacio.

Con el concepto de vector de la lección anterior y lo descrito hasta ahora, utilizando el sistema de referencia cartesiano trirrectangular, podemos escribir el vector de posición de la siguiente manera:

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

La rapidez

Un concepto derivado de la rapidez, es la rapidez instantánea, es decir la rapidez en un instante dado. Nosotros podemos ir en moto a 50 km/h, recorriendo una calle, al llegar a la esquina disminuir ésta a 30 y luego volver a incrementarla, es decir la rapidez depende de cada instante dado.

Otro concepto que muchas veces utilizamos, casi sin percatarnos de ello, es la rapidez promedio.

$$\text{rapidez promedio} = \frac{\text{distancia total recorrida}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

Por ejemplo si recorremos 250 km en 5 horas, la rapidez promedio habrá sido de:

$$\text{rapidez promedio} = \frac{250\ \text{km}}{5\ \text{h}} = 50\ \text{km/h}$$

Debemos de tener presente que este término no indica las distintas rapideces que hemos tenido, únicamente la media.

La velocidad

En el lenguaje diario hacemos uso de las palabras rapidez y velocidad, como si el significado fuese el mismo. Pero en términos físicos debemos de hacer una distinción, la velocidad es una rapidez con una dirección dada, es decir el vector velocidad. Cuando nosotros decimos que el avión se mueve a 800 km/h, estamos indicando una rapidez, y si indicamos que va con dirección norte, estamos indicando una velocidad.

Cuando decimos que tenemos velocidad constante, claramente indicamos que tanto la rapidez, como la dirección permanecen fijas, es decir el cuerpo se mueve en línea recta. Si un cuerpo está realizando un movimiento sobre una trayectoria curva cerrada a rapidez constante, su velocidad no lo será puesto que en cada momento está cambiando de dirección.

Un ejemplo sencillo lo podemos apreciar en tres componentes de un coche. Con el freno y el acelerador podemos variar la rapidez y con el volante, la dirección.

La aceleración

Si queremos hacer cambiar el estado de movimiento de un objeto, lo conseguiremos cambiando su rapidez, dirección o ambos en conjunto. Cualquiera de las variaciones anteriores indica un cambio de la velocidad.

Cuando nosotros estamos por una carretera nacional y llevamos a ese camión delante que nos «entorpece nuestra marcha», lo que quisiéramos sería poder pisar el acelerador y que el coche nuestro hiciese un rápido adelantamiento, es decir pudiese cambiar su rapidez de modo inmediato. A la variación de la velocidad respecto de un intervalo de tiempo se le conoce como aceleración. Debemos de tener presente que tener una buena aceleración significa ser capaz de «cambiar rápidamente», no necesariamente ser veloz.

El concepto de aceleración lo tenemos predeterminado, hacia un aumento positivo de la rapidez, pero también incluye al de deceleración.

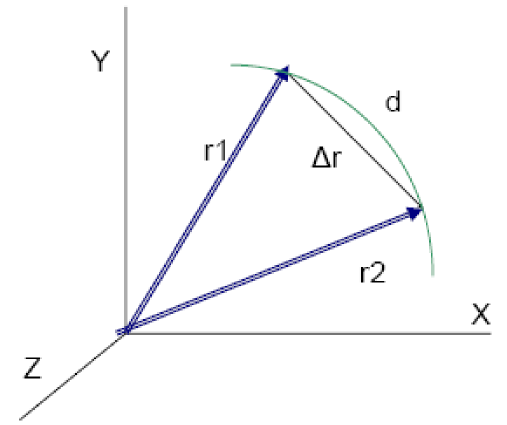
El término de aceleración se aplica tanto a cambios de rapidez como de dirección. Cuando estamos recorriendo dentro de un coche una curva con una rapidez constante, sentimos los efectos de la aceleración como una tendencia a inclinarnos hacia el exterior de la curva. Podemos recorrer la curva con rapidez constante pero la velocidad que llevemos no lo será, ya que en cada momento estamos cambiando de dirección. Como podemos apreciar en cada instante nuestro estado de movimiento está cambiando, es decir estamos acelerando.

La aceleración tiene dirección. Si variamos la rapidez o la dirección, o las dos, estamos cambiando la velocidad, es decir estamos acelerando. Como la aceleración depende de la variación de la rapidez o de la velocidad en un intervalo de tiempo, las unidades son:

Rapidez = 800 km/h; intervalo de tiempo = 2s; aceleración = $\frac{800\frac{km}{h}}{2s} = 400\frac{km}{h \cdot s}$

Una vez que conocemos las diferencias entre, rapidez, velocidad y aceleración, de modo conceptual, vamos a abordar el estudio vectorialmente.

Cambios en la posición. Vector desplazamiento y distancia recorrida



Como podemos apreciar el módulo del vector Δr no coincide con la distancia recorrida (d), salvo en el caso de que el movimiento sea rectilíneo y no exista cambio de sentido.

Cuando un móvil se mueve respecto de un sistema de referencia, decimos que su vector de posición varía con el tiempo.

Si llamamos **r**1 al vector de posición en el instante t1, y **r**2, al vector de posición en el instante t2, denominaremos vector desplazamiento Δ**r** al vector **r**2-**r**1. El módulo de este vector nos da la distancia recorrida en línea recta por el móvil, la cual no coincide con la distancia «d», como vemos en la figura, salvo en el caso como ya hemos indicado, de que se trate de un movimiento rectilíneo y no varíe el sentido.

Veamos un ejemplo de aplicación:

Supongamos que la ecuación de movimiento de un móvil dado un sistema de referencia, viene dada por la expresión: $\vec{r}(t) = 3t\vec{i} + (2t^2 + 3)\vec{j}$

Donde r se expresa en m, y el tiempo en s.

Calcular:

1.- El vector de posición inicial.

En este caso el vector de posición inicial es el que corresponde al instante en el que t=0. Con lo cual: $\vec{r}(0) = 3\vec{j}m$

2.- La posición del móvil para t=5s.

$$\vec{r}(5) = \left(15\vec{i} + 53\vec{j}\right)m$$

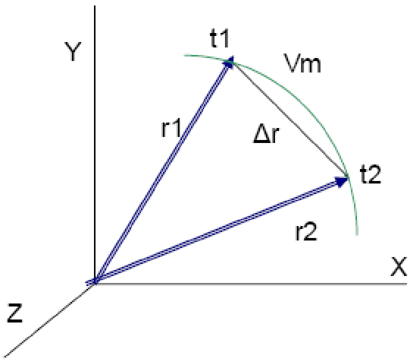
3.- El vector desplazamiento, y su módulo, para el intervalo de tiempo entre t=0 y t=5s.

Para calcular el vector desplazamiento, lo haremos calculando el vector de posición t=0 y el de t=5 y luego los restaremos.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}2 - \vec{r}1 = \left(15\vec{i} + 53\vec{j}\right) - \left(3\vec{j}\right) = 15\vec{i} + 50\vec{j}$$

Y el módulo: $|\Delta r| = \sqrt{\left(15^2 + 50^2\right)}$ = 2725 *m*.

Vector de velocidad



La velocidad media se calcula dividiendo el vector desplazamiento Δr entre el tiempo transcurrido en recorrer dicho espacio.

$$\vec{V}m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}2 - \vec{r}1}{t2 - t1}$$

El concepto de velocidad media no nos sirve para describir el movimiento de un cuerpo en cada instante. Para ello debemos de recurrir al concepto de velocidad instantánea.

La velocidad instantánea, es la derivada del vector de posición con respecto del tiempo.

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{V} = Vx\vec{i} + Vy\vec{j} + Vz\vec{k}$$

Y el módulo del vector de velocidad será:

$$|V| = \sqrt{(Vx)^2 + (Vy)^2 + (Vz)^2}$$

cuyas unidades si recordamos son $\frac{longitud}{tiempo}$, es decir el módulo de la velocidad es la rapidez.

Veamos un ejemplo: supongamos un móvil cuya ecuación de movimiento viene dada por la expresión: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + \vec{k}$

Calcular:

1.- La velocidad media entre los instantes t=2 y t=5 s.

Para ello debemos de calcular el cociente entre el vector desplazamiento y el tiempo transcurrido.

Para obtener el vector desplazamiento, calcularemos los vectores de posición inicial y final y los restaremos.

$$\vec{r}(2) = 12\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{r}(5) = 75\vec{i} + 10\vec{j} + \vec{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(5) - \vec{r}(2) = \left(75\vec{i} + 10\vec{j} + \vec{k}\right) - \left(12\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}\right) = \left(63\vec{i} + 6\vec{j}\right)m$$

$$\vec{V}m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\left(63\vec{i} + 6\vec{j}\right)m}{(5-2)s} = \left(21\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{m}{s}$$

2.- El módulo de la velocidad media:

$$|Vm| = \sqrt{(Vx)^2 + (Vy)^2 + (Vz)^2} = \sqrt{\left(21^2 + 2^2\right)} = 21{,}1\frac{m}{s}$$

3.- La ecuación de la velocidad para cualquier instante y su módulo:

Como dijimos, la velocidad instantánea se calcula como la derivada del vector posición, respecto del tiempo. Con lo que la ecuación que proporciona la velocidad en cada instante será $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(6t\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{m}{s}$. Su módulo vendrá dado por: $\left|V(t)\right| = \sqrt{6^2t^2 + 2^2}$

4.- La ecuación de la velocidad para el instante t= 3s y el módulo:

La ecuación: $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(6t\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{m}{s}; \vec{V}(3) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left(6\cdot 3\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{m}{s} = \left(18\vec{i} + 2\vec{j}\right)\frac{m}{s}$

El módulo: $\left|V(t)\right| = \sqrt{6^2t^2 + 2^2}; \left|V(3)\right| = \sqrt{6^2 3^2 + 2^2} = 18{,}11\frac{m}{s}$

Vector de aceleración

Recordemos que la aceleración representaba cambios producidos en el vector velocidad. La aceleración media representa la variación promedio que tiene lugar en el vector velocidad en un intervalo de tiempo dado. $\vec{am} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

La ecuación de la aceleración instantánea se obtiene derivando la ecuación de la velocidad, respecto del tiempo, o lo que es lo mismo, la derivada segunda del vector posición respecto del tiempo. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Recordemos algo, que vimos cuando hablamos de la velocidad. Una variación de la rapidez o de la dirección indicaba variaciones de la velocidad, y si esto lo estudiamos dentro de un intervalo de tiempo dado, hablábamos de aceleración. Ahora bien un cambio en la velocidad, podía ser en la rapidez, con lo que el movimiento seguía teniendo la misma dirección es decir rectilíneo, y si la variación era en la dirección y la rapidez seguía constante es que el movimiento era circular. Pues bien estas dos posibles variaciones, tienen su representación en la composición de la aceleración. Componente tangencial cuando la variación es debida a la rapidez y componente normal cuando la variación es debida al cambio de dirección. Veámoslo ahora vectorialmente: si representamos por $\vec{u}$ el vector unitario en la dirección y sentido de la velocidad, podremos decir que: $\vec{v} = |\text{v}| \cdot \vec{u}$

Y la aceleración será: $\vec{a} = \frac{d(v\vec{u})}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + v\frac{d\vec{u}}{dt}$

Si el movimiento es rectilíneo, y lo que tiene lugar es una variación en la rapidez, es decir en el módulo del vector velocidad «v», y la dirección del vector no varía entonces el término $v\frac{d\vec{u}}{dt}$ es nulo y la aceleración queda por tanto: $\vec{a} = \frac{d(v\vec{u})}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + 0$ y recibe el nombre de aceleración tangencial.

Si el movimiento es circular uniforme, es decir, existen variaciones en la dirección, pero no en el módulo de la velocidad, lo que tiene lugar es: $\frac{dv}{dt}\vec{u}$ = 0. Y por tanto la aceleración queda: $\vec{a} = \frac{d(v\vec{u})}{dt} = 0 + v\frac{d\vec{u}}{dt}$ y recibe el nombre de aceleración normal.

La expresión de la aceleración: $\vec{a} = \frac{d(v\vec{u})}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{u} + v\frac{d\vec{u}}{dt}$ expresa por tanto la suma de la aceleración tangencial y la aceleración normal $\vec{a} = \vec{at} + \vec{an}$ y su módulo es: $|a| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

Veamos ahora un ejemplo:

Supongamos un móvil cuya ecuación de movimiento viene dada por la ecuación: $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + \vec{k}$

Calcular:

1.- La aceleración media entre los instantes t=2 y t=4 s.

Para ello necesitamos saber la velocidad en los instantes dados. Para ello necesitamos derivar el vector posición respecto del tiempo y sustituir los valores para obtener de este modo, el incremento de velocidad, el cual, dividido entre el tiempo dado (2s), nos dará el vector aceleración media.

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt} = 6t\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{v}(2) = (6 \cdot 2)\vec{i} + 2\vec{j}\ ;\ \vec{v}(4) = (6 \cdot 4)\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}(4) - \vec{v}(2) = 12\vec{i}$$

$$\vec{am} = \frac{12\vec{i}\,\frac{m}{s}}{2s} = 6\vec{i}\,\frac{m}{s^2}$$

2.- La aceleración instantánea:

Para ello se deriva respecto del tiempo la ecuación de la velocidad: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6\vec{i}\,\frac{m}{s^2}$ y el módulo será: $6\frac{m}{s^2}$

Para proceder a describir los movimientos, uniforme, uniformemente acelerado y circular, vamos a estudiarlos respecto de los componentes de la aceleración, así como desde el propio concepto de aceleración, que recordemos es el cambio del vector velocidad respecto del tiempo.

La velocidad vimos que se podía escribir del modo: $\vec{v} = |\mathrm{v}| \cdot \vec{u}$. Es decir, la rapidez o módulo de la velocidad multiplicado escalarmente por el vector unitario que me indica la dirección de la velocidad.

Como la aceleración es la $\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\left(|v|\vec{u}\right)}{dt} = \frac{d|v|}{dt}\vec{u} + \frac{d\vec{u}}{dt}|v|$

Primer caso:

Si no hay cambios en la dirección, el término de la aceleración normal $\frac{d\vec{u}}{dt}|v|$ es nulo, y por tanto el movimiento será rectilíneo y al no ser nulo el término de la aceleración tangencial $\frac{d|v|}{dt}\vec{u}$, será acelerado. Estamos definiendo el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Segundo caso:

Si existen cambios en la dirección, pero el módulo de la velocidad permanece constante, entonces el término de la a_t $\frac{d|v|}{dt}\vec{u}$, será nulo, y al ser movimiento uniforme, se llama movimiento circular uniforme.

Tercer caso:

En este, ocurre que si tanto el módulo de la velocidad, como su dirección permanecen constantes en el tiempo, es decir no existe variación del vector velocidad respecto del tiempo, los términos de la aceleración son nulos. A este movimiento se le llama movimiento rectilíneo uniforme.

Movimiento de un objeto con velocidad constante. Movimiento rectilíneo uniforme

Como hemos visto antes el módulo de la velocidad permanece constante. Recordemos que el espacio recorrido es igual a la velocidad por el tiempo, es decir: $s = v \cdot t$

Si llamamos t_0 al instante inicial y t_1 a un instante posterior, tendremos que el espacio recorrido será igual al espacio inicial más el tramo recorrido. $s_1 = s_0 + vt_1$.

Veamos esto con un sencillo ejemplo:

Hemos de recorrer una distancia de 300 km en cuatro horas. Cuando llevamos tres horas de camino, debemos de parar para tomar un refresco, y perdemos 15 minutos en ello. ¿A qué velocidad deberemos de ir para llegar en el tiempo previsto al destino?

Suponemos la velocidad constante: $v = \frac{s}{t} = \frac{300km}{4h} = 75\frac{km}{h}$

El espacio que recorremos durante las 3 horas: *s* = *v* · *t* = $75\frac{km}{h}$ · *3h* = *225 km*

El resto del trayecto 300-225= 75 km. Debemos de recorrerlos en ¾ de hora, por lo que la velocidad deberá de ser: $v = \frac{s}{t} = \frac{75km}{\frac{3}{4}h} = 100\frac{km}{h}$

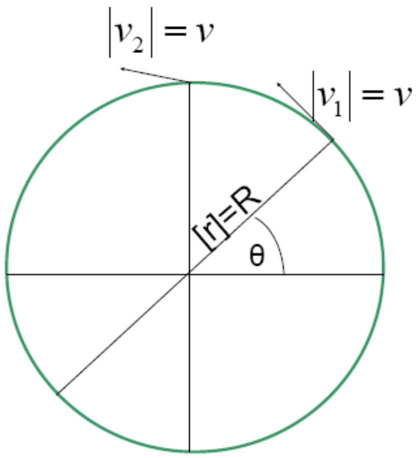
Movimiento de un objeto con variación uniforme de la velocidad

Movimiento uniformemente acelerado

En este tipo de movimiento recordemos que la a_t es constante y la a_n es nula. Si llamamos v_0 a la velocidad inicial que tiene el móvil, antes de que se la varíe su aceleración, entonces podemos escribir: $v = v_0 + at$; $a = \frac{v - v_0}{t}$ y si lo estudiamos desde el espacio recorrido: $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

Movimiento plano en el que la trayectoria es una circunferencia

Movimiento circular Uniforme



Movimiento circular uniforme. Observemos que el módulo de la velocidad permanece constante, con lo cual para un mismo intervalo de tiempo, la distancia recorrida que son los arcos de la circunferencia son iguales.

En este tipo de movimiento, el radio de curvatura permanece constante, por tanto la trayectoria seguida por la partícula es una circunferencia. La trayectoria que es el arco recorrido, se puede poner en función del radio de la circunferencia, según la expresión: Arco = Angulo x Radio, el espacio recorrido es el arco; $s = \theta \cdot R$.

Como $v = \frac{s}{t} = \frac{\theta \cdot R}{t}$. Al cociente entre $\frac{\theta}{t}$ se le llama velocidad angular ω y sus unidades son $\frac{radianes}{segundo}$

La expresión de la velocidad queda del modo: $v = \omega \cdot R$

Veamos un ejemplo:

Si la rueda de un tractor tiene un diámetro de 1,5m y lleva una velocidad en carretera de 75km/h. Calcular la velocidad angular.

$v = \omega \cdot R$; $\omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{75\dfrac{km}{h} \cdot \dfrac{1000\dfrac{m}{km}}{3600\dfrac{s}{h}}}{1,5}$ = 13,89 $\dfrac{rad}{s}$

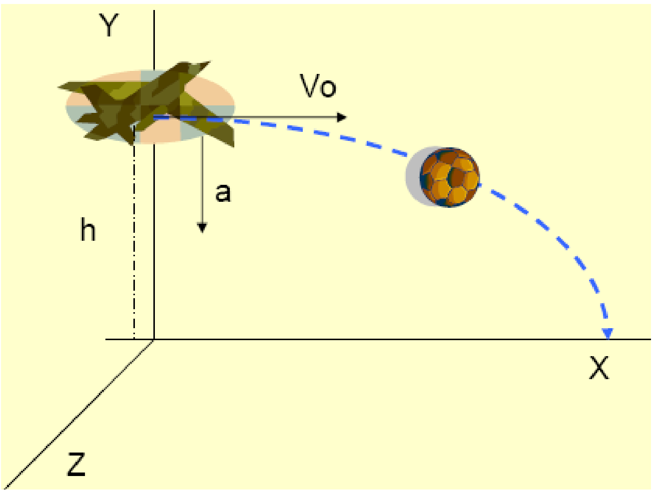
Composición de movimientos

Los movimientos naturales que los cuerpos realizan, no son normalmente tan sencillos como los anteriores, sino que surgen de la composición de ellos. Veamos dos casos: El tiro horizontal y el tiro parabólico.

Tiro horizontal

Este es el movimiento que describe un cuerpo cuando es lanzado horizontalmente desde cierta altura h sobre la superficie de la tierra.

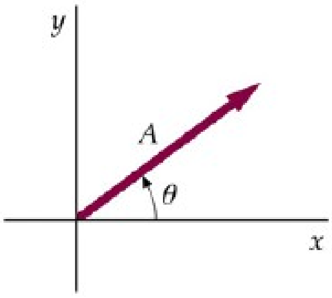
Veamos un ejemplo en el cual desde una avioneta se arroja un balón de playa:



Cuando la pelota es arrojada, es decir, abandona la superficie horizontal del aparato, actúa sobre ella una aceleración en sentido vertical que la obliga a descender, mientras que se desplaza horizontalmente, con lo que, como podemos apreciar, el movimiento del cuerpo resulta de la composición de dos: uno rectilíneo y uniforme en sentido horizontal y otro rectilíneo uniformemente acelerado en sentido vertical.

- La componente horizontal de la velocidad v_x será constante e igual a v_0 y la componente vertical al inicio es nula, y progresivamente irá aumentando.
- El vector velocidad para un instante será: $\vec{v} = v_0 \vec{i} - g \cdot t \vec{j}$
- La componente horizontal del vector de posición será: $x = v_0 t$
- La componente vertical será: $y = h - \frac{1}{2} g t^2$

Tiro parabólico



Es el movimiento que describe un objeto que es lanzado con cierta velocidad inicial v_0 y forma un ángulo con la horizontal.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 cos\theta$$

$$v_{0y} = v_0 sen\theta$$

En ausencia del aire, la aceleración es la de la gravedad, dirigida verticalmente hacia abajo.

$$a_x = 0 \text{ y } a_y = -g$$

La componente *x* de la velocidad es constante, ya que no existe aceleración horizontal: $v_x = v_{ox}$

La componente *y* varía con el tiempo según la ecuación: $v_y = v_{0y} - gt$

Los desplazamientos vienen dados por:

$$x(t) = x_0 + v_0 t$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y} + \frac{1}{2} gt^2$$

$$v_{0x} = v_0 cos\theta$$

Resumen

En este tema se ha abordado el estudio del movimiento de los cuerpos, tratándolos como si fuesen puntos móviles, respecto de un sistema de referencia. El desplazamiento de los cuerpos al dividirlo por el tiempo empleado para ello nos da el valor de la rapidez, es decir el módulo del vector velocidad, y si conocemos su dirección, tendremos determinado el vector velocidad. Cuando estudiamos la variación de la velocidad respecto del tiempo nos aparece el término de aceleración, la cual está compuesta por dos términos la aceleración tangencial y la normal.

Según los términos de la aceleración sean nulos, de modo alternativo, o lo sean al mismo tiempo, aparecen unos tipos de movimiento u otros. Los cuales podemos estudiarlos, sabiendo su desplazamiento, velocidad y aceleración en cada instante.

A c t i v i d a d e s

1. Físicamente hablando, ¿son siempre equivalentes el espacio y el camino recorrido por un móvil?
2. ¿Por qué un movimiento rectilíneo, en el espacio, siempre puede considerarse como un movimiento a lo largo del eje X?
3. ¿En que casos **a** y **v** tienen igual dirección?

4. ¿En un choque que puede variar el peligro, la velocidad o la aceleración?
5. ¿Es posible coger con la mano y sin daño alguno una bala en movimiento como se relata en la primera guerra mundial?
6. ¿Qué clase de movimiento es el de un avión que vuela a una altura fija a velocidad constante y sin cambiar de latitud?

Ejercicios de autocomprobación

1. Un automóvil ha ido del punto A al B en 3 horas, y la distancia ha sido de 180 Km. Sin perder tiempo vuelve en 3 horas y media.
   a) ¿Cuál es la velocidad media en el trayecto de ida?
   b) ¿Cuál es la velocidad media en el trayecto de vuelta?
   c) ¿Cuál es la velocidad media en el trayecto total?

2. La formula que da la posición de un móvil que se mueve en trayectoria recta es
   $x = 7t^3 - 2t^2 + 3t - 1$
   Calcular:
   a) Ecuación de la velocidad
   b) Ecuación de la aceleración
   c) Espacio recorrido por la partícula en el tercer segundo.

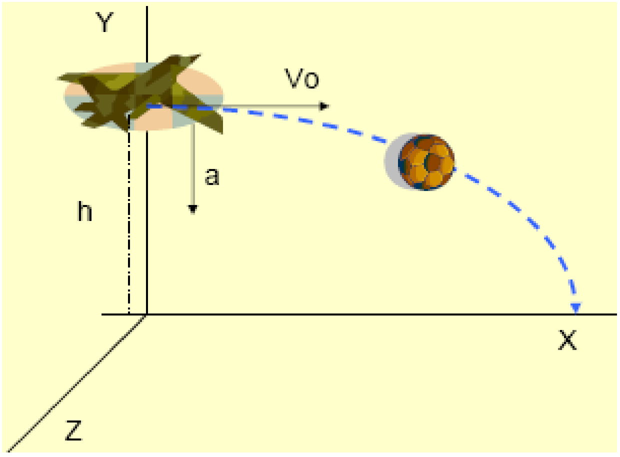
3. Una partícula describe una trayectoria cuya ecuación viene dada por
   $\vec{r} = (t^2 + t + 1)\,\vec{i} - (3t^3 + 2t^2)\,\vec{j}$

Calcular:
   a) El vector velocidad en cualquier instante
   b) El vector aceleración en cualquier instante
   c) El vector velocidad media en el tercer segundo
   d) El vector aceleración media en el tercer segundo.

4. Volvemos a casa de noche en coche. De repente aparece un coche parado justo en nuestro camino y frenamos hasta detenernos con una desaceleración de 5 m/s^2. ¿Cuál será la distancia de frenado si la velocidad inicial es de 15m/s?

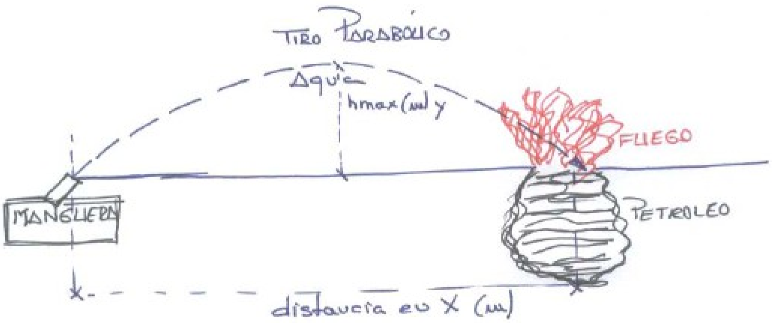
5. Desde una avioneta que vuela horizontalmente a 2 km de altura y con una velocidad de 360 km/h, se arroja una pelota de playa. Calcular:

a) La velocidad de la pelota a los 10 s de haber sido arrojada.
b) Posición de la pelota en ese instante.
c) Tiempo que tarda en llegar a la playa
d) Punto de impacto respecto del lugar en que fue arrojada.



6. En un pozo de petróleo se ha producido un incendio. Tenemos un sistema de extinción (todavía no probado) enterrado situado a 120 metros de él. La velocidad de salida del agua es de 40 m/s. y el ángulo que forma el chorro de salida con respecto al eje horizontal es de 30º. Calcular:

α) Cuánto tiempo tarda el agua en llegar al incendio.
β) ¿Llegará el chorro de agua al incendio?
χ) ¿Cuál es la altura máxima que alcanzará el chorro de agua?



3

Dinámica

Tema 3
Dinámica

En la presente unidad estudiaremos aspectos fundamentales de las fuerzas que son las que provocan el movimiento de los cuerpos. Existen relaciones entre las fuerzas aplicadas y los hechos que tienen lugar en los cuerpos en que se aplican.

Newton con sus tres leyes nos explica aspectos fundamentales para la compresión de estos fenómenos. Veremos que las leyes, se aplican a multitud de situaciones, y casi sin percatarnos entraremos en la estática de sistemas, ya que es uno de los casos derivados de la segunda ley de Newton.

Veremos como afecta la masa de los cuerpos al estudio de las tres leyes, mediante la introducción del concepto de cantidad de movimiento.

Se menciona el modo de trabajo que algunos elementos normales de nuestra vida, como los cables y las cuerdas, tienen en los problemas de la dinámica.

Una fuerza muy importante, ya que salvo en contadas e ideales ocasiones siempre está, la fuerza de rozamiento, actúa sobre los cuerpos impidiendo su movimiento. Estudiaremos brevemente su significado y como aplicarla en la resolución de sencillos problemas.

Estudio de las fuerzas en la naturaleza, y sus interacciones fundamentales

Para entrar el tema de la dinámica debemos de hacernos un par de preguntas: ¿Por qué los objetos se ponen en movimiento? ¿Cuáles son las causas que hacen que un cuerpo en movimiento gane velocidad o cambie la dirección?

Las fuerzas fundamentales en la naturaleza se engloban en cuatro tipos:

1. La fuerza gravitatoria. Es una fuerza de atracción mutua entre los objetos.
2. La fuerza electromagnética. Son fuerzas entre cargas eléctricas.
3. La fuerza Nuclear fuerte. Son fuerzas entre partículas subatómicas.
4. La fuerza Nuclear débil.

Los dos primeros tipos de fuerzas actúan entre partículas separadas en el espacio, y a este tipo de acción se le llama acción a distancia.

Para nosotros la mayor parte las fuerzas que a diario observamos son por contacto. Por ejemplo un libro sobre una mesa, este ejerce una fuerza debido a su peso y la mesa ejerce una fuerza de oposición que se llama fuerza Normal.

Cuando en una mudanza, empujamos una caja por el suelo, si éste está limpio, se desliza más fácilmente que si existe tierrecilla. La fuerza que se opone a que la caja se deslice fácilmente se llama fuerza de rozamiento.

Para empezar a entender y resolver problemas que impliquen objetos en movimiento y reposo, vamos a enunciar y comprender que quieren decir las tres leyes de Newton.

¿Qué dicen las tres leyes de Newton? ¿Para que sirven?

La primera Ley dice: «Todo cuerpo en reposo sigue en reposo a menos que sobre él actúe una fuerza externa. Un cuerpo en movimiento continúa moviéndose con velocidad constante a menos que sobre él actúe una fuerza externa».

Cuando nosotros empujamos por ejemplo a un compañero nuestro que está patinando sobre una superficie de asfalto, si este espera a detenerse pasará cierto tiempo, pero si no hace para evitarlo, al final se para. Siendo el empujón el mismo, si la pista es de hielo, el tiempo que tardará en detenerse, sin tomar otra vez impulso, será mayor ya que desliza mejor. Es decir vemos que existe una fuerza que se llama fuerza de rozamiento que tiende a frenar a los cuerpos. Pero si se eliminase dicha fuerza, además de cualquier otra, la velocidad del compañero no variaría. Esta propiedad es la expresada por Newton, como Ley de la Inercia.

Decimos que un sistema de referencia es inercial, si cuando sobre un objeto no actúa ninguna fuerza y con respecto a ese sistema de referencia la aceleración del objeto es cero. Dicho de otra forma; un sistema de referencia inercial será aquel que esté en reposo o se mueva con velocidad constante.

La segunda Ley dice: «La aceleración de un cuerpo tiene la misma dirección que la fuerza externa que actúa sobre él. Es proporcional a la fuerza externa neta $\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$, siendo '*m*' la masa del cuerpo. La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo, también llamada fuerza resultante, es el vector suma de todas las fuerzas que sobre él actúan: $\vec{F}_{neta} = \Sigma\vec{F}$; $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ ».

El concepto de masa es una propiedad intrínseca de los cuerpos. Es una medida de la inercia de los cuerpos. Imagina que tenemos dos balones sobre una misma superficie. El primero es de cuero y el segundo también lo es pero está relleno con arena, y les damos sendas patatas. Además del correspondiente dolor, al golpear el segundo balón observamos que el primero se aleja más que el segundo, la diferencia entre su comportamiento se debe a la masa.

Si la fuerza F, produce la aceleración a_1, cuando se aplica a un cuerpo de masa m_1 y la misma fuerza produce la aceleración a_2, cuando se aplica a un objeto de masa m_2, la relación entre las masas se define por : $\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}$

Veamos un ejemplo.

Una fuerza produce una aceleración de 5 $\frac{m}{s^2}$ sobre un cuerpo 1 de masa 1kg. Cuando la misma fuerza se aplica a un cuerpo 2 de masa m_2, le produce una aceleración de 11 $\frac{m}{s^2}$. ¿Cuál es la masa del cuerpo 2?

$$F_1 = m_1 a_1 \text{ y } F_2 = m_2 a_2;\ F_1 = F_2 = F;\ m_1 a_1 = m_2 a_2$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{5\frac{m}{s^2}}{11\frac{m}{s^2}} ;\ \frac{m_2}{m_1} = \frac{5\frac{m}{s^2}}{11\frac{m}{s^2}} ;\ m_2 = \frac{5}{11} m_1 = \frac{5}{11} 1 = 0{,}45kg$$

Otro concepto es el peso. Cuando dejamos caer un objeto cerca de la superficie terrestre vemos que este acelera hacia la tierra. Si no tenemos en cuenta la resistencia del aire, todos los objetos poseen la misma aceleración, llamada aceleración de la gravedad $\vec{g}$. El peso $\vec{w} = m \cdot \vec{g}$. El valor de la gravedad es: $|g| = 9{,}81\frac{N}{kg} = 9{,}81\frac{m}{s^2}$.

EL vector $\vec{g}$ se denomina campo gravitatorio terrestre.

El concepto de fuerza. Es una influencia externa, sobre un cuerpo que causa la aceleración respecto a un sistema de referencia inercial.

Diagramas de Fuerzas de sistemas aislados. Veamos ahora como se pueden solucionar una serie de problemas los cuales llevan consigo elementos y planteamientos quizás nuevos. Si estudiamos por ejemplo como puede acelerar un perro tirando de un trineo, nos surgirán dudas sobre la cuerda, el peso, la fuerza normal.

Las cuerdas las tomaremos como los cables, es decir, son elementos para enganchar un sólido y tirar de él o sujetarlo, es decir, deben de estar tirantes, «en tensión».

La magnitud de la fuerza que un trozo de cuerda ejerce sobre otro adyacente se denomina tensión. Es por ello que cuando tiramos de un objeto con una cuerda la magnitud de la fuerza coincide con la tensión.

La fuerza normal será la que ejercerá la superficie para que el cuerpo debido al peso no se hunda.

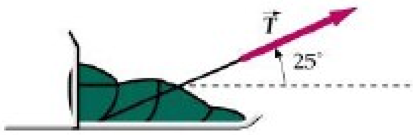
Estudiemos esto con dos ejemplos.

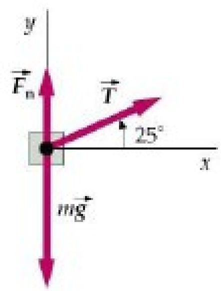
Un estudiante durante las vacaciones de invierno se va con una amiga de excursión. El estudiante tira del trineo al cual está atado mediante una cuerda con una fuerza de 150 N, y con un ángulo de 25º con la horizontal.

La masa del trineo con su amiga es de 80 kg. Suponemos, al ser hielo, que el rozamiento es despreciable.

Calcular:

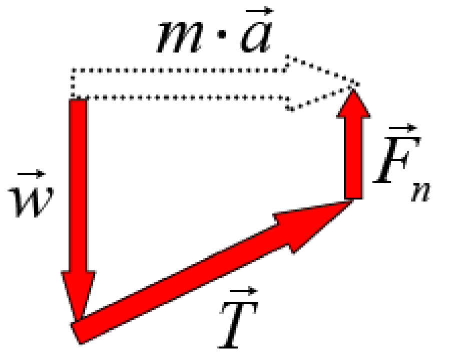
1. La aceleración del trineo.
2. La fuerza normal Fn ejercida por la superficie sobre el trineo.





Solución:

Lo primero que se ha de hacer es el diagrama de fuerzas del trineo. Al moverse hacia la derecha intuimos que la aceleración también irá en esa dirección.

	A continuación escribimos las ecuaciones en forma vectorial de cada uno de los componentes. Como vemos la **Fn** y el **W** sólo tienen componentes en y, y la aceleración es nula en este eje.	$\vec{F}+\vec{w}+\vec{T}=m\cdot\vec{a}$ o también $F_{n,x} + W_x + F_x = ma_x$ $F_{n,y} + W_y + F_y = ma_y$

Se escriben los valores de las componentes que conocemos para poder sustituir en las ecuaciones antes escritas y así poder despejar las incógnitas y resolver el problema.

$$F_{n,x} = 0;\ W_x = 0 \text{ y } F_x = F\cos 25$$

$$0 + 0 + F\cos 25 = ma_x$$

$$a_x = \frac{F\cos 25}{m} = \frac{(150N)(\cos 25)}{80kg} = 1{,}70\frac{m}{s^2}$$

Como antes se ha indicado la componente en el eje y de la aceleración es nula:

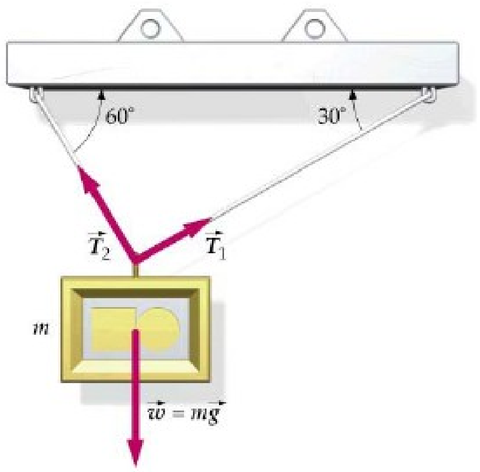
$$A_y = 0;\ F_{n,y} = F_n;\ W_y = -mg \text{ y } F_y = F\mathrm{sen}25$$

$$\Sigma F_y = F_n - mg + F\mathrm{seno}25 = 0$$

$$F_n = mg - F\mathrm{seno}25 = (80kg)\ (9{,}81\frac{N}{kg}) - (150N)\ (\mathrm{seno}\ 25) = 721N$$

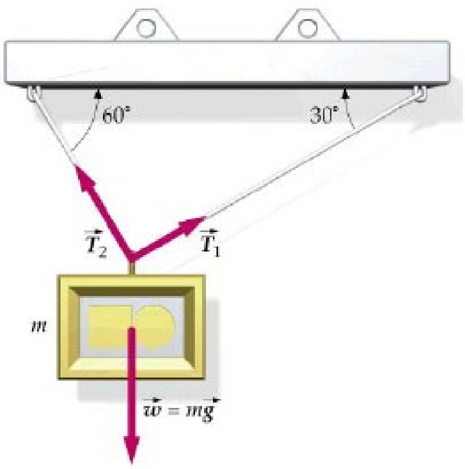
Debemos de percatarnos en este problema que sólo la componente en el eje de las X de la Fuerza, es la causante de la aceleración del cuerpo, y que parte del peso del trineo es soportado por la cuerda. Si en lugar de ser el muchacho quien tira del trineo, fuese un perro y el ángulo que formase con la horizontal fuese de 0º ¿Quién aguantaría todo el peso del trineo?

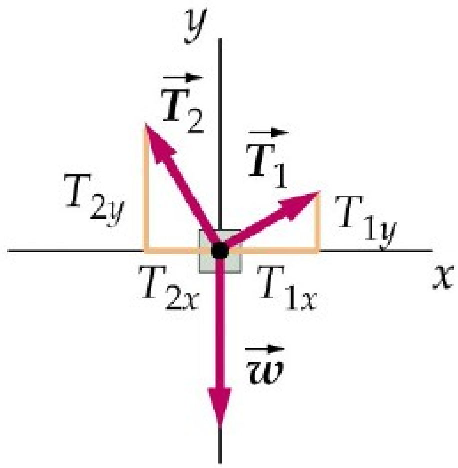
Veamos otro ejemplo, en el cual la aceleración es nula, ya que el cuerpo permanece en reposo. El ejemplo trata del estudio de la tensión que dos cables han de soportar, para mantener un cuadro de una galería de arte.



El cuadro pesa 8 N y se aguanta como podemos apreciar mediante dos cables de tensiones **T**$_1$ y **T**$_2$. Queremos calcular la tensión que soporta cada uno.

Como el cuadro no tiene aceleración, según la ley de Newton, la fuerza neta que sobre él debe de ser nula. A continuación vamos a descomponer cada una de las fuerzas respecto de los ejes. Debemos de apreciar que el peso del cuadro sólo tiene componente en el eje de Y es decir hacia abajo.





$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{w} = m\vec{a}$$

$$T_{1x} + T_{2x} + w_x = 0$$

$$T_{1y} + T_{2y} + w_y = 0$$

$$T_1 cos30 - T_2 cos60 + 0 = 0$$

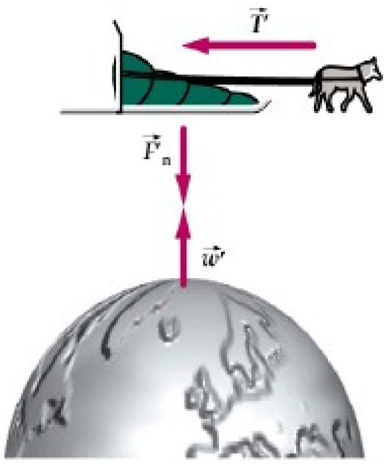
$$T_1 seno30 - T_2 seno60 - w = 0$$

$$T_2 = T_1 \frac{\cos 30}{\cos 60} = T_1\sqrt{3}$$

$$T_1 seno30 + T_1\sqrt{3} - w = 0$$

$$T_1 = \frac{1}{2}\vec{w} = 4N$$

$$T_2 = T_1\sqrt{3} = 6,93\ N$$



La tercera Ley dice: «Las fuerzas actúan por pares iguales y opuestos. Si el cuerpo A ejerce una fuerza $\vec{F}_{AB}$, sobre el cuerpo B, este ejerce una fuerza igual pero opuesta $\vec{F}_{BA}$ sobre el cuerpo A. $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{AB}$»

¿Qué es la cantidad de movimiento?

Vamos ahora a estudiar un nuevo concepto físico, el cual nos ayudará a explicar de otro modo las tres leyes de Newton.

Imaginamos un camión grande y un coche, los cuales se mueven a la misma velocidad, ¿cuesta igual parar o acelerar el coche que el camión? Efectivamente no, para estudiar esto utilizaremos una nueva magnitud física «la cantidad de movimiento».

$$\vec{p} = \vec{m} \cdot \vec{v}$$

Por lo tanto $\vec{p}$ (cantidad de movimiento), es una magnitud vectorial y sus unidades son $kg \cdot \frac{m}{s}$. Con esto podemos comprobar que si un cuerpo no interactúa con otro conservará constante su cantidad de movimiento, que es equivalente al principio de inercia, la primera ley de Newton.

Si suponemos un móvil con una cierta cantidad de movimiento $\vec{p}$, e interactúa con otro móvil en el instante t', tendrá otra cantidad de movimiento $\vec{p}'$. El cociente $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ nos indica la intensidad de esa interacción. Para una misma cantidad de tiempo será mas intensa aquella interacción que provoque mayor variación en la cantidad de movimiento.

¿Y para variaciones idénticas de la cantidad de movimiento? Pues será más intensa aquella interacción que se produzca en el menor tiempo.

Si el cambio de cantidad de movimiento se produce en un intervalo corto de tiempo, entonces $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ y este cociente expresa la intensidad de la interacción y se denomina fuerza.

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{t} = m\vec{a}; \vec{F} = m \cdot \vec{a}$. Suponiendo en todo momento la masa constante.

Si un cuerpo se mueve con **v** constante; $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0$; $\vec{F} = 0$, es decir la fuerza que actúa sobre él es nula. Esto como vemos nos lleva a la segunda Ley de Newton.

Veamos un ejemplo:

Supongamos que un objeto cuya masa es 2kg se mueve de acuerdo con la siguiente ecuación de movimiento: $\vec{r} = 3t\vec{i} + t^2\vec{j} + 2k$.

Determina:

1. La cantidad de movimiento en los instantes t=2 y t=4.

Como sabemos del tema anterior $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3\vec{i} + 2t\vec{j}\frac{m}{s}$, con lo que:

$$\vec{p} = m\vec{v} = 2\vec{v} = 6\vec{i} + 4t\vec{j}kg\frac{m}{s}$$

Para el instante t=2, la cantidad de movimiento tiene el valor:

$$\vec{p} = 6\vec{i} + 4 \cdot 2\vec{j} = 6\vec{i} + 8\vec{j}kg\frac{m}{s} \text{ s}$$

Para el instante t=4, la cantidad de movimiento tiene el valor:

$\vec{p} = 6\dot{i} + 4 \cdot 4\vec{j} = 6\dot{i} + 16\vec{j}kg\frac{m}{s}$

2. La fuerza instantánea (en cualquier instante):

$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = +4\vec{j}N$

Si consideramos que, entre dos cuerpos de masas m_1 y m_2 ambas constantes que se mueven durante un intervalo de tiempo Δt con velocidades iniciales, $\vec{v_1}$ y $\overrightarrow{v2}$ tiene lugar una interacción, el resultado es que las velocidades variarán. Siendo $\vec{v_1}'$ y $\overrightarrow{v2}'$, respectivamente.

Entonces podemos deducir que la cantidad de movimiento inicial de cada cuerpo habrá sufrido una variación:

$\Delta\overrightarrow{p_1} = m_1\left(\vec{v_1}' - \overrightarrow{\mathrm{v}_1}\right)$

$\Delta\overrightarrow{p2} = m2\left(\vec{v_2}' - \overrightarrow{\mathrm{v}_2}\right)$

Al tratarse de dos cuerpos aislados del sistema, por el principio de conservación de la cantidad de movimiento, sabemos que la variación de la cantidad de movimiento total del sistema debe de ser 0; $\Delta\overrightarrow{p_t} = 0$

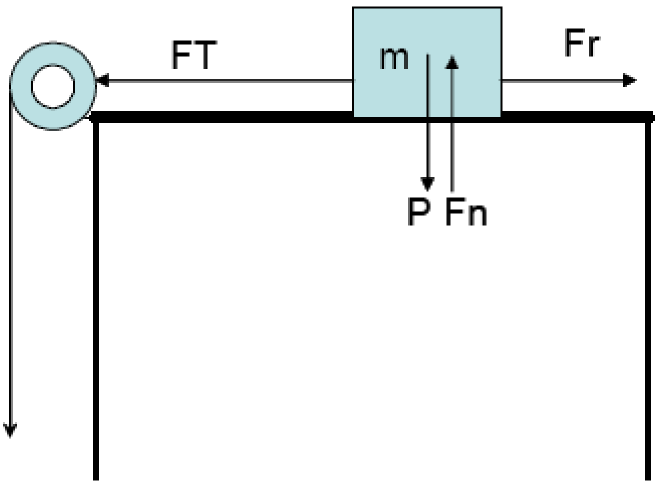
$\Delta\overrightarrow{p_t} = \Delta\overrightarrow{p_1} + \Delta\overrightarrow{p_2}; \Delta\overrightarrow{p_1} = -\Delta\overrightarrow{p_2}$; es decir, que para un intervalo de tiempo que tienda a 0 tendremos: $\frac{A\overrightarrow{p_1}}{\Delta t} = \frac{-A\overrightarrow{p_2}}{\Delta t}; \frac{d\overrightarrow{p_1}}{dt} = \frac{-d\overrightarrow{p_2}}{dt}; \overrightarrow{F_1} = -\overrightarrow{F_2}$; que si recordamos es la 3ª Ley de Newton.

Cómo actúan las fuerzas elásticas. ¿A que se llama fuerza de rozamiento? ¿En que afecta?

La oposición que presentan los cuerpos a que otro se mueva sobre su superficie, se denomina rozamiento, y la fuerza que se opone al movimiento, fuerza de rozamiento.

- Resistencia al deslizamiento:

Tengamos un sólido de masa «m» sobre una superficie plana, en el cual se aplica una fuerza tangencial FT, que tiende a arrastrarlo, por este solo hecho, aparece una fuerza de rozamiento, que se opone al deslizamiento. De modo experimental se observa que su valor máximo FR es: FR = μ FN



De donde μ; es el coeficiente de rozamiento el cual depende de la naturaleza de las superficies en contacto, de su estado de pulimentación y de su estado de lubricación, siendo independiente de la velocidad relativa de las superficies y del área en contacto.

FN; Fuerza normal, con que un sólido se apoya en otro.

Sea un cuerpo con un plano inclinado, sobre el que actúa la fuerza-peso, cuya componente tangencial FT es la que tiende a hacer descender el cuerpo por un plano mientras que la componente normal FN, queda equilibrada con la reacción del plano.

$FT = mg \text{ sen } \alpha$

$FN = mg \cos \alpha$

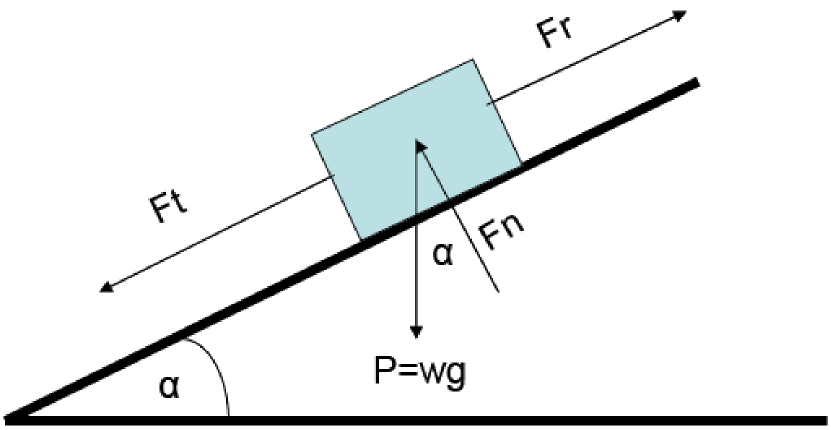
Si no hubiese rozamiento, el cuerpo bajaría por el plano con aceleración;

$$FT = mg \text{ sen } \alpha = m\, a \Rightarrow a = g \text{ sen } \alpha,$$

pero al actuar la fuerza de rozamiento, FR, que se opone al movimiento, puede ocurrir que el cuerpo quede en reposo, FT < FR, o que el cuerpo se mueva , FT > FR de donde la fuerza efectiva viene dada por la expresión:

$$F1 = FT - FR = mg \text{ sen } \alpha - \mu\, mg \cos\alpha = mg\,(\text{sen } \alpha - \mu \cos\alpha)$$

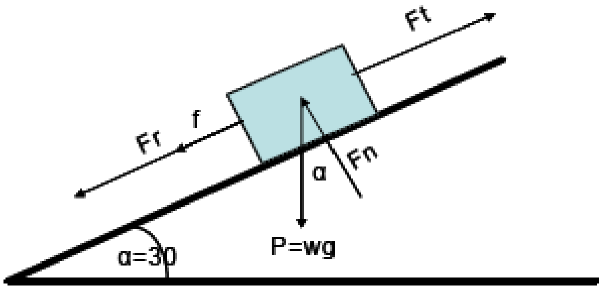
En general si sobre el cuerpo que se apoya otro, actúa una fuerza total F en una dirección cualquiera, la componente tangencial FT es la que tiende a mover el cuerpo, mientras que la componente Normal FN, es la que da lugar al rozamiento.



Veamos un ejemplo:

Supongamos un cuerpo de 2 kg de masa, que se encuentra sobre un plano inclinado de 30º. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,3. Determina:

1. La fuerza que hay que aplicar al cuerpo para que ascienda con una aceleración de 1m/s^2.



Nosotros debemos de calcular F_t.

N = mgcos30 = 17,32N

Fr= μN = 5,20N

N = mgsen30 = 10N

Las fuerzas perpendiculares al plano N y P se compensan entre sí. Pero f y F_r se oponen al movimiento de la fuerza F_t.

Para que el cuerpo ascienda con una aceleración constante de 1m/s^2 debe de verificarse que:

$$F - (f + F_r) = m \cdot a$$

$$F = m \cdot a + (f + F_r)$$

$$F = 2 \cdot 1 + (10 + 5,2)$$

$$F = 17,2N$$

Resumen

Hemos visto el concepto y los tipos fundamentales de fuerzas, que dan lugar al movimiento de los cuerpos. Introduciendo el concepto de masa y de peso a través del concepto de cantidad de movimiento, hemos podido comprobar las tres leyes de Newton, y sus fundamentos para la aplicación en problemas, tanto de cables como de cuerdas.

Por último una fuerza de importante consideración, como es la fuerza de rozamiento ha sido abordada como la «mala», la que se opone al movimiento de los cuerpos. Por último hemos aplicado este concepto a un problema típico de plano inclinado en el cuál hemos aprendido a colocar en su correcto lugar, las fuerzas P, F_t, f, N, y F_r.

A c t i v i d a d e s

1. ¿Cómo explicaríamos mediante la primera Ley de Newton la sensación que experimenta nuestro estómago al descender en el carrusel o en la noria de un parque de atracciones?
2. ¿Un hombre que pesa 80 kg cuelga de una cuerda atada a un helicóptero que asciende verticalmente con una aceleración de 5 m/s2? ¿Qué tensión soporta la cuerda?
3. ¿Para que dejaron caer los astronautas un martillo y una pluma de ave al mismo tiempo en la superficie de la luna?
4. Estamos pesando una jaula cuyo peso verdadero es de 1 kg y en cuyo interior hay un pajarito que pesa 100g. Si en el momento de la pesada en el pájaro está volando, ¿qué peso nos indicará la balanza si: a)la jaula está herméticamente cerrada; b)se trata de una jaula ordinaria?

5. ¿Cuál es la razón de que al colocar una moneda sobre un papel y pegarle a este un tirón, la moneda no se mueva?
6. ¿Para que sirven los dibujos antideslizantes que llevan las cubiertas de los neumáticos?

Ejercicios de autocomprobación

1. Supongamos un cuerpo de 2 kg de masa, que se encuentra sobre un plano inclinado de 30º. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,3. Determina la fuerza que hay que aplicar al cuerpo para que descienda con una aceleración de $1 m/s^2$.

2. La rapidez de un móvil varía uniformemente desde 5 m/s hasta 9m/s en 2s. Si la fuerza causante que produce esta variación vale 20 kp, calcular:
   1. La velocidad media en dicho intervalo de tiempo.
   2. Masa del móvil expresada en kg.

3. Una pelota de tenis que pesa 100 g lleva una velocidad de 20m/s, y después de devuelta, en sentido contrario, su velocidad es de 40 m/s. Calcula la variación de la cantidad de movimiento

4. Un hilo tiene una resistencia a la ruptura de 0,5 kp. Colgamos de él un cuerpo de 300g. Calcular la aceleración vertical hacia arriba que hay que dar al sistema para que el hilo se rompa.

5. Sobre una partícula de 1kg de masa actúan simultáneamente las fuerzas siguientes:

$$\vec{F_1} = \vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k} \text{ N}$$
$$\vec{F_2} = 2\vec{i} + 6\vec{j} - 4\vec{k} \text{ N}$$
$$\vec{F_3} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \text{ N}$$

   Calcular:
   1. La aceleración de la partícula.
   2. La fuerza que hay que añadir para que la partícula esté en reposo.
   3. La fuerza que hay que añadir para que la partícula se mueva con una aceleración de $3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \frac{m}{s^2}$

6. Un bloque de 100 kg de masa se arrastra por una superficie horizontal por la acción de una fuerza de 100 kp. Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y la superficie es de 0,25, calcular la aceleración que adquiere, su velocidad al cabo de 1 minuto y el espacio recorrido en ese tiempo.

4

Energía y trabajo

Tema 4

Energía y Trabajo

La energía es el concepto más fundamental de toda la ciencia. Sin embargo para Newton era un concepto desconocido. Hoy es un concepto popular, pero muy difícil de definir. Estamos familiarizados con el término energía solar, los alimentos son fuentes energéticos y estos nos ayudan a mantener la vida. Hay energía en las personas, los lugares y las cosas, pero sólo observamos sus efectos cuando algo está sucediendo. Para llegar a saber y entender algo de ella, comenzaremos la unidad con un término que está unido a ella, el trabajo.

Tras el trabajo, estudiaremos el término de potencia como el trabajo realizado entre un periodo de tiempo. El concepto de energía es algo amplio, y en este tema sólo nos centraremos en la energía mecánica, compuesta de energía cinética y potencial. Por último citaremos el principio de conservación de la energía. Durante el transcurso de la unidad, y como es habitual se intercalan problemas resueltos que nos ayudarán a entender mejor los términos.

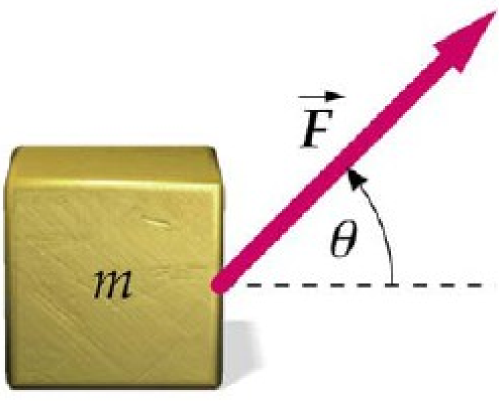
Trabajo

En física una fuerza realiza trabajo cuando actúa sobre un objeto, el cual se mueve a través de una distancia, sufriendo un desplazamiento. Ejemplo: Cuando cogemos una maleta desde casa al ascensor. Como podemos apreciar en todos los casos en los que se realiza un trabajo intervienen dos factores a) la aplicación de una fuerza y b) el movimiento de un objeto debido a la acción de dicha fuerza.

El trabajo W realizado por una fuerza constante F, cuyo punto de aplicación se traslada una distancia Δxi, es:

$$W = \mathbf{F} x\ \Delta \mathbf{x} = F\cos\varphi\ \Delta x$$

Donde: φ es el ángulo entre F y x, e Δx es el desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza.



El trabajo es una magnitud escalar que:

a) es positiva ⇔ Δx y Fx tienen signos iguales, cumpliéndose que el trabajo es positivo.

b) Es negativa ⇔ Δx y Fx tienen signos distintos, cumpliéndose que el trabajo es negativo.

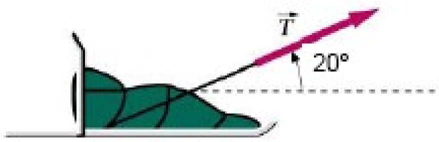
c) El trabajo es nulo ⇔ si la fuerza que se ejerce es perpendicular al desplazamiento. $\alpha=0 \rightarrow \cos\alpha=0 \rightarrow W=0$

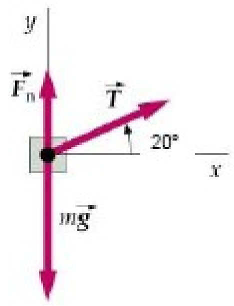
d) El trabajo es nulo sino existe desplazamiento. Un ejemplo lo podemos ver cuando al sostenemos un trabajo, ya que se realiza una fuerza, pero no un trabajo.
e) Si actúa más de una fuerza sobre un cuerpo, el trabajo resultante es la suma del trabajo realizado por cada una de las fuerzas que actúan.

$$W_{Total} = F_{1x} \cdot \Delta_{1x} + F_{2x} \cdot \Delta_{2x} + \ldots$$

La unidad de trabajo y energía en el S.I. es el Julio (J) que es igual al producto de un Newton por un metro. 1 J = 1 N x m

Veamos un ejemplo.





Nuestro estudiante durante las vacaciones de invierno conoce otra amiga y se van de excursión. El estudiante tira del trineo al cual está atado mediante una cuerda con una fuerza de 180 N, y con un ángulo de 20º con la horizontal. La masa del trineo con su amiga es de 80 kg. Suponemos, al ser hielo, que el rozamiento es despreciable.

Calcula el trabajo realizado.

El trabajo realizado por el estudiante sobre el trineo es FxΔx, ya que las otras fuerzas (peso y normal) lo hacen perpendicular al movimiento.

$$W = F_x \Delta_x = F \cdot \cos\theta \cdot \Delta_x = (180N)\ (\cos 20)\ (5m) = 846J$$

Potencia

En la definición de trabajo no se especifica cuánto tiempo toma para realizarlo. Imaginamos un estupendo chalet en la cima de la montaña y debemos de subir por una también estupenda pendiente una bombona de butano. Si hacemos el mismo trabajo subiendo lentamente que corriendo, ¿Por qué te sientes mas cansado cuando subes corriendo que andando lentamente? Para entender esta diferencia es necesario referirnos a la rapidez con que se hace ese trabajo, es decir la potencia. La potencia es la razón de cambio a la que se realiza trabajo. Es igual al cociente del trabajo realizado entre el intervalo de tiempo que lleva realizarlo:

$$potencia = \frac{trabajo\ realizado}{\text{int}\,ervalo\ de\ tiempo}$$

Es el trabajo por unidad de tiempo que realiza una fuerza.

Si una partícula con velocidad instantánea v, en un intervalo de tiempo corto dt, se desplaza una determina cantidad $d\vec{s} = \vec{v}dt$. El trabajo realizado por una fuerza F que actúa sobre la partícula durante ese tiempo es: $dW = \vec{F}d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt$

La potencia suministrada por la partícula: $P = \dfrac{dw}{dt} = F \cdot V$

En el sistema internacional, la unidad es el Julio por segundo y se denomina watio (w).

$$1W = \frac{1J}{s}$$

Un automóvil con un motor de elevada potencia realiza trabajo con rapidez. Un motor que sea el doble de potente que otro, puede realizar la misma cantidad de trabajo en la mitad de tiempo. Por ello un motor potente puede incrementar la rapidez de un coche hasta cierto valor en menos tiempo que otro coche con un motor menos potente.

Un concepto que no debemos de equivocar es el que se desprende del recibo de la luz. Nosotros pagamos la energía consumida, no la potencia. Es por ello que la factura viene expresada en kilovatios-hora.

Veamos un ejemplo:

En una obra tenemos un pequeño montacargas que eleva una carga de ladrillos de peso 800 N a una altura de 10 m en 20 s. ¿Cuál es la potencia mínima que deberá suministrar el motor?

Supongamos que los ladrillos suben a velocidad constante. Como entonces la aceleración es cero, el módulo de la fuerza hacia arriba es igual al peso de los ladrillos 800N. La potencia transmitida por el motor es la suministrada por **F**.

La potencia vendrá dada por la expresión:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = F_v cos\theta = F_v cos0 = (800N)\ (\frac{10m}{20s})\ (1) = 400w$$

Energía Mecánica

Cuando un tirador de arco realiza trabajo al tensar un arco, el arco adquiere la capacidad de realizar la misma cantidad de trabajo sobre la flecha. En este caso el algo que adquiere el arco le permite realizar trabajo. Este algo que permite realizar a un objeto trabajo es energía. Por el momento vamos a estudiar la energía mecánica, la que se debe a la posición o al movimiento de un objeto. La energía puede estar en forma de energía potencial o de energía cinética.

Energía cinética

Íntimamente asociado al concepto de trabajo se encuentra el concepto de energía. Así cuando un sistema realiza trabajo sobre otro, se transfiere energía entre los sistemas.

Ejemplo. Cuando nosotros empujamos un columpio se realiza un trabajo y la energía química de nuestro cuerpo se transfiere al columpio.

Si empujamos un objeto, podemos ponerlo en movimiento. Un objeto que se mueve puede, en virtud de su movimiento, realizar trabajo. El objeto tiene energía en movimiento, o energía cinética. La energía cinética de un objeto depende de su masa y de su rapidez. Podemos decir por tanto que:

«Energía cinética: mide la capacidad que poseen los cuerpos para realizar trabajo por el hecho de moverse. Todo cuerpo en movimiento posee energía cinética».

Imaginar que sobre un cuerpo de masa m, que se mueve con una velocidad V_0, actúa una única fuerza F constante, transcurrido un tiempo t, su velocidad habrá variado:

$$V = V_0 + at$$

La distancia que habrá recorrido en ese tiempo es:

$$X = V_0t + ½at2$$

Al suponer que el cuerpo se mueve en la dirección y sentido de la fuerza, el trabajo realizado por esta es:

$$W = Fx$$

Teniendo en cuenta la 2ª ley de Newton:

$$W = m \cdot ax = m \cdot\cdot\ a (V_0t + 1/2at^2) = m\left(\frac{V - V_0}{t}\right)\cdot\left(V_0 t + \frac{1}{2}\left(\frac{V - V_0}{t}\right)t^2\right)$$

dando como ecuación final:

$$W = ½\ mV^2 - ½mV_0^2 = \Delta Ec$$

El término $½mV^2$ recibe el nombre de energía cinética.

El trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo se invierte en modificar su energía cinética, dándose varios casos:

a) Si el W = 0, puede ser por que la Ec del cuerpo es constante (no varía) y su velocidad es constante, o porque la fuerza es perpendicular a la velocidad (fuerza centrípeta).
b) Si el W es negativo, se cumple que la Ec del cuerpo disminuye.

Volvamos a nuestro fuerte estudiante, que está tirando del trineo con empeño.

Calculemos la velocidad final del trineo después de haber recorrido 5 m.

$$W_{Total} = \frac{1}{2}mV_t^2 - \frac{1}{2}mV_i^2$$

$$V_f^2 = V_i^2 + \frac{2W_{Total}}{m} = 0 + \frac{2(846J)}{80kg} = 21{,}1\frac{m^2}{s^2}$$

$$V_f = 4{,}60 m/s$$

Fuerzas conservativas

Una fuerza es conservativa si el trabajo total que realiza sobre una partícula es cero cuando la partícula recorre una trayectoria cerrada y vuelve a su posición inicial, siendo independiente la trayectoria seguida por la partícula.

Ejemplo: Un telesquí asciende a un esquiador a una pista de altura h:

- el trabajo que realiza la máquina sobre él es mgh.
- El trabajo realizado por la gravedad es –mgh.

Cuando el esquiador se desliza por la pista, hacia abajo:

- el trabajo realizado por la gravedad es mgh (no dependiendo de la forma de la pista).
- El trabajo de la gravedad sobre el esquiador en el viaje de ida y vuelta es cero.

Así la fuerza de la gravedad ejercida sobre el esquiador es una fuerza conservativa.

Un ejemplo de fuerzas no conservativas lo constituye el rozamiento; ello se debe a que el rozamiento se opone al movimiento, tanto en la subida como en el descenso del ejemplo anterior, siendo el trabajo no nulo.

Energía potencial. (U)

Un objeto puede almacenar energía en virtud de su posición. La energía que se almacena en espera de ser utilizada se llama energía potencial, porque en ese estado tiene el potencial para realizar trabajo. Cuando tensamos un arco, el arco almacena energía.

El trabajo realizado por una fuerza conservativa sobre una partícula no depende de la trayectoria, sólo depende de los puntos extremos, del inicio y del final (punto 1 y punto 2).

Ejemplo. Un esquiador se desliza hacia abajo por la pista, el trabajo realizado por la gravedad disminuye la energía potencial del sistema.

En general la función de energía potencial se define como el trabajo realizado por una fuerza conservativa sea igual a la disminución de la función energía- potencial:

$$W = U_2 - U_1 = -\Delta U$$

Veamos un ejemplo:

Una botella de 0,350 kg de masa cae desde un estante que está 1,75 m por encima del suelo. Determinar la energía potencial del sistema tierra-botella cuando la botella está en el estante y cuando está apunto de chocar con el suelo.

Solución.

Primero hacemos un esquema que muestre la botella en el estante y la botella antes de chocar con el suelo.

Suponemos que la energía potencial del sistema botella-tierra es cero cuando la botella está en el suelo, y colocamos el eje y con su origen en el suelo.

La única fuerza que realiza trabajo sobre la botella mientras cae es la fuerza de la gravedad, por lo que el trabajo total es igual al trabajo de la fuerza de la gravedad: $W_{total} = W_g$.

La fuerza ejercida por la tierra sobre la botella durante su caída es una fuerza interna al sistema botella-tierra. También es una fuerza conservativa, por lo que el trabajo realizado iguala el cambio en la energía potencial del sistema:

$$W_g = -\Delta U = -(U_{final} - U_{inicial}) = -(mgyf - mgyi) = mg(yi - yf) = mg(h - 0) = mgh$$

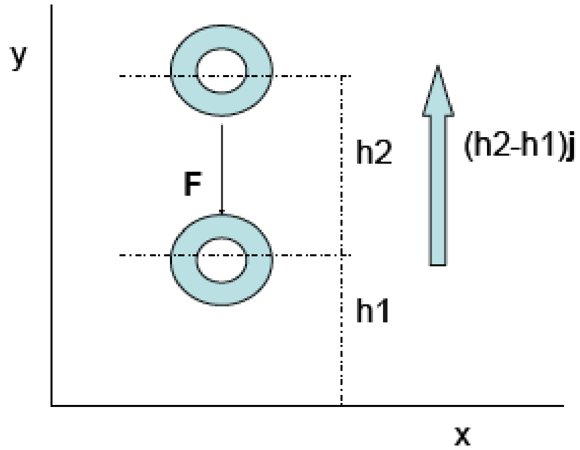
$$= (0{,}350\text{kg}) * (9{,}81\text{N/Kg}) * (1{,}75\text{m}) = 6{,}01\text{J}$$

Energía potencial gravitatoria

Para elevar objetos contra la gravedad terrestre se requiere trabajo. La energía potencial debida a que un objeto se encuentra en una posición elevada se llama energía potencial gravitatoria. El agua de un tanque elevado, tiene energía potencial gravitatoria.

Podemos decir por tanto que es la energía que posee un cuerpo que se encuentra a cierta altura sobre la superficie terrestre. Con lo cual la energía potencial de un cuerpo en la superficie de la tierra podemos considerarla como nula.

Si un cuerpo de masa m se encuentra situado a cierta altura h_1 sobre la superficie de la tierra, y se desea elevar hasta la posición h_2, la fuerza peso vendrá dada por la expresión: $\vec{F} = -m \cdot g \cdot \vec{j}$



El vector desplazamiento: $\vec{r} = (h_2 - h_1)\vec{j}$, por lo que el trabajo que realiza el peso en este desplazamiento será: $W = \vec{F} \cdot \vec{r} = -m \cdot g(h_2 - h_1) = mgh_1 - mgh_2$

Por consiguiente el trabajo solo depende de las posiciones inicial y final.

Se puede afirmar pues que un cuerpo que se encuentra a cierta altura sobre la superficie terrestre, posee una determinada energía potencial E_p.

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

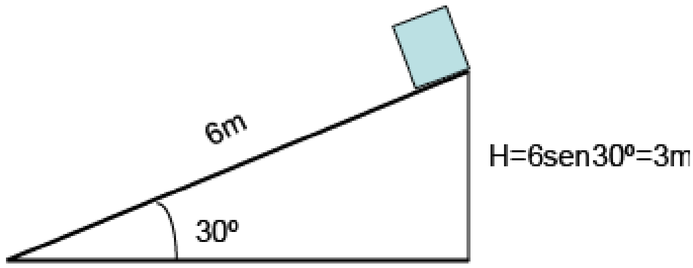
Como la energía no se crea ni se destruye sólo se transforma, se cumple que la energía potencial más la energía cinética es siempre constante.

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = cte$$

Veamos un ejemplo:

Un cuerpo en reposo, está situado en la parte más alta de la rampa. El cuerpo empieza a deslizar impulsado por la acción de su peso.

Calcular la velocidad que poseerá tras recorrer los 6 metros de la rampa, sin rozamiento.



Las únicas fuerzas que actúan sobre el cuerpo son el peso y la normal. Como la normal es perpendicular al desplazamiento, no realiza trabajo. Por lo tanto la única fuerza a tener en cuenta es el peso. $E = E_c + E_p$

Al inicio el cuerpo está en reposo, y en ese instante la energía mecánica total únicamente viene dada por la energía potencial: $E = E_c + E_p = 0 + mgh$

Cuando ha bajado los 6 metros de la rampa el cuerpo ha descendido una altura de 3m. La energía potencial será ahora: $E_p = mg(h - 3)$. La disminución de la energía potencial se compensa con el aumento de la energía cinética. La expresión de la energía mecánica total será: $E = \frac{1}{2}mv^2 + mg(h-3)$

Como la energía mecánica se conserva se debe de verificar que:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mg(h-3);\ v = 7{,}67m/s$$

Conservación de la energía mecánica

Partiendo de la premisa de que: «La energía puede transformarse, pero no se crea ni se destruye. La energía total permanece constante», vamos a estudiar este apartado sabiendo que lo anterior es el principio de conservación de la energía.

El trabajo total realizado sobre cada partícula de un sistema es igual al cambio de la energía cinética ΔE_c de esa partícula, por lo que el trabajo total realizado por todas las fuerzas W_{total} es igual al cambio de la energía cinética del sistema. $\Delta E_{c\,sistema}$.

Como las fuerzas que actúan sobre un cuerpo al desplazarse de A hasta B, pueden ser conservativas y no conservativas, el trabajo presentará dos aportaciones:

1. El trabajo realizado por las fuerzas conservativas (W_c).
2. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas (rozamientos) W_{nc}

Teniendo en cuenta el teorema del trabajo:

$$W_r = \Delta E_c = (E_c)_B - (E_c)_A$$

y como para las fuerzas conservativas se cumple que :

$$W_c = -\Delta E_p = (E_p)_A - (E_p)_B$$

Obtenemos que: $(E_c)_B - (E_c)_A = (E_p)_A - (E_p)_B + W_{nc}$; por lo tanto:

$$(E_c + E_p)_B - (E_c + E_p)_A = W_{nc}$$

Vemos que la energía mecánica $E_c + E_p$ varía en la cantidad W_{nc}. Por lo que el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas constituye una transferencia de energía. El cuerpo «ha perdido» cierta cantidad de energía.

La energía que se pierde por rozamiento se transforma en calor. Un ejemplo lo podemos apreciar cuando frotamos nuestras manos, y se produce calor. Si Q representa la energía transferida en forma de calor podemos entonces escribir que: $\Delta E + \Delta Q = 0$, donde E representa la energía mecánica. Para cualquier fuerza no conservativa es posible encontrar nuevas formas de energía: $\Delta E + \Delta Q + \Delta(\textit{otras energías}) = 0$

Observamos que la suma de la energía mecánica calorífica y todas las otras formas de energía se mantienen constantes.

El principio de conservación de la energía dice así: «La energía puede transformarse, pero no se crea ni se destruye. La energía total permanece constante».

Veamos esto con un sencillo ejemplo:

Volvamos por un momento al patio del colegio. Cuando estirábamos la goma del tirachinas hacíamos trabajo sobre la goma; entonces ella tenía energía potencial. Cuando soltábamos la piedra su energía cinética es igual a esta energía potencial (la de la goma). La piedra cedía esta energía al objeto que golpeaba, por ejemplo un poste de madera. El producto de la pequeña distancia que se mueve el poste por la fuerza de impacto es algo inferior a la energía cinética de la piedra. El balance de la energía vemos por tanto que no cuadra. Pero si observamos detenidamente descubrimos que tanto la piedra como el poste están ligeramente mas calientes, compensando de esta forma el balance. Por ello decimos que la energía se transforma de una forma a otra, y se transforma sin pérdida o ganancia neta.

Veamos un sencillo ejemplo:

Tenemos un chaval en el final del tobogán. Está pidiendo que le empujemos un objeto de 2kg de masa desde la parte baja de la rampa hacia arriba. La rampa forma un plano inclinado de 30º con respecto al suelo. Empujamos el juguetito con una velocidad inicial de 5 m/s. Vemos que tras recorrer 2m de la rampa, se para y viene hacia nosotros, es decir al punto de partida.

1. Calcular la fuerza de rozamiento entre el juguetito y la rampa.
2. ¿Cuál será la velocidad con que llegará al punto de partida?

1. Si nos situamos en la base del tobogán el cuerpo tendrá inicialmente una energía mecánica: $E_i = \frac{1}{2}mv^2 = 25J$

Cuando llega a detenerse, tendrá una energía potencial debido a la altura y nula energía cinética. La altura sobre el nivel del suelo será *h = 2sen30º =1m*

La energía mecánica final será por tanto: $E_f = mgh = 20J$

Observemos que ha habido una disminución de la energía mecánica de 5J. Esta disminución se debe al rozamiento. $E_f - E_i = W_{rozamiento}$

El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es de –5J, por tanto:

$$W_{rozamiento} = F \cdot d = -5 = F \cdot 2;\ F = -2{,}5N$$

Si vemos que se disipan 5J en el ascenso, se disiparan otros 5 en el descenso, por tanto la energía mecánica del objeto cuando regrese al punto de partida será de 15J.

Como cuando llegue al punto de partida, ya no tendrá energía potencial, podemos escribir: $15 = \frac{1}{2}mv^2;\ v = 3{,}87m/s$

Resumen

Como hemos podido entender el término de energía en sí mismo implica muchos otros conceptos, es por ello que para entender una parte del término, en este caso energía mecánica, tengamos que recurrir a otros términos, como son la energía potencial y la cinética. Debemos de tener presente como hemos visto en los problemas que las fuerzas que actúen de modo perpendicular al movimiento se anulan.

La potencia como concepto de trabajo realizado en un intervalo de tiempo, nos proporciona una serie de datos utilizados en ingeniería para poder clasificar los elementos por rendimientos, como veremos en la unidad de circuitos de corriente continua.

En los problemas hemos visto que un elemento muy importante es la fuerza no conservativa del rozamiento, la cual dentro de la ecuación global del estudio de un movimiento puede cerrarnos la ecuación.

Actividades

1. Una persona lleva un perro al hombro por un camino rural horizontal ¿realiza o no trabajo físico?

2. ¿Cuál es la razón por la que las compañías de transporte cobran a razón del número de toneladas · kilómetro?

3. ¿Qué trabajo mecánico se realiza al sostener un cuerpo de 10 kg durante 10 segundos?

4. Cuando dos grupos de amigos se ponen a tirar de los extremos opuestos de una cuerda, jugando en la playa, y existe equilibrio, ¿podemos decir que se realiza trabajo?

5. ¿Qué potencia consume un coche que se mueve en una carretera plana y sin rozamiento?

6. Comprobar dimensionalmente que el kilovatio-hora es una unidad de energía.

7. ¿Falla el principio de conservación de la energía cuando una pelota deja de saltar?

8. ¿Cuál es el papel de los lubricantes en las máquinas?

Ejercicios de autocomprobación

1. Sobre un vehículo de 1000 kg de masa, que circula con velocidad constante de 20 m/s actúa una fuerza constante de 10000 N, en el sentido de su movimiento. El vehículo recorre 100m. El coeficiente de rozamiento entre el suelo y las ruedas es de 0’3. Calcular:
    1. El trabajo realizado por la fuerza aplicada
    2. El trabajo realizado por el rozamiento.
    3. El trabajo realizado por la fuerza resultante.
    4. La velocidad del coche a los 100 metros.

2. Desde que altura tendría que caer un automóvil para equiparar con la energía que posee cuando marcha a 100 km/h.

3. Desde un piso de 30 metros de altura se lanza un cacharro de masa 0’10 kg con una velocidad de 16m/s en una dirección que forma un ángulo de 45º con la horizontal. ¿Cuál es la energía total (cinemática y potencial) después del lanzamiento?

4. Un tanque cuya masa es de 10t marcha en un convoy a una velocidad de 60 km/h.
   1. ¿Cuál es su energía cinética?
   2. ¿Cuál es la cantidad de calor que se produce en el sistema de frenado cuando se detenga al pisarlo?