ÀMBIT CIENTÍFIC-MATEMÀTIC

1r d'ESO

CONTINGUTS

íNDEX

		MATÈRIA BIOLÒGICA I GEOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1r TRIMESTRE	**1** LA VIDA, LA SOLUCIÓ RODONA	Què és un ésser viu? De què estan fets els éssers vius? Les funcions vitals. Classificació dels éssers vius.	Nombres naturals. Divisibilitat. Potències i arrels quadrades.
	2 ELS ANIMALS NO VAN ERRATS DE COMPTES	El Regne dels Animals. Els animals invertebrats. Els animals vertebrats.	Nombres enters.
	3 MÉS ALT QUE UN PI (O UNA SEQUOIA)	El Regne de les Plantes. Plantes sense llavors i amb llavors. Nutrició, relació i reproducció.	Fraccions.
2n TRIMESTRE	**4** ELS ÉSSERS VIUS INCÒGNITS	Dominis *Arquea* i *Bacteria*. Regne Protozou. Regne Cromista. Regne Fongs. Virus.	Llenguatge algebraic. Equacions de primer grau. Resolució de problemes amb àlgebra.
	5 MINERALS I ROQUES ES POSEN A CENT	La Geosfera. Minerals: característiques i propietats. Roques: classificació.	Magnituds proporcionals. Percentatges.
3r TRIMESTRE	**6** D'AVUI EN VUIT PLOURÀ	Atmosfera: composició de l'aire, capes i l'efecte hivernacle. Hidrosfera: distribució i cicle natural.	Nombres decimals. Sistemes de mesura.
	7 ECOSISTEMA PARAL·LEL	Ecosistema. Biòtop i biocenosi. Factors abiòtics: adaptacions dels éssers vius. Factors biòtics: relacions intraespecífiques i interespecífiques. Cadenes i xarxes tròfiques.	Geometria.

1 LA VIDA, LA SOLUCIÓ RODONA

MATÈRIA BIOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1. Què és un ésser viu? 2. De què estan fets els éssers vius? • Les biomolècules inorgàniques i orgàniques • La cèl·lula 3. Les funcions vitals • Nutrició • Relació • Reproducció 4. Classificació dels éssers vius • Taxonomia i nomenclatura binomial • Els tres dominis i els cinc regnes	- El sistema de numeració decimal. Nombres naturals - Operacions amb nombres naturals • Multiplicació • Divisió • Jerarquia d'operacions - Múltiples i divisors - Criteris de divisibilitat - Obtenció de tots els divisors d'un número enter - Nombres primers i compostos - Descomposició en factors primers - Càlcul del MCD i del MCM. - Potències - Potències de 10. Notació científica. - Operacions amb potències i propietats.

MATÈRIA BIOLÒGICA _ 1 LA VIDA, LA SOLUCIÓ RODONA

1. Què és un ésser viu?

La Biologia és la branca de la ciència que estudia els éssers vius.

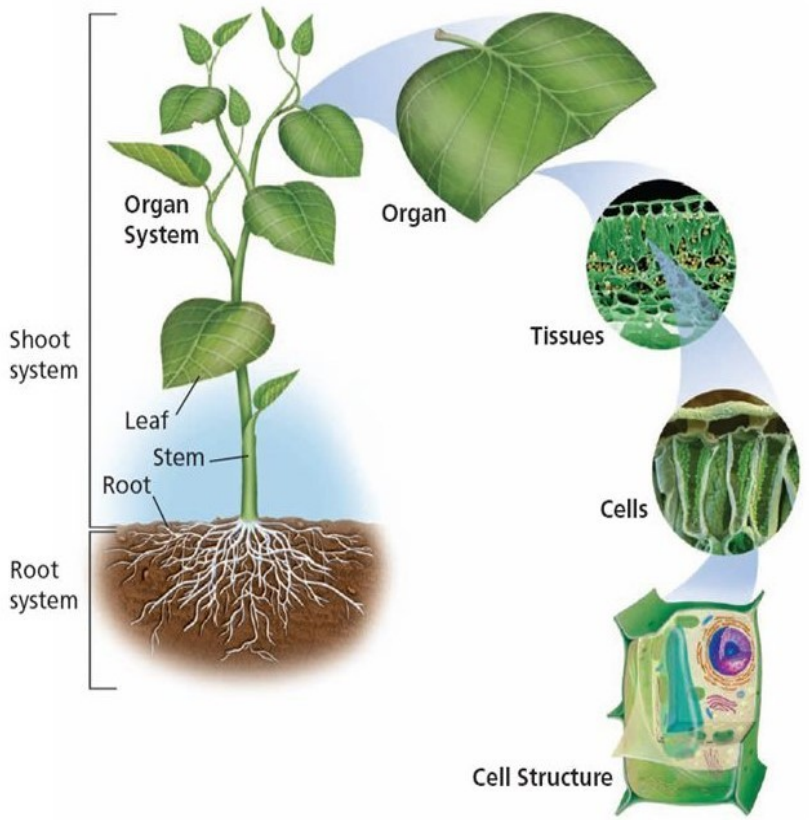
Però, què és la vida? Què són els éssers vius?

Com es pot distingir entre allò que està viu i allò que no?

Tots tenim una comprensió intuïtiva d'allò que significa que alguna cosa estiga viva. Malgrat tot, és sorprenentment difícil definir la vida de manera precisa. Degut a això, moltes de les definicions de vida són operacionals, ens permet separar els éssers vius dels inanimats, però no ens diu realment què és la vida. Per a fer aquesta separació, elaborem una llista de les propietats que, en conjunt, són úniques dels éssers vius.

Els éssers vius es caracteritzen per:

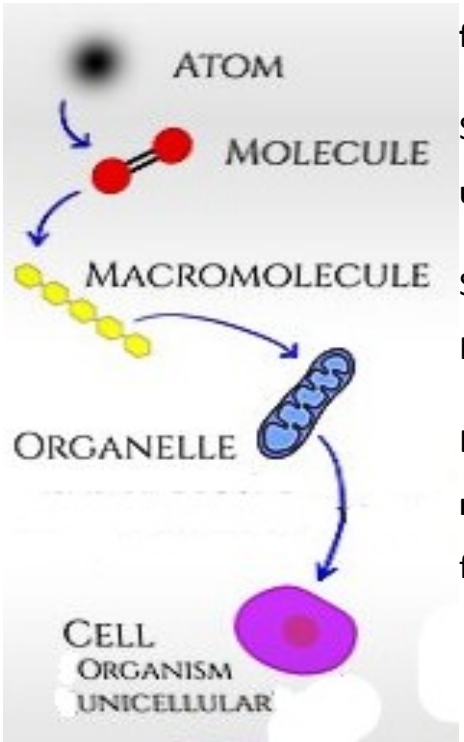
- Tenir una composició química molt semblant i estar formats per cèl·lules.
- Realitzar funcions bàsiques:
  - Es nodreixen, incorporant matèria i energia del medi.
  - Es relacionen amb l'entorn, és a dir, detecten els canvis de l'ambient i reaccionen front a ells.
  - Poden reproduir-se i tenir descendents semblants a ells. Això assegura que la vida continue.



2. De què estan fets els éssers vius?

Els éssers vius estan molt organitzats, és a dir, contenen parts especialitzades i coordinades.

Tots els éssers vius estan constituïts per una o més **cèl·lules**, que es consideren les **unitats fonamentals de la vida**.



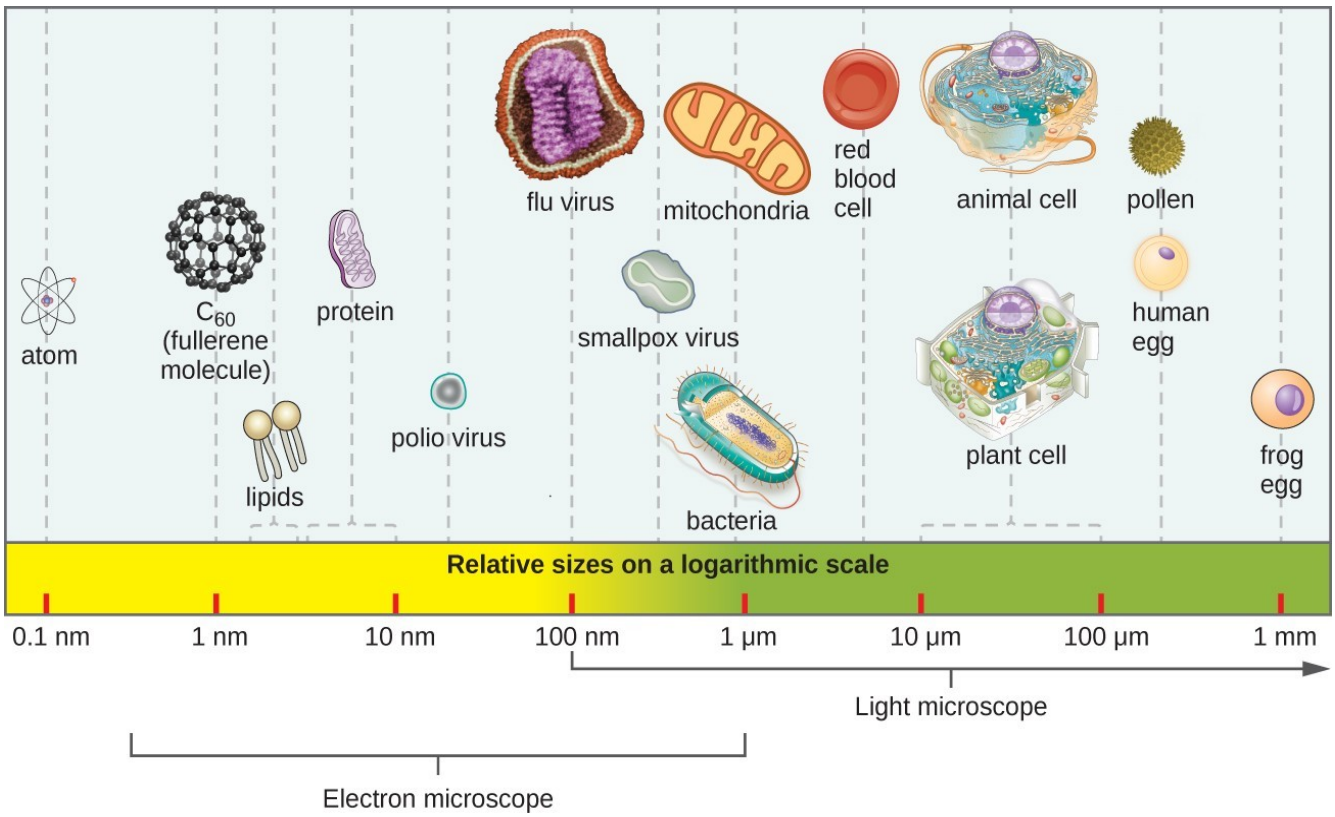
Si estan formats per una sola cèl·lula, diem que són éssers vius **unicel·lulars**.

Si en tenen més, són organismes **pluricel·lulars**.

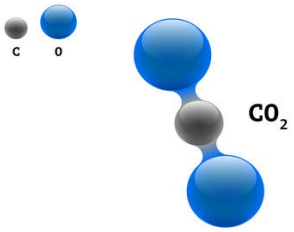
Fins i tot els organismes unicel·lulars són complexes!

Dins de cada cèl·lula, els **àtoms** estan organitzats formant **molècules**, les quals formen **orgànuls** i estructures cel·lulars que, finalment, s'ordenen formant la **cèl·lula**.

De més menut a més gran. Des de l'àtom fins a la cèl·lula més gran.



Biomolècules inorgàniques i orgàniques.

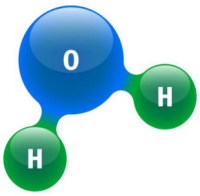


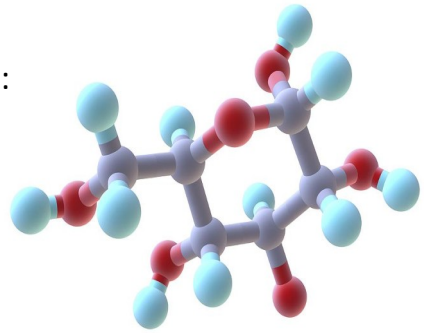
Com hem vist, un conjunt d'àtoms units i ordenats formen una molècula.

Totes les molècules que formen part de la composició dels éssers vius s'anomenen **biomolècules** *(del prefix 'bio' que vol dir 'vida').*

Tots els éssers vius estan formats pels mateixos tipus de substàncies:

- gran quantitat d'**aigua**
- compostos **minerals**





- i compostos que tenen un gran contingut de **carboni**. Els compostos de carboni només estan presents en la matèria viva. És per això que se'ls anomena **biomolècules orgàniques.**

Com l'aigua i els compostos minerals es troben també en la matèria inert, s'anomenen **biomolècules inorgàniques.**

Les **biomolècules inorgàniques** són, per tant, substàncies químiques que es troben tant en els éssers vius i com en la matèria no viva.

Aigua

Fórmula química: H_2O

Biomolècula més abundant en tots els éssers vius.

Funció estructural i reguladora.

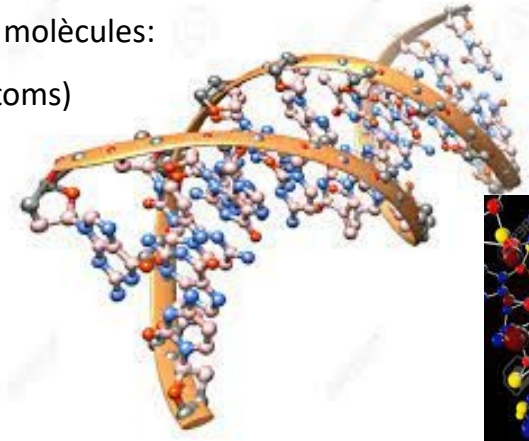
Sals minerals

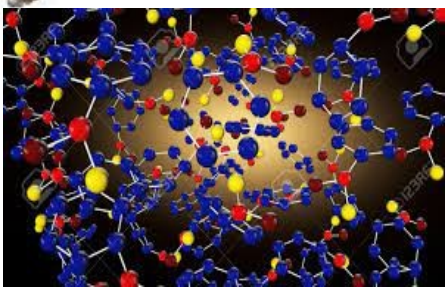
Componen algunes estructures dels organismes.

Exemples:

Les **biomolècules orgàniques** són molècules:

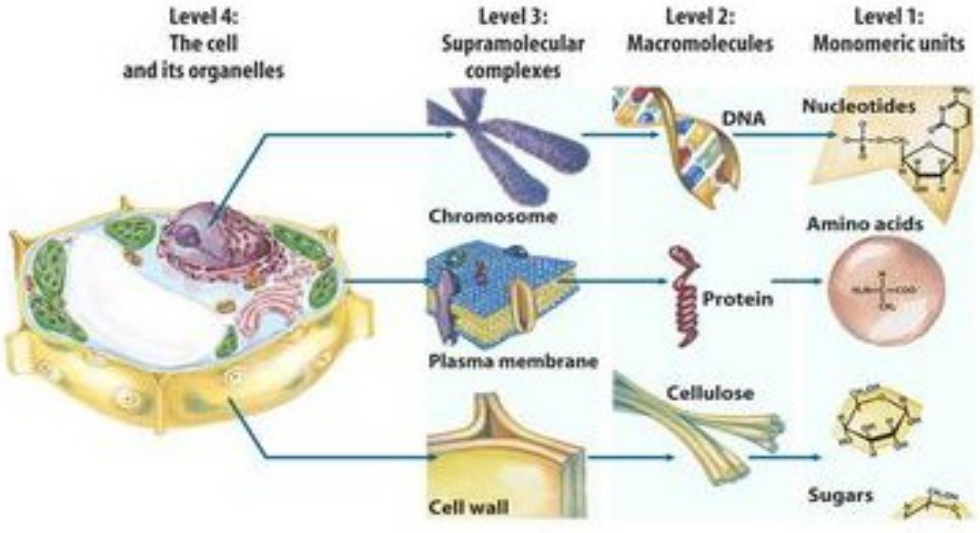
- Molt grans (amb molts d'àtoms)
- Formades per Carboni (C)
- Contenen energia química



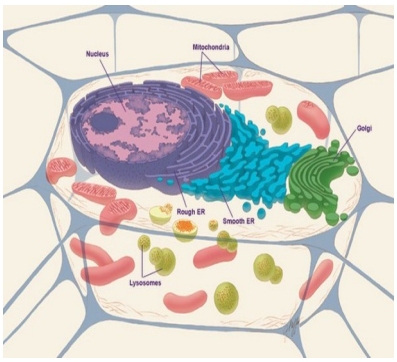


Les **molècules orgàniques** poden ser de 4 tipus:

- **Glúcids**: donen energia a les cèl·lules. Ex. glucosa
- **Àcids nucleics**: contenen informació genètica. Ex. ADN
- **Proteïnes**: fan moltes funcions de tot tipus. Ex. hemoglobina
- **Lípids**: emmagatzemen energia. Es coneixen com a greix.



La cèl·lula.



Estructura més menuda que està dotada de vida.

Una cèl·lula duu a terme les funcions vitals.

Tots els éssers vius tenen una o més cèl·lules.

Totes les cèl·lules es formen a partir d'una altra per divisió cel·lular.

Totes les cèl·lules tenen:

- Una **membrana.**
- Un espai interior anomenat **citoplasma.**
- **Material genètic** (ADN)

La cèl·lula segons el tipus d'estructura:

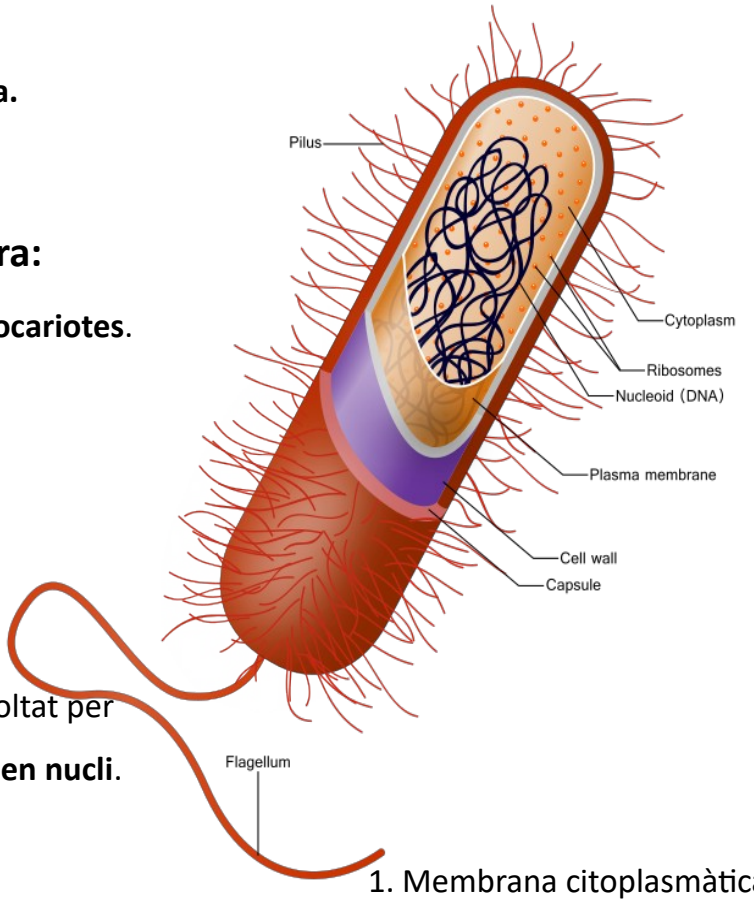
1. Les cèl·lules més senzilles són les **procariotes**.

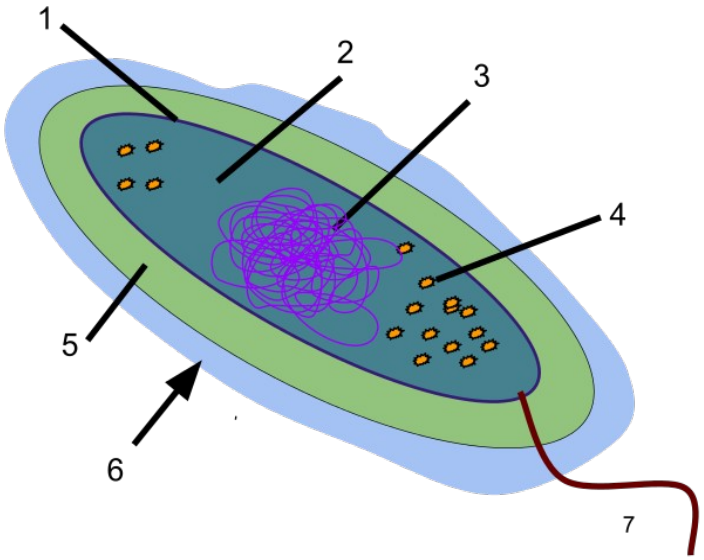
   Són de tamany xicotet.

   Tenen:

   - Membrana
   - Citoplasma
   - Material hereditari (ADN)

   Com el material hereditari no està envoltat per cap altra membrana, es diu que **no tenen nucli**.





1. Membrana citoplasmàtica
2. Citoplasma
3. ADN
4. Ribosomes *(orgànul que fabrica proteïnes)*
5. Paret bacteriana
6. Càpsida*
7. Flagel*

**poden ser-hi o no*

Les cèl·lules procariotes només es troben en els bacteris, que són éssers unicel·lulars:

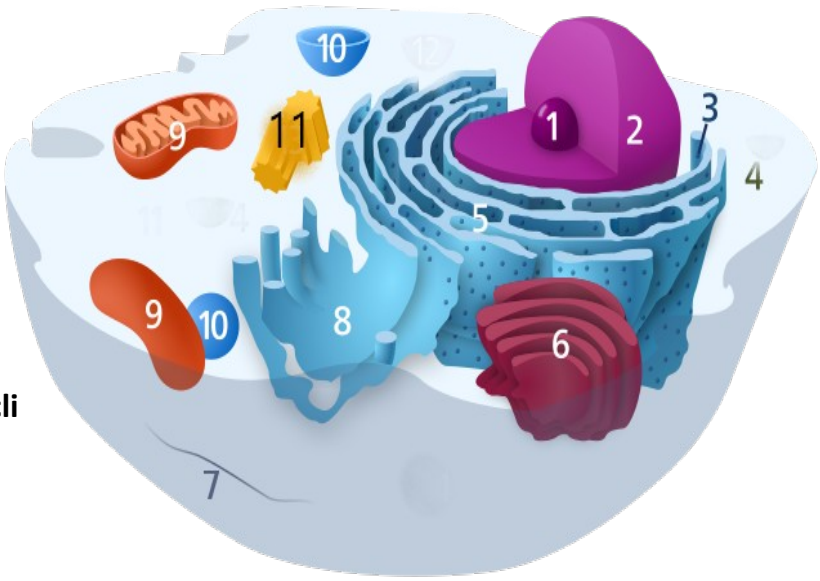
BACTERI = PROCARIOTA

2. Les cèl·lules més complexes són les **eucariotes.**

Són de mida major.

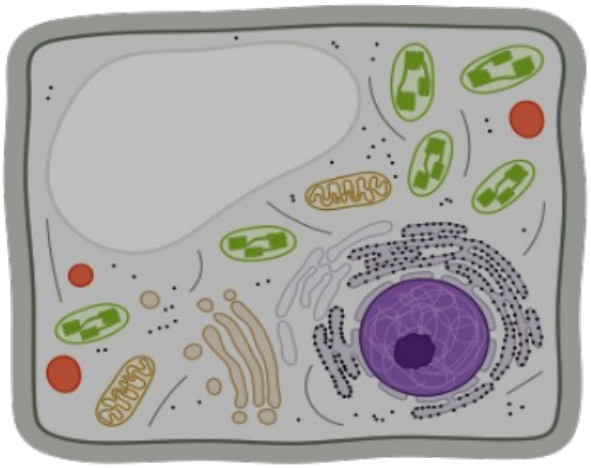
Tenen:

- Membrana
- Citoplasma
- Material hereditari (ADN)
- Membrana nuclear
  que envolta l'ADN i forma el **nucli**
- Molts **orgànuls** que
  realitzen diverses funcions



1. ADN
2. Nucli
3. Ribosomes
4. Citoplasma
5. Reticle endoplasmàtic rugós
6. Aparell de Golgi
7. Membrana citoplasmàtica
8. Reticle endoplasmàtic llis
9. Mitocondri
10. Lisosoma
11. Centrosoma

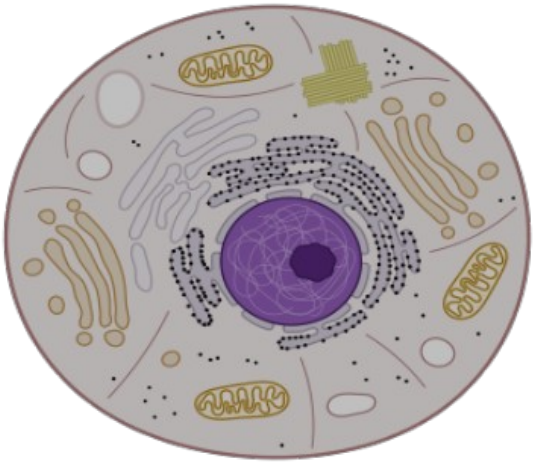
Cèl·lules eucariotes: animals i vegetals.



La cèl·lula animal té centrosoma, que participa en la divisió cel·lular.

La cèl·lula vegetal té:

- Paret de cel·lulosa, que li dona rigidesa i forma.
- Cloroplast, amb clorofil·la, on es fa la fotosíntesi.
- Un gran vacúol de reserva.

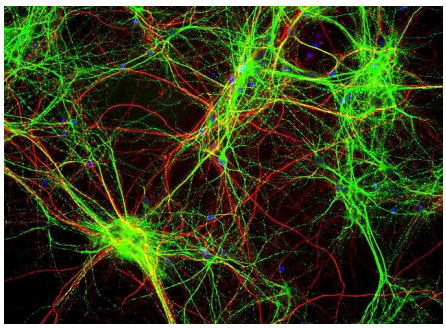


Hi ha multitud de cèl·lules de formes i mesures molt diverses.

La **forma** de la cèl·lula depèn de la **funció** faça.

Exemple: neurona.

Cèl·lula amb una forma adequada per a establir connexions.



Nivells d'organització.

En els éssers pluricel·lulars, les cèl·lules semblants formen **teixits**.

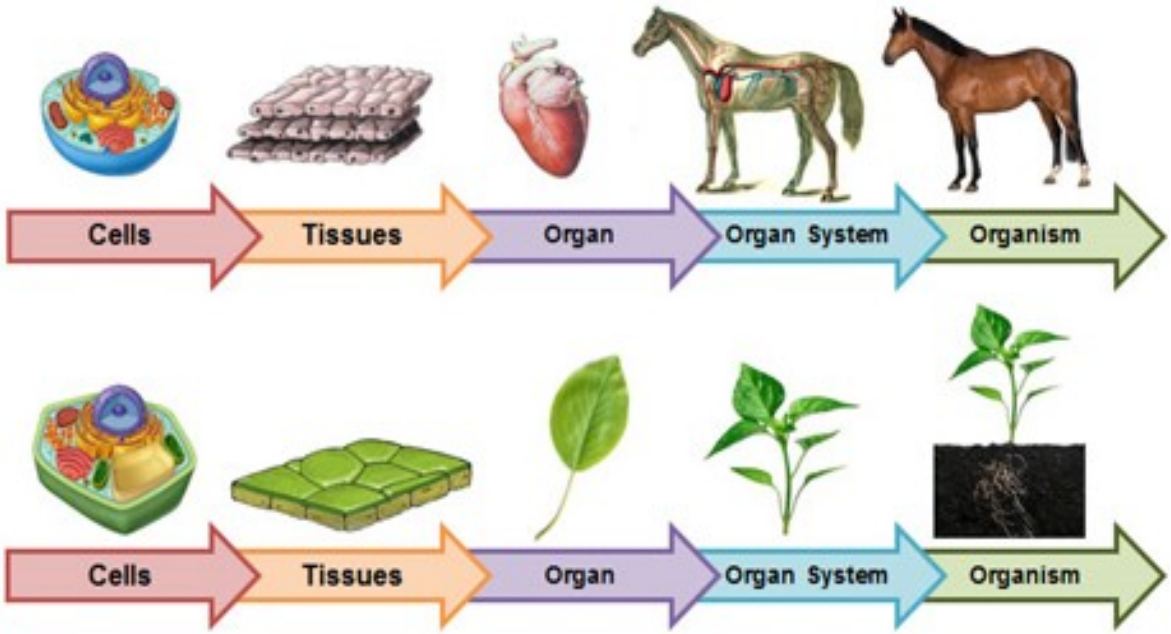
Els teixits, a la vegada, col·laboren per a crear **òrgans**.

I els òrgans treballen coordinats per a formar **sistemes** i **aparells**.

Exemples de teixits: *muscular, nerviós, epitelial, ...*

D'òrgans: *cor, pulmons, pell, ...*

De sistemes i aparells: *nerviós, circulatori, respiratori, ...*



3. Les funcions vitals.

La nutrició.

La nutrició és la funció vital que li permet a l'ésser viu intercanviar **matèria** i **energia** amb l'entorn. La nutrició pot ser:

Autòtrofa

És la que realitzen les plantes, les algues i alguns bacteris.

Utilitza matèria inorgànica (aigua i diòxid de carboni) i energia de la llum solar per a obtenir substàncies nutritives (matèria orgànica).

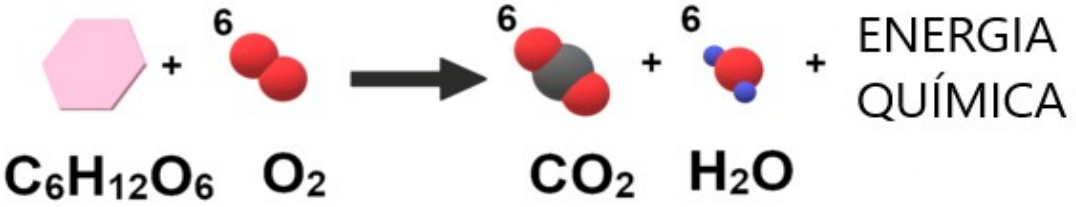
El procés químic per a obtenir la matèria orgànica és la **fotosíntesi**:

$$6CO_2 + 6H_2O \xrightarrow{\text{LLUM}} C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$

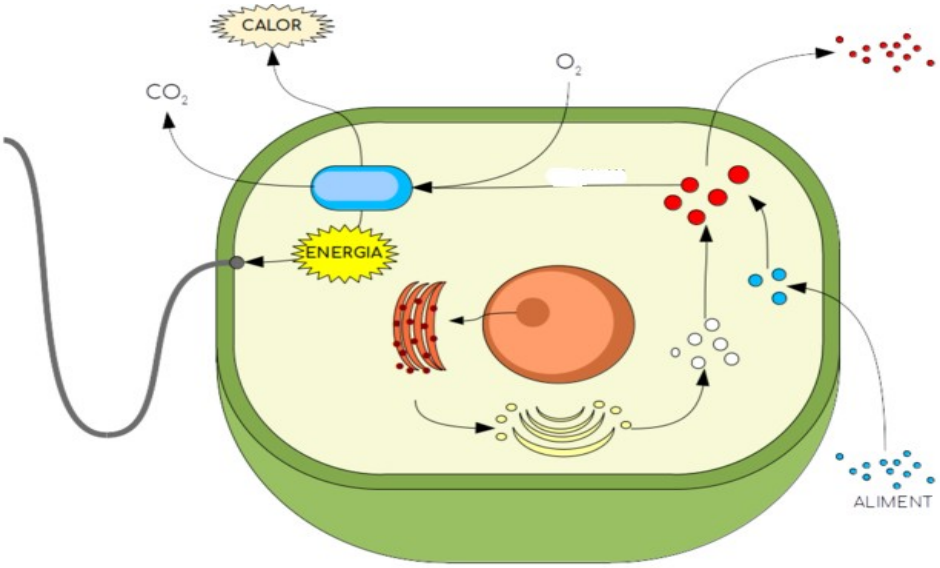
Heteròtrofa

S'obté l'energia a partir de substàncies orgàniques (nutrients). Aquests nutrients es troben en altres éssers vius.

Són heteròtrofs els animals, els fongs, els protozous i alguns bacteris.



Respiració cel·lular: procés químic amb el que les cèl·lules obtenen energia dels nutrients.



La relació.

És la funció que permet als éssers vius obtenir **informació** del medi que els envolta, tant dels éssers vius com dels factors ambientals, per a poder reaccionar de la forma més adequada.

1. La informació exterior són els **estímuls.**
2. Es capten els estímuls (**percepció**). Els animals ho fa amb els òrgans dels sentits.
3. Es genera una resposta o **reacció.**

Exemple:

- Quan hi ha un incendi al bosc, tots els animals generen una resposta que els permet fugir.

- Quan la temperatura és molt baixa, els animals tremolen i se'ls eriça el pèl per a mantenir la temperatura corporal.

La reproducció.

Funció que permet tenir descendents i, per tant, mantenir les espècies.

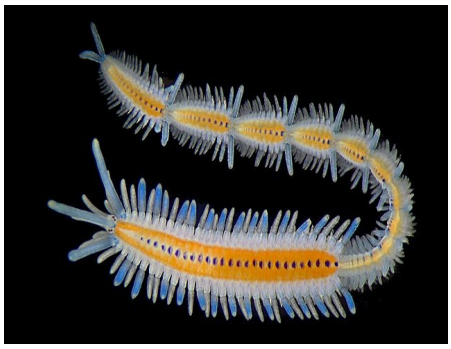
Reproducció sexual.

En aquest tipus de reproducció hi ha una **cèl·lula sexual masculina** i una **cèl·lula sexual femenina**. Calen, per tant, dos individus per a reproduir-se.

La **fecundació** és la unió d'aquestes dues cèl·lules, compartint la informació genètica.

La reproducció sexual és la fonamental en els **animals**, les **plantes** i els **fongs**.

Reproducció asexual.



A partir d'**un únic individu** se n'originen d'altres.

Els descendents són genèticament idèntics al progenitor.

Classificació dels éssers vius.

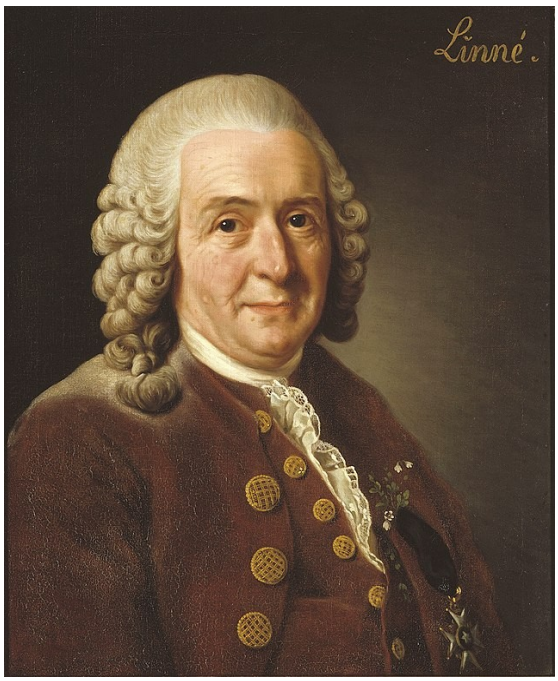
Biodiversitat: nombre total d'espècies diferents que podem trobar al nostre planeta.

Avui en dia es coneixen uns 1,7 milions d'espècies diferents.

Per a conèixer i estudiar millor els éssers vius, cal agrupar-los segons criteris adequats com són l'anatomia interna o la informació genètica (ADN).

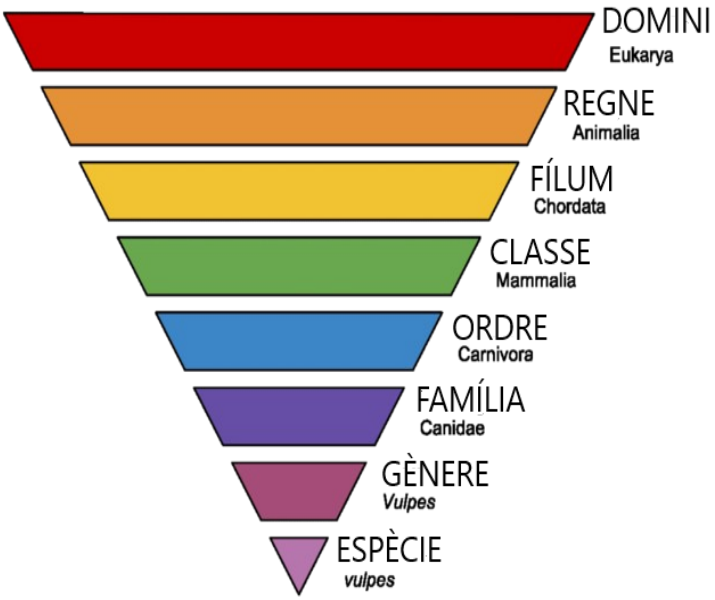
Carl von Linné (1707-1778) va ser un botànic suec que va establir el sistema de classificació dels éssers vius.

També va introduir la manera d'anomenar les espècies (**nomenclatura binomial**).



La **taxonomia** és l'estudi de la classificació dels éssers vius.

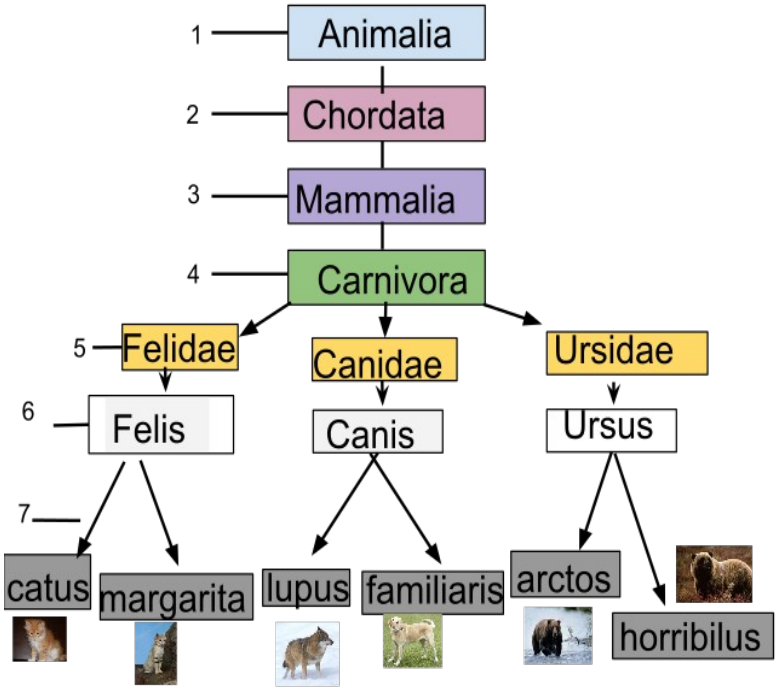
Els éssers vius es classifiquen en els següents grups o **tàxons**:



La classificació és **jeràrquica**, això vol dir que els grups contenen de més a menys individus.

Totes les espècies es nombren amb dos noms: el del **gènere** *(6)* i el de l'**espècie** *(7)*.

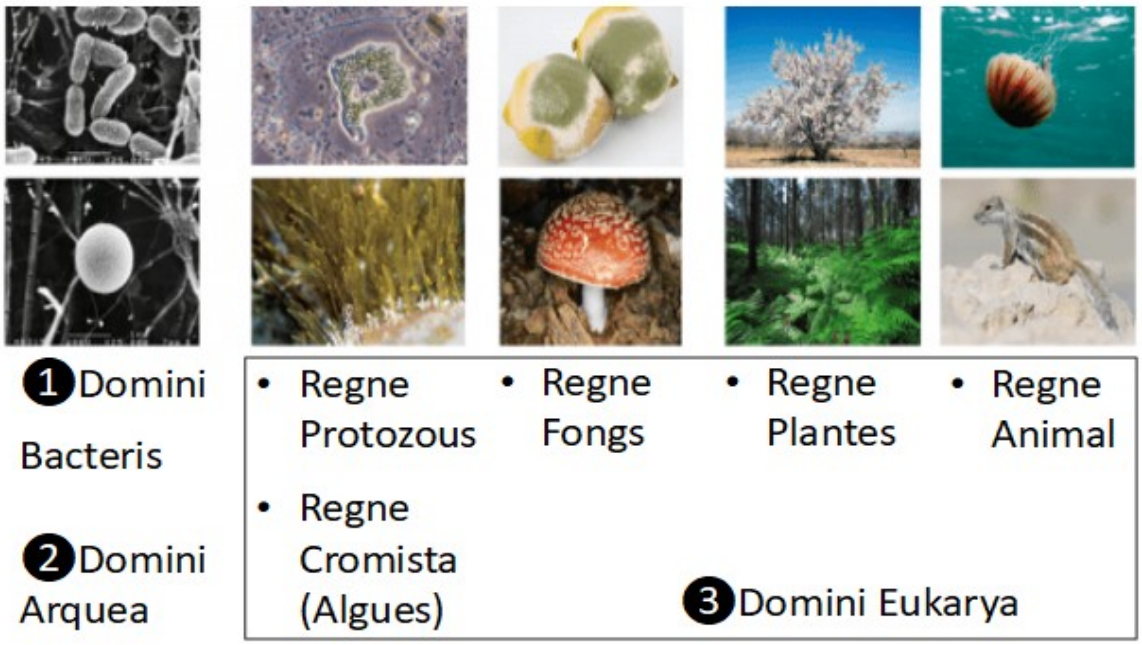
S'utilitza sempre el llatí.

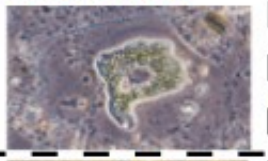
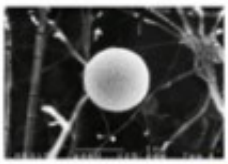
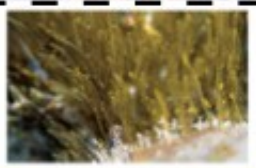


Exemples:

El gat domèstic rep el nom de *Felis catus.*

Com el gos i el llop comparteixen moltes característiques, pertanyen al mateix gènere: *Canis.*



1 Domini Bacteris 2 Domini Arquea	Regne Protozous	Regne Fongs	Regne Plantes	Regne Animal
Cèl. procariota	Cèl. eucariota	Cèl. eucariota	Cèl. eucariota	Cèl. eucariota
Unicel·lulars	Unicel·lulars			
No formen teixits	Heteròtrofs			
Autòtrofs i Heteròtrofs				
				
				
	Regne Cromista(algues)	Unicel·lulars i Pluricel·lulars (sense teixits)	Pluricel·lulars	Pluricel·lulars
	Cèl. eucariota	Heteròtrofs	Formen teixits	Formen teixits
	Unicel·lulars i Pluricel·lulars (sense teixits)		Autòtrofs	Heteròtrofs
	Autòtrofs			
	3 Domini Eukarya			

El sistema de numeració decimal. Els nombres naturals.

Per què en altres països, encara que es parlen llengües diferents, s'utilitzen els mateixos números? Aquests números, els que nosaltres utilitzem, són un llenguatge universal i es diu que estan expressats en el sistema decimal.

El **sistema de numeració decimal** és el més usat en tot el món i en gairebé tots els àmbits.

En aquest sistema el valor d'una xifra en un número és deu vegades major que el de la xifra situada a la seua dreta i deu vegades menor que el valor de la situada a la seua esquerra.

Per això es diu que és un **sistema posicional**: el valor d'una xifra en un número depèn del lloc que ocupe aquesta xifra.

Exemple En el número 4 652 031 tenim:

- ➔ la xifra de les **unitats**, l'1
- ➔ després va la xifra de les **desenes**, el 3, el valor de la qual en el número és 10 vegades més que l'anterior, per tant el seu valor serà: $3 \cdot 10 = 30$
- ➔ en tercer lloc, les **centenes**, el 0, que té el valor que resulta de multiplicar tercera xifra per 100: $0 \cdot 100 = 0$
- ➔ en quart lloc van les **unitats de miler**, el 2, el valor de les quals s'obté multiplicant per 1000 la xifra situada en aquesta posició: $2 \cdot 1\,000 = 2\,000$
- ➔ a continuació van les **desenes de miler**: $5 \cdot 10\,000 = 50\,000$
- ➔ després, les **centenes de miler**, el 6, que té el valor que s'obté de multiplicar la xifra per 100 000: $6 \cdot 100\,000 = 600\,000$
- ➔ i, per últim, les **unitats de milió**, que valen: $4 \cdot 1\,000\,000 = 4\,000\,000$

Amb això observem que el número 4 652 031 es pot escriure utilitzant potències de 10 de la forma:

$$4\,652\,031 = 4 \cdot 1\,000\,000 + 6 \cdot 100\,000 + 5 \cdot 10\,000 + 2 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 1$$

Operacions amb nombres naturals.

- **Multiplicar** dos nombres naturals és equivalent a sumar un d'aquests amb ell mateix tantes vegades com indique l'altre. *Exemple:* $6 \cdot 5 = 6 + 6 + 6 + 6 + 6$

Propietat commutativa de la multiplicació

$a \cdot b = b \cdot a$

Les paraules **multiplicació** i **producte** signifiquen el mateix. L'operació de multiplicar, a partir d'ara es representa amb un punt (·) i no amb una creu (x)

Propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma

Si anomenem tres nombres naturals com a, b i c es dona la següent propietat:

$$a \cdot (b+c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$$

Exemple: substituint les lletres a per 2, b per 5 i c per 7, tenim que $2 \cdot (5 + 7) = (2 \cdot 5) + (2 \cdot 7)$

Aquesta propietat també s'acompleix per a la resta. Com seria? En pots posar un exemple?

Aquestes propietats són molt útils per a fer càlculs ràpids descomponent nombres.

Per exemple, calcular $15 \cdot 23$ mentalment és complicat, però si fem:

$15 \cdot 23 = 15 \cdot (20 + 3) = (15 \cdot 20) + (15 \cdot 3)$ resulta més senzill. Vols provar a fer-ho?

Exemples: $(870 \cdot 4) – (870 \cdot 3) = 870 \cdot (4 - 3) = 870 \cdot 1 = 870$ També s'anomena **treure factor comú**.

$(450 \cdot 2) + (3 \cdot 450) = (2 + 3) \cdot 450 = 5 \cdot 450 = 2250$

- **Divisió** de números naturals

Exemple: en el menjador de l'institut les taules són de 6 persones i en la classe de 1r d'ESO hi ha 33 alumnes.

Quantes taules del menjador ocuparan?

$$\begin{array}{r|l} 33 & 6 \\ \hline 3 & 5 \end{array}$$

Veiem que hi haurà 5 taules ocupades i sobraran 3 alumnes que s'han de seure en una altra taula.

Els números que intervenen en la divisió es denominen:

33 → **dividend** 6 → **divisor** 5 → **quocient** 3 → **residu**

A més, com ja saps, s'acompleix que: $33 = (6 \cdot 5) + 3$

Aquesta propietat s'acompleix en totes les divisions: Dividend = (divisor · quocient) + residu

$$D = d \cdot q + r$$

25/5, 25 : 5 i $\frac{25}{5}$ signifiquen el mateix: la divisió de 25 entre 5.

Divisions amb calculadora

Dividir amb calculadora és molt fàcil, però què fem si volem saber la resta de la divisió i només podem usar la calculadora?

Mirem els exemples: 325 ÷ 5 = 65 325 ÷ 15 = 21.666666667

En el primer cas està clar que el quocient és 65 i la resta és 0, però què passa en el segon cas?

Clarament el quocient és 21. Ara, per a calcular el residu hem de multiplicar aquest quocient pel divisor i restar-li'l al dividend.

El residu serà: $325 – (15 \cdot 21) = 325 – 315 = 10$

- **Jerarquia d'operacions**

En l'expressió $2 + 3 \cdot 4$, quina operació faries abans, la suma o la multiplicació?

Existeix una prioritat en les operacions i és que **la multiplicació i la divisió sempre es realitzen abans que les sumes i les restes**.

Per tant, l'operació anterior seria: $2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14$

I en $8 : 2 \cdot 3$? Són divisions i multiplicacions amb igual prioritat.

Cal començar per la primera operació, la que està més a l'esquerra: $8 : 2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$

En operacions amb parèntesi, **primer cal fer les operacions que estan dins del parèntesi** i després les altres.
En operacions sense parèntesi, primer es fan les multiplicacions i divisions i, després, les sumes i restes.
En operacions d'**igual prioritat, primer es fa la que està més a l'esquerra**.

Exemple: observa la diferència entre aquestes dos operacions $(15+10) \cdot 3$ $15 + 10 \cdot 3$

És important escriure els parèntesis només quan siga necessari.

Exemple: en l'expressió $(21 \cdot 2) + 30$ resulta innecessari el parèntesi, ja que per la prioritat en les operacions ja sabem que s'ha de fer el producte abans que la suma.

Si realitzem una operació amb la calculadora sense parèntesi, aquesta respecta la jerarquia en les operacions, però si l'operació necessita parèntesi, els hem d'incloure en la calculadora.

Múltiples i divisors.

Escriu en el quadern la taula de multiplicar del 6 i la del 7.

Sense adonar-te'n, has escrit alguns dels múltiples de 6 i de 7.

Els **múltiples** d'un nombre enter *n* són els números resultants de multiplicar aquest número *n* per tots els nombres enters.

Exemple: la taula del 5 està formada pels valors: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, ...

Tots ells són múltiples de 5. La forma matemàtica de representar-ho és 5.

És a dir: 5 = { 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, ... }

És possible comptar els múltiples de cada número sencer?

Efectivament, els múltiples que té cada número són una quantitat infinita.

Divisors enters d'un número.

Un nombre enter *a* és divisor d'un altre nombre enter *b* quan en dividir *b* entre *a*, la resta és 0.

Tots els números tenen sempre com a divisor l'1 i a ell mateix.

Exemples: 2 és divisor de 8 per què en dividir 8 entre 2 la resta és 0

10 és divisor de 20 perquè en dividir 20 entre 10 la resta és 0

Si *a* és **divisor** de *b*, aleshores també es diu que *b* és **divisible** per *a*.

Exemples: 8 és divisible per 2 perquè 2 és divisor de 8, és a dir, en dividir 8 entre 2 la resta és 0

20 és divisible entre 10 perquè 10 és divisor de 20, és a dir, en dividir 20 entre 10 la resta és 0

Les relacions **ser múltiple** i **ser divisor** són relacions inverses

No s'han de confondre les expressions ser múltiple, ser divisor i ser divisible.

Exemple: de la igualtat $5 \cdot 3 = 15$, podem deduir que 5 i 3 són divisors de 15

15 és múltiple de 3 i de 5

15 és divisible per 3 i per 5

Criteris de divisibilitat.

Per a veure si un nombre enter és divisible per un altre enter, n'hi ha prou amb dividir-los i veure si la resta és 0. Però quan els números són grans, les operacions poden resultar complicades.

La tasca es simplifica si tenim en compte els anomenats criteris de divisibilitat que ens permeten saber si un nombre és divisible per una altre sense necessitat d'efectuar la divisió.

Criteri de divisibilitat per 2

Un nombre enter és divisible per 2 quan la seva última xifra és 0 o parell.

Exemple: els números 312, 50, 346, 500, 780 i 988 són divisibles per 2.

Criteri de divisibilitat per 3

Un nombre enter és divisible per 3 quan la suma de les seves xifres és múltiple de 3.

Exemples: El número 231 és divisible per 3 ja que 2 + 3 + 1 = 6, i 6 és múltiple de 3

El número 1002 és divisible per 3 ja que 1 + 0 + 0 + 2 = 3

Si en sumar les xifres obtens un nombre encara més gran i no saps si és o no múltiple de 3, pots tornar a aplicar el mateix sistema, només has de tornar a sumar totes les seues xifres:

Exemple: el número 785 967 és divisible per 3 ja que 7 + 8 + 5 + 9 + 6 + 7 = 42, i 42 és divisible entre 3 ja que 4 + 2 = 6, i 6 és divisible per 3.

Criteri de divisibilitat per 5 Un nombre enter és divisible per 5 quan acaba amb 0 o 5.

Exemple: els números 4875 i 34590 són divisibles per 5.

Criteri de divisibilitat per 10 Un nombre enter és divisible per 10 quan acaba en 0.

Exemple: el número 59870 és divisible per 10.

Els números que són divisibles per 10 ho són, alhora, per 2 i per 5 i viceversa.

Obtenció de tots els divisors d'un número enter.

Per a trobar els divisors naturals d'un nombre sencer *N*, l'hem d'anar dividint successivament entre 1, 2, 3, 4, ..., *N*.

D'aquesta manera, els divisors d'*N* seran aquells números que els dividisquen exactament, és a dir, que donen 0 de resta.

Si usem els criteris de divisibilitat només haurem de fer les divisions pels números pels que *N* siga divisible.

Exemple: càlcul dels divisors del número 54

Tots els números tenen com a divisors a la unitat i a ell mateix (1 i 54)

És divisible per 2 (acaba amb xifra parell) → 54 : 2 = 27 → ja tenim dos divisors més, 2 i 27

És divisible per 3 (5 + 4 = 9, múltiple de 3) → 54 : 3 = 18 → ja tenim dos divisors, 3 i 18

És divisible per 6 (per ser-ho per 2 i 3) → 54 : 6 = 9 → tenim dos divisors, 6 i 9

Per tant, les divisors de 54 són: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 i 54.

Descomposició en factors primers.

Sabem que un número primer només té dos divisors: ell mateix i l'1.

Així que, si volem expressar un **nombre primer** com un producte d'altres dos números, els únics factors serien l'1 i el propi número.

Exemple: si volem escriure el 13 com un producte de dos números,

seria $13 = 13 \cdot 1$ o també $13 = 1 \cdot 13$

En canvi, si el **número** és **compost**, podrà expressar-se com a producte d'altres nombres que no són ni l'1 ni ell mateix.

Un número compost és aquell número natural que té més de dos divisors, és a dir, no és primer.

Descompondre un nombre natural en factors primers és expressar aquest número com un producte, on tots els seus factors són nombres primers.

Exemple: per a descompondre el nombre 20 podríem fer $20 = 4 \cdot 5$, però la descomposició en factors primers no seria correcta perquè el 4 no és un nombre primer.

La seua descomposició seria $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$, que s'expressaria com $20 = 2^2 \cdot 5$

Per a descompondre un número compost en els seus factors primers, cal seguir el següent procediment:

a) Dividir el nombre natural donat pel menor primer possible utilitzant per a això, els criteris de divisibilitat si és possible, o realitzant la divisió si no hi ha altre remei.

b) Realitzar la divisió i, si el quocient és divisor d'aquest número primer, realitzar la divisió.

c) Si el quocient no és divisor d'aquest número primer, buscar el menor número primer possible que siga divisor, recorrent de nou als criteris de divisibilitat o continuar dividint.

d) Seguir amb el procediment fins a obtenir el quocient igual a 1

Exemples: si volem fer la descomposició factorial del número 90:

90	2
45	3
15	3
5	5
1	

- Com 90 és múltiple de 2, el dividim → 90 : 2 = 45
- Com 45 no és múltiple de 2, busquem el menor primer possible pel que es puga dividir,

  que és 3 → 45 : 3 = 15
- Com 15 es pot tornar a dividir entre 3,

  tenim → 15 : 3 = 5
- I 5 és un nombre primer que només podem dividir entre ell mateix.

La descomposició del número 2550 seria:

2550	2
1260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$2550 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

Hem de tenir en compte que:

- Utilitzarem una barra vertical, a la dreta de la qual escriurem els divisors primers i a l'esquerra els quocients.
- Els factors primers en l'expressió del nombre ja factoritzat es solen escriure en ordre creixent.
- Quan ja tinguem pràctica, i amb nombres no massa alts, podem descompondre un número en producte de dos i després, cadascun d'ells en altres productes fins que tots els factors obtinguts siguen primers.

Exemple: $60 = 30 \cdot 2$ Com $30 = 15 \cdot 2$ i $15 = 3 \cdot 5$, tenim que $60 = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

Per tant, la seua descomposició és $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

Càlcul del MCD i del MCM.

Exemple: anem a calcular els divisors dels números 24 i 36:

Divisors de 24 → 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

Divisors de 36 → 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18

Quins són els majors divisors comuns a ambdós?

Els divisors comuns a ambdós números són l'1, 2, 3, 4, 6 i 12, però el major d'ells és 12 i es diu que 12 és el màxim comú divisor de 24 i de 36.

Escriurem: MCD (24, 36) = 12

El **Màxim Comú Divisor** (MCD) de diversos números naturals és el major dels divisors comuns a tots ells.

El mètode utilitzat a l'exemple per a calcular el MCD només es pot utilitzar si són pocs nombres i xicotets. Amb molts nombres i amb números grans utilitzarem un altre algoritme:

1. Factoritzem els números.
2. Prenem els factors comuns a tots els nombres, elevats al menor exponent.
3. El producte d'aquests factors considerats en el pas 2. és el MCD.

Exemple: anem a calcular el màxim comú divisor dels números 72, 90 i 120

1. Factoritzem cada número:

   $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $\quad$ $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\quad$ $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

2. Prenem els factors comuns a tots els números elevats al menor exponent: són 2 i 3
3. El producte d'aquests factors és el MCD. $\quad$ MCD (72, 90, 120) = $2 \cdot 3 = 6$

El **Mínim Comú Múltiple** (MCM) de diversos números naturals és el menor dels múltiples que tenen en comú.

Exemple: per a calcular el MCM (10, 15), cal buscar el múltiples de 10 i de 15.

Múltiples de 10 → 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, ...

Múltiples de 15 → 15, 30, 45, 60, 75, 90, ...

Com es veu, múltiples comuns a ambdós són 30, 60, 90, ... però el menor de tots ells és el 30.

Per tant, el MCM (10, 15) = 30

Per a simplificar aquest càlcul i fer-lo més mecànic, cal:

1. Factoritzar els números.
2. Prendre els factors comuns i no comuns elevats al major exponent.
3. El producte d'aquests factors del pas anterior és el MCM.

Exemple: calculem el MCM (16, 24, 40)

1. Factoritzem: $16 = 2^4$ $\quad$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $\quad$ $40 = 2^3 \cdot 5$
2. Prenem els factors comuns i no comuns elevats al major exponent, és a dir, 2^4, 3 i 5
3. Multipliquem aquests factors $\quad$ MCM (16, 24, 40) = $2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$

Potències.

Exemple: Carl von Linné conservava 5 mostres de mol·luscos en una bossa, cada 5 bosses en una caixa i cada 5 caixes en un calaix.

Tenia 5 calaixos amb mol·luscos, quants mol·luscos tenia?

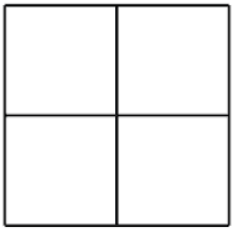
Per a saber-ho, cal multiplicar $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$, que es pot expressar en forma de potència: 5^4, que es llegeix 5 elevat a 4. $\quad$ $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

Una potència és una forma d'escriure de manera abreviada un producte de factors iguals.

La potència a^n de base un nombre natural a i un exponent natural *n* és un producte d'*n* factors iguals a la base: $a^n = a \cdot a \cdot a \ldots \overset{n \text{ factors}}{\ldots} \cdot a \quad (n > 0)$

El factor que es repeteix és la **base** i el número de vegades que es repeteix és l'**exponent**.

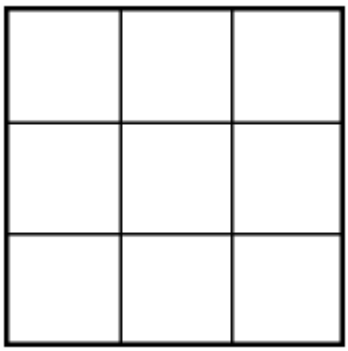
Al resultat se l'anomena **potència**.



Exemple: si un quadrat té 2 quadradets per costat, quants quadrats xicotets conté en total el quadrat?

El nombre de quadrats que caben és $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$.

L'**àrea** d'aquest quadrat és de 4 unitats.



I si té 3 quadrats menuts per costat,

quants quadradets conté aquest quadrat?

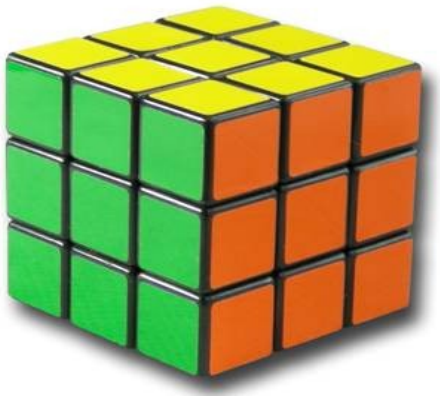
El nombre de quadrats que caben és $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$.

L'**àrea** d'aquest quadrat és de 9 unitats.

Exemple: de quants cubs de colors està format el cub de Rubik si n'hi ha 3 en una direcció, 3 en l'altra i 3 d'alçada.

El nombre de cubs xicotets és $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$.

El **volum** d'aquest cub és de 27 unitats.



Per aquesta relació amb l'àrea i el volum de les figures geomètriques, les potències d'exponent 2 i d'exponent 3 reben noms especials.

Les potències d'exponent 2 s'anomenen **quadrats** i les d'exponent 3 s'anomenen **cubs**.

Les potències es poden llegir de dues maneres diferents.

Així, 5^2 es pot llegir 5 elevat a 2 o també es llig 5 al quadrat; 8^4 es pot llegir 8 elevat a 4 o bé es llig 8 a la quarta.

Una potència, de qualsevol base que no siga el zero, elevada a zero és igual a 1. *Exemple:* $3^0 = 1$

1, elevat a qualsevol exponent, és igual a 1. *Exemple:* $1^8 = 1$

Zero, elevat a qualsevol exponent diferent de zero, és igual a 0. *Exemple:* $0^8 = 0$

0^0 no es sap quant val. Es diu que és una **indeterminació**.

Potències de 10. Notació científica.

Les potències de base 10 tenen una propietat molt particular: són iguals a la unitat seguida de tants zeros com indica l'exponent.

Exemple: $10^1 = 10$ $10^2 = 100$ $10^3 = 1000$ $10^4 = 10000$

Es pot expressar qualsevol número en **forma polinòmica** utilitzant potències de 10.

Exemple: $6928 = 6 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 8$

$= 6 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 8$

Operacions amb potències i propietats.

Producte de potències amb la mateixa base

Per a calcular el producte de dos o més potències de la mateixa base, es deixa la mateixa base i es sumen els exponents.

Exemples: $9^3 \cdot 9^4 = 9^{3+4} = 9^7$

$3^2 \cdot 3^5 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^{2+5} = 3^7$

Quocient de potències amb la mateixa base

El quocient de potències d'igual base és igual a una altra potència de la mateixa base i es resten els exponents.

Exemples: $5^7 : 5^4 = 5^{7-4} = 5^3$ $8^5 : 8^3 = \dfrac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{8 \cdot 8 \cdot 8} = 8 \cdot 8 = 8^{5-3} = 8^2$

Elevar una potència a una altra potència

Per a elevar una potència a una altra potència, es deixa la base i es multipliquen els exponents.

Exemples: $(6^7)^4 = 6^{7 \cdot 4} = 6^{28}$

$(7^5)^3 = 7^5 \cdot 7^5 \cdot 7^5 = (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = 7^{15}$

Potència d'un producte

La potència d'un producte és igual al producte de cadascun dels factors elevats al mateix exponent.

Exemple: $(5 \cdot 4)^3 = 5^3 \cdot 4^3$

Potència d'un quocient

La potència d'un quocient és igual al quocient de cadascun dels factors elevats al mateix exponent.

Exemple: $(10 : 4)^3 = 10^3 : 4^3$

Arrels.

L'**arrel quadrada exacta** d'un número *a* és un altre número *b* el quadrat del qual és igual al primer.

$$\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a$$

Exemple: com es pot construir un quadrat de costat 2 amb 4 quadrats xicotets, es diu que 2 és l'arrel quadrada de 4, ja que $2^2 = 4$ i, per tant, diem que 2 és l'arrel quadrada de 4, és a dir $\sqrt{4} = 2$.

Obtenir l'arrel quadrada exacta és l'operació oposada a la d'elevar al quadrat.

Exemple: com $3^2 = 9$, aleshores $\sqrt{9} = 3$.

Exemple: a l'escriure $\sqrt{25} = 5$ es diu que l'arrel quadrada de 25 és 9.

Al signe √ se l'anomena **radical**.

El **radicand** és el número que es col·loca baix, i el resultat és el **valor de l'arrel**.

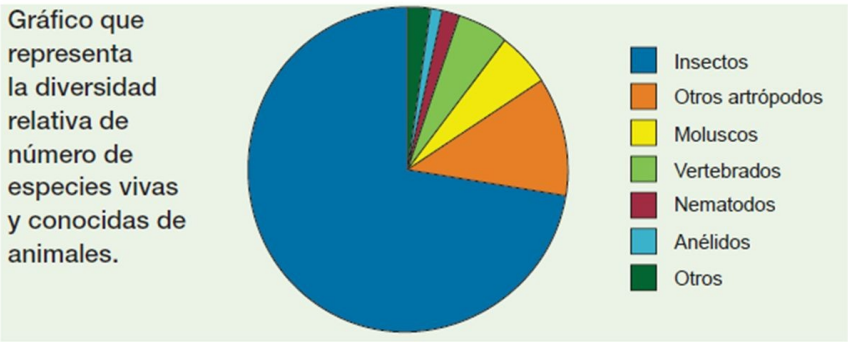
2 ELS ANIMALS NO VAN ERRATS DE COMPTES

MATÈRIA BIOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1. El regne dels animals. 2. Els animals invertebrats: - Porífers i Cnidaris - Cucs: plans, cilíndrics i anellats - Mol·luscos - Artròpodes - Equinoderms 3. Els animals vertebrats: - Peixos - Amfibis - Rèptils - Aus - Mamífers	- Nombres enters • Nombres positius, negatius i el zero • Valor absolut d'un nombre enter • Oposat d'un nombre enter - Representació gràfica - Operacions amb enters: • Suma • Resta • Operacions combinades de sumes i restes • Producte i quocient de nombres enters • Potències de nombres enters • Jerarquia d'operacions

MATÈRIA BIOLÒGICA _ 2 ELS ANIMALS NO VAN ERRATS DE COMPTES

1. El regne animal.

- Són eucariotes pluricel·lulars.
- Tenen nutrició heteròtrofa.
- La majoria poden desplaçar-se.
- Es reprodueixen sexualment (alguns també tenen reproducció asexual).



Classificació dels animals:

Invertebrats: són els que no tenen esquelet intern.

Agrupa animals de diversos fílums o tipus, molt diferents entre si.

Vertebrats: tenen esquelet intern i un cordó nerviós al llarg de tot el cos.

També se'ls anomena *Cordats*.

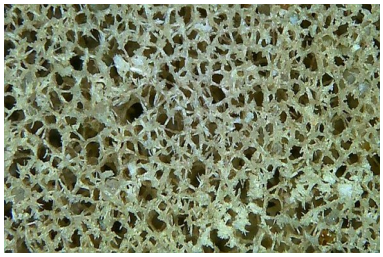
2. Els animals invertebrats.

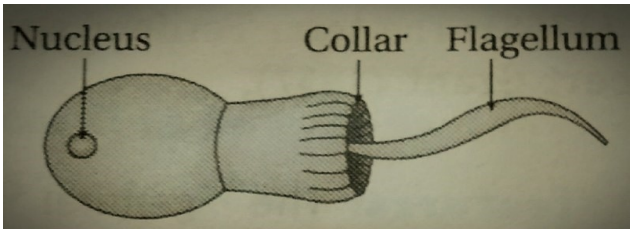
Són els animals més desconeguts i, alhora, els més fascinants.

S'han adaptat a tots els hàbitats possibles, tenen formes tan diverses que han inspirat, fins i tot, als creadors de *Pokémons*, i dominen en quantitat el planeta Terra.

L'evolució ens ha portat una autèntica explosió de creativitat i vida.

Porífers.





Són les **esponges**.

- No tenen simetria.
- Esquelet fet d'espines anomenades **espícules.**
- Aspecte de sac, amb una cavitat interior (**atri**), nombrosos porus i un orifici en la part superior (**òscul**).
- Tenen unes cèl·lules (**coanòcits**) que mouen l'aigua amb un flagel i capten l'aliment.

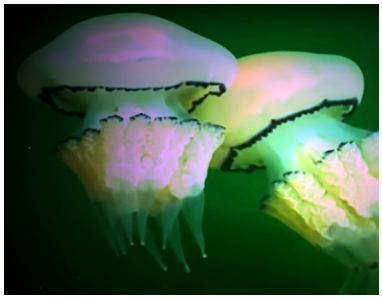
Com viuen?

- Tots són aquàtics.
- Viuen fixos al sòl.
- S'alimenten per filtració:

l'aigua entra pels porus i surt per l'òscul.

- Els coanòcits retenen les partícules d'aliment.
- Reproducció asexual per fragmentació o gemmació.
- També tenen reproducció sexual.

Cnidaris.



Són les **anemones**, les **meduses**, els **coralls** i les **hidres**.

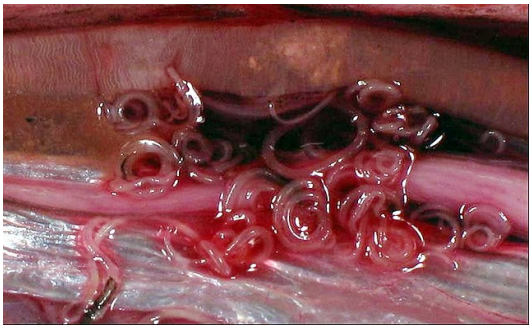
- Simetria radial.
- Forma de sac, amb un únic orifici envoltat de tentacles.
- Als tentacles hi ha unes cèl·lules (**cnidòcits**) que solten verí amb el contacte.
- El cos pot tenir forma de pòlip i/o de medusa.

Com viuen? - Els **pòlips** viuen fixos al sòl.
- Les **meduses** es desplacen per flotació.
- Són carnívors i amb els tentacles paralitzen i atrapen a les preses.
- El pòlip es reprodueix asexualment per fragmentació, i la medusa de forma sexual.

Cucs plans o Platihelmints.

- Cos pla.
- La majoria són paràsits.
- Per exemple, la **ténia**.
- Altres són de vida lliure com la **planària**.

Cucs cilíndrics o Nematodes.



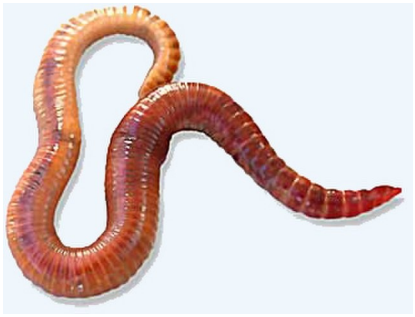
Cos cilíndric.

La majoria són aquàtics, alguns són terrestres i viuen en sòls humits, i altres són paràsits.

Ho són els cucs intestinals i l'*Anisakis*, paràsit dels peixos.

Cucs anellats o Anèl·lids.

- Cos cilíndric dividit en anells o segments iguals.
- A l'exterior de cada anell poden tenir quetes per al desplaçament.
- N'hi ha de terrestres com la llombric de terra.
- Altres són aquàtics, com la sangonera (paràsit d'altres animals).

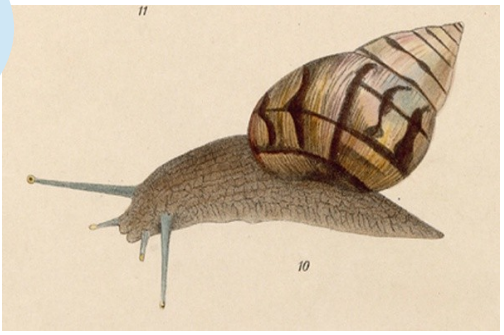


Mol·luscos.

- Tenen simetria bilateral.
- Els aquàtics respiren per bránquies i els terrestres per pulmons.
- El seu cos és tou i està dividit en:
  - **Cap**
  - **Peu** musculós
  - **Massa visceral**, envoltada per un teixit que es diu **mantell** i per la **conquilla**

Es classifiquen en:

- Gasteròpodes
- Bivalves
- Cefalòpodes

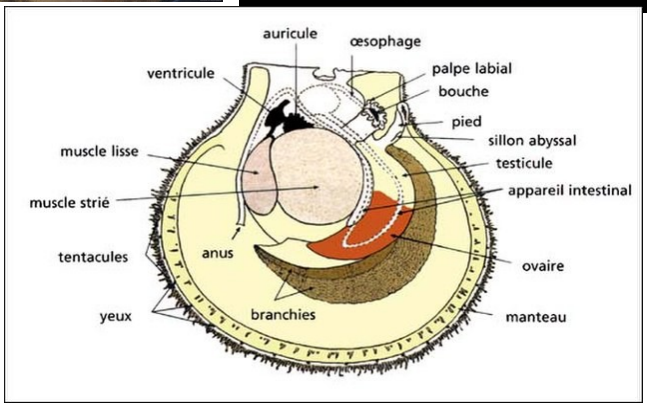


Mol·luscos gasteròpodes.

- Poden ser terrestres o aquàtics.
- Generalment tenen una sola conquilla enrotllada en espiral.
- A la boca tenen la **ràdula**, òrgan amb el qual raspen l'aliment.
- Al cap tenen tentacles sensorials.
- La majoria són herbívors.

Mol·luscos bivalves.

- Conquilla formada per dues peces (**valves**).
- No tenen cap.
- El peu l'usen per a reptar o excavar.
- Són filtradors.



Exemples de mol·luscos bivalves:

cloïssa, navalla, musclo, ostres, petxina de peregrí ...

Mol·luscos cefalòpodes.

- Aquàtics.
- No tenen conquilla o la tenen interna.
- Tenen tentacles amb ventoses al voltant del cap.

Exemples: sèpia, calamar, polp ...

Artròpodes.

- Esquelet extern (exoesquelet) format per quitina.
- Aquest esquelet està format per peces articulades.
- Simetria bilateral.
- Viuen en tots els hàbitats.

Segons la divisió general del cos i el número de potes, es classifiquen en:

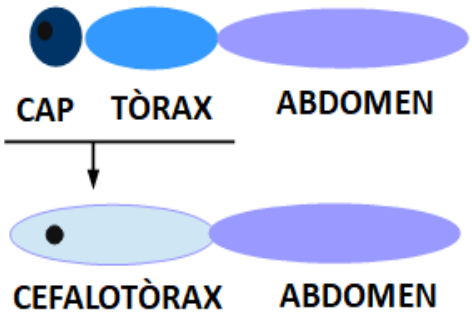
- Crustacis
- Aràcnids
- Miriàpodes
- Insectes

Artròpodes crustacis.

- Cos dividit en cefalotòrax i abdomen.
- 5 parells de potes que surten del cefalotòrax.

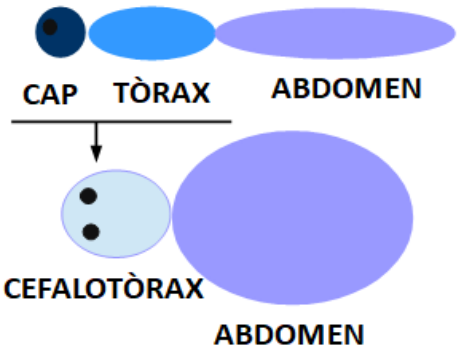
  10 potes en total.

  El primer parell pot estar modificat en forma de pinça.
- També tenen antenes i ulls compostos.
- La majoria són aquàtics.



Són les gambes, llagostes, bous de mar, crancs de riu, porquets de Sant Antoni ...

Artròpodes aràcnids.



- Cos dividit en cefalotòrax i abdomen.
- 4 parells de potes que surten del cefalotòrax.
- 8 potes en total.
- També tenen **quelícers** (peces bucals) i **palps** sensitius.

Són:

- Les **aranyes,**

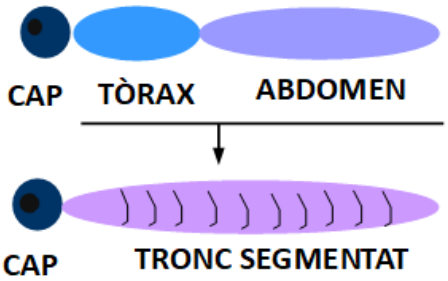
  amb l'abdomen més gran i glàndules de seda.

- i els **escorpins,**

  amb l'abdomen allargat i fibló verinós.

Artròpodes miriàpodes.

- Tenen mandíbules, antenes i un o dos parells de potes per segment.
- Respiració per tràquees.
- Són terrestres.



Artròpodes insectes.

- Cos dividit en cap, tòrax i abdomen.
- 3 parells de potes que surten del tòrax.

  6 potes en total.

- Tenen mandíbules, antenes i, alguns,

  un parell o dos d'ales.

- Respiració per tràquees.

- Desenvolupament complex:

  abans de ser adults passen per una fase d'**erugues** o **larves**.

- Grup d'animals amb més espècies descrites.

  Són les abelles, els escarabats, les papallones, les libèl·lules, els mosquits ...

Equinoderms.

- Simetria radial.
- Esquelet format per plaques i espines calcàries.
- Es desplacen per uns conductes que, quan s'omplen d'aigua, mouen els anomenats **peus ambulacrals**.

Són:

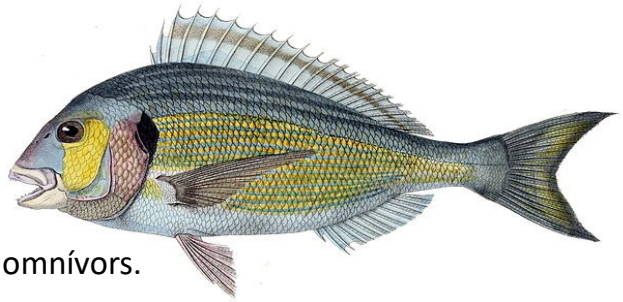
- les **ofiures**
- els **asteroïdeus** (estrelles de mar)
- les **holotúries** (cogombres de mar)
- els **equinoïdeus** (eriçons de mar)

3. Els animals vertebrats.

Són els animals amb el nivell de complexitat més gran que existeix entre els éssers vius.

El seu sistema nerviós i els òrgans dels sentits s'han desenvolupat de forma extraordinària, fins arribar a produir les capacitats cognitives úniques del cervell humà.

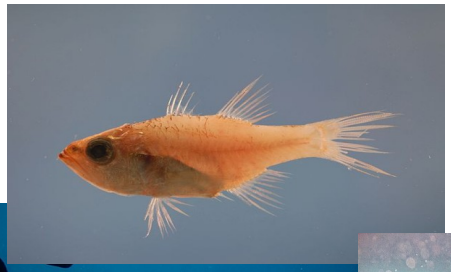
Peixos

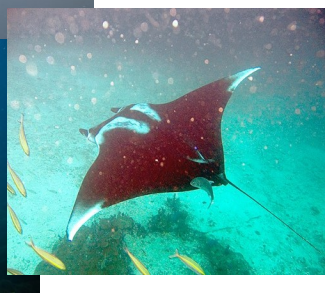


- Simetria bilateral.
- Ectotèrmics.
- Carnívors, herbívors i omnívors.

- Estructures pròpies:
  - Aletes
  - Escates
  - Línia lateral
  - Bufeta natatòria
  - Bràngquies

- Reproducció sexual amb fecundació externa.
- Ovípars.



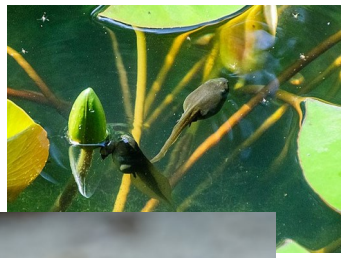


Grups de peixos:

  - **Ossis**
  - **Cartilaginosos**: taurons i rajades

Amfibis

- Simetria bilateral.
- Ectotèrmics.
- Respiració:
  - Per la pell fina i humida
  - Pulmons
  - Bràngquies
- Tetràpodes.
- Carnívors o omnívors (les larves).

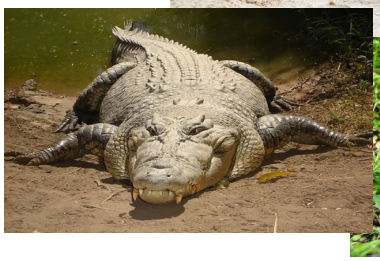


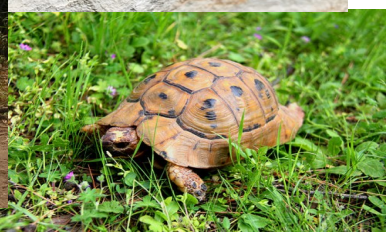
- Fan metamorfosi.
- Reproducció sexual amb fecundació externa.
- Ovípars.

Grups d'amfibis:

  - **Anurs** (granotes)
  - **Urodels** (salamandres)

Rèptils.

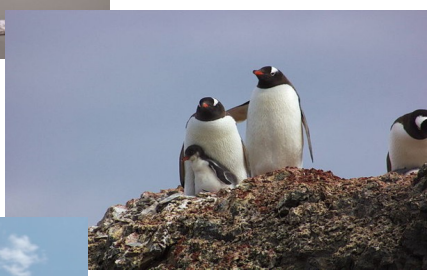


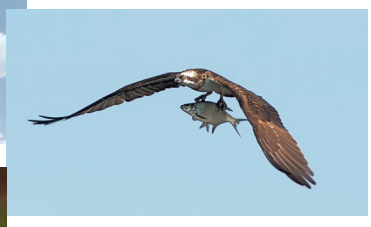


- Simetria bilateral.
- Ectotèrmics.
- Tetràpodes reptants.
- Pell gruixuda amb escates.
- Pulmons.
- Carnívors.
- Reproducció sexual.
- Ovípars.

Grups de rèptils:

- Escatosos
  - **Ofidis** (serps)
  - **Saures** (sargantanes, dragonets...)
- **Crocodilians** (cocodrils i caimans)
- **Quelonis** (tortugues)





Aus.

- Simetria bilateral.
- Endotèrmiques.
- Tetràpodes.
- Estructures pròpies:
  - Ales
  - Plomes
  - Ossos buits
  - Quilla
  - Bec
  - Sacs aeris
- Carnívores, herbívores, omnívores.
- Reproducció sexual.
- Ovípares: incuben els ous.

Grups d'aus: - **Ratites** (no voladores) - **Carenades**

Mamífers.

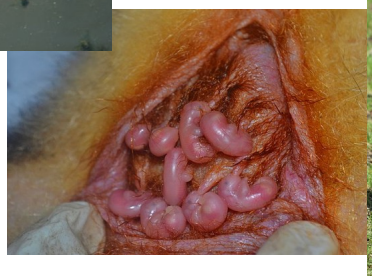
- Simetria bilateral.
- Endotèrmics.
- Tetràpodes.
- Respiració pulmonar.
- Estructures pròpies:

  - Pell amb pèl - Glàndules mamàries

- Carnívors, herbívors, omnívors.
- Reproducció sexual.
- Vivípars.

Grups de mamífers:

Monotremes	**Marsupials**	**Placentaris**
Ovípars	Vivípars amb marsupi	Vivípars
Exemple: ornitorrinc	*Exemple:* cangur	*Exemple:* humans



(PARÈNTESI MATEMÀTIC) _ 2 ELS ANIMALS NO VAN ERRATS DE COMPTES

Nombres Enters. Nombres positius, negatius i zero.

Existeixen ocasions en la vida quotidiana en què els nombres naturals no són suficients i és necessari utilitzar nombres positius i negatius.

Exemple: si tens 20 € i en gastes 25 €, de quants € disposes?

Tens un deute de 5 € i, per tant, tens una quantitat negativa de diners.

Exemple: quan fa molt de fred, per exemple, 5 graus sota zero, s'indica dient que fa -5°C, mentre que si es diu que fa 9 graus, s'indica +9°C.

Exemple: se diu que la muntanya Niblock mesura 2976 m, mentre que un avenc marí, per exemple la fossa de les Marianes, la més profunda del món, que està a 11516 m sota el nivell del mar, s'indica dient que està a -11516 metres. El nivell del mar és el nivell 0.

Els nombres negatius apareixen en considerar:

- el capital d'una empresa que ha fet fallida
- profunditat d'un submarí sota el nivell del mar, ...
- dates abans de Crist
- temperatures per baix de zero graus

Els nombres enters són una ampliació dels nombres naturals:

Els nombres **enters positius** són els nombres naturals i s'escriuen precedits del signe + *(ex. +1, +2, +3, ...)*

Els **enters negatius** van precedits del signe – *(ex. -1, -2, -3, ...)*

El **zero** és l'únic número enter que no és ni negatiu ni positiu i no porta signe.

El conjunt dels nombres enters es representa per Z.

A l'escriure un número enter positiu, no es sol escriure el seu signe: +2 = 2

Valor absolut d'un nombre enter.

La distància que separa un nombre enter del zero es defineix com el valor absolut del nombre.

- és sempre un nombre positiu
- s'escriu entre dues barres | |

Exemple: el valor absolut de +3 és 3 i s'escriu |+3|= 3

El valor absolut de -7 és 7, ja que |-7|= 7

Oposat d'un nombre enter.

L'oposat d'un nombre enter és un altre nombre enter d'igual valor absolut i diferent signe.

L'oposat de 'deure' és 'tenir'.

Allò oposat de 5 m d'alçada és 5 m sota el nivell del mar. L'oposat de 4ºC és 4ºC sota zero, ...

S'escriu: Op (+a) = -a, Op (-a) = +a

Dos números oposats tenen el mateix valor absolut i diferent signe.

Representació en la recta numèrica i ordre en el conjunt dels nombres enters.

Els nombres enters es representen en la recta numèrica de la següent manera:

- cal traçar una recta horitzontal i marcar el zero, que s'anomena origen
- dividim la recta en segments iguals
- col·loquem els números + del zero a la dreta, i els números - del zero cap a l'esquerra

Quant més a la dreta estiga un número en la recta numèrica, major és el número, i quant més a l'esquerra, és menor.

Exemple: -7 està més a la dreta que +4 i per tant, -7 és menor que +4. S'escriu -7 < +4

El signe **<** es llig 'menor que' i el signe **>** es llig 'major que'.

Exemple: es poden ordenar números utilitzant els signes anteriors:

$$-7 < -3 < -2 < -1 < 0 < 2 < 8$$

$$8 > 4 > 2 > 0 > -1 > -2 > -3 > -7$$

Sembla estrany que el **zero** siga major que un altre número, però pensa que es té més si no tenim res que si devem diners. Si el termòmetre marca 0 °C no fa molta calor, però encara fa menys calor si marca -9 °C. És a dir, 0 **>** -9.

Operacions amb nombres enters. Sumes i restes de nombres enters.

Exemple: Tens 12 € i te'n donen 5 €, aleshores tens 17 €: **+12 + 5 = + 17**

Deus 12 € i en gastes 5 €, aleshores acumules un deute de 17 €: **-12 -5 = -17**

Per a sumar dos nombres enters d'igual signe,
es sumen els seus valors absoluts i es posa el signe dels sumands.

Exemple: Tens 12 € però en deus 5 €, aleshores tens 7 €: **-5 +12 = +7**

Deus 12 € i tens 5 €, aleshores deus 7 €: **-12 + 5 = -7**

Per a sumar dos nombres enters de diferent signe,
es resten els seus valors absoluts i es posa el signe del sumand de major valor absolut.

Per a sumar 3 o més nombres enters, es pot fer amb diferents procediments:

1) Es sumen els dos primers sumands i es suma el tercer sumand al resultat.

Exemple: **+8 -5 +2 = +3 +2 = +5**

2) En el cas de 4 sumands, es poden sumar de dos en dos.

Exemple: **+8 -5 +2 -6 = +3 -4 = -1**

3) Es sumen tots els nombres positius per una banda i els negatius per una altra. Finalment, s'obté el resultat.

Exemple: **+8 -5 +2 -3 = +10 -8 = +2**

Regla dels signes.

+	+	→	+	+	-	→	-
-	-	→	+	-	+	→	-

La regla dels signes s'aplica en les següents situacions:

1) En **sumes i restes**, quan els nombres enters estan dins de parèntesis.

En aquests casos, cal eliminar els parèntesis utilitzant la regla dels signes i, després, operar amb els números resultants.

Exemple: **(+2) + (-1) - (+3) - (-5) + (-8) = 2 -1 -3 +5 -8 = 7 – 12 = -5**

2) En **productes i quocients** de nombres enters

Es multipliquen o divideixen els valors absoluts i, al resultat se li assigna el signe + o – segons la regla dels signes.

Exemples: (+6) · (+4) = +24 (-3) · (-4) = +12 (+5) · (-3) = -15

(-7) · (+5) = -35 (-16) : (-2) = +8 (+21) : (-3) = -7

Exemple: Lluís guanya 20 € al mes. Si no gasta res, quant estalviarà en 5 mesos?

(+20) · (+5) = +100 €

Exemple: El rebut mensual és de 30 € al mes. Quant gastarà en 7 mesos?

(-30) · (+7) = -210 €

Potències de nombres enters.

Per a calcular la potència d'un nombre enter, es multiplica la **base** per si mateixa tantes vegades com indica l'**exponent**.

Exemple: $(+2)^4 = (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) \cdot (+2) = +16$

Si la potència té la **base negativa** i l'**exponent** és **parell**, el resultat serà positiu.

Exemple: $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$

Si la potència té la **base negativa** i l'**exponent** és **imparell**, el resultat serà negatiu.

Exemple: $(-5)^3 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

Operacions combinades. Jerarquia d'operacions.

Recorda!! Els claudàtors són parèntesis que contenen un altre -o més- parèntesis.

Cal recordar la jerarquia d'operacions:

1r. Es resolen les operacions que estan dins del parèntesis.

2n. Es realitzen les multiplicacions i divisions, d'esquerra a dreta.

3r. Es resolen les sumes i restes, també d'esquerra a dreta.

Atenció!! Aquests parèntesis no contenen cap operació.

Exemple: $[(4-5)\cdot(3-7-2)] + (-9) : (-3) + 5$

1r. Parèntesis i claudàtors → $[(-1) \cdot (-6)] + (-9) : (-3) + 5$

2n. Es realitzen multiplicacions i divisions → $6 + 3 + 5$

3r. Sumes i restes → $= 14$

3 MÉS ALT QUE UN PI (O UNA SEQUOIA)

MATÈRIA BIOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1. El regne de les plantes: • Característiques generals • Nutrició • Relació • Reproducció • Classificació 2. Les plantes sense llavors: • Molses • Falgueres 3. Les Gimnospermes 4. Les Angiospermes: • Flors • Pol·linització • Dispersió i germinació de les llavors	**FRACCIONS**: - Suma i resta de fraccions: • d'igual denominador • de diferent denominador - Comparació, representació i ordenació - Fraccions irreductibles - Producte de fraccions - Quocient de fraccions - Jerarquia d'operacions

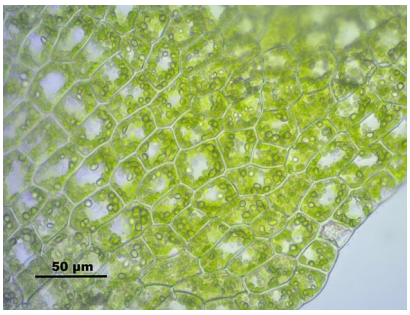
MATÈRIA BIOLÒGICA _ 3 MÉS ALT QUE UN PI (O UNA SEQUOIA)

1. El regne de les plantes.

Les plantes són organismes pluricel·lulars(1),

de cèl·lules eucariotes de tipus vegetal(2) , organitzades en teixits(3).

Fan la fotosíntesi, per això tenen nutrició autòtrofa(4).



*Cèl·lules amb molts **cloroplasts**, que és l'orgànul on té lloc la fotosíntesi.*

*La presència de **clorofil·la** els dona color verd.*

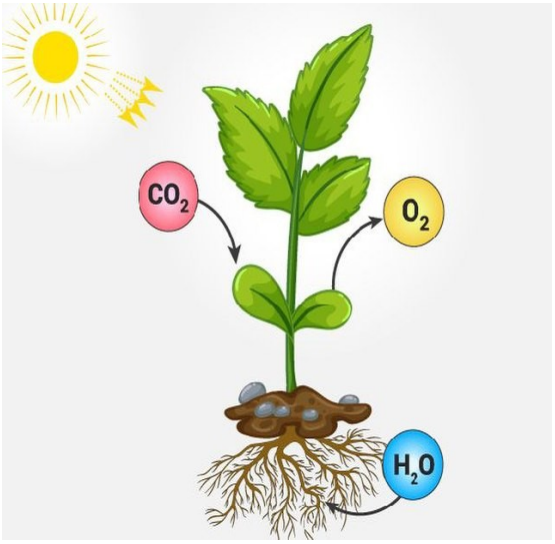
La clorofil·la és la molècula que capta la llum solar.

Nutrició autòtrofa

Utilitza **matèria inorgànica** (aigua i diòxid de carboni) i energia de la llum solar per a obtenir **matèria orgànica** (substàncies nutritives).

El procés químic per a obtenir la matèria orgànica és la **fotosíntesi**:

$$6CO_2 + 6H_2O \xrightarrow{\text{LLUM}} C_6H_{12}O_6 + 6O_2$$



1. Les plantes amb òrgans absorbeixen l'aigua i també sals minerals, per les **arrels**.
2. Aquesta **saba bruta** es transporta pels vasos conductors del **xilema**, cap a les **fulles**.
3. A les fulles té lloc la **fotosíntesi**.

La matèria orgànica fabricada es barreja amb aigua i forma la **saba elaborada**.

4. La saba elaborada es transporta a través del **floema** cap a la resta d'òrgans.

Relació.

Les plantes poden respondre a molts **estímuls** com la llum, la temperatura, la gravetat, la humitat...

Les **respostes** principals són:

Les **nàsties** → canvis que duren poc temps, la planta acaba tornant a la posició inicial

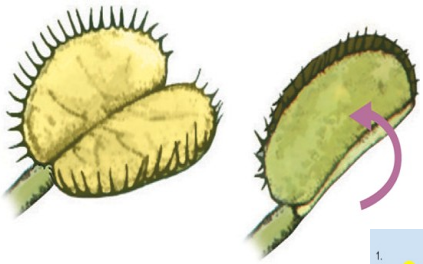
Els **tropismes** → moviments de creixement de la planta lents i irreversibles

Els **canvis estacionals** → modificació de processos vitals segons factors com la temperatura o el fotoperíode (durada del dia i la nit). Ex. la floració, la caiguda de les fulles, ...

Nàsties

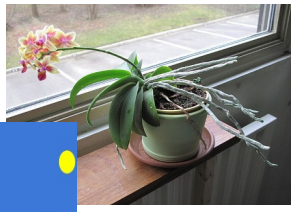
Fotonàstia: desplaçament seguint la trajectòria del Sol

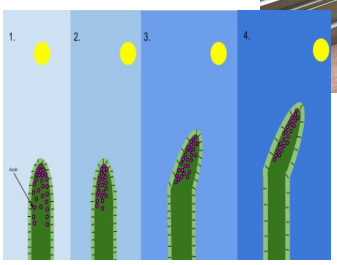
Tigmonàstia: moviment de resposta al contacte



Tropismes

Fototropisme positiu en les tiges que creixen cap a la llum i negatiu en les arrels que creixen cap a la foscor.





Reproducció asexual.

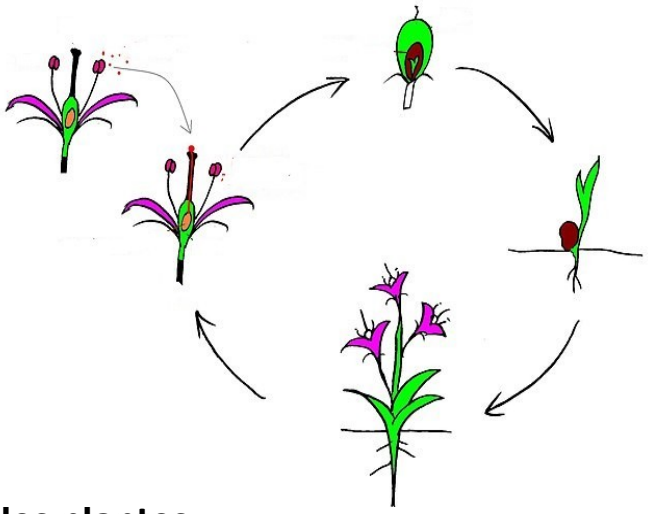
- A través d'**espores**, en una part del cicle vital de plantes sense llavors (molses i falgueres)

- Per **gemmació**, a través de gemmes que es desprenen de la planta mare i formen una nova planta:

  - Tubercles → tiges subterrànies amb reserves nutritives. Ex. patata i moniato
  - Bulbs → tiges subterrànies envoltades de fulles. Ex. ceba
  - Estolons → tiges aèries en paral·lel al sòl amb gemmes als extrems. Ex. maduixera
  - Rizomes → tiges subterrànies horitzontals. Ex. canyes

- Per **fragmentació**, a través d'esqueixos *(procediment artificial),*

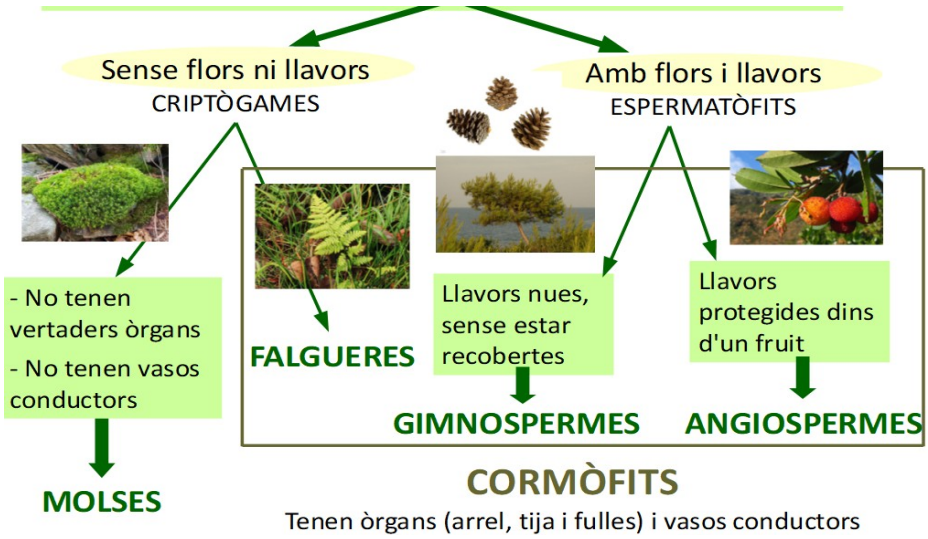
Reproducció sexual.



Etapes de la reproducció en les plantes amb llavors:

1. Formació dels gàmetes
2. Pol·linització i fecundació
3. Formació de la llavor i del fruit
4. Dispersió de la llavor
5. Germinació de la llavor

Classificació de les plantes



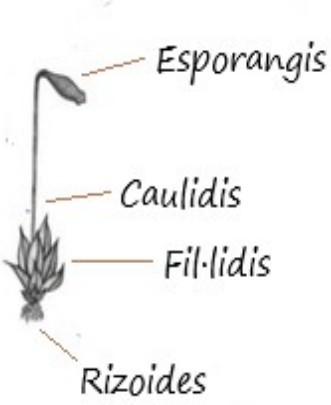
2. Les plantes sense llavors: molses.

Són els vegetals més simples.

Viuen en ambients molt humits.

No tenen arrel, tija ni fulles.

Absorbeixen l'aigua a través de tota la superfície de la planta, per això no poden mesurar més d'uns centímetres.



- **Rizoides**: filaments que serveixen per fixar-se al sòl.
- **Fil·lidis**: làmines fines i verdes on té lloc la fotosíntesi.
- **Caulidis**: filaments de sosteniment.
- **Esporangis**: càpsules on es produïxen les **espores** (fase de reproducció asexual).

Les plantes sense llavors: falgueres.

Tenen **vasos conductors** per on circula la saba, per això poden arribar a assolir uns quants metres d'alçada.

Viuen en **hàbitats molt humits** per què les seues arrels són massa curtes per atrapar aigua més enllà d'uns centímetres de la superfície.

Òrgans que tenen:

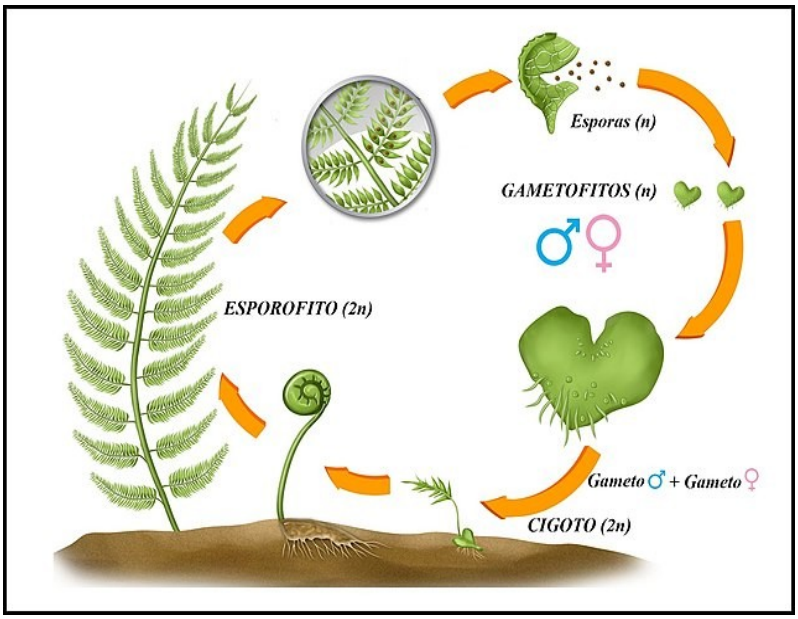
- **Frondes** → són les fulles on té lloc la fotosíntesi.
- **Rizoma** → tija subterrània que acumula reserves energètiques.
- **Arrels** → molt curtes; atrapen aigua i sals minerals del sòl.

Tenen un cicle vital on s'alternen dues generacions: l'**esporòfit** i el **gametòfit**.

Al revers dels frondes hi ha els **sorus**, estructures que contenen esporangis amb **espores** (reproducció asexual).

Aquestes espores formen una estructura microscòpica en forma de cor (**gametòfit**) que produeix cèl·lules sexuals masculines i femenines.

La fecundació dona lloc a un **esporòfit** nou (reproducció sexual).



3. Gimnospermes.

Plantes de tipus arbori o arbustiu, i de fulla perenne, generalment en forma d'agulla.

El grup més important és el de les **coníferes**: arbres de port cònic i longeus que formen boscos grans.

Exemples: cedre, avet, pi i xiprer.

Tenen flors molt poc vistoses, agrupades en cons.

Els grans de pol·len es desplacen pel vent cap al con femení, on es produeix la **fecundació**.

Cons masculins

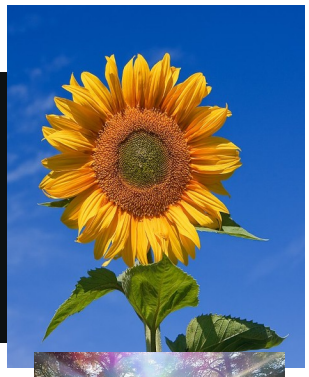
Cons femenins

Quan els òvuls són fecundats, es desenvolupa la llavor, que s'anomena **pinyó**.

La flor femenina es transforma en **pinya**.

Quan els pinyons es desprenen de la pinya, poden germinar donant lloc a una nova planta.

4. Angiospermes.



Grup més evolucionat, més complex i amb major nombre d'espècies dins de les plantes superiors.

Tenen les **llavors** protegides dins d'un **fruit**, que facilita la dispersió de les llavors.

Les **flors** són, en general, molt vistoses per a facilitar la pol·linització per part dels insectes.

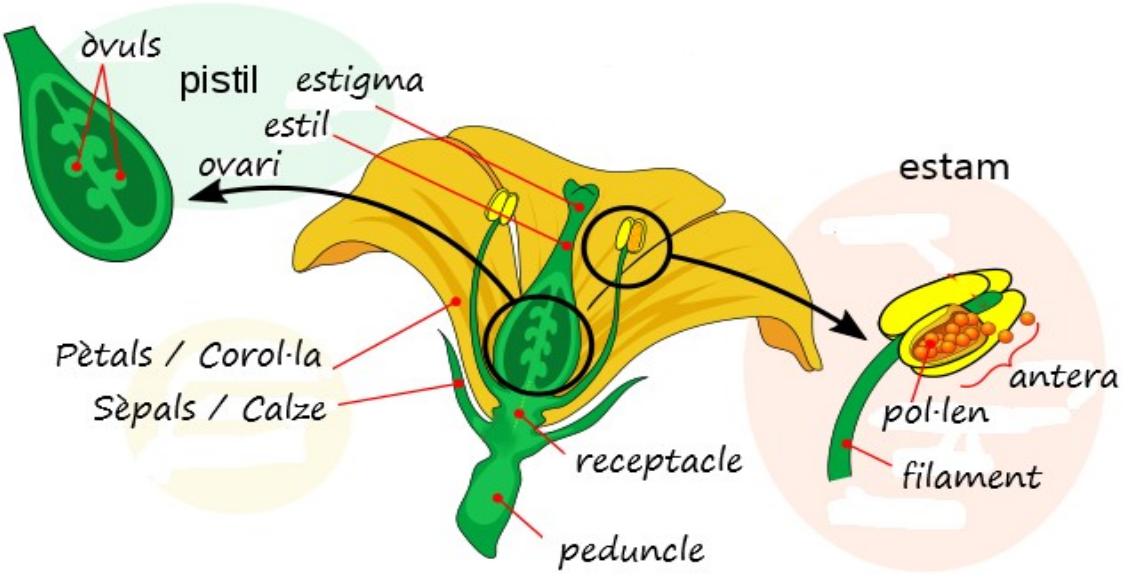
Les **fulles** solen ser laminars i poden ser perennes o caduques.

Segons la mida, poden ser:

- **arbres** (alts i de tija llenyosa)
- **arbustos** (més baixos, fins a 3 m)
- o **herbes** (menudes, de tija verda i tendra)

Les flors de les plantes angiospermes.

Les flors són l'òrgan reproductor. Quan s'han fecundat, cadascun dels òvuls dona lloc a una **llavor**, i el pistil es transforma i creix donant lloc al **fruit**.



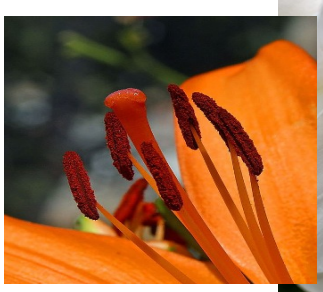
Tipus de flors.

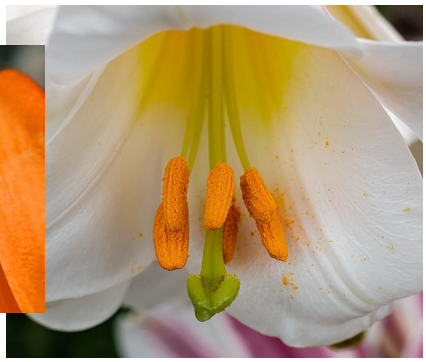
- **Flors unisexuals**: són les que només tenen l'òrgan sexual masculí o el femení.
  - Si els dos tipus de flors (la masculina i la femenina) estan en la mateixa planta, es diu que la planta és **monoica**.
  - Si les flors es situen cadascuna en una planta diferent, l'espècie és de tipus **dioic**.

- **Flors hermafrodites**: són aquelles que en la mateixa flor tenen l'òrgan sexual masculí i el femení. Les plantes amb aquest tipus de flor són sempre **monoiques**.

Flor femenina i flor masculina del garrofer

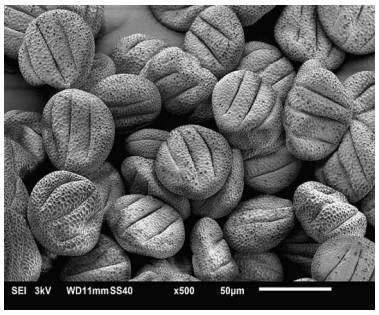
Flors hermafrodites





Pol·linització.

La **pol·linització** és el procés mitjançant el qual el pol·len, que conté la cèl·lula sexual masculina, arriba fins al pistil femení amb la finalitat de fecundar l'òvul, la cèl·lula sexual femenina.



- La **pol·linització zoòfila** la duen a terme els **animals**. Les flors són de colors vistosos i oloroses, i moltes tenen nèctar a la base.

  Només en algunes angiospermes.

- La **pol·linització anemòfila** la fa el **vent**.

  Les flors són poc vistoses i el pol·len sol tenir estructures en forma d'ala per a estar més temps suspès a l'aire.

  En totes les gimnospermes i algunes angiospermes.

Dispersió de les llavors.

La dispersió es pot donar amb ajuda dels animals, que mengen fruits carnosos i expulsen les llavors amb els seus excrements.

Si els fruits i llavors tenen pèls o ales xicotetes, es dispersen gràcies al vent.

Germinació de la llavor.

(PARÈNTESI MATEMÀTIC) _ 3 MÉS ALT QUE UN PI (O UNA SEQUOIA)

Fraccions.

En una festa d'aniversari, quan arriba el moment de repartir el pastís, una persona s'encarrega de dividir-lo en porcions. Aquesta persona està fraccionant el pastís.

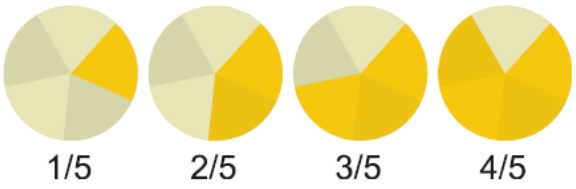
Cada porció és una fracció de pastís.

En moltes situacions quotidianes hem de fraccionar. Per a pelar una poma, per exemple, és normal partir-la primer per la meitat, de manera que s'obtenen dues meitats de poma.

Algunes fàbriques estan en funcionament durant les 24 hores del dia. Si cada treballador treballa vuit hores al dia, tot encaixa si fraccionem el dia en tres torns de vuit hores cadascun. Així, cada torn es correspon amb la tercera part d'un dia complert, és un terç de dia.

Termes d'una fracció

Si dividim un bescuit en 5 parts iguals, cada porció és una de les cinc parts en les que hem dividit el bescuit. Escriurem $\frac{1}{5}$ per a representar cada tros, és a dir, cadascuna de les cinc cinquenes parts del bescuit. Si col·loquem en una safata tres d'aquestes porcions, sobre la safata hi haurà tres cinquenes parts del bescuit: $\frac{3}{5}$. El bescuit complert pot representar-se de la següent forma: $\frac{5}{5}=1$ ja que està format per cinc cinquenes parts.



En general, una fracció és una expressió de la forma $\frac{m}{n}$ on tant *m* com *n* són números naturals.

Per a referir-nos a ella, direm *«m partit d'n»* on *m* rep el nom de **numerador** i *n* és el **denominador**.

Per a valors baixos del denominador, disposem de denominacions alternatives:

$\frac{1}{2}$, *un mig* $\frac{2}{3}$, *dos terços* $\frac{2}{4}$, *dos quarts* $\frac{3}{5}$, *tres cinquens* $\frac{7}{10}$, *set desens*

És possible, o té sentit, que siga major el numerador que el denominador?

La resposta és afirmativa. Imaginem que tenim dos pastissos idèntics, que hem partit cadascun d'ells per la meitat i algú s'ha menjat una meitat. Com s'expressa la quantitat de pastís que queda? Diríem que queden tres meitats del pastís, és a dir, $\frac{3}{2}$ de pastís.

Com es pot entendre la fracció $\frac{12}{7}$? Suposem que disposem de diverses taronges iguals i que cadascuna d'elles ha estat dividida en 7 porcions iguals. Si després de menjar part de la fruita només queden dotze porcions, aleshores tindrem $\frac{12}{7}$ de taronja.

Les fraccions que tenen un numerador major que el denominador reben el nom de **fraccions impròpies**. Les fraccions que tenen el numerador menor que el denominador, reben el nom de **fraccions pròpies**.

Les fraccions estan molt lligades a l'acció de dividir. El denominador d'una fracció assenyala en quantes porcions s'ha dividit cada unitat, el que ens porta a conèixer la mida de cada porció.

Exemples: $\frac{6}{9}$ tenim 6 porcions, cadascuna d'elles de tamany $\frac{1}{9}$. Són sis novenes parts.

$\frac{11}{5}$ hi ha 11 trossos de tamany $\frac{1}{5}$. Són onze cinquenes parts.

$\frac{7}{12}$ hi ha 7 porcions de tamany $\frac{1}{12}$, set onzenes parts.

Suma i resta de fraccions.

Seguint amb l'exemple del bescuit, després de dividir-lo en 5 parts iguals, posem en una safata 3 d'aquestes porcions. D'aquesta manera, sobre la safata hi ha $\frac{3}{5}$ parts del bescuit.

Com cada porció és $\frac{1}{5}$ del bescuit, en col·locar un a un cada tros sobre la safata el que fem és afegir, és a dir, sumar: $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

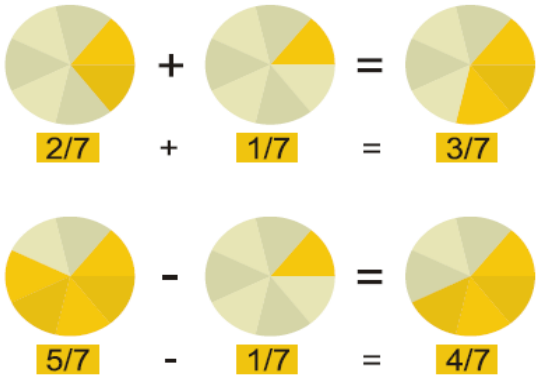
Quan alguna persona agafa un tros de la safata, quedarà una porció menys: $\frac{3}{5}-\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$

Quan les fraccions tenen el **mateix denominador**, per a **sumar**-les només cal **sumar els numeradors**. Per a fer una **resta de fraccions**, cal **restar els numeradors**.

Exemples: $\frac{6}{11}+\frac{13}{11}=\frac{6+13}{11}=\frac{19}{11}$

$\frac{2}{7}+\frac{1}{7}=\frac{2+1}{7}=\frac{3}{7}$

$\frac{5}{7}-\frac{1}{7}=\frac{5-1}{7}=\frac{4}{7}$



Fraccions equivalents.

Si hem tallat una poma en dues meitats i una altra en quatre parts, veiem que:

$2\ pomes=\frac{2}{2}+\frac{4}{4}=1+1$

Quan només ens quede una porció de la primera poma i una porció de la segona, és a dir, la meitat d'una poma més la quarta part de la poma, tindrem: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

Si partim la meitat de la poma en dos trossos iguals, aquesta meitat de poma es converteix en dues quartes parts de poma: $\frac{1}{2}=\frac{2\cdot1}{2\cdot2}=\frac{2}{4}$ i d'aquesta manera, $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Es veu que les fraccions $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{4}$ són **equivalents**, representen la mateixa proporció.

És el mateix mitja poma que dos quartes parts de poma. A més, transformar una fracció en una altra d'equivalent ens permet sumar, o restar, fraccions amb diferent denominador:

$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

A partir d'una fracció $\frac{m}{n}$ si *r* és qualsevol número natural, aleshores la fracció $\frac{m\cdot r}{n\cdot r}$ és equivalent a $\frac{m}{n}$ $\qquad \frac{m\cdot r}{n\cdot r}=\frac{m}{n}$

Exemples: una fracció equivalent a $\frac{5}{3}$ és, per exemple, $\frac{20}{12}$ ja que $\frac{5}{3}=\frac{5\cdot4}{3\cdot4}=\frac{20}{12}$

Suma i resta de fraccions amb diferent denominador.

Per a sumar i restar fraccions que tenen diferent denominador, es busquen **fraccions equivalents** amb el mateix denominador.

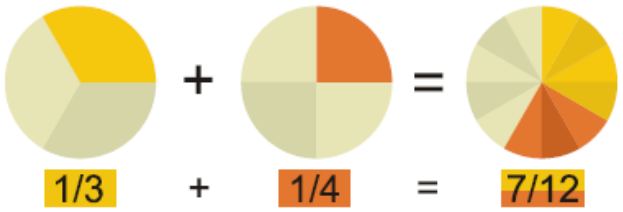
Per a fer-ho, es calcula el mínim comú múltiple dels denominadors i s'amplifiquen les fraccions prenent l'MCM com a denominador comú.

Exemple: volem sumar $\frac{5}{4}+\frac{1}{6}$ Els denominadors són diferents, 4 i 6.

El MCM de 4 i 6 és 12. En dividir 12 entre 4 ens dona 3, i en fer-ho entre 6 obtenim 2.

$$\frac{5}{4}=\frac{5\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{15}{12} \qquad \frac{1}{6}=\frac{1\cdot 2}{6\cdot 2}=\frac{2}{12} \qquad \frac{5}{4}+\frac{1}{6}=\frac{15}{12}+\frac{2}{12}=\frac{17}{12}$$

Exemple:



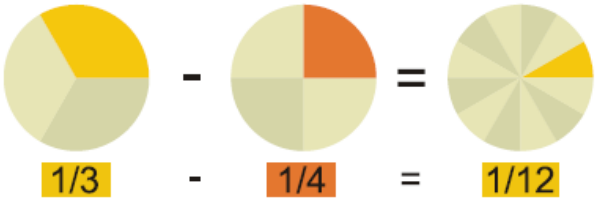
Exemple: volem restar $\frac{5}{7}-\frac{2}{3}$ Els denominadors són diferents, 7 i 3.

El MCM de 7 i 3 és 21. En dividir 21 entre 7 ens dona 3, i en fer-ho entre 3 obtenim 7.

$$\frac{5}{7}=\frac{5\cdot 3}{7\cdot 3}=\frac{15}{21} \qquad \frac{2}{3}=\frac{2\cdot 7}{3\cdot 7}=\frac{14}{21}$$

$$\frac{5}{7}-\frac{2}{3}=\frac{15}{21}-\frac{14}{21}=\frac{15-14}{21}=\frac{1}{21}$$

Exemple:



Comparació, representació i ordenació de fraccions

Per a poder comparar diferents fraccions i saber quina és major i quina menor, les hem de transformar en fraccions equivalents, de manera que tinguen el mateix denominador i, atenent només als numeradors, ja és senzill saber quina fracció és major i quina menor.

Exemple: quina de les següents fraccions és la major? $\frac{5}{4} i \frac{7}{5}$

Els denominadors són 4 i 5, i el seu múltiple comú mínim és 20. Per tant:

$$\frac{5}{4}=\frac{5\cdot 5}{4\cdot 5}=\frac{25}{20} i \frac{7}{5}=\frac{7\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{28}{20}$$

La conclusió és que 28 > 25, per tant $\frac{7}{5} > \frac{5}{4}$

Fraccions equivalents i fraccions irreductibles.

Anteriorment s'ha dit que $\frac{1}{2}$ i $\frac{2}{4}$ són **fraccions equivalents**, ja que representen la mateixa proporció. Pel mateix motiu, altres fraccions equivalents són $\frac{3}{5}, \frac{6}{10} i \frac{24}{40}$ ja que:

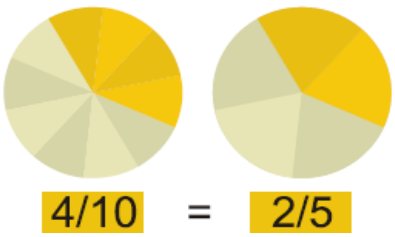
$$\frac{3}{5}=\frac{3\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{6}{10} \qquad \frac{6}{10}=\frac{6\cdot 4}{10\cdot 4}=\frac{24}{40} \qquad \frac{3}{5}=\frac{3\cdot 8}{5\cdot 8}=\frac{24}{40}$$

Dues fraccions $\frac{m}{n} i \frac{p}{q}$ són equivalents si $m\cdot q=n\cdot p$

També podem dir que les fraccions $\frac{3}{5}$ i $\frac{6}{10}$ són reduccions de la fracció $\frac{24}{40}$, mentre que $\frac{3}{5}$ és una reducció de $\frac{6}{10}$. Podem intuir que la fracció $\frac{3}{5}$ no es pot reduir més, és una **fracció irreductible**.

Una fracció és irreductible quan el màxim comú divisor (MCD) del seu numerador i denominador és 1.

Exemple:



Producte de fraccions.

Podem **multiplicar un número natural per una fracció** si raonem de la següent forma:

$$2\cdot\frac{5}{7}=\frac{5}{7}+\frac{5}{7}=\frac{5+5}{7}=\frac{2\cdot5}{7}=\frac{10}{7}$$

D'una altra forma, $\frac{5}{7}$ indica 5 porcions de tamany $\frac{1}{7}$. El producte $2\cdot\frac{5}{7}$ assenyala dues vegades 5 porcions de tamany $\frac{1}{7}$, és a dir, 2 · 5 = 10 porcions de $\frac{1}{7}$, això és $\frac{10}{7}$.

En general, $a\cdot\frac{m}{n}=\frac{a\cdot m}{n}$

El **producte de dos fraccions** és una altra fracció que s'obté multiplicant els seus numeradors entre si i fent el mateix amb els denominadors.

En general, $\frac{m}{n}\cdot\frac{p}{q}=\frac{m\cdot p}{n\cdot q}$

Exemple: $\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}=\frac{4\cdot3}{7\cdot6}=\frac{12}{42}$

Quocient de fraccions.

El quocient de dues fraccions és igual al producte de la primera per la inversa de la segona.

També es pot calcular multiplicant en creu:

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

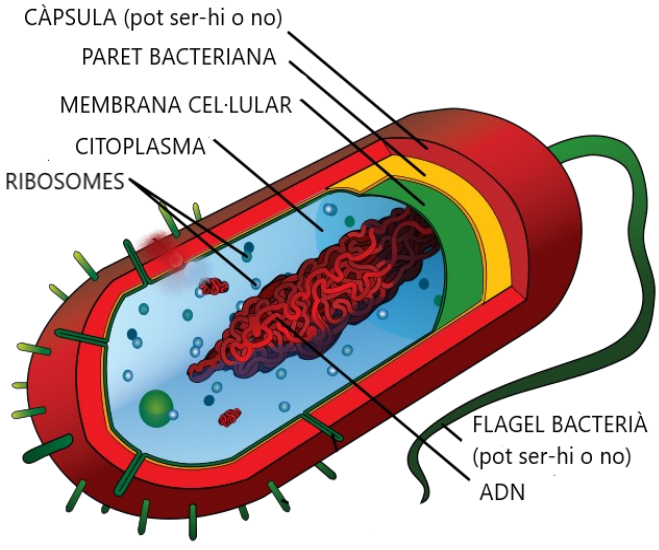
4 ELS ÉSSERS VIUS INCÒGNITS

MATÈRIA BIOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1. Els Dominis ***Arquea*** i ***Bacteria***: • La cèl·lula procariota • El domini *Arquea* • El domini *Bacteria*: forma, nutrició i reproducció 2. El Domini Eukarya: **Regne Protozous** 3. El Domini Eukarya: **Regne Cromista** 4. El Domini Eukarya: **Regne Fongs** 5. Els **virus**	**LLENGUATGE ALGEBRAIC**: - Lletres i nombres. - Coeficient i part literal. - Valor numèric d'una expressió algebraica. - Semblança i simplificació d'expressions algebraiques. **EQUACIONS DE PRIMER GRAU AMB UNA INCÒGNITA:** - El llenguatge de les equacions. - Equacions equivalents. Resolució d'equacions. - Resolució d'equacions amb parèntesis. - Resolució d'equacions amb denominadors. **RESOLUCIÓ DE PROBLEMES FENT ÚS D'EQUACIONS.**

MATÈRIA BIOLÒGICA _ 4 ELS ÉSSERS VIUS INCÒGNITS

Anomenem **microorganisme** a tot aquell ésser viu que no pot ser observat a simple vista i només es pot veure amb un **microscopi**.

No és cap grup taxonòmic i inclou éssers molt diferents entre ells: ***arquees*, bacteris, protozous, algues** i **fongs** microscòpics.



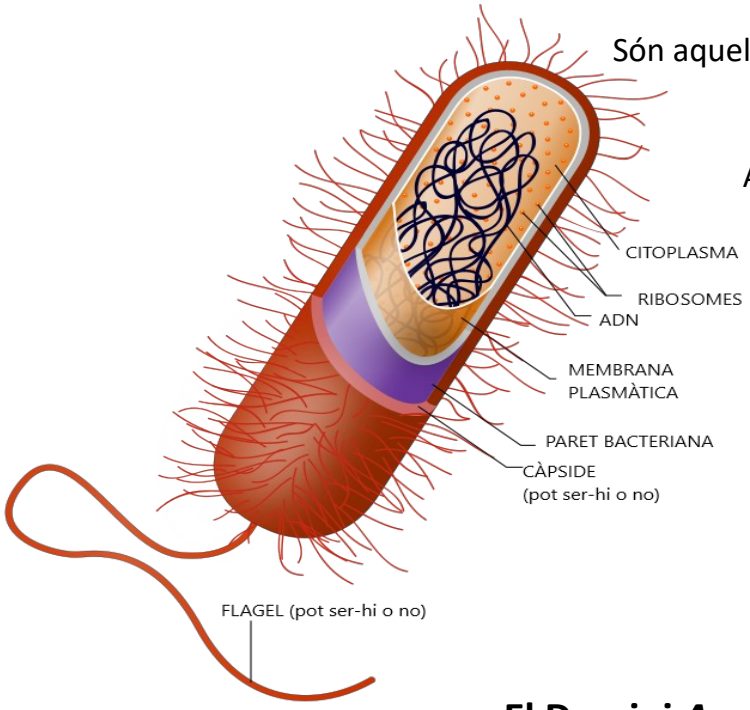
1. Els Dominis *Arquea* i *Bacteria.*

Són éssers **unicel·lulars**, de cèl·lula **procariota** i mida molt menuda (0,5 – 5 µm *).

Poden ser autòtrofs o heteròtrofs.

*EN CLAU MATEMÀTICA: un **micròmetre** (µm) és la milionèsima part d'un metre o, el que és el mateix, la mil·lèsima part d'un mil·límetre.

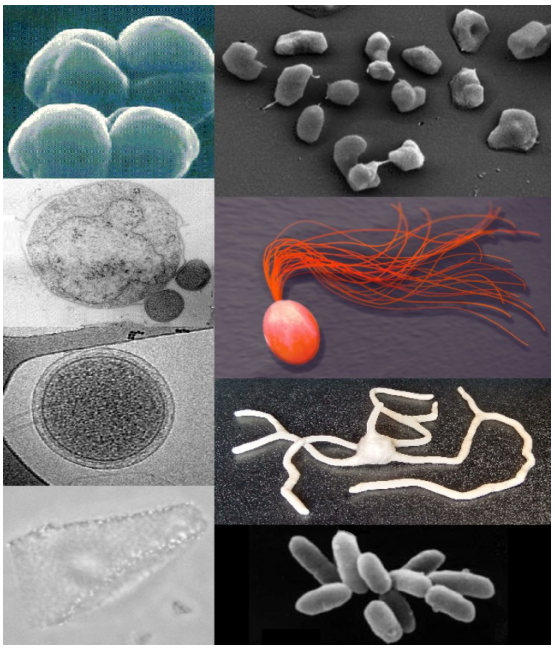
Els Dominis *Arquea* i *Bacteria*: la cèl·lula procariota.



Són aquelles en què l'ADN està dispers pel citoplasma, no es troba dins d'un nucli.

A més, tenen pocs orgànuls cel·lulars i poden utilitzar cilis o flagels per a desplaçar-se.

El Domini *Arquea.*



Són éssers procariotes amb capacitat de viure en ambients molt extrems (aigües calentes, llacs hipersalins, fosses oceàniques...).

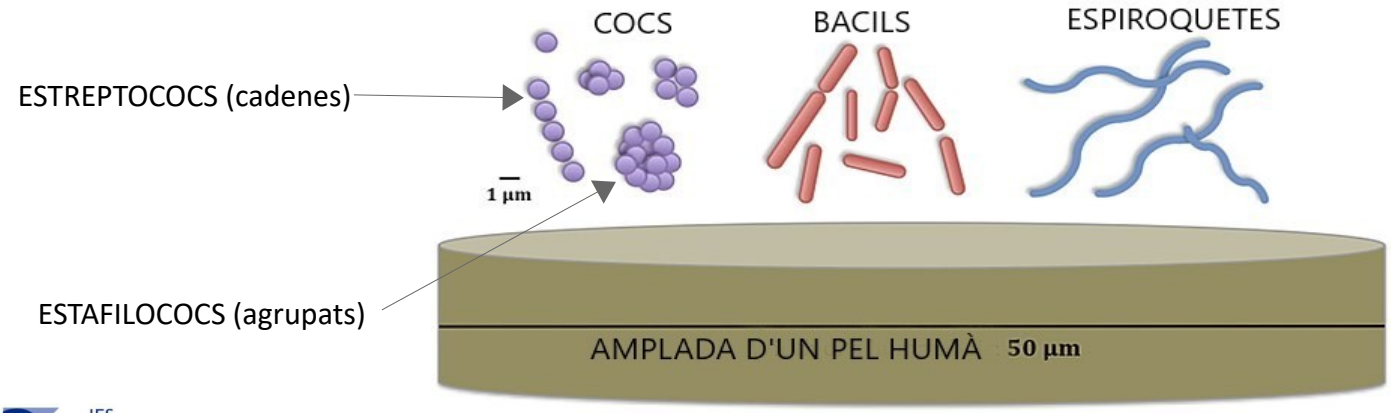
Per això se'ls anomena **extremòfils**.

Poden usar com a nutrients amoníac, metalls o hidrogen.

El Domini *Bacteria.*

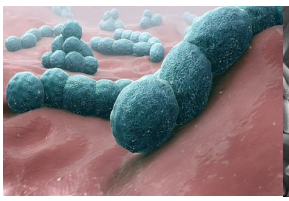
A diferència de les *Arquees*, els bacteris tenen sempre **paret bacteriana**.

Segons la forma de les cèl·lules, els bacteris poden ser:



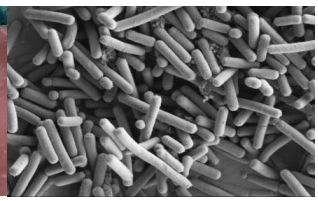
El domini *Bacteria* segons la forma de les cèl·lules.

COCS: Forma esfèrica.



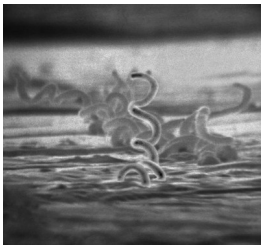
Streptococcus pneumoniae

BACILS Forma de bastonet.



Lactobacillus sp

ESPIRILS Forma d'espiral.

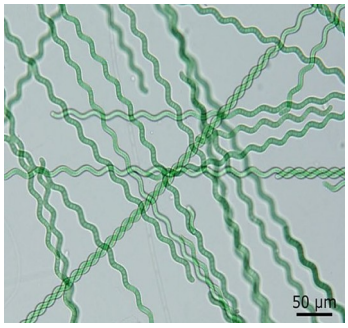


Treponema sp

VIBRIONS Forma de coma o de bastó encorbat.

Vibrio cholerae

El domini *Bacteria* segons la nutrició.

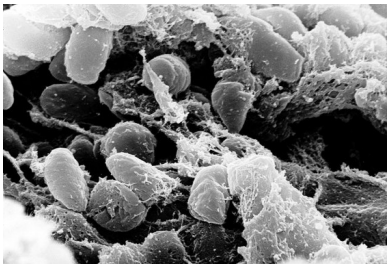


1. Bacteris **Autòtrofs**

Realitzen la fotosíntesi per a fabricar la seua pròpia matèria orgànica.

Ex. *Cianobacteris*

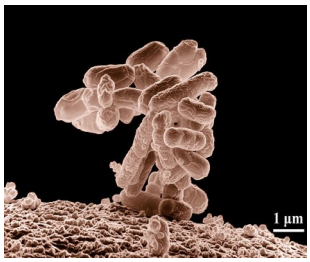
2. Bacteris **Heteròtrofs**



- **Paràsits** Ex. *Yersinia pestis*

  S'alimenten d'altres éssers vius als que causen malalties.

  Exemples: Bacteris del tifus, el còlera, el tètanus, la tuberculosis, la pesta...



- **Simbionts** Ex. *Escherichia coli*

  Viuen amb altres organismes i els dos es beneficien mútuament.

  Exemple: flora bacteriana dels nostres intestins.

- **Sapròfits**

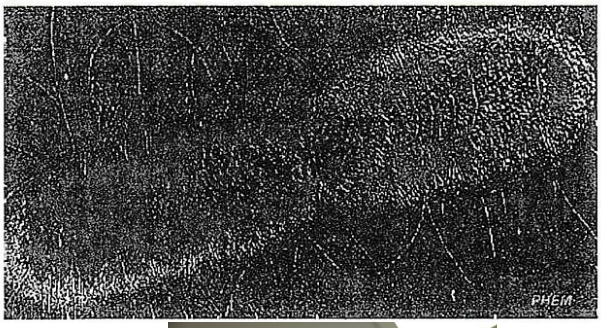
  S'alimenten d'éssers vius en descomposició.

  Bacteris que fan malbé els aliments.

  Ex. *Clostridium botulinum*.

El domini *Bacteria* segons la reproducció.

Es reprodueixen de manera molt ràpida, quan tenen les condicions òptimes de temperatura i nutrients.



La reproducció és asexual per **bipartició**, donant lloc a dues cèl·lules idèntiques.

Els Dominis *Arquea* i *Bacteria*: relació amb els humans.

Beneficis

- Alliberen oxigen a l'aire i l'aigua (fotosintètics).
- Intervenen en l'elaboració del vi, vinagre, formatge i iogurts (fermentadors).
- S'usen per a l'obtenció de fàrmacs, la depuració d'aigües residuals i l'obtenció d'energia (plantes de metà).
- Imprescindibles per al bon funcionament intestinal (flora intestinal).

Cultiu de bacteris en plaques petri.

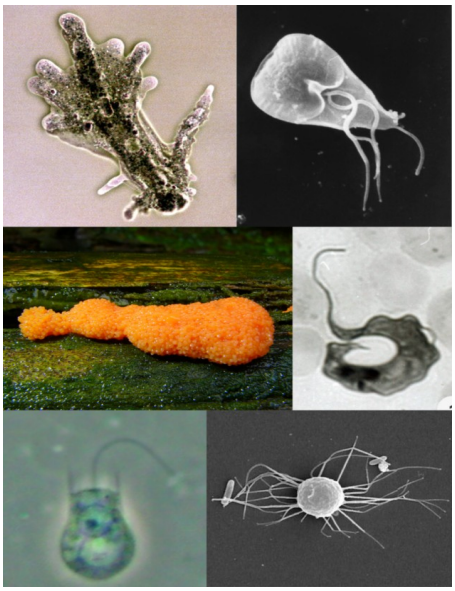
Perjudicis

- Alguns són paràsits i causen malalties com el tètanus, la salmonel·losi, la tuberculosi, pneumònia, ...

2. El Domini *Eukarya*: Regne Protozous.

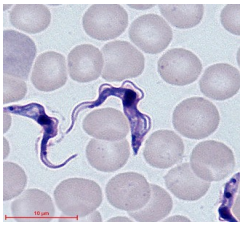
Organismes **eucariotes**, **unicel·lulars** i **heteròtrofs**.

Viuen lliurement en aigua dolça o salada i la majoria tenen estructures cel·lulars que permeten els moviments.

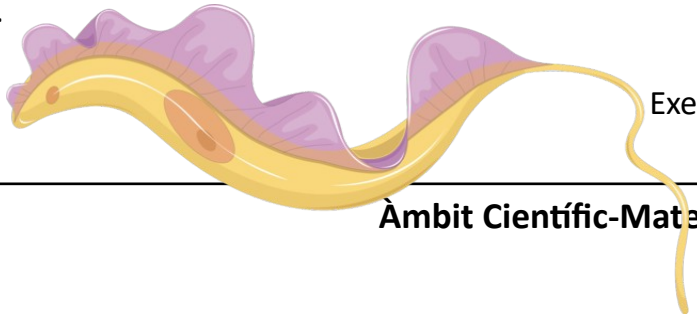


Classificació:

- Flagel·lats.



Tenen un filament llarg anomenat flagel.

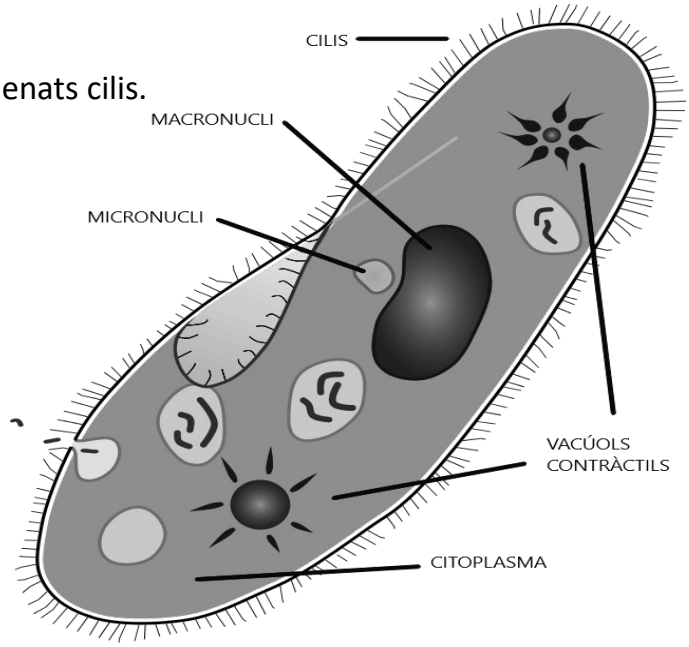


Exemple: ***Trypanosoma***

- Ciliats.

Tenen en la superfície molts filaments mòbils anomenats cilis.

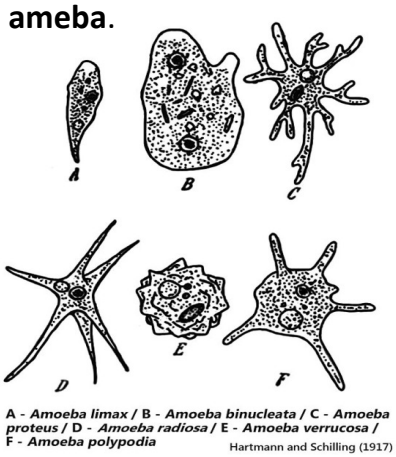
Exemple: **parameci.**



- Rizòpodes.

Es desplacen amb prolongacions del citoplasma anomenades pseudopodis.

Exemple: **ameba**.



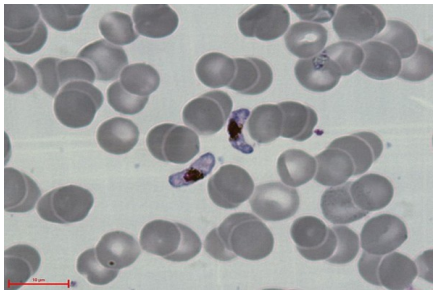
A - *Amoeba limax* / B - *Amoeba binucleata* / C - *Amoeba proteus* / D - *Amoeba radiosa* / E - *Amoeba verrucosa* / F - *Amoeba polypodia*

Hartmann and Schilling (1917)

- Esporozous.

No tenen estructures de desplaçament.

Exemple: **plasmodi**, causant de la malària.



El Regne *Protozous*: relació amb els humans.

Beneficis	Perjudicis
- Formen part del plàncton i serveixen d'aliment a molt éssers aquàtics. - Depuren les aigües residuals perquè s'alimenten dels bacteris descomponedors.	- Alguns són paràsits i causen malalties com la malària, transmesa per la picada d'un mosquit.

3. El Domini *Eukarya*: Regne *Cromista.*

Organismes **eucariotes**, **unicel·lulars** o **pluricel·lulars** i **autòtrofs**.

Viuen sempre en medis aquàtics.

Les cèl·lules de les algues tenen cloroplasts amb clorofil·la (pigment verd que capta la llum). Poden tenir, a més, altres pigments.

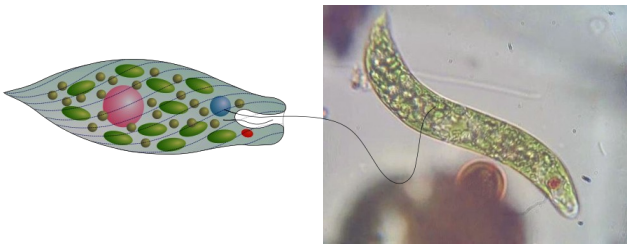
Es poden reproduir sexualment o asexualment per fragmentació o esporulació.

Regne *Cromista*: algues unicel·lulars.

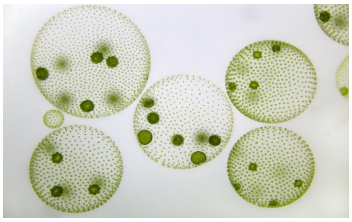
Viuen en la zona il·luminada de mars i oceans, i d'aigües dolces, formant el **fitoplàncton**.

Poden ser mòbils (amb cilis o flagels) o immòbils, i altres poden organitzar-se formant colònies.

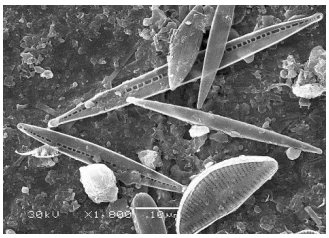
Euglena sp.



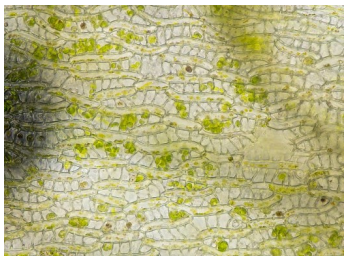
Volvox sp.



Diatomees



Regne *Cromista*: algues pluricel·lulars.



Les cèl·lules no estan organitzades en teixits ni òrgans.

Totes les cèl·lules són iguals i fan totes les funcions.

Són immòbils i viuen fixes al substrat en zones on hi arriba la llum del sol.

Tenen mides molt diverses: des d'uns cm fins a 100 metres.

Boscos de kelp.

Classificació:

- Algues roges.

A més de clorofil·la tenen pigments rojos. Viuen a més profunditat.

- Algues brunes.

Tenen pigments marrons a més de la clorofil·la.

Exemple: *Sargassum sp* amb vesícules de gas per a la flotació.

- Algues verdes.

Exemple: *Ulva sp* o enciam de mar.

El Regne *Cromista*: relació amb els humans.

Beneficis	Perjudicis
- Són l'aliment de molts organismes aquàtics. - S'usen en alimentació, de forma directa o com a espessants. - Tenen aplicacions en productes farmacèutics i cosmètics. - Alliberen oxigen a l'aire i l'aigua i consumeixen molt de diòxid de carboni.	- Algunes produeixen les 'marees roges' que són un creixement exagerat d'algues que poden afectar la flora i fauna del mar amb toxines.

Es calcula que les algues aporten un 50% de l'O_2 de l'atmosfera, els cianobacteris un 20% i les plantes un 30%.

4. El Domini *Eukarya*: Regne *Fongs.*

Els fongs són éssers **eucariotes** i **heteròtrofs**.

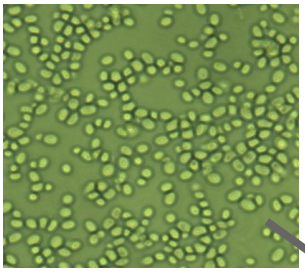
Són terrestres i viuen en zones humides.

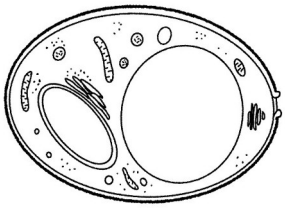
Es poden reproduir asexualment (fragmentació o gemmació) o sexualment.

Poden ser:

Unicel·lulars

Llevats o Rents



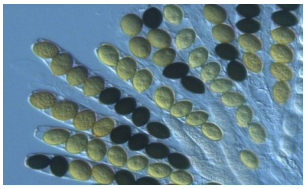


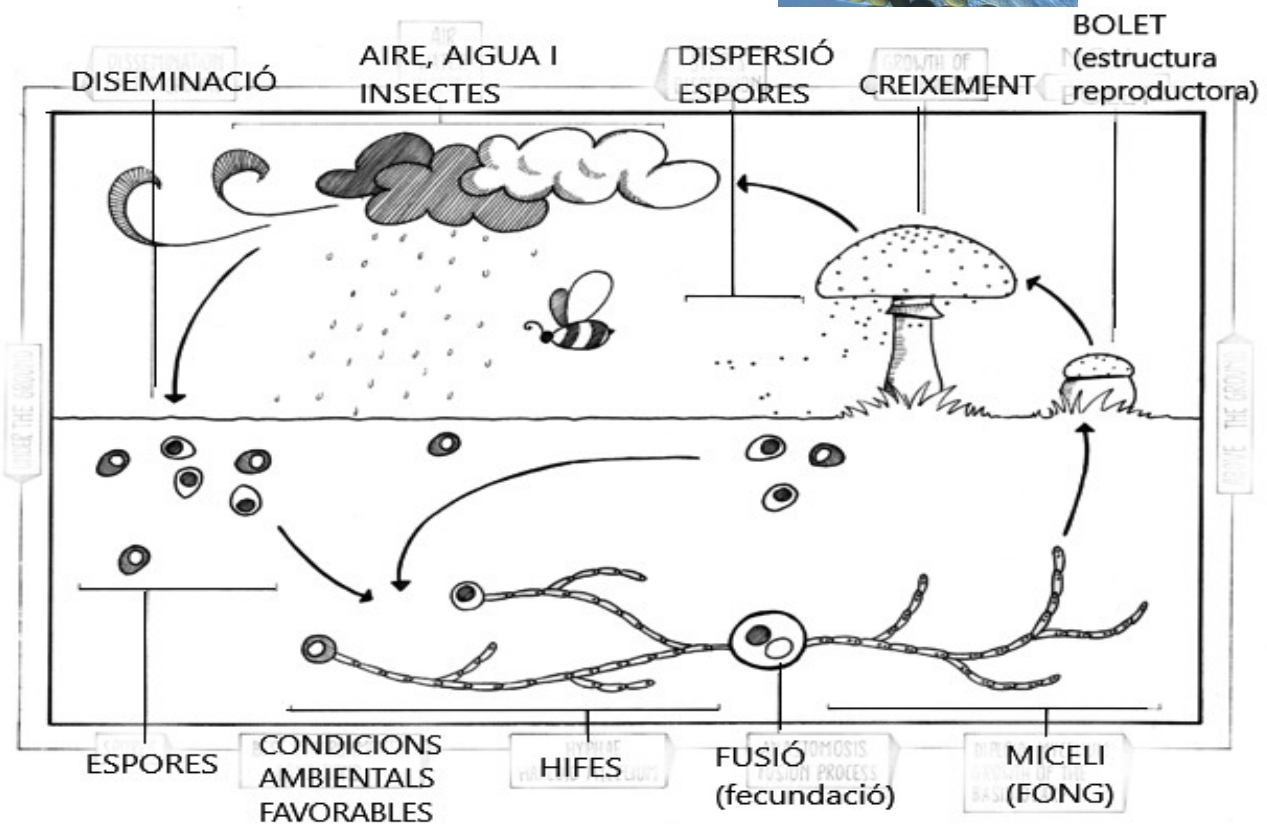
Pluricel·lulars

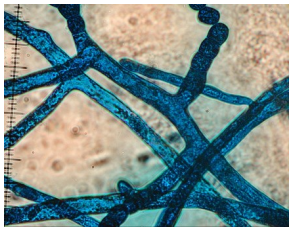
Floridures

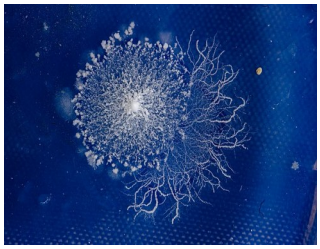
Fongs que fan bolets

Regne *Fongs*: reproducció sexual:









El Regne *Fongs*: relació amb els humans.

Beneficis

- Molts bolets són comestibles.
- Els llevats s'usen en alimentació per a l'obtenció del pa, la cervesa o el vi, degut a les fermentacions que fan.
- Hi ha fongs sapròfits que descomponen la matèria orgànica.
- Algunes floridures produeixen medicaments com la penicil·lina.

Perjudicis

- Alguns bolets són verinosos perquè produeixen toxines.
- Alguns fongs provoquen malalties com el peu d'atleta, la candidiasis o la tinya.

4. Els virus.

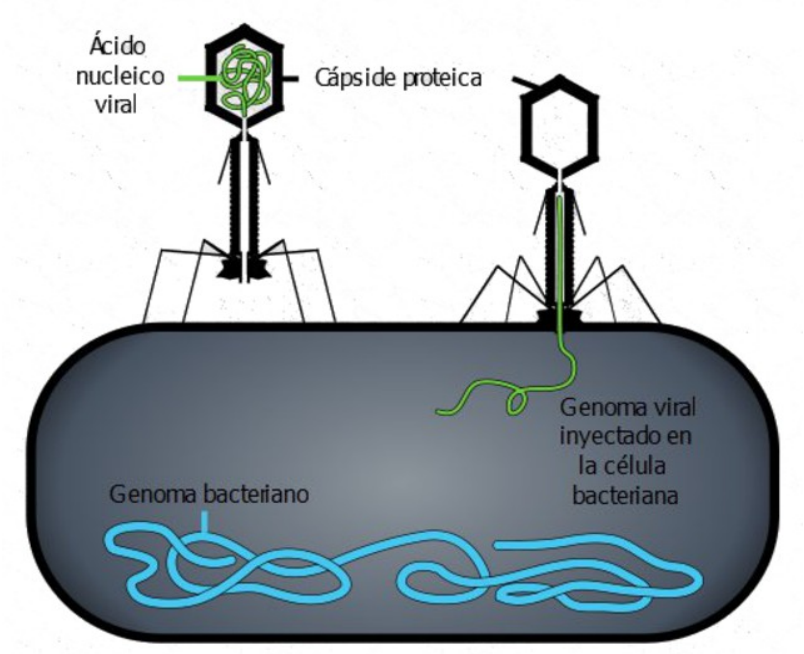
Són agents **infecciosos submicroscòpics acel·lulars**.

No fan nutrició i només es poden reproduir dins una cèl·lula a la que infecten i acaben matant.

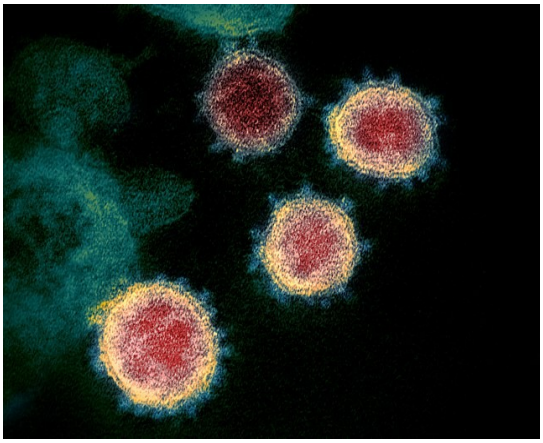
Per tant, no compleixen les tres funcions vitals.

Tampoc tenen estructura cel·lular.

Són tan menuts que no es poden veure amb un microscopi òptic, cal un microscopi d'electrons.



Virus infectant un bacteri.



SARS-CoV-2

Llenguatge algebraic. Lletres i nombres.

Al nostre voltant ens trobem amb multitud de símbols que tenen un significat conegut, com les senyals de trànsit o alguns logotips.

El llenguatge algebraic aconseguix que puguem expressar missatges en els que les lletres representen variables de valor desconegut.

Utilitza lletres, nombres i operacions per a representar una informació.

Exemples:

Ja has usat el llenguatge algebraic per a indicar l'àrea d'un quadrat de costat a : $A = a^2$

L'àrea d'un cercle de radi r: $A = \pi r^2$

Per a cada situació podem utilitzar la lletra que vulguem, encara que quan parlem d'alguna cosa desconeguda la lletra més utilitzada és la ***x***.

Exemples:

- El doble de l'edat d'una persona: $2x$
- El triple d'un número menys 4: $3x - 4$

Les expressions que ens permeten reflectir mitjançant lletres i números una situació, s'anomenen **expressions algebraiques**.

Exemples. L'expressió de les següents frases en llenguatge algebraic seria:

- El quàdruple d'un número $4x$
- La suma de dos números consecutius $x + (x+1)$
- L'edat d'una xiqueta fa 2 anys $x - 2$
- La suma de dos números $a + b$

I les següents expressions algebraiques, es llegirien de la següent forma:

- $x - 3x$ Un número menys el seu triple
- $2 \cdot (x - 4)$ El doble de la diferència d'un número menys 4

Coeficient i part literal.

Una expressió algebraica pot estar formada per un o varis sumands que es denominen **termes** o **monomis**. Una suma de monomis és un **polinomi**.

En un monomi, la **part literal** són les lletres i el c**oeficient** és número pel que van multiplicades.

Exemple: En l'expressió $4x$, el coeficient és 4 i la part literal x.

En $7ab$ el coeficient és 7 i la part literal ab.

Quan l'expressió és positiva no sol anar precedida del signe +, encara que sempre apareix el signe – en les expressions negatives.

Exemple: En l'expressió algebraica $-6a$, el coeficient és -6 i la part literal a.

Valor numèric d'una expressió algebraica.

Si a les lletres d'una expressió algebraica se'ls dona un valor concret, es pot calcular el valor númeric d'aquesta expressió.

El **valor numèric** d'una expressió algebraica és el nombre que s'obté quan es substitueixen les lletres per un determinat valor numèric i s'efectuen les operacions indicades.

Exemple: El valor numèric de l'expressió $3x + 2$ quan x val 5 és:

$3 \cdot 5 + 2 = 15 + 2 = 17$.

Semblança i simplificació d'expressions algebraiques.

Dos monomis són **semblants** quan tenen la mateixa part literal, és a dir, les mateixes lletres amb els mateixos exponents.

Els monomis es poden sumar o restar si són semblants.

Només cal sumar o restar el coeficients i mantenir la part literal.

Exemples: L'expressió algebraica $4x + 4x$ és igual a l'expressió $8x$, que és la seua expressió més simplificada.

Suma de monomis semblants: $3x + 4x = 7x$

Equacions de 1r grau amb una incògnita. El llenguatge de les equacions.

Una **equació** és una igualtat entre dos expressions algebraiques.

Exemple: Si tenim dues expressions algebraiques $3x$ i $2x + 1$,

i les unim amb el signe igual obtenim una equació: $3x = 2x + 1$

Les expressions que hi ha a cada costat de l'igual s'anomenen **membres** de l'equació.

Totes les equacions tenen dos membres: l'expressió que està a l'esquerra del signe igual s'anomena **primer membre** i la que està a la dreta, **segon membre**.

Les lletres que contenen les equacions algebraiques (les 'parts literals') de les seues dos expressions, s'anomenen **incògnites**, que significa literalment 'desconegudes'.

Si totes les lletres són iguals, es diu que l'equació té una sola incògnita.

Exemples: $3x - 2 = 2x + 1$ és una equació amb una sola incògnita.

$2x + y = 5$ és una equació amb dues incògnites, la x i la y.

El **grau** d'una equació és el major exponent que apareix en alguna de les seues incògnites.

Exemples: $7x - 5 = x + 7$ és una equació de primer grau.

$x + 3y^2 = 9$ és una equació de segon grau.

Equacions equivalents. Resolució d'equacions.

Una solució d'una equació és un número que, quan la incògnita pren aquest valor, es verifica la igualtat, és a dir, els dos termes de l'equació valen el mateix.

La majoria de les equacions només tenen una solució, però n'hi ha d'altres que en poden tenir vàries.

Resoldre una equació és trobar totes les seues possibles solucions numèriques.

Exemple: En l'equació $3x - 2 = 2x + 1$, en donar-li valors a x la igualtat no sempre es compleix:

- Per a $x = 1$ → el primer membre val $3 \cdot 1 - 2 = 1$; i el segon membre $2 \cdot 1 + 1 = 3$

  Per tant, 1 **no** és solució.
- Per a $x = 3$ → el primer membre pren el valor $3 \cdot 3 - 2 = 7$; i el segon, $2 \cdot 3 + 1 = 7$

  Per tant, 3 **és solució** de l'equació.

Si no es sap la solució d'una equació, és molt costós resoldre-la provant números aleatòriament.

Per això el que es fa és transformar l'equació seguint les següents propietats:

- **Agrupar** els termes amb x en un membre (a l'esquerra de l'igual), i els termes sense x a l'altre membre (a l'altre costat).

  Per a fer-ho, només cal canviar-los fent l'operació contrària a la que estaven fent: si estaven sumant, passen restant; i a la inversa.

- **Operar amb els monomis**, sumant-los o restant-los, fins a reduir-lo al màxim.
- A l'altre membre, **operar amb els números** fins a arribar a una única xifra.
- **Aïllar la x**.

  Si la x està multiplicada per una xifra, passem aquest nombre al segon membre dividint.

  Si la x està dividida per un número, passem aquest número multiplicant a l'altra banda.

Exemple.

$$6x - 7 = 1 + 2x$$

$$6x - 2x = 1 + 7$$ *Monomis en el primer membre i xifres en l'altre.*

$$4x = 8$$ *S'opera en cada membre.*

$$x = \frac{8}{4}$$ *El 4 passa dividint a l'altre membre.*

$$x = 2$$ *S'aïlla la x i obtenim el resultat.*

Resolució d'equacions amb parèntesis.

Per a resoldre una equació en la que apareixen parèntesis, cal començar eliminant aquests parèntesis per a poder simplificar-la.

Exemple.

$$3 \cdot (x + 7) = -(5 - x) + 6$$

$$3x + 21 = -5 + x + 6$$

Ara ja es pot seguir resolent-la com es coneix.

Resolució d'equacions amb denominadors.

En aquest cas, cal començar eliminant els denominadors. Per a fer-ho, multipliquem els dos membres de l'equació pel MCM dels denominadors.

Exemple. $\frac{x}{3}+3 = x-\frac{3}{2}$ El MCM de 3 i 2 és 6.

$6\cdot\left(\frac{x}{3}+3\right) = 6\cdot\left(x-\frac{3}{2}\right)$ Eliminem ara els parèntesis.

$2x + 18 = 6x - 9$

Ara ja es pot seguir resolent-la com es coneix.

Resolució de problemes fent ús d'equacions.

Exemple: busca un número que, si se li suma el número següent, dona com a resultat 7.

Molts problemes es poden resoldre utilitzant equacions. Per a aconseguir-ho, segueix els següents passos:

1. Assegura't d'**entendre bé** el problema.

Llig poc a poc i pregunta't: què demanen? Quines dades donen?

2. Decideix què serà la **incògnita**.

En aquest exemple, ens demanen un número. La incògnita és aquest número. Anomena'l x.

Com s'escriurà el número que el segueix?

Escriu-lo amb llenguatge algebraic. En aquest cas serà $x+1$.

3. Escriu l'**equació** seguint les condicions del problema. Cal buscar una igualtat.

En aquest exemple, l'equació seria:

un número	més	el següent	igual	set
x	+	(x + 1)	=	7

4. Resol l'equació.

5. Comprova el resultat i pensa si és raonable.

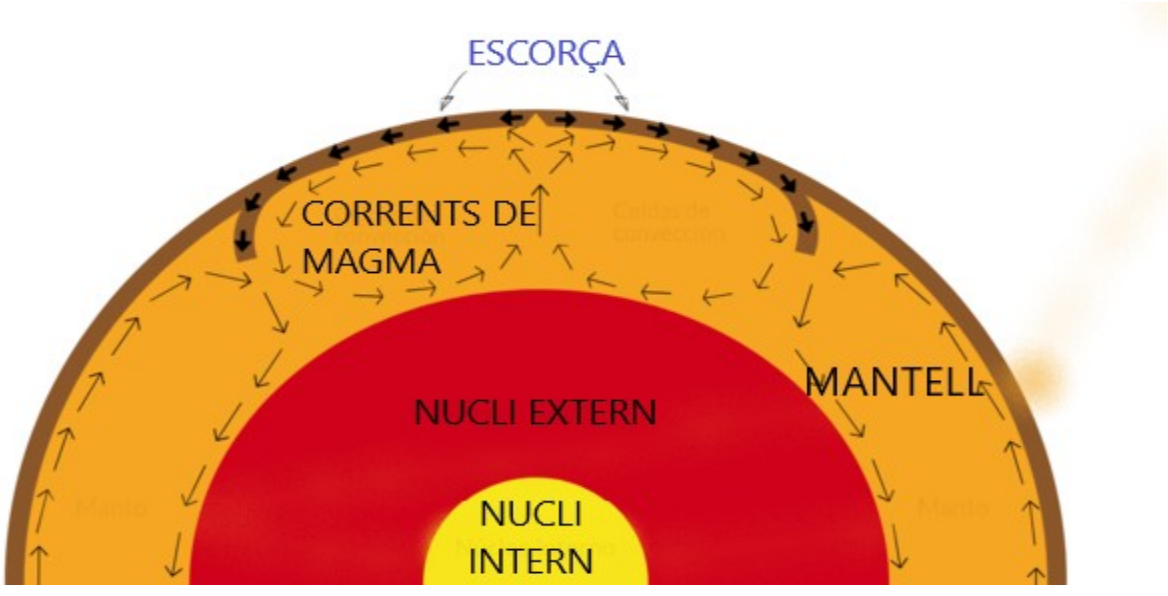
5 MINERALS I ROQUES ES POSEN A CENT

MATÈRIA GEOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1. La geosfera 2. Els **minerals**: • Definició • Propietats • Importància i utilitat 3. Les **roques**: • Roques **magmàtiques** • Roques **sedimentàries** • Roques **metamòrfiques** • El cicle de les roques • Importància i utilitat	**MAGNITUDS PROPORCIONALS. PERCENTATGES.** - Raó - Proporció - Magnituds directament proporcionals: - Proporcionalitat directa - Regla de tres directa i reducció a la unitat - Percentatges - Variacions percentuals.

MATÈRIA GEOLÒGICA _ 5 MINERALS I ROQUES ES POSEN A CENT

1. La geosfera.

La geosfera és la part sòlida del planeta Terra i està estructurada en tres capes: **escorça**, **mantell** i **nucli**.



2. Els minerals: definició.

Són els constituents de les roques.

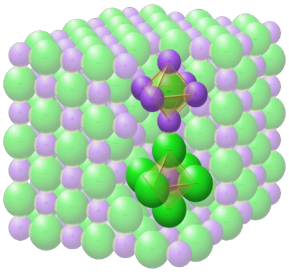
Un mineral és una substància **natural** *(1)*, **sòlida** *(2)* i **inorgànica** *(3)*,

amb una **composició química definida** *(4)* i una **estructura interna ordenada** *(5)*.

Exemples: ***$CaCO_3$(Aragonita)***

FeS_2 (Pirita)

C (Diamant)



No són minerals...

(1) **Natural**

(2) **Sòlida**

(3) **Inorgànica**

(4) **Composició química definida**

(5) **Estructura interna ordenada**

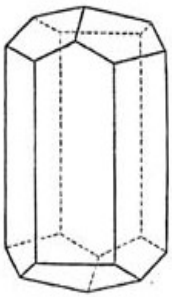
els productes fabricats com plàstics, vidres, ...

els líquids i els gasos

els productes dels éssers vius com petxines, esquelets, closques...

la sorra de la platja

Propietats dels minerals.

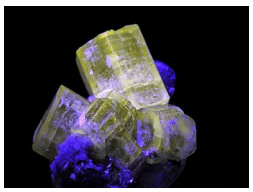


FORMA	Cúbica Ex. **Pirita**	Prismàtica Ex. **Aragonita**
COLOR	Fosc si absorbeix la llum Ex. **Magnetita**	Clar si reflecteix la llum Ex. **Quars**
RATLLA *Color de la pols del mineral.* *Es pot veure, per exemple, sobre una placa de porcellana.*	Ex. **Oligist** i **Cinabri**	

EXFOLIACIÓ *Facilitat del mineral per ser separat en làmines.*			Ex. **Biotita**
BRILLANTOR	Metàl·lica Ex. **Galena**		Mat Ex. **Malaquita**
	Greixosa Ex. **Talc**		Vítria Ex. **Guix especular**

DURESA

Molt blans		Blans			Durs			Molt durs	
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Talc	**Guix**	**Calcita**	**Fluorita**	**Apatita**	**Ortosa**	**Quars**	**Topazi**	**Corindó**	**Diamant**



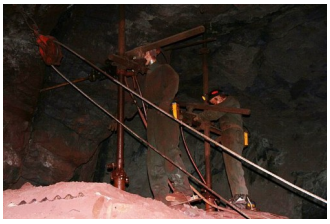
Es ratllen amb...

la ungla — *moneda de coure* — *vidre o ganivet* — *acer* — *punta de diamant*

Els minerals: importància i utilitat.

Multitud d'objectes, ferramentes i utensilis que usem en la nostra vida diària procedeixen, directament o indirectament, dels minerals.

La **mineria** inclou totes aquelles activitats dutes a terme pels humans per a extraure els minerals dels jaciments on es troben.



Les explotacions mineres poden estar al subsol o a l'aire lliure.

Minerals metàl·lics.

Pirita

→ obtenció de Ferro i Sofre, elaboració d'àcid sulfúric.

Magnetita

→ obtenció de Ferro.

Malaquita → obtenció de Coure.

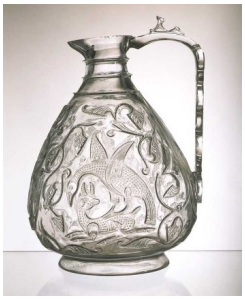
Galena → obtenció de Plom.

Cinabri → obtenció de Mercuri.

Minerals no metàl·lics.

Silicats

Quars → obtenció de vidre



No silicats

Halita → ús en alimentació (sal)

Guix o **Algeps** → ús en construcció

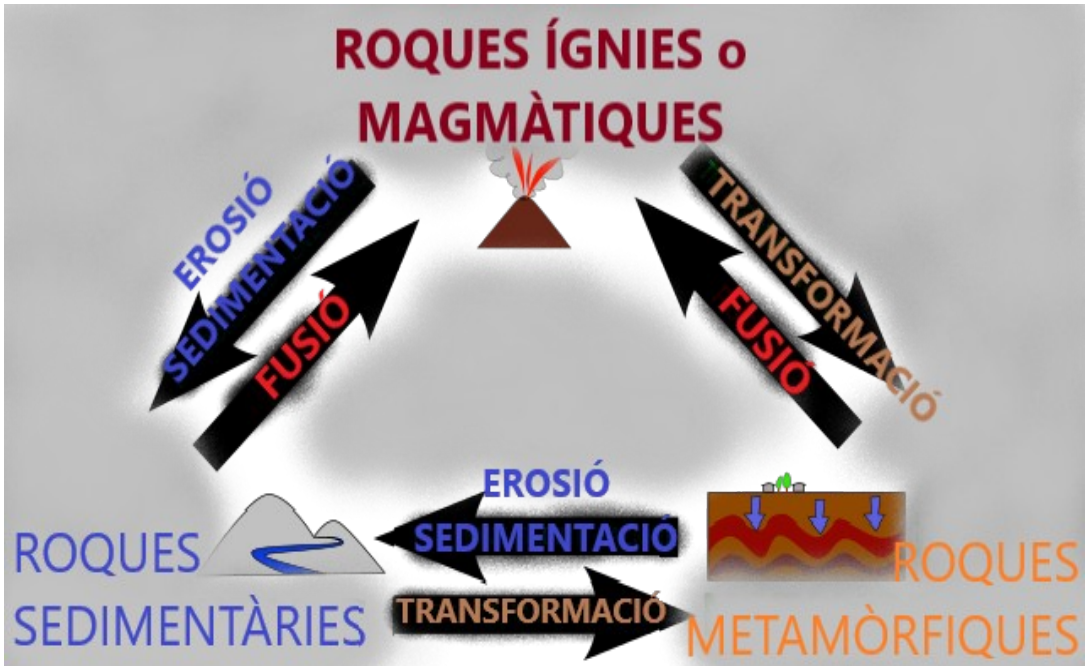
3. Les roques.

Una **roca** és un agregat natural format per un o més minerals.

Les roques formen la capa superficial de la Terra, és a dir, els continents i els fons oceànics.

Els tipus de roques i les zones terrestres que ocupen, depenen del seu origen i formació:

Roques **magmàtiques**	Formen part de grans serralades
Roques **metamòrfiques**	
Roques **sedimentàries**	En extenses depressions



Les roques magmàtiques o ígnies.

Procedeixen de la solidificació o refredament del magma.

Representen el 80% de l'escorça terrestre.

Ignis en llatí significa foc.

Se'n distingeixen principalment, de dos tipus:

- **Plutòniques**
- **Volcàniques**

Plutòniques.

Per exemple, el **granit**.

Es formen per refredament lent del magma a l'interior de la litosfera.

Els minerals tenen temps de cristal·litzar i es poden observar els cristalls a simple vista.

Plutó és el déu romà del món subterrani, dels inferns.

Volcàniques.

Quan el magma arriba a la superfície i es refreda ràpidament.

No hi ha temps perquè es formen els cristalls o són molt menuts.

Tenen un aspecte massiu i homogeni.

Exemples: **basalt** **obsidiana** **pumicita**

Les roques metamòrfiques.

Aquestes roques pateixen un procés anomenat **metamorfisme** (*canvi de forma*) que té lloc a l'interior de l'escorça terrestre:

Una roca de qualsevol classe (sedimentària, magmàtica o metamòrfica), sense deixar de ser sòlida, es transforma en metamòrfica a causa d'un augment de la **temperatura** i/o **pressió**.

Foliades

Els minerals que la formen s'alineen formant capes paral·leles.

Poden desprendre's làmines.

Per exemple, la **pissarra**.

No foliades

No s'observen aquestes capes.

Per exemple, el **marbre**.

Les roques sedimentàries.

Formades per sediments.

Quan els sediments s'acumulen, van compactant-se pel seu pes i consolidant-se per substàncies (sals minerals) que actuen de cola.

Normalment, els sediments formen estrats (capes).

Són les úniques roques que poden contenir fòssils.

Roques detrítiques.

Els sediments provenen de l'erosió d'altres roques.

Detritum en llatí significa desgastat.

Per exemple, la **bretxa** i els **conglomerats**.

Roques no detrítiques / químiques.

Els sediments procedeixen de la precipitació de sals minerals que estaven dissoltes en aigua.

Per exemple, les **calcàries**.

Roques organògenes.

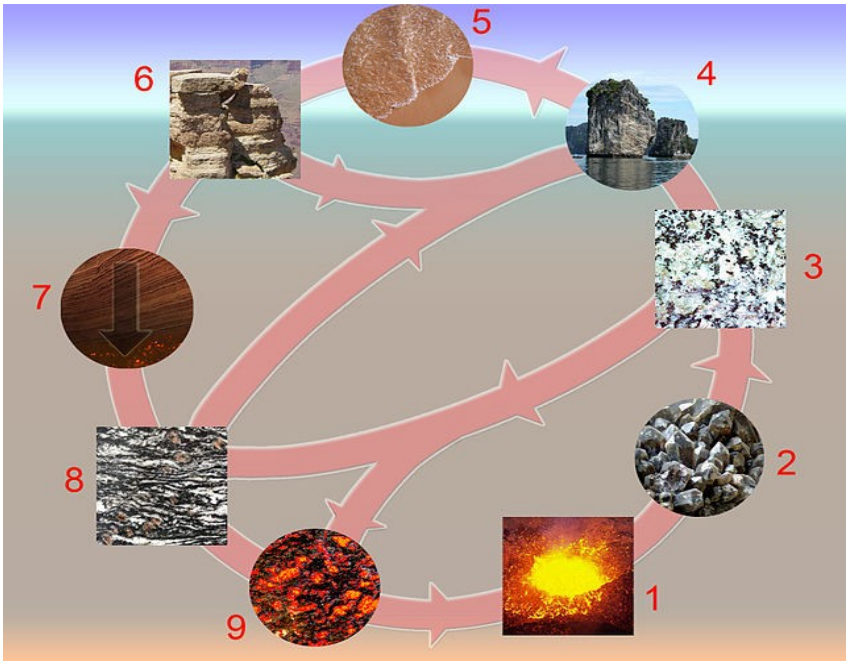
Es formen per acumulació de restes d'organismes.

Per exemple,

el **carbó** i la **lumaquel·la**.

El cicle de les roques.

Les roques es van formant i destruint contínuament degut a les forces que actuen sobre la geosfera.



1. MAGMA

2. CRISTAL·LITZACIÓ

(per refredament)

3. ROCA ÍGNIA

4. EROSIÓ

5. SEDIMENTACIÓ

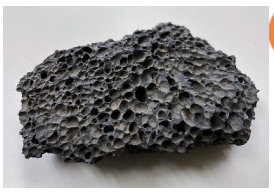
6. SEDIMENTS I

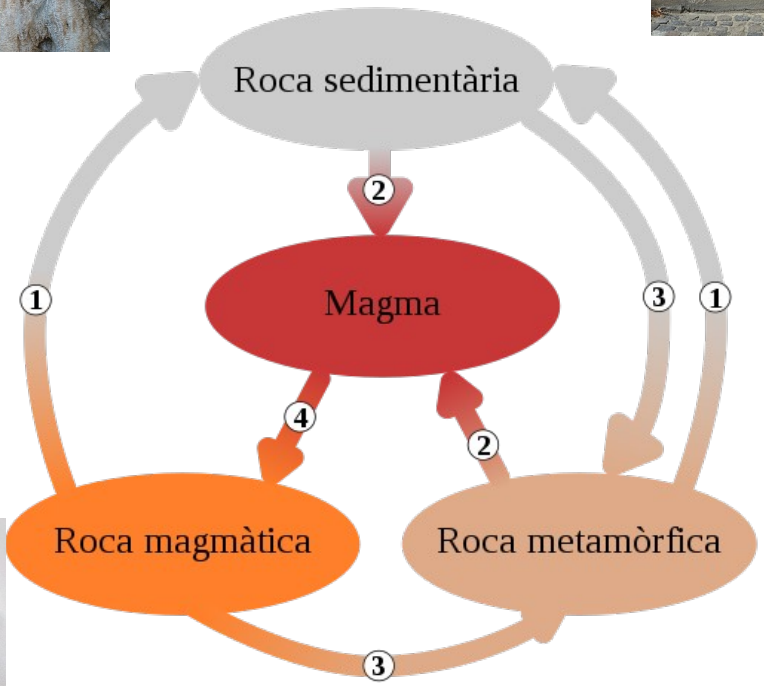
ROQUES SEDIMENTÀRIES

7. MOVIMENTS TECTÒNICS

8. METAMORFISME

9. FUSIÓ





Les roques: importància i utilitat.

Les roques tenen diferents utilitats:

- Font d'energia

  Petroli i **carbó** són els combustibles fòssils.

- Construcció

  Tallades en bloc com la **calcària**, **pissarra** i el **gres**, i polides com el **granit** i el **marbre.**

  Productes derivats com el ciment o les rajoles.

- Altres usos:

  Porcellana i ceràmica

  Fibres tèxtils sintètiques, plàstics, asfalts, ...

Raó i proporció.

Raó, en Matemàtiques, és una comparació entre els valors de dues variables.

S'expressa en forma de quocient, de forma similar a una fracció, i es llig 'A és a B'.

Exemple:

Comprem 3 kg de cireres per 6 €.

Podem establir la relació entre el preu (6 €) i la quantitat (3 kg):

$\frac{6}{3}$ és la raó entre euros i cireres.

D'aquesta manera, si comprem altres quantitats de cireres podrem calcular el preu a pagar.

Exemple:

La raó que relaciona la despesa de 4 persones i els 200 litres d'aigua que gasten en un dia, pot escriure's: $\frac{4\ persones}{200\ litres}\ o\ bé\ \frac{200\ litres}{4\ persones}$

ATENCIÓ!

Una **fracció** expressa una part d'un tot per a **una única magnitud**, mitjançant els seus termes: numerador (les parts que es prenen) i denominador (el total de les parts en les quals s'ha dividit aquest tot). En canvi, els termes d'una **raó** es refereixen a quantitats de **dues magnituds**; el primer s'anomena 'antecedent' i el segon 'conseqüent'.

En qualsevol dels casos estem expressant que la raó entre litres d'aigua i persones és:

200 : 4 = 50 litres per persona.

Si són 40 persones, la quantitat d'aigua serà 2000 litres, si són dues persones la quantitat d'aigua serà 100 litres, és a dir:

$$\frac{4}{200}=\frac{40}{2000}=\frac{2}{100}=\frac{1}{50} \quad \text{o bé} \quad \frac{200}{4}=\frac{2000}{40}=\frac{100}{2}=\frac{50}{1}$$

Una **raó** és un quocient. S'expressa en forma de fracció però els seus termes no expressen una part d'una mateixa magnitud sinó la relació entre dues magnituds.

Els termes d'una raó poden ser números enters o decimals.

Una **proporció** és la igualtat entre dues raons.

Els termes primer i quart són els extrems, i el segon i el tercer són els mitjans. $\frac{extrem}{mitjà}=\frac{mitjà}{extrem}$

S'anomena **raó de proporcionalitat** al quocient entre dues variables. I el seu valor constant ens permet obtenir raons semblants.

Quan utilitzem una sèrie de dades de dos parells de magnituds que presenten una mateixa raó, es poden ordenar en un quadre de proporcionalitat.

Exemple: en el següent quadre s'observa que cada arbre dona $\frac{200}{4}=50\,kg$ de fruita.

És la raó de proporcionalitat, dada amb la que podem completar el següent quadre:

Kg de fruita	200	400	**100**	50	500	**150**	3000	**1000**
Nº d'arbres	4	**8**	2	1	**10**	3	**60**	20

Propietat fonamental de les proporcions:

En tota proporció, el producte dels extrems és igual al producte dels mitjans.

Exemple: $\frac{45}{27}=\frac{30}{18}\rightarrow 45\cdot 18=30\cdot 27\rightarrow 810=810$

La raó de proporcionalitat ens serveix per a establir una relació entre les dues variables per a qualsevol dels valors que puguen prendre.

Magnituds directament proporcionals. Proporcionalitat directa.

Dues magnituds són directament proporcionals quan en multiplicar o dividir la primera per un número, la segona queda multiplicada o dividida pel mateix número.

Exemple: el nombre de persones que vénen a menjar i la quantitat de menjar necessària.

En cas que vinguen el triple de persones caldrà preparar el triple de quantitat de menjar.

Hi ha relacions entre magnituds que no són de proporcionalitat perquè quan una es multiplica o es divideix per un número, l'altra no queda multiplicada o dividida de la mateixa forma.

Exemple: el pes i l'edat d'una persona no són magnituds proporcionals.

El doble de l'edat no significa el doble de pes.

Quan dues magnituds són directament proporcionals, el doble, el triple... de la primera suposa el doble, triple... de la segona.

Hi ha magnituds que no es relacionen proporcionalment.

Regla de tres directa.

Per a resoldre problemes de proporcionalitat directa, podem utilitzar el mètode de **reducció a la unitat**.

Exemple: cinc bitllets d'avió van costar 680 €. Quant pagarem per 18 bitllets iguals?

Primer calculem el preu d'un bitllet: 690 : 5 = 138 €

Després calculem el cost dels 18 bitllets: 138 · 18 = 2484 €

La **regla de tres** és un altre procediment per a calcular el quart terme d'una proporció.

Exemple: amb dos quilos de pinso els meus gats mengen durant 6 dies.

Quants quilos necessitaré per a donar-los menjar 15 dies?

Formem la proporció ordenant les dades: $\frac{2\,kg}{6\,dies}=\frac{x}{15\,dies} \rightarrow x=\frac{2\cdot 15}{6}=5\,kg$

Una altra forma habitual de plantejar la regla de tres és situant les dades d'aquesta forma:

2 kg ——— 6 dies $x=\frac{2\cdot 15}{6}=5\,kg$

x kg ——— 15 dies

En la **regla de tres directa** ordenem les dades de forma que el valor desconegut s'obté multiplicant en creu i dividint pel tercer terme.

Reduir a la unitat significa calcular el valor d'u per a poder calcular qualsevol altra quantitat.

Percentatges.

El percentatge o tant per cent, és la proporció directa més utilitzada en la nostra vida quotidiana.

En els comerços, informacions periodístiques o en els anàlisis de resultats de qualsevol activitat hi apareixen percentatges.

Un **percentatge** és una **raó amb denominador 100**. El seu símbol és **%**.

La seua aplicació es realitza mitjançant un procediment senzill:

Per a calcular el % d'una quantitat, es multiplica pel tant i es divideix entre 100.

Exemple: per a calcular el 23 % de 800 $\frac{23\cdot 800}{100}=184$

Alguns percentatges es poden calcular mentalment per tractar-se d'un càlcul senzill:

- El 50 % equival a la meitat de la quantitat. $\frac{50}{100}=\frac{1}{2}$
- El 25 % és la quarta part de la quantitat. $\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$
- El 75 % són les tres quartes parts de la quantitat. $\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$
- El 10 % és la dècima part de la quantitat. $\frac{10}{100}=\frac{1}{10}$
- El 200 % és el doble de la quantitat. $\frac{200}{100}=2$

Exemple: el 25 % de 600 és la quarta part de 600, per tant és 600 : 4 = 150.

Si divideixes qualsevol quantitat en 100 parts, el 22 % són vint-i-dues parts d'aquestes 100.

El total d'una quantitat s'expressa com el 100 %.

6 D'AVUI EN VUIT PLOURÀ

MATÈRIA GEOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1. L'**atmosfera**: • Origen, evolució i composició de l'atmosfera • Estructura vertical • Efecte hivernacle • Contaminació atmosfèrica 2. La **hidrosfera**: • El cicle de l'aigua a la Terra • Distribució de l'aigua a la Terra: ◦ L'aigua de mars i oceans ◦ L'aigua dels continents: superficials, subterrànies i glaceres	**NOMBRES DECIMALS**: - Conversió d'una expressió decimal a fracció - Suma i resta de nombres decimals - Producte de decimals - Divisió de decimals - Decimals periòdics: purs i mixtos - Aproximacions. Truncament i arrodoniment **SISTEMES DE MESURA**: - Magnitud. Sistema internacional d'unitats (SI) - Unitats de longitud - Unitats de superfície. Unitats agràries. - Unitats de volum. El litre - Unitats de massa

MATÈRIA GEOLÒGICA _ 6 D'AVUI EN VUIT, PLOURÀ

1. L'atmosfera. Origen de l'atmosfera.

Fa **4600 milions d'anys**, dins una nebulosa de gas i pols còsmica, un gran nombre de partícules es van atreure per gravetat, es van contraure i van formar la Terra.

Posteriorment, hi va haver una intensa activitat volcànica i molts gasos van ser expulsats a l'exterior.

És així com es va formar la **primera atmosfera**, que no contenia oxigen i era molt diferent a l'actual.

Evolució de l'atmosfera.

Des de la seua formació, l'atmosfera ha anat canviant sobretot per dos processos:

1. **Refredament progressiu del planeta.**

L'abundant vapor d'aigua atmosfèric es va condensar, es van formar molts núvols, i van haver intenses precipitacions que van crear els mars i oceans (la hidrosfera).

2. **Aparició de l'oxigen.**

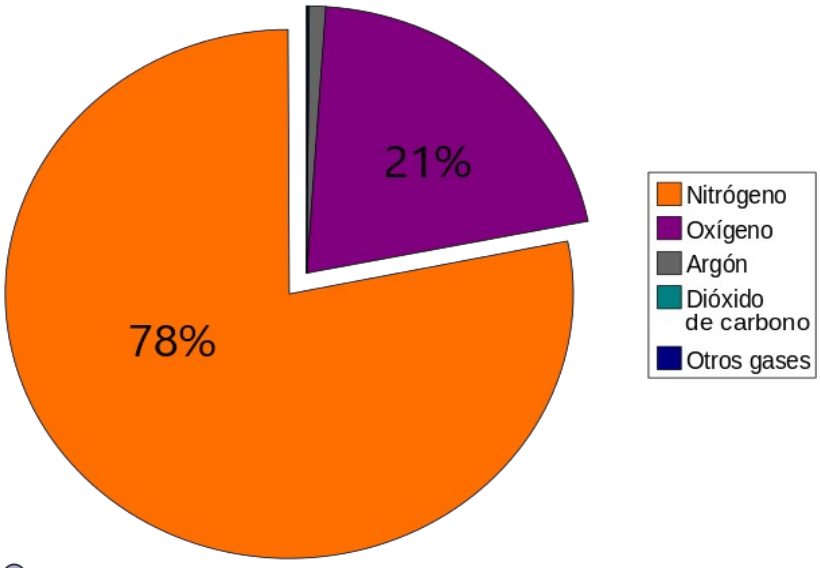
Van sorgir **éssers fotosintètics** primitius, sobretot cianobacteris, que van alliberar **oxigen** a l'atmosfera.

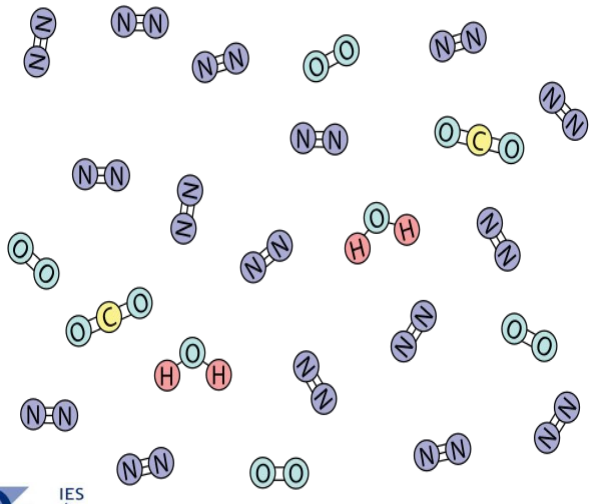
Quan n'hi va haver prou, es va formar la capa d'**ozó**, que va protegir la superfície dels raigs ultraviolats i va permetre que la vida s'estengués pel medi terrestre.

Composició actual de l'atmosfera.

L'atmosfera terrestre està formada per una mescla de gasos anomenada **aire**, i per una sèrie de partícules sòlides i líquides en suspensió.

La composició gasosa de l'aire sec *(sense comptar el vapor d'aigua)* és prou uniforme fins als 80 km d'alçada, i respon al diagrama següent:



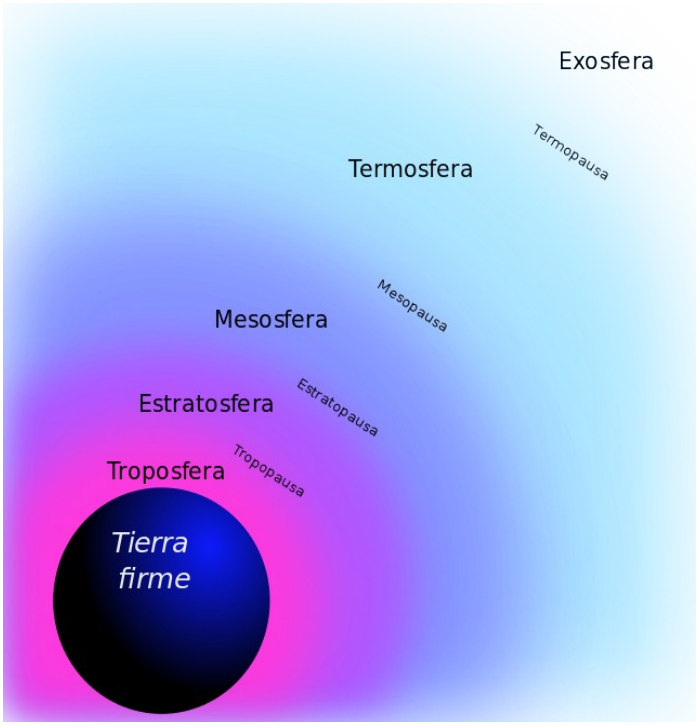


Representacions dels gasos atmosfèrics

Químicament, el gas nitrogen és N_2, l'oxigen gasós és O_2, l'Argó és Ar, el diòxid de carboni és CO_2 , el vapor d'aigua H_2O *(g)* i l'ozó és O_3.

Estructura vertical de l'atmosfera.

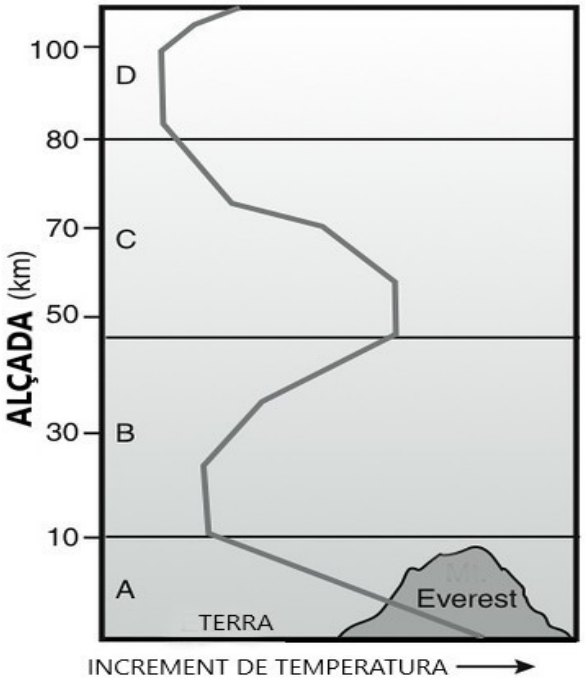
A mesura que s'ascendeix per l'atmosfera, hi ha variacions de temperatura que marquen els límits entre diferents capes (*pauses*).



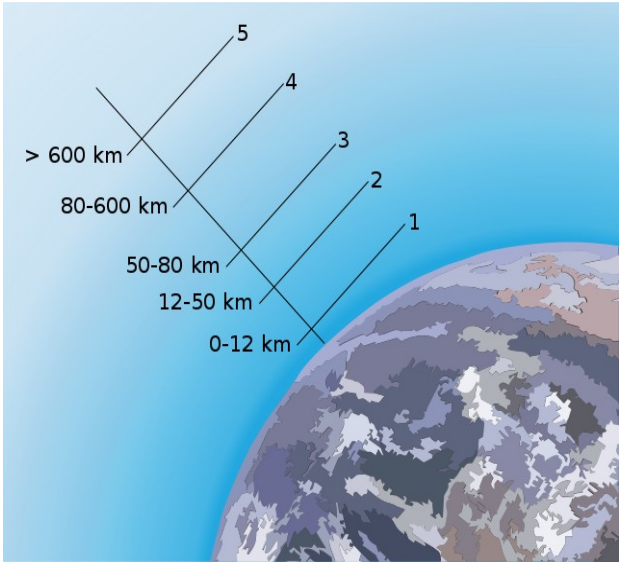
Es distingeixen 5 capes:

1. **Troposfera**
2. **Estratosfera**
3. **Mesosfera**
4. **Termosfera**
5. **Exosfera**

Capes de l'atmosfera en relació als canvis de temperatura:



A. **Troposfera**
B. **Estratosfera**
C. **Mesosfera**
D. **Termosfera**



TROPOSFERA: de la superfície fins als 12 km

Conté el 80% dels gasos de l'atmosfera i gairebé tot el vapor d'aigua; per això és on es produeixen els **fenòmens meteorològics**.

ESTRATOSFERA: dels 12 als 50 km

És on es localitza la **capa d'ozó**, que absorbeix la radiació ultravioleta i fa que la temperatura, en aquestes alçades, augmente.

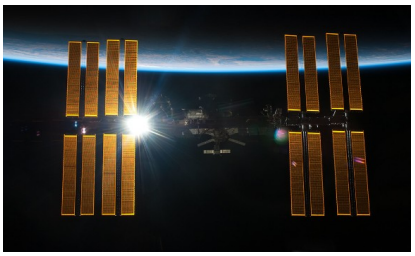
MESOSFERA: dels 50 als 80 km

Quan els meteorits travessen aquesta capa, es desintegren pel fregament amb els gasos i es formen les **estrelles fugaces**.

TERMOSFERA: dels 80 fins als 600 km

En aquesta capa els gasos estan ionitzats (carregats elèctricament) per les radiacions del Sol. Aquest fet és el que provoca l'aparició de les **aurores boreals** i **australs**.

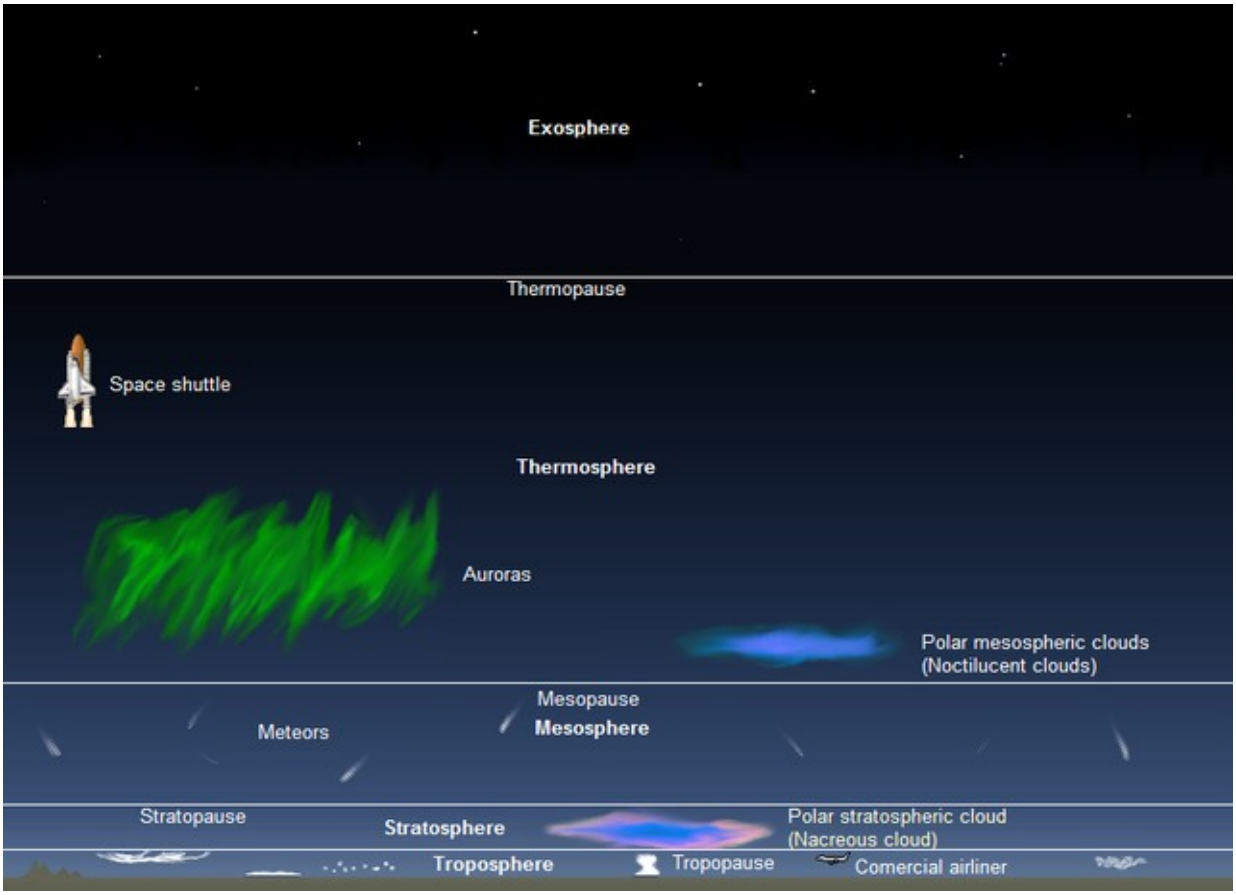
És aquí, també, on es filtren totes les radiacions X i ϒ (*gamma*).



EXOSFERA: dels 600 fins a un límit no definit, a uns 10 000 km

A penes hi ha gasos (algunes molècules d'Heli i Hidrogen) per la qual cosa es considera pràcticament igual al **buit**.

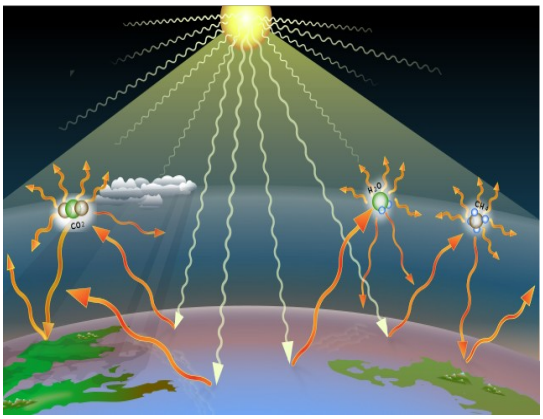
És on orbiten els satèl·lits artificials.



L'atmosfera com a reguladora de la temperatura.

Del Sol ens arriba llum i calor en forma de **radiacions solars**. Però si no fora per l'atmosfera, aquestes radiacions no es quedarien a la Terra i el nostre planeta estaria congelat a una temperatura de -18 °C.

Efecte hivernacle.



L'atmosfera absorbeix part de la radiació infraroja solar.

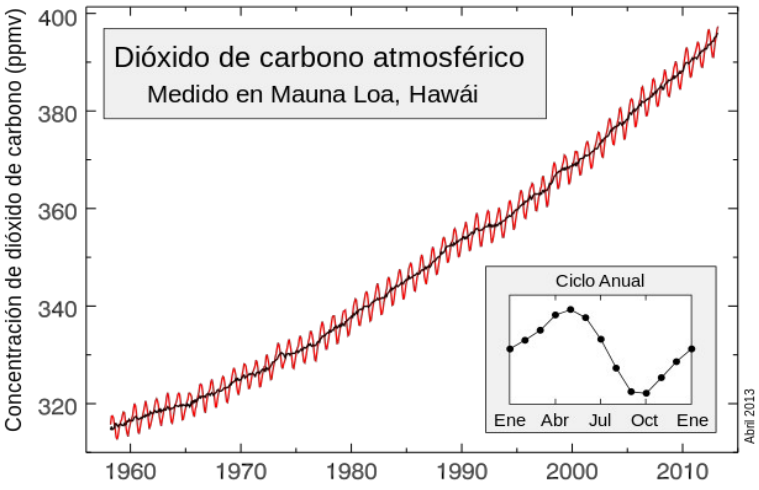
Això fa que la temperatura mitjana del planeta *(tenint en compte tot l'any i totes les parts de la Terra)* siga de 15°C, una temperatura molt més agradable i que permet la vida.

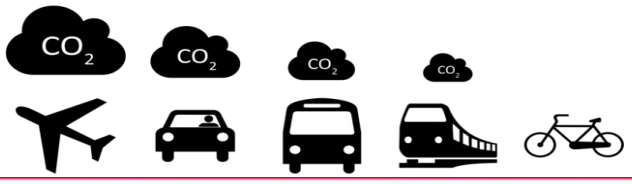
Els gasos de l'atmosfera que absorbeixen les radiacions són el diòxid de carboni (CO_2), el vapor d'aigua ($H_2O_{(g)}$) i el metà (CH_4); se'ls anomena **gasos d'efecte hivernacle**. Aquest fenomen es denomina **efecte hivernacle natural**.

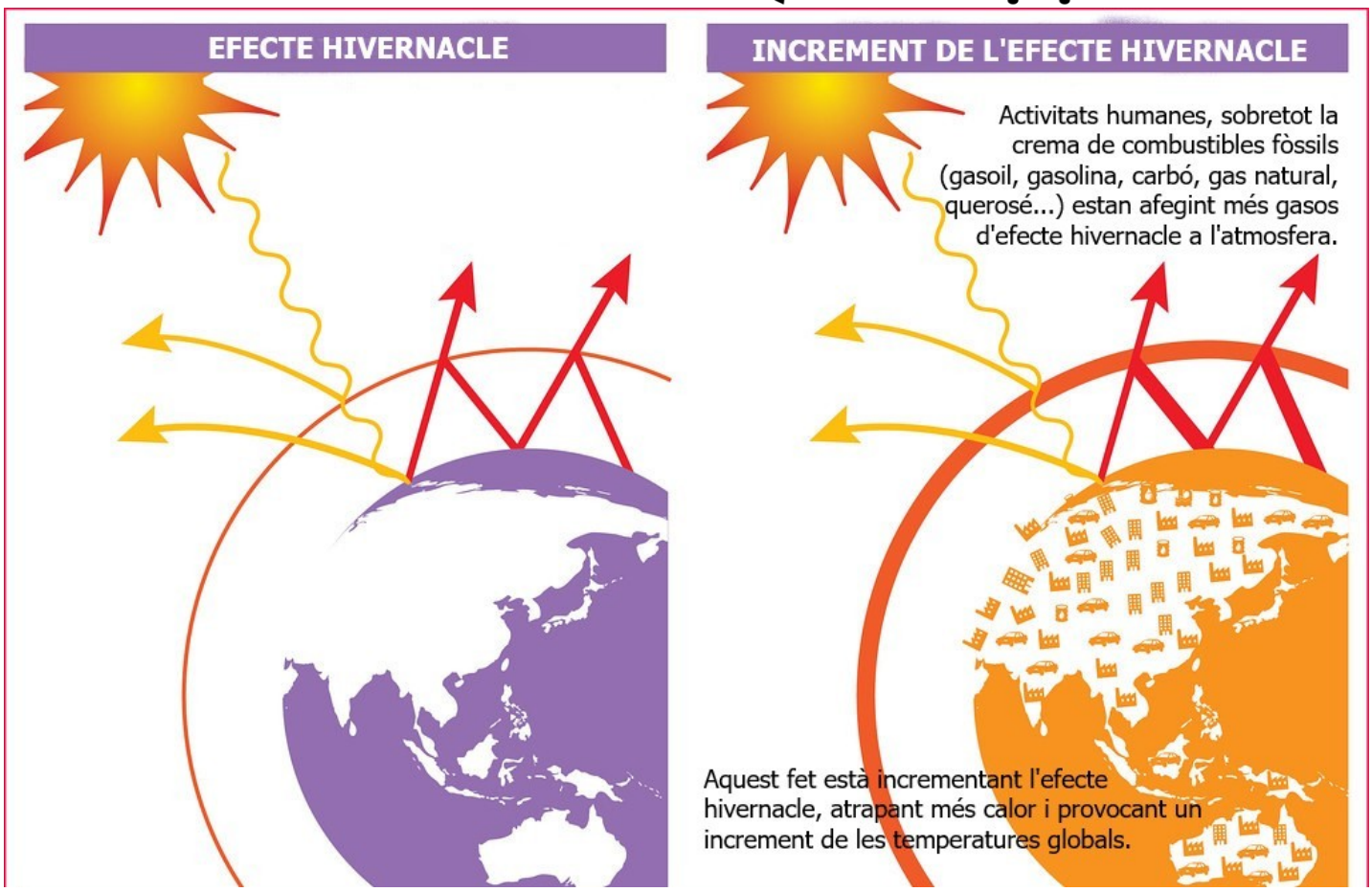
Increment de l'efecte hivernacle.

Les activitats humanes que més CO_2 estan alliberant són la **producció d'electricitat** i el **transport**.

Aquest increment és continu tal i com s'observa en els registres gràfics.







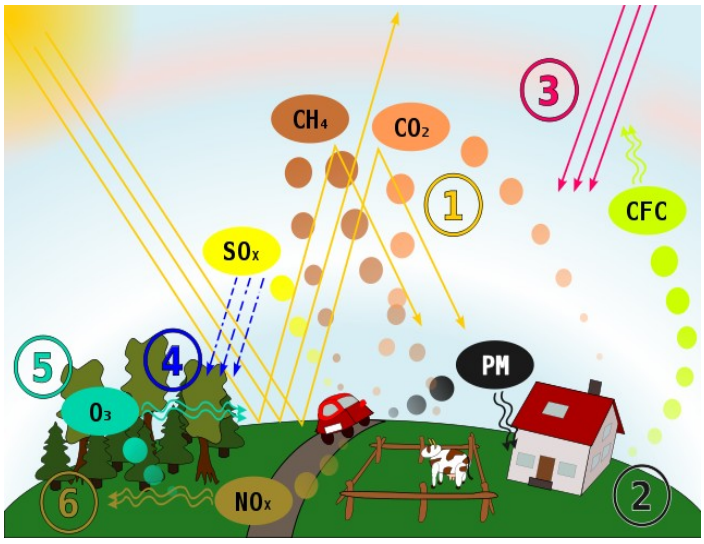
Contaminació atmosfèrica.

① Increment de l'efecte hivernacle.

② Gasos CFC de refrigerants i aerosols: eliminen l'O_3 estratosfèric i augmenten els rajos UV que arriben a la superfície ③.

④ Pluja àcida: afectació als boscos.

⑤ O_3 troposfèric: irritant.



⑥ Òxids de nitrogen procedents de les indústries i dels tubs d'escapament i partícules (PM): afecten les vies respiratòries.

2. La hidrosfera. El cicle de l'aigua a la Terra.

Al llarg d'un moviment cíclic, l'aigua de la Terra forma part de l'aire, de la superfície, del subsòl o dels éssers vius.

Aquest moviment es produeix per l'acció de dues forces:

1. l'**energia solar**
2. la **força de la gravetat**

❶ EVAPORACIÓ: l'energia del Sol calfa l'aigua líquida de mars, oceans, rius i llacs fins que canvia d'estat, es transforma en vapor d'aigua ($H_2O_{(g)}$) i s'incorpora a l'atmosfera.

❷ EVAPOTRANSPIRACIÓ: part de l'aigua dels éssers vius, sobretot l'aigua absorbida per les plantes, s'allibera a l'aire en forma de $H_2O_{(g)}$.

❸ CONDENSACIÓ: el $H_2O_{(g)}$ ascendix amb els corrents d'aire i es refreda a les capes altes de la troposfera. Allí és on es condensa i es transforma en gotetes d'aigua líquida en suspensió formant els núvols.

❹ PRECIPITACIÓ: l'aigua dels núvols o cristalls xicotets de gel cauen sobre la superfície en forma de pluja, neu o granís.

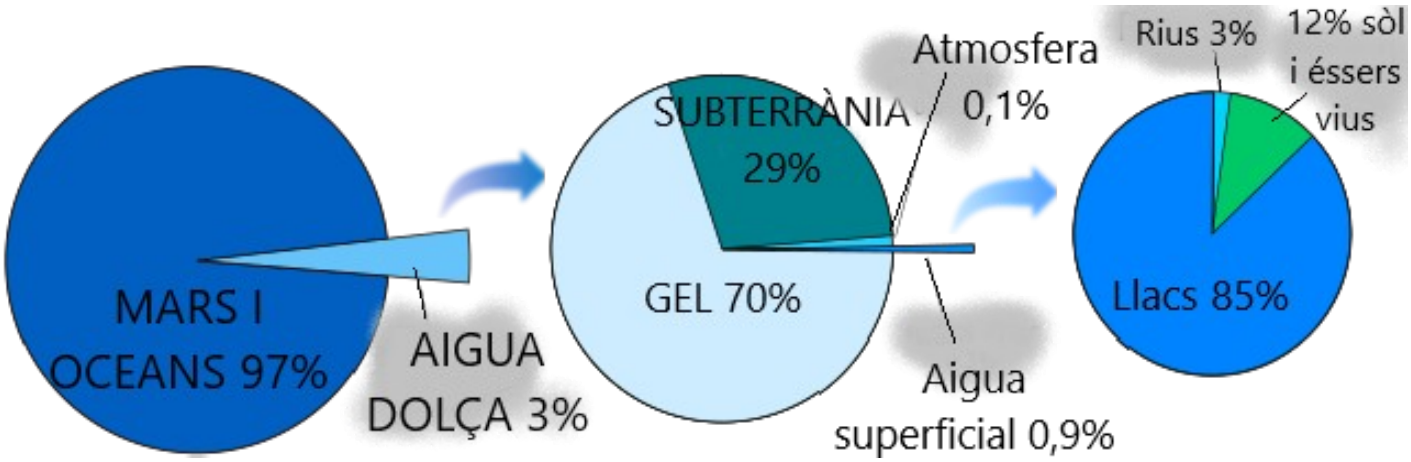
❺ CIRCULACIÓ SUPERFICIAL: l'aigua de la pluja o del desgel circula per la superfície dels continents fins arribar al mar.

❻ INFILTRACIÓ: part de l'aigua de la superfície penetra al sòl permeable i forma part de les aigües subterrànies, que també acaben arribant als mars i oceans.

Distribució de l'aigua a la Terra.

La **hidrosfera** és la capa discontínua de la Terra formada pel conjunt d'aigües que es troben tant a la superfície, com al subsòl o a l'atmosfera.

L'aigua es considera un **recurs limitat**, ja que només una xicoteta fracció del total d'aigua pot ser aprofitada directament pels humans.



Mars i oceans.

- L'aigua del mar és **salada**, és a dir, és una dissolució de diferents sals minerals, la més important de les quals és el clorur de sodi o sal comuna.
  La concentració mitjana de sals és de **35 grams per litre**.

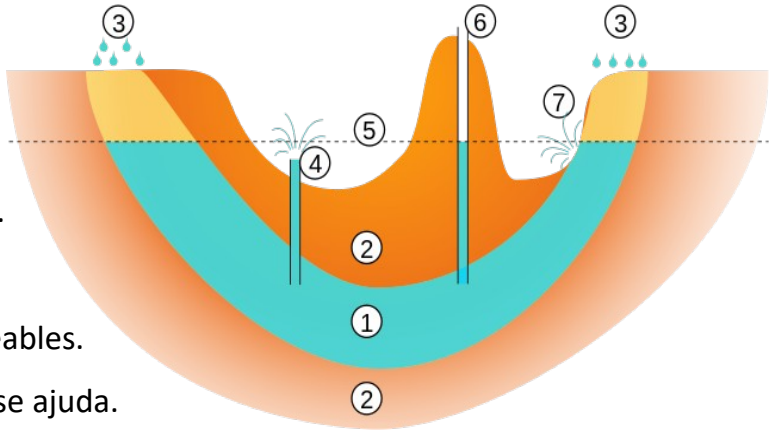
- Els mars i oceans són medis molt dinàmics:
  - els **corrents oceànics** regulen el clima del planeta,
  - les **onades** modifiquen el paisatge de la costa,
  - i les **marees** són moviments periòdics provocats per l'atracció gravitatòria de la Lluna i el Sol sobre la Terra.

L'aigua superficial dels continents.

◦ **Rius**: són corrents permanents d'aigua dolça que desemboquen al mar o a altres rius i llacs.
Si només porten aigua quan plou, parlem de **barrancs** i **rambles**.
Modelen la superfície per on passen.

- **Llacs**: grans volums d'aigua acumulada, procedent de la pluja, aigua subterrània o rius. Poden ser d'aigua dolça, salobre o salada.

Aigües subterrànies dels continents.



1. **Aqüífer**: dipòsit d'aigua subterrània.
2. **Roca impermeable**
3. **Infiltració** a través de roques permeables.
4. **Pou artesià**: quan l'aigua brolla sense ajuda.
5. **Nivell** o **capa freàtica**: nivell al que arriben les aigües subterrànies. Va oscil·lant.
6. **Pou no artesià**
7. **Font** o **brollador**: es formen quan l'aqüífer circulant troba un desnivell amb roca porosa.

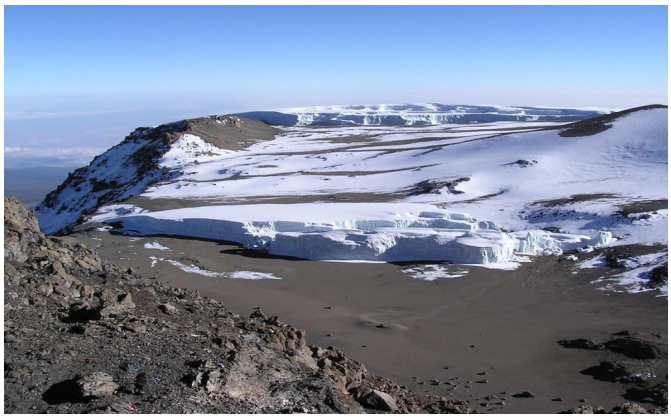
Glaceres.

Masses de gel permanents acumulades en regions de la Terra en què les temperatures es mantenen per baix de 0 °C.

Actualment, les grans glaceres només es troben en els casquets polars de Groenlàndia i de l'Antàrtida.

Quan el gel de les glaceres arriba al mar, es desprèn en grans fragments flotants anomenats **icebergs**.

També hi ha **glaceres d'alta muntanya**, tot i que es calcula que la majoria hauran desaparegut en uns cinquanta anys per l'increment de l'efecte hivernacle.



Nombres decimals.

Exemple: En qualsevol mercat veiem preus d'un quilo de fruita com per exemple, 2,38 €/kg. Un quilo d'aquesta fruita ens costa 2 € i 38 cèntims d'€, quantitat que es troba entre 2 i 3 €, és major de 2 i menor de 3.

Com que cada cèntim d'euro és la porció d'euro que resulta de dividir un euro en cent parts iguals, tenim una primera connexió entre l'expressió 2,38 i les fraccions:

$$2{,}38 = 2 + \frac{38}{100} = \frac{238}{100}$$ És el mateix que 238 cèntims d'euro.

Exemple: En alguns carrers de les ciutats i pobles hi posen panells que ens informen de la temperatura ambiental. En dies calorosos, la temperatura pot arribar, per exemple, fins als 37,4°. Aquesta temperatura és superior a 37° i inferior a 38°.

La temperatura exacta del carrer és de 37° més 4 dècimes de grau, és a dir, 37° més el que resulta de dividir un grau en deu parts iguals i prendre'n quatre d'aquestes:

$$37{,}4 = 37 + \frac{4}{10}$$

Exemple: Si pesen en una balança la fruita que hem escollit i veiem que el seu pes és de 1,692 kg sabrem que tenim més d'un quilogram de fruita i menys de 2 kg.

La quantitat exacta és un quilogram més 692 mil·lèsimes de kg. Una mil·lèsima de quilogram -que rep el nom de gram- és cadascuna de les porcions de quilogram que resulten de dividir un quilogram en mil parts iguals.

$$1{,}692 = 1 + \frac{692}{1000} = \frac{1692}{1000}$$

Aquesta igualtat ens indica que 1,692 kg és el mateix que 1692 mil·lèsimes de kg, és a dir, 1692 grams.

En les tres situacions anteriors han aparegut **nombres decimals**.

Un nombre decimal consta de dues parts: la seua **part sencera**, que és el nombre que es troba a l'esquerra de la coma; i la seua **part decimal**, que es troba a la dreta de la coma.

Com es pot apreciar, la part sencera d'un nombre decimal recull certa quantitat d'unitats completes, mentre que la seua part decimal assenyala el nombre de porcions que s'han d'afegir, porcions que resulten de dividir una unitat en 10, 100, 1000, etc, parts iguals segons tinguem respectivament, 1, 2, 3, etc, xifres decimals.

És per aquest motiu que un nombre decimal està connectat amb les descomposicions de fraccions el denominador de les quals és potència del nombre 10.

Exemples: $2{,}9 = 2 + \frac{9}{10}$ $\qquad$ $2{,}09 = 2 + \frac{9}{100}$

$0{,}3 = 0 + \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$ $\qquad$ $0{,}035 = 0 + \frac{35}{1000} = \frac{35}{1000}$

Conversió d'una expressió decimal a fracció.

Ja hem vist que una expressió decimal és converteix en la fracció el numerador de la qual coincideix amb el nombre decimal, després d'eliminar la coma, i el denominador és el nombre 1 seguit de tants zeros com xifres tenia la part decimal del nombre en qüestió.

Exemples: $73{,}18 = 73 + \frac{18}{100} = \frac{7318}{100}$ $\qquad$ $3{,}90 = 3 + \frac{90}{100} = 3 + \frac{9}{10} = 3{,}9$

Suma i resta d'expressions decimals.

Per a sumar o restar nombres decimals, n'hi ha prou amb que les parts decimals dels números tinguen el mateix nombre de xifres.

Si no és així en un principi, afegim els zeros que siguen necessaris per a que es complisca.

Exemples: 24,7 + 83,15 = 24,70 + 83,15 = 107,85

53,39 + 56 = 53,39 + 56,00 = 109,39 $\qquad$ 82,53 – 9,72 = 72,81

7,71 – 5,3 = 7,71 – 5,30 = 2,41 $\qquad$ 23 – 16,32 = 23,00 – 16,32 = 6,68

Al resultat de la suma o la resta se li posa la coma per a convertir-lo en expressió decimal.

La part decimal ha de tenir la mateixa llargada que a les expressions decimals sumades.

Producte d'expressions decimals.

- Multiplicar els números en primer lloc, ignorant la coma que tenen cadascun d'ells.
- Al resultat d'aquest producte li posem una coma per a obtenir l'expressió decimal amb una part decimal de longitud igual a la suma de les quantitats de xifres decimals que tenen les expressions decimals multiplicades.

Divisió d'expressions decimals.

① Per a **dividir un nombre decimal entre un nombre enter**, es fa la divisió com si tots foren nombres enters i, en baixar la xifra de les dècimes, es col·loca la coma en el quocient.

Exemple:
45,35 : 2

```
4  5,  3  5 | 2
0  5        | 2 2, 6 7
   1  3
      1  5
         1
```

② Per a **dividir dos nombres decimals**:

- Es multipliquen el dividend i el divisor per la unitat seguida de tants zeros com xifres decimals tinga el divisor, per a convertir-lo en un nombre enter.
- Es calcula la divisió i es col·loca la coma en el quocient en baixar la xifra de les dècimes del dividend.

Exemples:
2,98 : 0,4 = 29,8 : 4

```
2  9,  8     | 4
0  1  8     | 7, 4 5
      2  0
         0
```

Dividir entre 10, 100, 1000 ... o 0,1; 0,01; 0,001 ...

③ Per a **dividir un nombre decimal entre 10, 100, 1000...**, es desplaça la coma cap a l'esquerra 1, 2, 3... llocs, respectivament.

Exemples: 24,7 : 10 = 2,47 58,4 : 100 = 0,584

④ Per a **dividir un nombre decimal entre 0,1; 0,01; 0,001...**, es desplaça la coma cap a la dreta 1, 2, 3... llocs, respectivament.

Exemples: 24,7 : 0,1 = 247 58,4 : 0,01 = 5840

Tipus d'expressions decimals.

Els decimals poden ser:

- **Exactes** si el nombre de xifres decimals és limitat

  Exemple: 1,75

- **Periòdics** si en la part decimal hi ha un grup de xifres que es repeteixen indefinidament, anomenades període. S'indica amb un arc damunt. Poden ser:
  - **Periòdic pur** si tota la part decimal és periòdica.

    Exemple: 2,33... = $2,\overline{3}$
  - **Periòdic mixt** si hi ha xifres decimals que no es repeteixen davant del període.

    Exemple: 2,1666 = $2,1\overline{6}$

Aproximacions, truncaments i arredoniments.

Són molt freqüents les circumstàncies en les que apareixen aproximacions, habitualment de nombres decimals.

- Si paguem amb un bitllet de 50 € una compra de 32,69 €, esperem un canvi de 17,31 €.
  Si a la caixa no hi ha monedes d'un cèntim, ens proposaran que donem per bon un canvi de 17,30 €. És una **aproximació a la baixa**.
- Si fem una compra que val 12,44 € i paguem 12,45 € estem fent una **aproximació a l'alça**.

Una manera de realitzar una aproximació a la baixa d'un número decimal és el **truncament**. Consisteix en decidir les xifres decimals que volem i eliminar les restants a partir de la xifra triada.

Exemple: Si trunquem el número 12,3763 ... a. En les centèsimes → 12,37

b. En les mil·lèsimes → 12,376

Exemple: Si tenim el número decimal periòdic $7,\overline{49}$

a. I el trunquem en les dècimes, ens trobem amb l'aproximació 7,4

b. En truncar-lo en el cinquena xifra decimal obtenim 7,49494

Una altra forma de realitzar una aproximació és a través d'un **arredoniment**.

Aquest consisteix en decidir quantes xifres decimals va a tenir l'aproximació, realitzar el truncament oportú i, segons quina siga la primera xifra decimal no considerada, mantenir o incrementar en una unitat la part decimal del truncament. El criteri per a efectuar o no aquest increment, és el següent:

- Quan la primera xifra decimal eliminada és 0, 1, 2, 3 o 4, l'arredoniment coincideix amb el truncament.
- Si la primera xifra decimal no considerada és un 5, 6, 7, 8 o 9, l'arredoniment s'obté en incrementar en una unitat la part decimal del truncament.

Exemple: Si arredonim el número decimal 12,3763

a. Fins a les centèsimes, apareix l'aproximació 12,38

b. Fins a les mil·lèsimes, surt 12,376

Exemple: Disposem del número decimal periòdic $7,\overline{49}$

a. Si l'arredonim a les dècimes, ens trobem amb l'aproximació 7,5

b. En arredonir a la cinquena xifra decimal obtenim 7,49495

c. I si s'arredoneix fins a les centèsimes, resulta 7,49

Sistemes de mesura. Magnitud.

Una magnitud és una característica que es pot mesurar i expressar quantitativament, és a dir, mitjançant un número.

Una magnitud es mesura comparant-la amb un patró que tinga ben definida aquesta magnitud i observant el nombre de vegades que el conté. A aquest patró l'anomenem **unitat de mesura**.

Una mateixa magnitud es pot expressar amb diferents unitats de mesura.

Exemple: La longitud és una magnitud i es pot expressar en quilòmetres, metres, centímetres, milles, ... Es pot dir que algú mesura 1,52 metres, 152 centímetres, 59,76 polzades, ...

No es pot dir que algú mesura 2 alçades... ja que l'alçada és la magnitud no la unitat.

Sistema internacional d'unitats (SI).

Per a poder comparar el valor de diverses magnituds hem d'utilitzar la mateixa unitat de mesura.

Exemple: Si mesuro la taula de casa en centímetres i una altra de classe en polzades, no les poden comparar.

Per a facilitar l'intercanvi científic, cultural i comercial, en gairebé tots els països s'ha adoptat el **Sistema Internacional d'Unitats** (SI) com a sistema de mesures.

També se'l coneix com a **sistema mètric** o simplement **sistema internacional**.

Algunes de les unitats que s'utilitzen per a les diferents magnituds són:

Longitud	Superfície	Volum	Massa	Temps
METRE (m)	METRE QUADRAT (m^2)	METRE CÚBIC (m^3)	QUILOGRAM (kg)	SEGON (s)

El *segon*, que és una mesura fonamental del Sistema Internacional d'Unitats, no és decimal (100 segons no són una hora ni un minut).

En canvi, en la resta de casos, per a passar d'una unitat a una altra que siga múltiple o submúltiple, cal multiplicar per una potència de deu.

És per això que, en ocasions, es parla del **Sistema Mètric Decimal**.

En general, els múltiples i submúltiples de la unitat principal s'anomenen afegint prefixes (quilo, centi, deca ...).

Són **unitats fonamentals** la massa (kg), el temps (s) i la longitud (m).

Altres són **unitats derivades**, com de superfície (metre quadrat), de volum (metre cúbic) o per exemple, la velocitat que es pot mesurar en quilòmetres per hora (km/h).

Unitats de longitud.

El metre és una unitat de mesura de longitud i es representa amb una m.

Els seus múltiples i submúltiples principals són:

Múltiples			Unitat	Submúltiples		
Quilòmetre	**Hectòmetre**	**Decàmetre**	**Metre**	**Decímetre**	**Centímetre**	**Mil·límetre**
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 km = 1000 m	1 hm = 100 m	1 dam = 10 m	1 m	1 dm = 0,1 m	1 cm = 0,01 m	1 mm = 0,001 m

Existeixen altres múltiples i submúltiples:

Micròmetre (µm)	1 µm = 0,001 mm = 0,000 001 m
Nanòmetre (nm)	1 nm = 0,001 µm = 0,000 000 001 m
Àngstrom (Å)	1 Å = 0,1 nm = 0,000 000 000 1 m

Exemples: - El diàmetre d'un pèl és aproximadament d'1 mm.

- Un espermatozoide mesura 53 µm i un glòbul roig 7 µm.
- Els microxips electrònics estan compostos de transistors que mesuren 22 nm.
- L'àtom més menut, el d'hidrogen, té aproximadament 1 Å de diàmetre.

Unitats de superfície.

El metre quadrat és la unitat de mesura de superfície i es representa per m^2.

És una unitat derivada del metre. No és una unitat fonamental.

Múltiples			Unitat	Submúltiples		
Quilòmetre quadrat	**Hectòmetre quadrat**	**Decàmetre quadrat**	**Metre quadrat**	**Decímetre quadrat**	**Centímetre quadrat**	**Mil·límetre quadrat**
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1 km^2 = 1 000000 m^2	1 hm^2 = 10 000 m^2	1 dam^2 = 100 m^2	1 m^2	1 dm^2 = 0,01 m^2	1 cm^2 = 0,0001 m^2	1 mm^2 = 0,000001 m^2

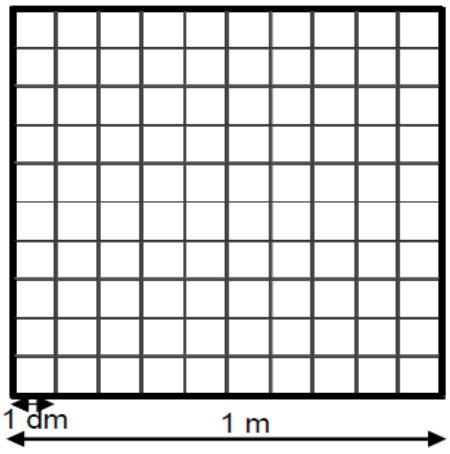
Exemples:

- Un pis sol mesurar entre 65 m^2 i 100 m^2.
- Un camp de futbol per a partits internacionals mesura entre 64 dam^2 i 82,5 dam^2.
- La província espanyola de menor superfície és Guipúscoa amb 1980 km^2.
- L'estat de la Unió Europea amb major superfície és França, amb 547 030 km^2.

Un metre quadrat és la superfície que té un quadrat d'1 m de costat.

Si es divideix cadascun dels costats d'un quadrat d'1 m en 10 parts iguals, s'obtenen segments d'1 dm cadascun.

Si s'uneixen, s'obtenen 100 quadrats d'1 dm de costat. És a dir, en el metre quadrat hi ha 100 dm^2.



Per a realitzar **canvis d'unitats de superfície** hem de multiplicar o dividir per cent tantes vegades com siga necessari.

km^2 ·100 → ← :100 **hm^2** ·100 → ← :100 **dam^2** ·100 → ← :100 **m^2** ·100 → ← :100 **dm^2** ·100 → ← :100 **cm^2** ·100 → ← :100 **mm^2**

Cal desplaçar la coma cap a la dreta (per a multiplicar) o cap a l'esquerra (per a dividir) de dos en dos xifres.

Unitats agràries.

Són unitats que no pertanyen al Sistema Internacional però s'utilitzen per a mesurar superfícies rurals, boscos, plantacions, ...

- L'**Àrea** 1 a = 100 m^2 = 1 dam^2
- L'**hectàrea** 1 ha = 100 a = 100 dam^2 = 1 hm^2

Unitats de volum.

El metre cúbic és la unitat de mesura de volum i s'expressa amb m^3.

És una unitat derivada del metre i els seus múltiples i submúltiples principals són:

Múltiples			Unitat	Submúltiples		
Quilòmetre cúbic	**Hectòmetre cúbic**	**Decàmetre cúbic**	**Metre cúbic**	**Decímetre cúbic**	**Centímetre cúbic**	**Mil·límetre cúbic**
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
1 km^3 = 1 000000000 m^3	1 hm^3 = 1000 000 m^3	1 dam^3 = 1000 m^3	1 m^3	1 dm^3 = 0,001 m^3	1 cm^3 = 0,000001 m^3	1 mm^3 = 0,000000001 m^3

- El consum d'aigua i de gas en les factures es mesura en m^3.

  Una persona consum de mitjana 4,5 m^3 d'aigua al mes.
- El tercer pantà més gran del món és el Bratsk, a Rússia, amb una capacitat de 169 270 hm^3.
- La capacitat total dels embassaments d'Espanya és de 55 km^3.

Per a realitzar canvis d'unitats de volum hem de multiplicar o dividir per mil tantes vegades com siga necessari. Això es fa desplaçant la coma cap a la dreta (per a multiplicar) o cap a l'esquerra (per a dividir) de tres en tres xifres.

km^3 $\overset{\cdot 1000}{\rightarrow}$ $\underset{:1000}{\leftarrow}$ **hm^3** $\overset{\cdot 1000}{\rightarrow}$ $\underset{:1000}{\leftarrow}$ **dam^3** $\overset{\cdot 1000}{\rightarrow}$ $\underset{:1000}{\leftarrow}$ **m^3** $\overset{\cdot 1000}{\rightarrow}$ $\underset{:1000}{\leftarrow}$ **dm^3** $\overset{\cdot 1000}{\rightarrow}$ $\underset{:1000}{\leftarrow}$ **cm^3** $\overset{\cdot 1000}{\rightarrow}$ $\underset{:1000}{\leftarrow}$ **mm^3**

El litre.

La capacitat és la mateixa magnitud que el volum, per tant es mesura la capacitat d'un recipient amb el metre cúbic i els seus derivats. El litre s'utilitza per raons històriques, i no pertany al Sistema internacional d'unitats. És una unitat molt utilitzada per a mesurar la capacitat dels recipients.

Múltiples			Unitat	Submúltiples		
Quilolitre	**Hectolitre**	**Decalitre**	**Litre**	**Decilitre**	**Centilitre**	**Mil·lilitre**
kL	hL	daL	L	dL	cL	mL
1 kL = 1000 L	1 hL = 100 L	1 daL = 10 L	1 L	1 dL = 0,1 L	1 cL = 0,01 L	1 mL = 0,001 L

- Una botella d'aigua gran té una capacitat d'1,5 L.
- Una llauna de refresc té una capacitat de 33 cL.
- Una dosi típica de xarop sol ser de 5 mL.
- En una dutxa de cinc minuts s'utilitzen uns 90 L d'aigua.

Per a realitzar canvis d'unitats de capacitat hem de multiplicar o dividir per deu tantes vegades com siga necessari. Igual que amb els metres, ja que la unitat no està elevada ni al quadrat ni al cub.

kL ·10 → ← :10 **hL** ·10 → ← :10 **dL** ·10 → ← :10 **L** ·10 → ← :10 **dL** ·10 → ← :10 **cL** ·10 → ← :10 **mL**

Relació entre litres i m^3.

Els litres es relacionen amb les unitats de volum per què:

$1\ kL = 1\ m^3$ $1\ L = 1\ dm^3$ $1\ mL = 1\ cm^3$

kL ·10 → ← :10 **hL** ·10 → ← :10 **dL** ·10 → ← :10 **L** ·10 → ← :10 **dL** ·10 → ← :10 **cL** ·10 → ← :10 **mL**

m^3 ·1000 → ← :1000 **dm^3** ·1000 → ← :1000 **cm^3**

Unitats de massa.

El quilogram és la unitat de mesura de massa i es representa amb kg.

La primera definició de quilogram es va decidir durant la Revolució Francesa i especificava que era la massa d'un dm^3 (un litre) d'aigua destil·lada al nivell del mar. Avui en dia es defineix com la massa que té el prototip internacional, compost d'un aliatge de platí i iridi que es conserva a l'Oficina Internacional de Pesos i Mesures.

- En un entrepà s'hi solen posar uns 40 g de formatge.
- La massa d'un cotxe buit és d'uns 1200 kg.
- Un elefant africà pot pesar fins a 7,5 t. Una balena blava, 120 t.

Els seus submúltiples són:

Unitat			**Submúltiples**			
Quilogram	**Hectogram**	**Decagram**	**Gram**	**Decigram**	**Centigram**	**Mil·ligram**
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1 kg = 1000 g	1 hg = 100 g	1 dag = 10 g	1 g	1 dg = 0,1 g	1 cg = 0,01 g	1 mg = 0,001 g

El múltiple més utilitzat del kilogram és la **tona** (t): **1 t = 1000 kg**

Per a realitzar canvis d'unitats de massa hem de multiplicar o dividir per deu tantes vegades com siga necessari. Això es fa desplaçant la coma cap a la dreta (per a multiplicar) o a l'esquerra (per a dividir) tantes vegades com vulguem multiplicar o dividir per deu.

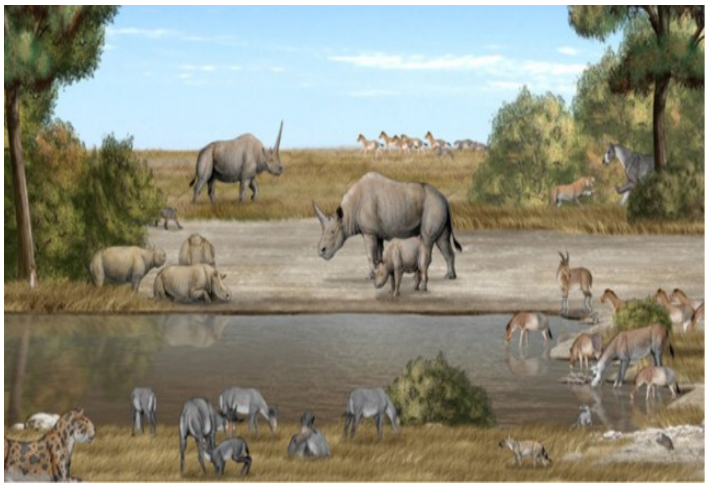
kg ·10 → / ← :10 **hg** ·10 → / ← :10 **dg** ·10 → / ← :10 **g** ·10 → / ← :10 **dg** ·10 → / ← :10 **cg** ·10 → / ← :10 **mg**

7 ECOSISTEMA PARAL·LEL

MATÈRIA BIOLÒGICA	(PARÈNTESI MATEMÀTIC)
1. Ecosistema. Biòtop i biocenosi. 2. Factors abiòtics. • Adaptacions dels éssers vius. 3. Factors biòtics. • Relacions intraespecífiques. • Relacions interespecífiques. 4. Cadenes i xarxes tròfiques.	**GEOMETRIA** - Elements del pla -Punts, rectes, semirectes i segments - Angles: tipus, mesura, suma i resta, bisectriu - Polígons - Elements i classificació - Circumferència i cercle - Elements, posicions relatives i propietats importants - Triangles - Rectes i punts notables - Quadrilàters - Perímetres i àrees de polígons - Àrea del quadrat i del rectangle - Àrea del paral·lelogram i del triangle - Teorema de Pitàgores - Àrea del trapezi, rombe i romboide - Àrea de polígons regulars - Àrea de polígons irregulars - Perímetres i àrees de figures circulars - Longitud d'una circumferència - Longitud d'un arc de circumferència - Àrea del cercle

MATÈRIA BIOLÒGICA _ 7 ECOSISTEMA PARAL·LEL

1. Ecosistema. Biòtop i biocenosi.



La Terra és l'únic planeta conegut fins al moment que allotja vida. Els éssers vius que l'habiten interaccionen entre ells de diverses maneres i també amb l'entorn físic en el qual viuen.

Un **ecosistema** és un sistema natural format pel conjunt d'éssers vius que viuen en un lloc determinat, el medi en el qual habiten i les relacions que s'estableixen entre ells.

S'anomena **biocenosi** al conjunt d'organismes vius d'un ecosistema concret, i **biòtop** a totes les condicions ambientals físiques i químiques de la zona en què viuen.

ECOSISTEMA = BIÒTOP + BIOCENOSI

En un ecosistema es produeix un intercanvi de matèria i energia continu entre el biòtop i la biocenosi.

2. Factors abiòtics.

Els factors abiòtics són els elements del medi ambient que no estan vius, és a dir, els que determinen el biòtop.

Són factors abiòtics el sòl, la humitat, la temperatura, la llum...

Aquests factors influeixen directament en la presència i característiques dels éssers vius en els diferents ecosistemes. Les estructures que han desenvolupat els organismes i les estratègies vitals que els permeten viure en les millors condicions possibles, s'anomenen **adaptacions**.

Adaptacions dels éssers vius.

- A les **temperatures baixes**: durant els hiverns extrems, alguns animals redueixen el seu metabolisme i entren en estat d'hibernació.

  Molts arbres perden les fulles per evitar la congelació i altres plantes formen bulbs subterranis per a superar les temperatures sota zero.

- A la **manca d'aigua**: les plantes adaptades a climes extremadament secs, tenen les fulles en forma d'espina per evitar la pèrdua d'aigua per transpiració.

  Animals com els artròpodes tenen un exoesquelet dur per evitar la dessecació.

- A l'**absència de llum**: molts animals adaptats a la vida subterrània no tenen ulls o els tenen molt atrofiats.

  En zones selvàtiques, algunes plantes creixen damunt dels arbres per arribar a la llum.

- A l'**escassetat de nutrients**: les plantes carnívores obtenen sals minerals dels insectes, ja que habiten en sòls pobres en nutrients minerals.

3. Factors biòtics.

Els factors biòtics, o components vius, són els éssers vius que habiten en un medi ambient determinat així com les relacions que hi ha entre tots ells.

Les relacions que es donen entre els éssers vius són de dos tipus diferents, depenent de si es donen només entre membres d'una mateixa espècie, o si es donen entre organismes d'espècies diferents.

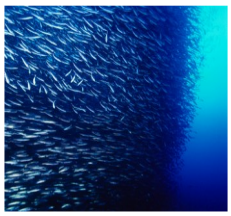
Relacions intraespecífiques.

El conjunt d'éssers vius d'una mateixa espècie que comparteixen un mateix hàbitat s'anomena **població**.

Les relacions o associacions que es donen entre membres d'una mateixa espècie (és a dir, d'una mateixa població) s'anomenen **relacions intraespecífiques.**

Són exemples de relacions intraespecífiques:

1. **Família**: hi ha relació de parentiu entre els individus.



- **Monògama**: conviuen un mascle, una femella i les cries.
- **Polígama**: conviu un mascle amb més d'una femella, i les cries.
- **Filial**: conviuen tots els descendents junts. Ex. Banc de peixos

2. **Colònia**: tots els descendents d'un mateix progenitor viuen junts encara que no hi ha col·laboració entre ells. Ex. Coralls.

3. Població **estatal** o **social**: hi ha repartiment de les tasques, cada organisme compleix una funció concreta dins l'estat. Ex. Formigues i abelles.

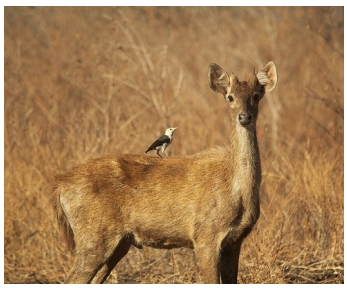
4. Població **gregària**: tots els organismes es desplacen junts per a protegir-se. Ex. Grans herbívors de la sabana com els nyus o les gaseles.

5. **Competència** intraespecífica, per exemple per esdevenir el mascle dominant.

Relacions interespecífiques.

Les relacions o associacions que es donen entre membres d'espècies diferents s'anomenen **relacions interespecífiques** i poden ser perjudicials o beneficioses.

1. **Competència**: hi ha competició pels mateixos recursos d'un ecosistema. Tots surten perjudicats.



2. **Depredació**: un individu (depredador) en mata a un altre (presa).

Ex. Granota i mosca.

3. **Comensalisme**: un individu es beneficia d'un altre que no en surt ni beneficiat ni perjudicat.

Ex. Tauró i el peix rèmora.

4. **Mutualisme**: dos individus en surten beneficiats.

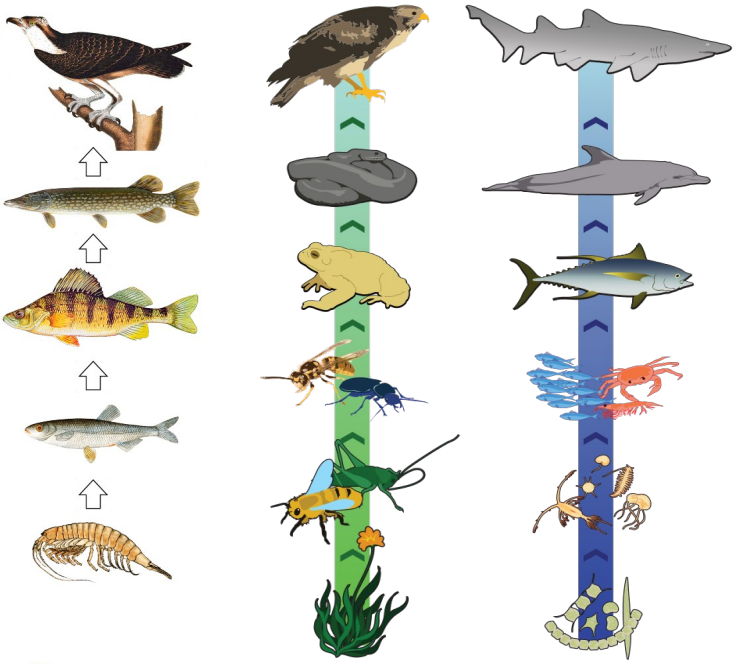
Exemples: les plantes angiospermes i els insectes pol·linitzadors; el peix pallasso i l'anemone.

La **simbiosi** és un cas concret de mutualisme en què la relació entre els individus és tan estreta que acaben depenent un de l'altre i ja no poden viure per separat.

Ex. Liquen.

5. **Parasitisme**: un individu (el paràsit) viu a costa d'un altre (l'hoste) que surt perjudicat. Ex. Mosquit i humans.

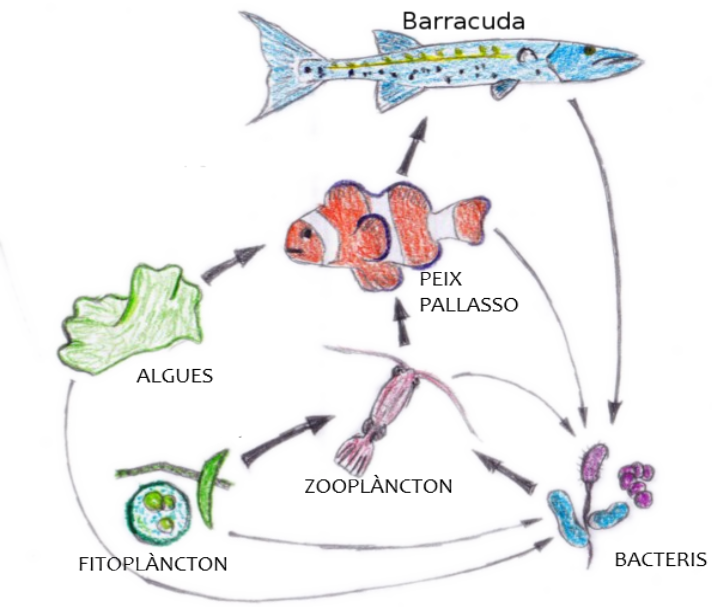
4. Cadenes i xarxes tròfiques.



Els éssers vius compleixen una funció fonamental en els ecosistemes perquè són els encarregats de distribuir l'energia i la matèria pels processos d'alimentació.

Les **cadenes** i les **xarxes tròfiques** són representacions d'aquestes relacions alimentàries que hi ha entre éssers vius (qui és menjat per qui; o qui menja a qui).

Als **nivells tròfics** també els podem anomenar **nivells alimentaris**.

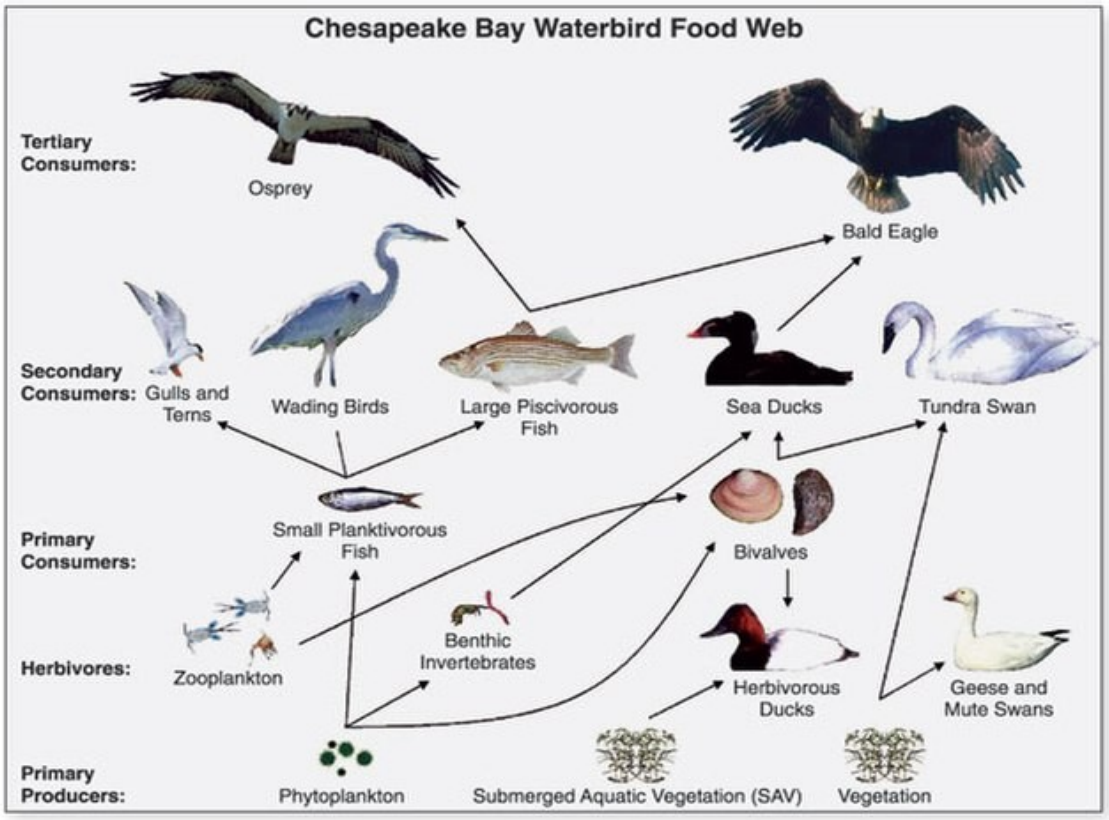


Hi ha 3 grans grups d'éssers vius, segons com i de què s'alimenten:

- **Productors**: produeixen o fabriquen els seus nutrients, generalment fent la fotosíntesi.
  Són productors els vegetals, les algues i alguns bacteris.

- **Consumidors**: són els que s'alimenten d'altres éssers vius.
  - Si s'alimenten de productors, parlem d'**herbívors.**
  - Si s'alimenten d'herbívors, parlem dels **carnívors.**

- **Descomponedors**: són els que s'alimenten descomponent altres éssers vius.
  Això ho fan els fongs i alguns bacteris.



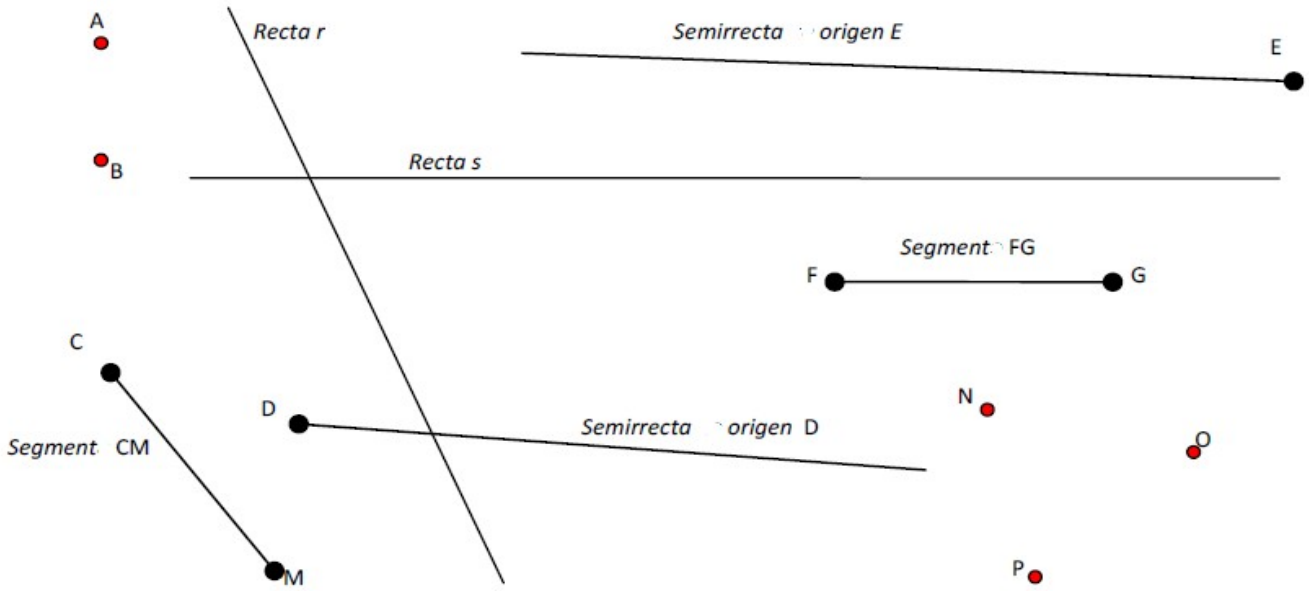
Elements del pla. Punts, rectes, semirectes i segments.

L'element més senzill del pla és el **punt**. És molt útil posar-li nom i per a això s'utilitzen les lletres majúscules A, B, C, ...

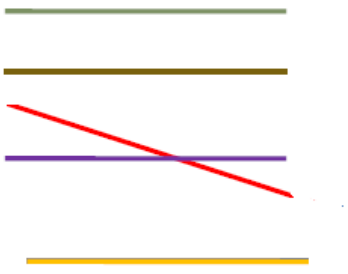
La **recta** també és un objecte elemental del pla. Constitueix una successió infinita de punts alineats en una mateixa direcció. Les rectes s'anomenen amb lletres minúscules *r, s, t,* ...

Una **semirecta** és cadascuna de les parts en les que queda dividida una recta per un punt que pertany a ella. El punt es denomina **origen**. Les semirectes s'anomenen amb lletres minúscules o en referència al seu origen: semirecta d'origen O, semirecta *p*, ...

Un **segment** és la porció de recta compresa entre dos punts de la mateixa. Els punts s'anomenen **extrems**. Els segments s'anomenen mitjançant els seus extrems, per exemple: el segment $\bar{AB}$.



Rectes paral·leles i secants.



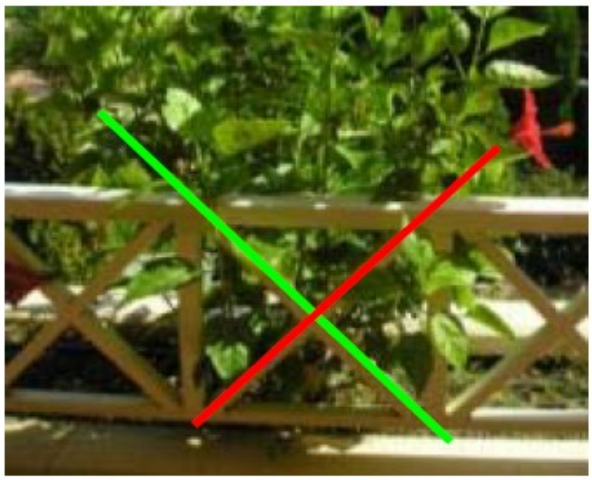
Rectes **paral·leles**: no tenen cap punt en comú.

Rectes **secants**: tenen un únic punt en comú.

Rectes **coincidents**: tots els seus punts són comuns.

Per un punt *P* exterior a una recta *r* només es pot traçar una recta paral·lela a ella i infinites secants.

Exemple: al nostre voltant trobem objectes quotidians en els que s'aprecien rectes paral·leles i secants.



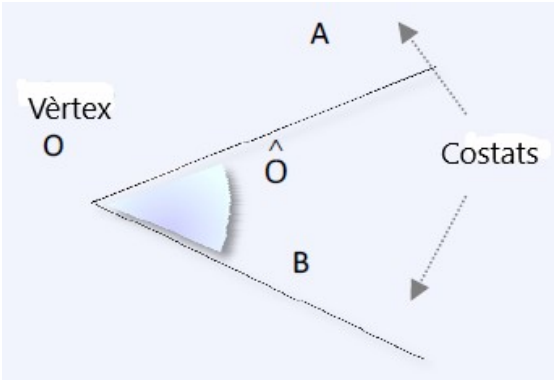
Angles.

Tipus d'angles.

S'anomena angle a la regió del pla limitada per dues semirectes amb un origen comú. Les semirectes que el limiten s'anomenen **costats** i l'origen **vèrtex**.

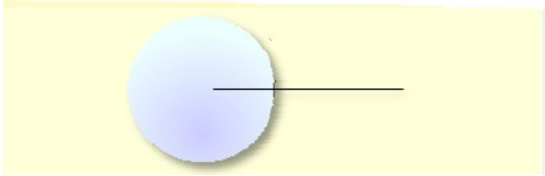
Per a anomenar un angle podem utilitzar una sola lletra o bé tres, que seran els noms dels tres punts: el primer i l'últim punts sobre els costats de l'angle i el central el vèrtex. En ambdós casos es col·loca damunt el símbol ^ :

Exemple. En l'angle del dibuix: $\hat{O} = A\hat{O}B$



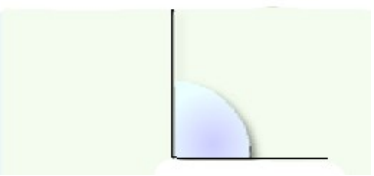
Es defineixen tres angles associats a semirectes especials que ens serviran tant com a referència per a classificar els altres, com per a definir una de les mesures angulars més utilitzades. Ens referim a **angles complets**, **plans** i **rectes**.

Angle complet:
definit per dues semirectes iguals.

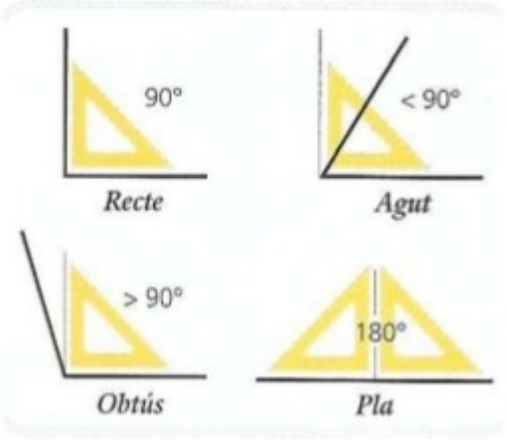


Angle pla:
és la meitat d'un angle complet

Angle recte:
és la meitat d'un angle pla



Un angle, segons la seva amplada, pot ser



S'anomenen angles **consecutius** dos angles que tenen el mateix vèrtex i un costat comú. Un cas particular són els angles **adjacents** que són angles consecutius els costats no comuns dels quals formen un angle pla.

S'anomenen angles **oposats pel vèrtex** als angles que tenen el mateix vèrtex i els costats d'un dels angles són semirectes oposades als costats de l'altre. Els angles oposats pel vèrtex són iguals.

Mesura d'angles.

Per a mesurar angles utilitzem l'anomenat **sistema sexagesimal**.

La unitat de mesura és el **grau sexagesimal**.

Es representa amb el símbol ° i es defineix com $\frac{1}{360}$ d'un angle complet. $1^\circ = \frac{1}{360}$

El grau sexagesimal té dos divisors:

Minut	1 minut = 1' = $\frac{1}{60}$	part d'un grau
Segon	1 segon = 1'' = $\frac{1}{60}$	part d'un minut

Si un angle ve expressat en dues o tres d'aquestes unitats, es diu que està expressat de **forma complexa**. En la **forma incomplexa** de la mesura d'un angle apareix una sola unitat.

El pas d'una forma a altra es realitza mitjançant multiplicacions o divisions per 60, segons s'haja de transformar una unitat de mesura d'angles en la unitat immediata inferior o superior.

Un angle complet = 360°

Un angle pla = 180°

Un angle recte = 90°

1° = 60 minuts = 3600 segons

1 minut = 60 segons

Exemple: Forma complexa: A = 12° 40' 32'' B = 13' 54'' C = 120° 23''

Forma incomplexa: D = 35000'' E = 23° F = 34'

Exemple: passarem l'angle D de l'exemple anterior a forma complexa:

3	5	0	0	0	|	6 0		5	8	3'	|	6 0	
	5	0	0			**5 8 3'**			**4**	**3'**		**9º**	
		2	0	0									
			2	**0''**									

D = 35000'' = 583' 20'' = 9° 43' 20''

Exemple: A = 12° 23' 10'' = 12 · 3600'' + 23 · 60'' + 10'' = 44590''

Suma i resta d'angles en el sistema sexagesimal.

Per a sumar angles expressats en el sistema sexagesimal:

① Es col·loquen els sumands fent coincidir graus, minuts i segons.

② Després se sumen les quantitats corresponents a cada unitat.

③ Si els segons sobrepassen 60, es transformen en minuts i es sumen als minuts resultants de la primera fase de la suma.

④ Si els minuts sobrepassen 60, els transformem en graus i es sumen als graus obtinguts abans.

Exemple:

	24°	43'	29''		77''	|	60		73'	|	60	
+	45°	29'	48''		**17''**		1'		**13'**		1°	
	69°	72'	77''		Nº minuts = 72' + 1' = 73'				Nº graus = 69° + 1° = 70°			

24° 43' 29'' + 45° 29' 48'' = 69° 72' 77'' = 69° 73' 17'' = **70° 13' 17''**

Per a restar dades de mesura d'angles, angles expressats en el sistema sexagesimal, es col·loquen el minuend i el subtrahend fent coincidir graus, minuts i segons, i després restem.

Si en alguna columna el minuend és menor que el subtrahend, es passa una unitat immediatament superior a la que presente el problema per a que la resta siga possible.

Exemple:

	65°	48'	50''	
-	45°	29'	48''	65° 48' 50'' - 45° 29' 48'' = **20° 19' 2''**
	20°	19'	2''	

Exemple:

	38°	12'	14''			37°	72'	14''		37°	71'	74''
-	15°	15'	15''	→	-	15°	15'	15''	→	- 15°	15'	15''
										22°	**56'**	**59''**

S'anomenen **angles complementaris** a dos angles la suma dels quals és un angle recte (90°).

S'anomenen **angles suplementaris** a dos angles la suma dels quals és un angle pla (180°).

Exemple: l'angle $\hat{A}$ = 12° és el complementari de l'angle $\hat{B}$ = 78°
i el suplementari de l'angle $\hat{C}$ = 168°

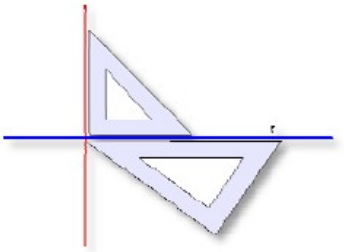
Exemple gràfic.

Rectes perpendiculars. Mediatrius d'un segment.

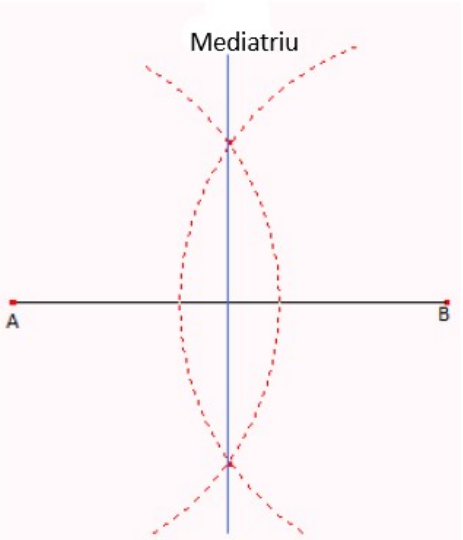
Dues rectes són perpendiculars si formen un angle recte.

És un cas especial de rectes secants.

Per a construir una recta perpendicular a una recta donada *r*, s'adapta un cartabó a *r* i sobre ell es recolza un dels costats que forma l'angle recte (catet) de l'esquadra. L'altre catet de l'esquadra ens serveix per a traçar la recta.



La **mediatriu** d'un segment AB és la recta perpendicular a AB traçada des del punt mig.

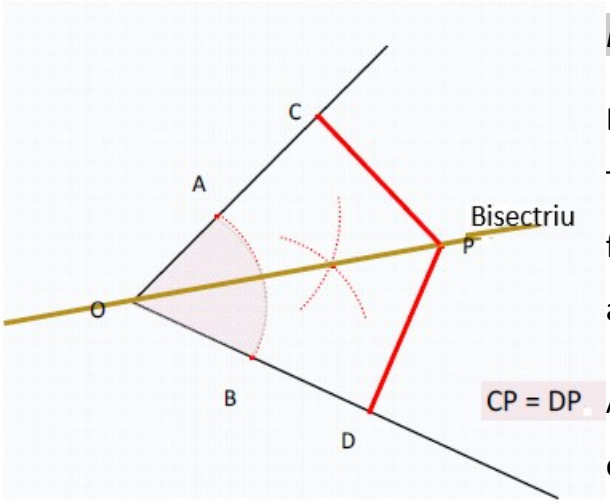


Amb un compàs i una regla es pot traçar la mediatriu:

- Es dibuixa el segment AB.
- Amb centre en A i radi R major que la meitat del segment, es traça un arc que talle el segment AB.
- Amb el mateix radi es traça un arc de centre en B.
- S'uneixen els punts comuns dels dos arcs. La recta resultant és la mediatriu.

Bisectriu d'un angle.

La bisectriu d'un angle és la recta que passa pel vèrtex de l'angle i el divideix en dues parts iguals.



Exemple. En la figura adjunta es pot observar que CP = DP.

Es traça un arc fent centre en O i surten dos punts: A i B. Tot seguit, amb centres en A i B respectivament i amb radi fix major que la meitat de la distància AB, tracem dos arcs.

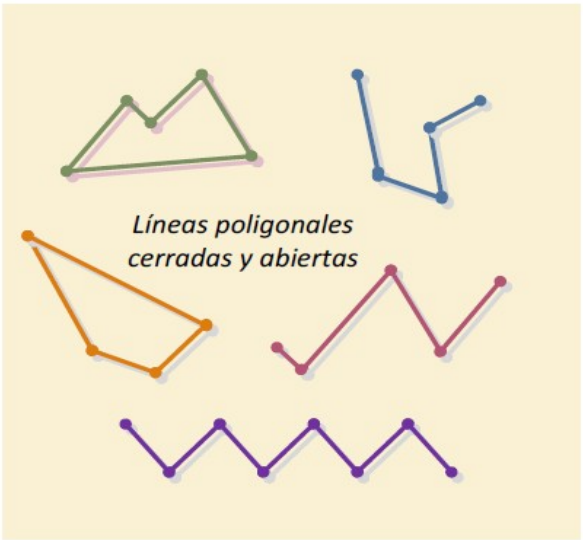
Aquests es tallen en un punt, que unit amb el vèrtex O ens dona la bisectriu.

Dues rectes secants determinen quatre angles i les seues bisectrius es tallen conformant angles rectes entre elles.

Polígons.

Una línia poligonal és un conjunt de segments consecutius. Això vol dir que el primer segment té un extrem comú amb el segon. L'extrem lliure del segon és comú amb el tercer i així successivament.
Si els segments lliures del primer i de l'últim coincideixen, la línia poligonal és tancada.
En cas contrari és oberta.

Un **polígon** és una regió del pla limitada per una línia poligonal tancada.



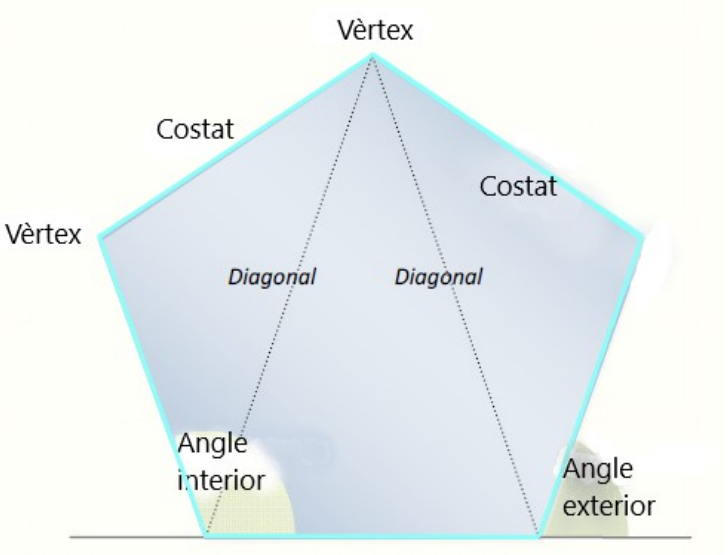
Elements d'un polígon.

S'anomena **costat** d'un polígon a cada segment que forma la línia poligonal que el limita.

Els angles limitats per dos costats consecutius són els **angles interiors** del polígon.

Els angles limitats per un costat i la prolongació del costat consecutiu són els **angles exteriors**.

Els punts on es tallen els costats s'anomenen **vèrtexs**.



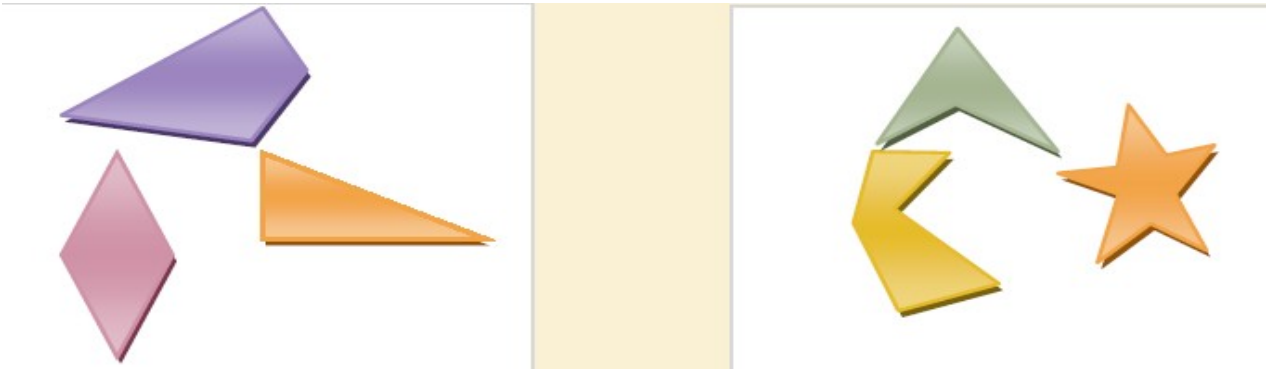
Cadascun dels segments que uneixen dos vèrtexs no consecutius s'anomena **diagonal**.

Qualsevol polígon té el mateix número de costats, d'angles interiors i de vèrtexs.

Dos polígons són iguals si tenen els costats i els angles iguals. En alguns casos n'hi ha prou amb saber que compleixen condicions menys exigents (anomenades criteris d'igualtat) per a garantir-ho.

Classificació dels polígons.

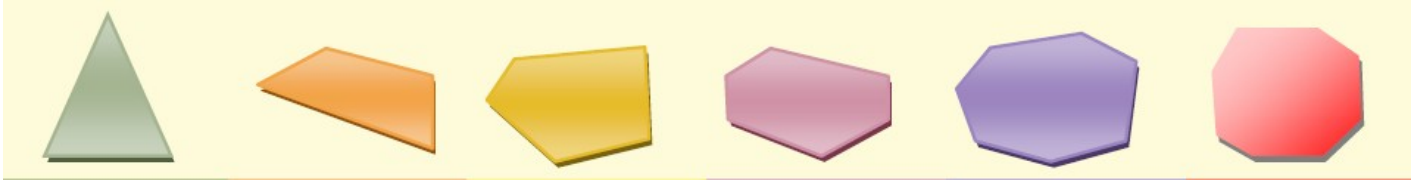
Segons els angles, els polígons es classifiquen en dos grans grups:



Convexes: tots els seus angles són convexes.

Còncaus: almenys un dels seus angles és còncau.

Segons el nombre de costats, els polígons es classifiquen en:



Triangle	**Quadrilàter**	**Pentàgon**	**Hexàgon**	**Heptàgon**	**Octògon**
Tres costats	*Quatre costats*	*Cinc costats*	*Sis costats*	*Set costats*	*Vuit costats*

Si un polígon té els seus angles iguals s'anomena **equiangle** i si té tots els costats iguals, **equilàter**.

Els polígons que tenen tots els seus angles interiors i els seus costats iguals s'anomenen **regulars**.

Els polígons regulars són, aleshores, equilàters i equiangles.

Si almenys una d'aquestes condicions no es compleix, el polígon s'anomena **irregular**.

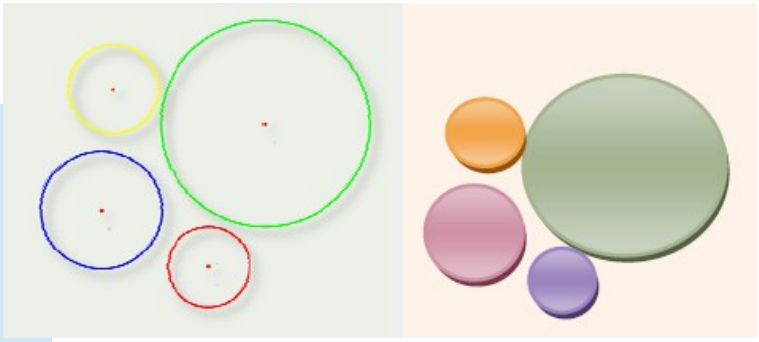
En un polígon regular apareixen nous elements:

- **Centre**: punt que equidista dels vèrtexs.
- **Radi**: segment que uneix el centre amb un vèrtex del polígon.
- **Angle central**: és el menor dels angles que determinen dos radis que uneixen vèrtexs consecutius.
- **Apotema**: segment que uneix el centre amb el punt mitjà d'un costat. L'apotema és perpendicular al costat.

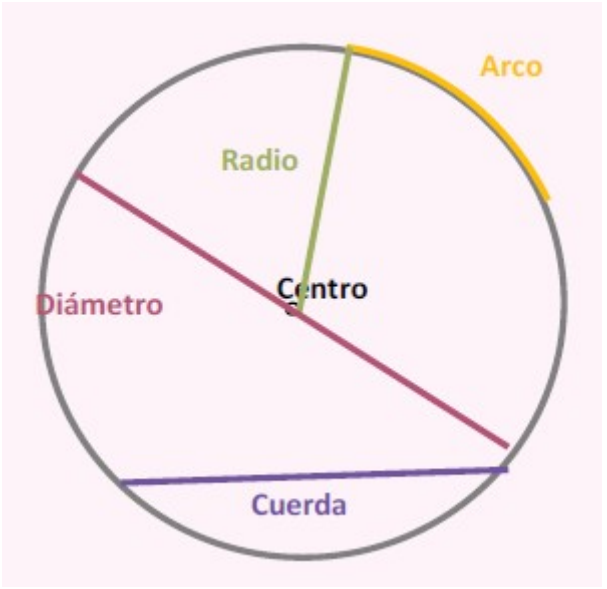
Circumferència i cercle.

La **circumferència** és una línia tancada i plana els punts de la qual equidisten d'un punt interior anomenat centre.

La porció de pla limitat per una circumferència s'anomena **cercle**.



Elements d'una circumferència.



S'anomenen elements d'una circumferència a certs punts i segments singulars de la mateixa.

El **centre** és el punt interior equidistant de tots els punts de la circumferència.

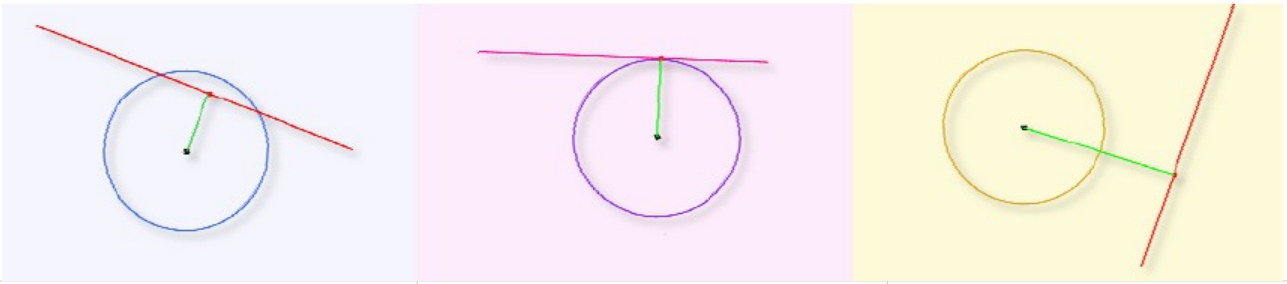
El **radi** d'una circumferència és el segment que uneix el centre de la circumferència amb un punt qualsevol de la mateixa. S'anomena amb la lletra *r* o bé amb els seus punts extrems. La mesura del radi és constant.

El **diàmetre** d'una circumferència és el segment que uneix dos punts de la circumferència i passa pel centre. El diàmetre fa el doble del radi.

Una **corda** és un segment que uneix dos punts qualssevol de la circumferència. El diàmetre és la corda de longitud màxima.

Posicions entre una recta i una circumferència.

Una recta pot tenir dos punts comuns amb una circumferència, un o cap.



SECANTS Dos punts en comú	TANGENTS Un punt en comú	RECTA EXTERIOR A LA CIRCUMFERÈNCIA

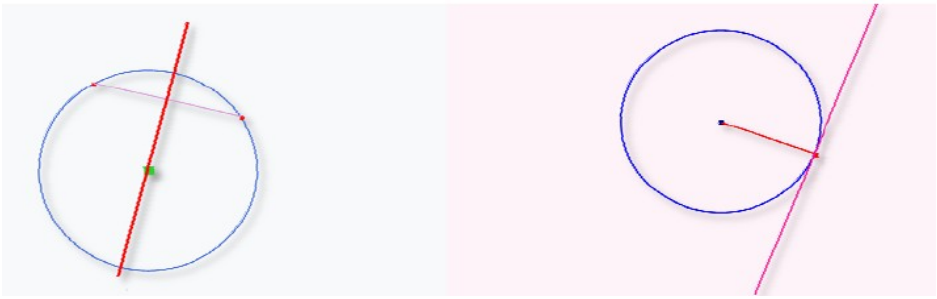
El punt comú d'una circumferència i una recta tangent s'anomena **punt de tangència**.

La distància del centre de la circumferència a una recta és menor, igual o major que el radi segons si són secants, tangents o exteriors.

Propietats importants de les circumferències i els seus elements.

Les mediatrius de totes les cordes d'una circumferència passen pel centre.

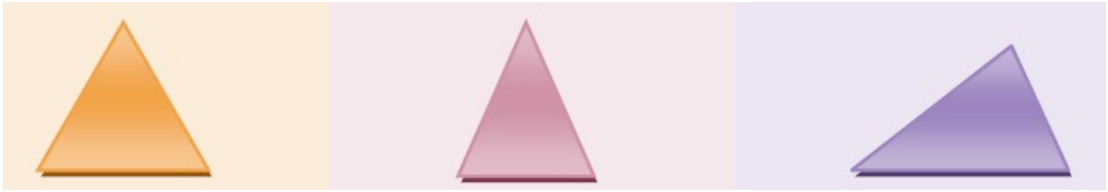
La recta tangent a una circumferència és perpendicular al radi que passa pel punt de tangència.



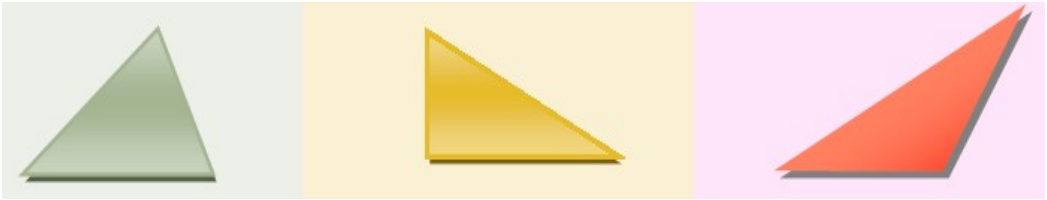
Triangles.

Un triangle és un polígon de tres costats.

Propietats fonamentals d'un triangle: La suma dels angles d'un triangle és 180º.



Segons la **mesura dels costats**:	**Equilàters** Tenen tres costats iguals.	**Isòsceles** Tenen exactament dos costats iguals	**Escalens** Els tres costats són desiguals.



Segons els **angles**:	**Acutangle** Tenen tres angles aguts.	**Rectangle** Tenen un angle recte.	**Obtusangle** Tenen un angle obtús.

En un triangle rectangle els costats que formen l'angle recte s'anomenen **catets** i el tercer s'anomena **hipotenusa**.

- Els angles aguts d'un triangle rectangle són complementaris.
- Cada angle d'un triangle equilàter val 60º.

En un triangle, qualsevol costat és sempre menor que la suma dels altres dos costats i major que la seva diferència.

Cal tenir present aquesta propietat per a saber si tres segments poden formar o no un triangle.

Rectes i punts notables d'un triangle.

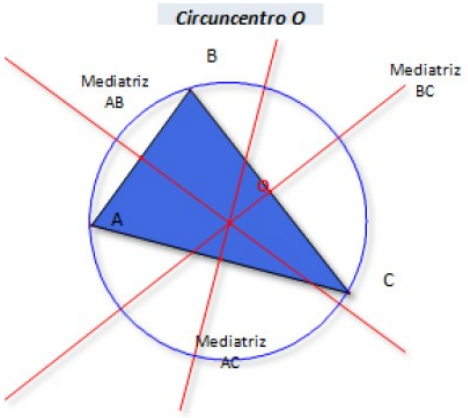
En un triangle es defineixen quatre tipus de rectes denominades, genèricament, *rectes notables*. Aquestes rectes són: mediatrius, bisectrius, medianes i altures.

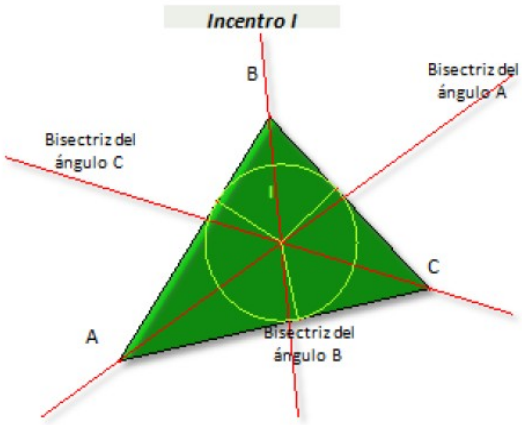
En qualsevol triangle hi ha tres rectes de cadascun dels tipus mencionats, i tenen la propietat de passar per un mateix punt. Els punts d'intersecció d'aquests grups de rectes són els *punts notables*.

Les mediatrius dels tres costats del triangle concorren en un punt anomenat **circumcentre**.

El circumcentre equidista dels vèrtexs i és el centre de la circumferència circumscrita al triangle.

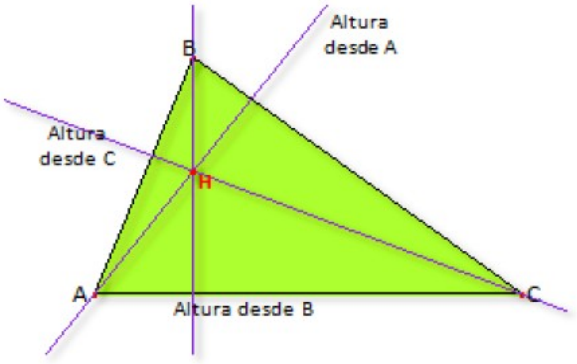
Les bisectrius dels angles d'un triangle concorren en un punt anomenat **incentre**. Aquest punt equidista dels costats del triangle i és el centre de la circumferència inscrita en el triangle.



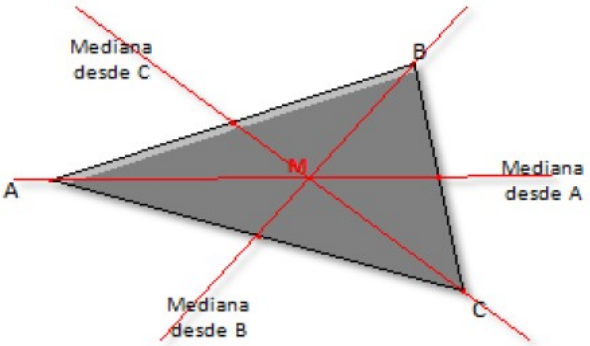


S'anomena **altura** d'un triangle a la recta que passa per un vèrtex i és perpendicular al costat oposat. Les tres altures d'un triangle es tallen en l'**ortocentre**.

S'anomena **mediana** d'un triangle a la recta que passa per un vèrtex i pel punt mitjà del costat oposat. El punt de tall de les medianes s'anomena **baricentre**.



Ortocentro H



Baricentro M

Quadrilàters.

Un quadrilàter és un polígon de quatre costats.

Es classifiquen en dos grans grups depenent del tipus d'angle que tinguen: **còncau** i **convex**.

A més, podem distingir diferents tipus de quadrilàters **convexos**:

- **No paral·lelograms**. Poden ser de dos tipus:

Trapezi	**Trapezoide**
Tenen exactament dos costats paral·lels.	No tenen cap parella de costats paral·lels.

- **Paral·lelograms**: quadrilàter que té els costats paral·lels i iguals dos a dos.

  També els seus angles són iguals dos a dos. Hi ha quatre tipus de paral·lelograms:

Quadrat	**Rectangle**	**Rombe**	**Romboide**
Els quatre costats i els quatre angles són iguals.	Costats diferents i quatre angles iguals.	Els quatre costats són iguals i els angles diferents.	Costats i angles diferents.

- La suma dels angles d'un quadrilàter és 360º.
- La diagonal d'un paral·lelogram el dividix en dos triangles iguals.
- Les diagonals d'un paral·lelogram es tallen en el punt mitjà.
- Les diagonals tant d'un rombe com d'un quadrat, són perpendiculars.
- En unir els punts mitjans d'un quadrilàter, es forma un paral·lelogram.

Perímetres i àrees de polígons.

El **perímetre** d'una figura plana és la suma de les longituds dels seus costats.

L'**àrea** d'una figura plana és allò que mesura la regió limitada pels costats de la figura.

Les unitats per al perímetre són centímetres (cm), decímetres (dm), metres (m), ...

Les unitats per a l'àrea són cm^2, dm^2, m^2, ...

Àrea del quadrat i del rectangle.

L'àrea d'un quadrat és el quadrat d'un dels seus costats: $A_{quadrat} = costat^2$

L'àrea d'un rectangle és el producte de la seua base per l'altura: $A_{rectangle} = base \cdot altura$

Exemple. Si tenim un quadrat de 13 dm de costat, l'àrea d'aquest quadrat és 169 dm^2 ja que:

$$A_{quadrat} = costat^2 = 13^2 = 169\ dm^2$$

Exemple. Si volem calcular l'àrea d'un rectangle de 9 cm de base i 4 cm d'alçada:

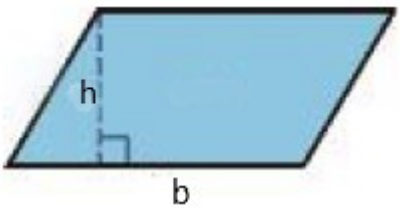
$$A_{rectangle} = base \cdot altura = 9 \cdot 4 = 36\ cm^2$$

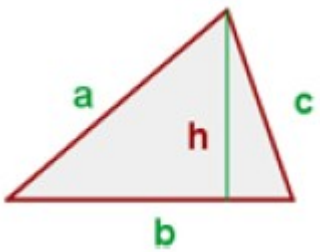
Àrea del paral·lelogram i del triangle.

L'àrea d'un paral·lelogram és el producte de la seua base per l'altura, igual que l'àrea d'un rectangle:

$$A_{paral\cdot lelogram} = base \cdot altura$$

Exemple. El paral·lelogram de la figura es pot convertir en un rectangle si es talla un triangle i es col·loca a l'altre costat.





Si es talla un paral·lelogram per una de les seues diagonals s'obtenen dos triangles iguals. Per tant, l'àrea d'un triangle és la meitat que la del paral·lelogram.

$$A_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2}$$

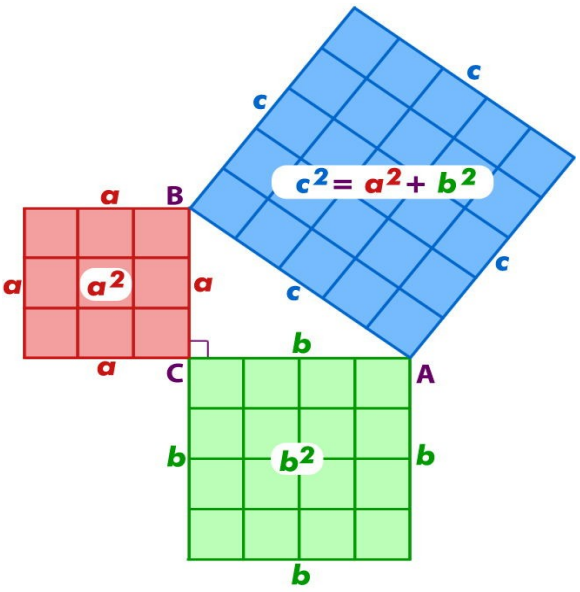
Exemple. L'àrea d'un triangle de base b = 5 cm i altura h = 8 cm és 20 cm^2 ja que:

$$A_{triangle} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{5 \cdot 8}{2} = 20\ cm^2$$

Teorema de Pitàgores.

En un triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



Exemple. Una escala de 2,5 m està recolzada en una paret. El peu de l'escala està col·locat a mig metre de la paret. A quina altura arriba l'escala?

$2{,}5^2 = 0{,}5^2 + h^2$

$6{,}25 = 0{,}25 + h^2$

$h^2 = 6{,}25 - 0{,}25 = 6$

$h = \sqrt{6} = 2{,}45$

Àrea del trapezi, rombe i romboide.

Imagina un **trapezi**. Gira'l 180°.

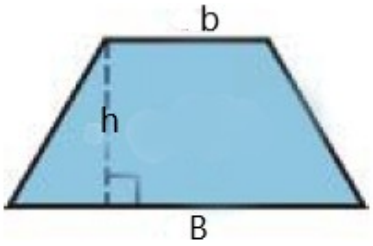
Uneix el primer trapezi amb el trapezi que acabes de girar per un costat. Què s'obté?

La base del paral·lelogram resultant és la suma de les bases menor i major del trapezi.

L'altura és la mateixa que la del trapezi.

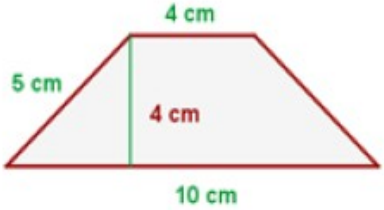
L'àrea del paral·lelogram és la suma de les bases per l'altura,

i l'àrea del trapezi és la meitat de l'àrea del paral·lelogram.



L'àrea d'un trapezi és igual a la meitat de la suma de les seues bases multiplicada per l'altura.

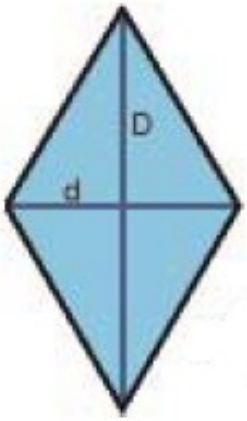
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$



Exemple. Tenim el següent trapezi, que mesura 10 cm de base major (B), 4 cm de base menor (b) i 4 cm d'altura (h).

La seua àrea és: $A = \frac{(10 + 4) \cdot 4}{2} = 28\ cm^2$

El **rombe** està format per dos triangles iguals.



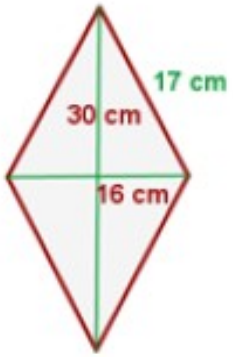
L'àrea d'un rombe és el producte de les seues diagonals dividides entre dos.

$$A=\frac{D\cdot d}{2}$$

Exemple. Si tenim un rombe les diagonals del qual mesuren D=30 cm i d = 16 cm respectivament, i un costat fa 17 cm, el seu perímetre és:

P = 17 · 4 = 68 cm, ja que tots els costats són iguals.

I la seua àrea és: $A=\frac{30\cdot 16}{2}$ = 240 cm^2



Una altra manera de trobar l'àrea d'un rombe és considerar que el rombe està format per quatre triangles rectangles iguals de costats:

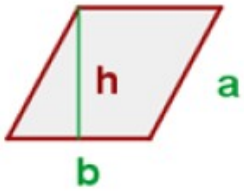
15 cm (la meitat de la diagonal D), 8 cm (la meitat de la diagonal d) i d'hipotenusa 17 cm (el costat del rombe).

L'àrea és l'àrea d'un triangle multiplicat per quatre: $(\frac{8\cdot 15}{2})\cdot 4$ = 240 cm^2

El **romboide** és un cas particular de paral·lelogram.

L'**àrea d'un romboide** és el producte de la seua base i la seua altura:

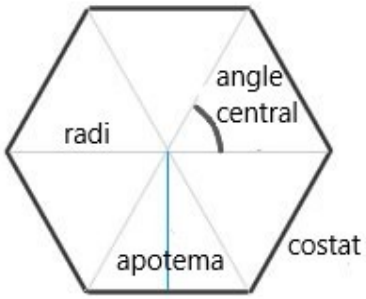
$A_{romboide} = base \cdot altura = b \cdot h$



Exemple. Si tenim un romboide de 5 cm de base i 4 cm d'altura, la seua àrea és 5 · 4 = 20 cm^2

I el perímetre és 5 + 5 + 4 + 4 = 18 cm

Àrea de polígons regulars.



Un polígon és regular si els seus costats i els seus angles són iguals.

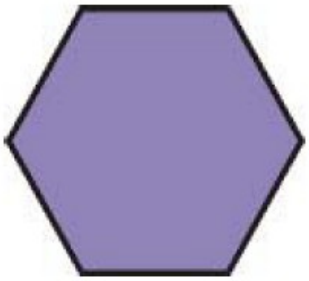
Un polígon regular el podem dividir en tants triangles com costats té.

Cada triangle té d'àrea $\frac{base\cdot altura}{2}$.

La base del triangle és el costat del polígon, i la seua altura l'apotema, per tant: $\frac{costat\cdot apotema}{2}$

Si el nombre de costats del polígon és *n*, l'àrea del polígon regular és:

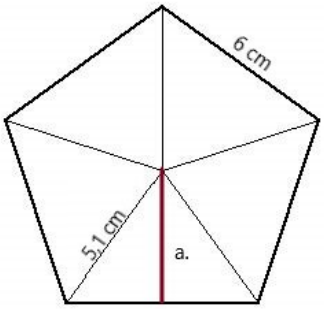
$$\text{Àrea}_{\text{polígon regular}} = n \cdot \frac{costat \cdot apotema}{2} = \frac{n \cdot costat \cdot apotema}{2} = \frac{perímetre \cdot apotema}{2}$$



Exemple. L'hexàgon regular de costat 4 cm i apotema 3,5 cm es descompon en 6 triangles de base 4 cm i altura 3,5 cm, i la seua àrea és:

$$\text{Àrea}_{\text{triangle}} = \frac{4 \cdot 3{,}5}{2} = 7 \text{ cm}^2$$

L'àrea de l'hexàgon és, per tant: $\text{Àrea}_{\text{hexàgon}} = 6 \cdot 7 = 42 \text{ cm}^2$



Exemple.

Quina és l'àrea d'un pentàgon regular de costat 6 cm i radi 5,1 cm?

El perímetre és 6 cm · 5 costats = 30 cm

Per a calcular l'apotema, apliquem el Teorema de Pitàgores al triangle rectangle obtingut:

$5{,}1^2 = (6 : 2)^2 + a^2$

$26 = 9 + a^2$

$a^2 = 17 \quad \rightarrow \quad a = \sqrt{17} = 4{,}1$ cm

Per tant, l'àrea del pentàgon és: $A = \frac{30 \cdot 4{,}1}{2} = 61{,}5 \text{ cm}^2$

Àrea de polígons irregulars.

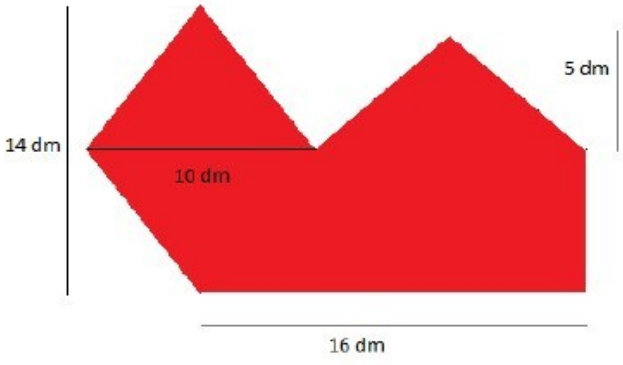
Els polígons irregulars són aquells que no tenen un forma coneguda determinada.

Per a calcular l'àrea d'un polígon irregular, es descompon la figura en triangles i quadrilàters coneguts per a poder aplicar les fórmules apreses anteriorment.

Exemple. Podem dividir aquesta figura, en un rombe, un trapezi i un triangle.

Calculem l'àrea del rombe, trapezi i triangle:

$$\text{Àrea}_{\text{rombe}} = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{14 \cdot 10}{2} = 70 \text{ dm}^2$$



El trapezi té base major 16 dm, base menor: $16-(\frac{10}{2})=11\,dm$, i alçada: $\frac{14}{2}=7\,dm$

Àrea $_{trapezi}$ = $\frac{(B+b)\cdot h}{2}=\frac{(16+11)\cdot 7}{2}=\frac{189}{2}$ dm^2

La base del triangle fa 11 dm i la seua altura 5 dm, per tant la seua àrea és:

Àrea $_{triangle}$ = $\frac{B\cdot h}{2}=\frac{11\cdot 5}{2}=\frac{55}{2}$ dm^2

Sumant totes les àrees obtingudes: Àrea $_{total}$ = $70+\frac{189}{2}+\frac{55}{2}$ = 192 dm^2

Perímetres i àrees de figures circulars.

Longitud d'una circumferència.

El nombre π (pi) es defineix com el quocient entre la longitud de la circumferència i el seu diàmetre:

$$\pi = \frac{longitud\ de\ la\ circumferència}{diàmetre}$$

π és un nombre irracional, amb infinites xifres decimals no periòdiques.

Una aproximació de π és 3,14; una altra és 3,1415; i una altra 3,141592.

Si una circumferència té un **radi *r***, aleshores el seu **diàmetre** mesura ***2r*** i la seua **longitud *2· π · r***

Exemple. La circumferència de radi 3 cm té una longitud L = 2 · π · r = 2 π·3 = 6 π = 18,84 cm

Longitud d'un arc de circumferència.

Per a calcular la longitud d'un arc de circumferència que abasta un angle de α graus, hem de tenir en compte que la circumferència completa té un angle de 360º. Per tant: $L=\frac{2\cdot\pi\cdot r\cdot\alpha}{360}$

Exemple. Les rodes d'un carro mesuren 60 cm de diàmetre i tenen 16 radis. La longitud de l'arc entre cada radi és $L=\frac{2\cdot\pi\cdot r\cdot\alpha}{360}=\frac{(2\cdot r)\cdot\pi}{360}\cdot\alpha=\frac{60\cdot\pi}{\cancel{360}}\cdot\frac{\cancel{360}}{16}=\frac{60\cdot\pi}{16}=11{,}78\,cm$

Àrea del cercle.

L'àrea del cercle és igual al producte el nombre π pel quadrat del radi: A = π · r^2

Exemples: L'àrea d'un cercle de radi 7 cm és: A = π · 7^2 = 153,86 cm^2

L'àrea d'un cercle de diàmetre 4 m és: A = π · (4:2)^2 = 12,56 m^2