

QUADERN DE GEOMETRIA

2n E.S.O



Nadar
Fotografia Nadar
Realisme social
XIX



Autor
titol
Moviment
Data / segle



INTRODUCCIÓ A LA GEOMETRIA

PUNT, RECTA , PLA

RELACIONS ENTRE RECTES

LA CIRCUMFERÈNCIA

RELACIONS ENTRE: CIRCUMFERÈNCIES o CIRCUMFERÈNCIA I RECTA

TRAÇATS BÀSICS

TEOREMA DE THALES

ANGLES

TRIANGLES

SIMETRIA AXIAL

POLÍGONS

POLÍGONS ESTELATS

1. INTRODUCCIÓ A LA GEOMETRIA

Què és el DIBUIX TÈCNIC? És un llenguatge, igual que el musical, matemàtic, anglès, francès, signes... Serveix llavors per a comunicar-se, i, per a dissenyar objectes. És universal, objectiu, precís-matemàtic.

Què és la GEOMETRIA?

Són **matemàtiques dibuixades**. Estudia les propietats de: punts, rectes i plans. Prové del grec: **GEO** (terra) - **METRIA** (mesura)

Es divideix en dos tipus: GEOMETRIA PLANA (2 D - quadrat)

GEOMETRIA ESPACIAL (3D - cúbic) o geometria descriptiva, ja que descriu objectes en 3 dimensions

Quines són les ferramentes de treball? i el vocabulari tècnic?

ESCAIRE	CARTABÓ
xicoteta	gran
Triangle rectangle - Isòsceles	Triangle rectangle – Escalè
$180^\circ = 90^\circ + 45^\circ + 45^\circ$	$180^\circ = 90^\circ + 60^\circ + 30^\circ$

EQUIDISTÀNCIA: equi = igual o mateixa, distància

2. PUNT, RECTA , PLA

PUNT

Intersecció entre 2 rectes, arcs, o entre recta i pla.
(no té dimensió, ni alt, ni llarg, ni ample)

Nomenclatura: inici alfabet, MAJÚSCULES (A,B,C,D)

RECTA

Unió de 2 punts de mode infinit (geom. plana)
Intersecció de 2 plans (geom. descriptiva)

Nomenclatura: alfabet final Minúscules (r,s,t,u,v)

SEMIRECTA

Recta tallada per un punt (A) . Semi-infinita

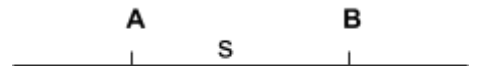
Nomenclatura: (Ar)



SEGMENT

Recta tallada en 2 parts per 2 punts (A, B)
És finit, pot mesurar-se

Nomenclatura: (AB)



PLA

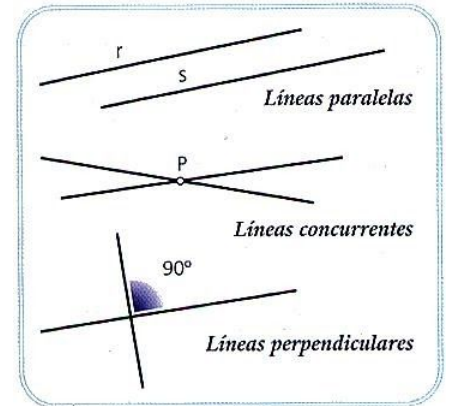
Format per rectes i punts

3. RELACIONS ENTRE RECTES

A l'espai, les rectes o segments poden relacionar-se de 3 formes diferents:
 A l'infinit...(on no les veiem...)

PARALLELES: Rectes equidistants
 (equi = igual. Mateixa distància entre elles)
 Mai es tallen, però és un error, sí es tallen en l'infinit... (on no les veiem...)

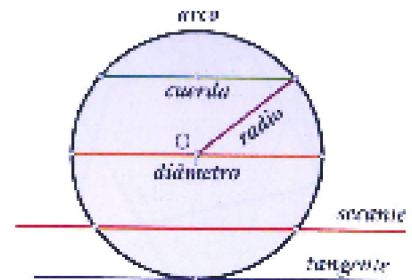
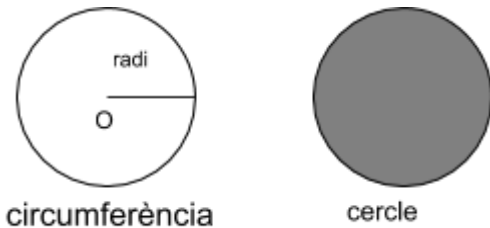
OBLIQUES: Són rectes que es tallen
PERPENDICULARS: Són rectes que es tallen formant 90° (o 4 angles rectes) . També se'ls diu ortogonals.



4. LA CIRCUMFERÈNCIA

Corba plana tancada en la que tots els seus punts **EQUIDISTEN** (estan a la mateixa distància) a la distància del radi d'un punt interior fix que és el centre.

CERCLE: superfície plana limitada per la circumferència.



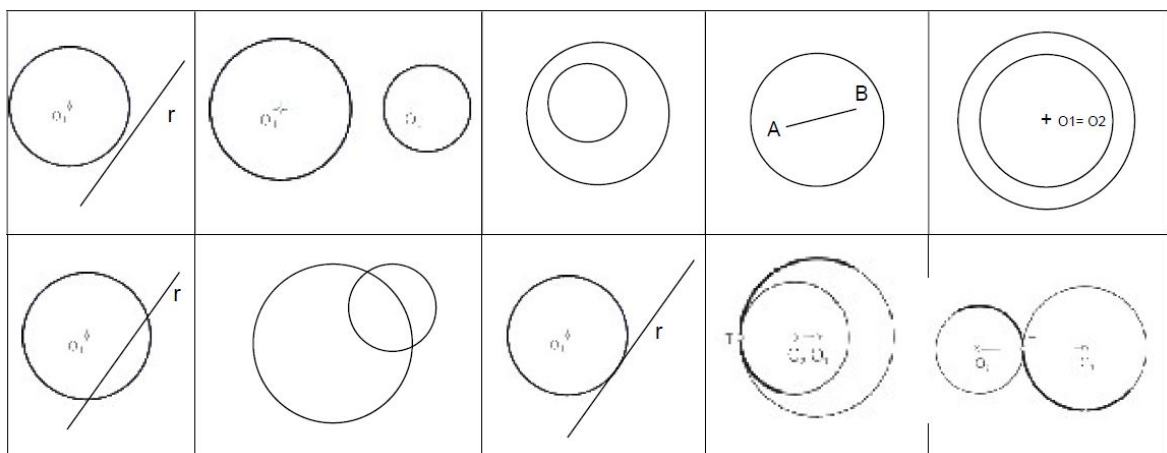
Arc: porció de circumferència

Corda: Segment que uneix 2 punts de la circumferència sense passar pel centre

Diàmetre: segment que uneix 2 punts de la circumferència pel centre

5. RELACIONS ENTRE: CIRCUMFERÈNCIES o CIRCUMFERÈNCIA I RECTA

Com es relacionen les circumferències i rectes segons la seua posició en l'espai?



A. EXTERIORS: 1 recta i 1 circumferència o 2 circumferències que no es toquen

B. INTERIORS: 2 circumferències o 1 segment i 1 circumferència, una dins d'una altra

C. CONCÈNTRIQUES: Circumferències amb el mateix centre

D. SECANTES: Circumferències o rectes i circumferències que s'interseccionen

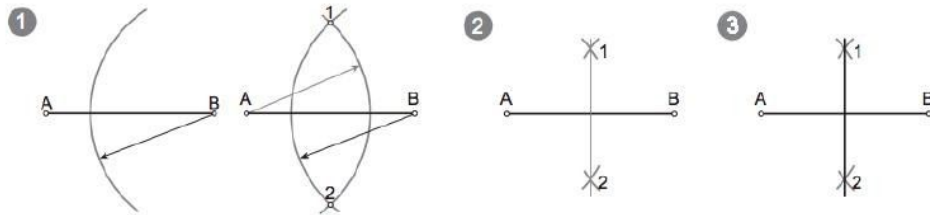
E. TANGENTS: Quan una recta i una circumferència, o bé dues circumferències, es toquen en un únic. Eixe punt en comú s'anomena punt T de tangència

**6. TRAÇATS BÀSICS
MEDIATRIU D'UN SEGMENT**

Dividir un segment en dos parts iguals és trobar la seua mitat, o el punt mitjà. Per a trobar eixe punt cal traçar una recta perpendicular (90°) que s'anomena mediatriu.

Traça la mediatriu del segment donat AB

1. Traçar dos arcs de la mateixa mesura des d' A i B i s'interseccionen en els punts 1 i 2
2. Unir els punts 1 i 2 obtenim la mediatriu
3. Valorar el resultat més fosc i posar el símbol de perpendicular

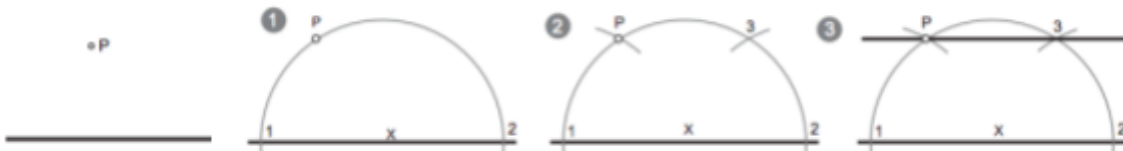


PARAL·LELES

Rectes que mantenen sempre la mateixa distància entre elles després mai es tallen. Encara que és un error, sí es tallen però en l'infinit.... (on no les veiem...)

Traça una recta paral·lela a una altra per un punt exterior P

1. Es col·loca un punt X en la recta
2. Amb centre X traçar un arc que tall a la recta en els punts 1 i 2
3. Còpia la mesura 1P i des de 2 traçar un arc que curta a l'anterior en el punt 3
4. Unir P amb 3, valorar el resultat més fosc i posar el símbol de paral·leles

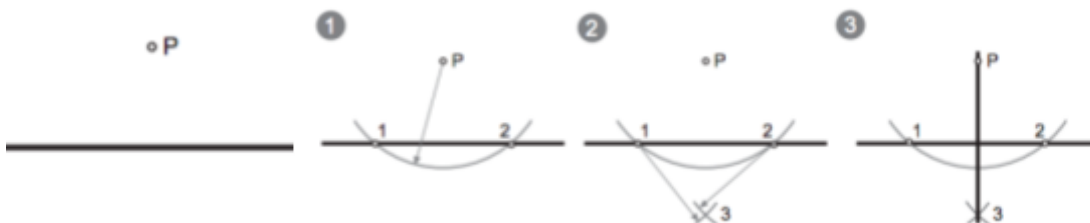


PERPENDICULAR

Traça una recta perpendicular a una altra per un punt interior A, el seu extrem

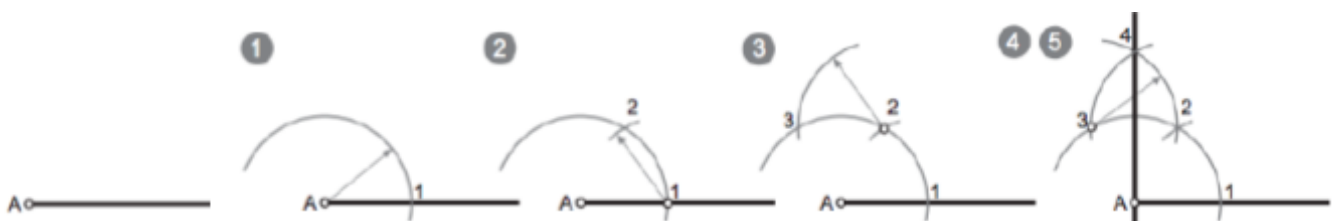
Mètode dels 4 arcs

1. Punxar en A i traçar un arc ampli que tall a la recta en 1
2. Punxar en 1, traça un altre arc de mateix radi i que tall a l'anterior en el punt 2
3. Punxar en 2, traça un arc de mateix radi i que tall al primer arc en el punt 3
4. Punxar en 3 traça un altre arc de mateix radi i que tall a l'anterior en el punt 4
5. Unir A i 4 i trobem la recta perpendicular. Valorar la solució i posar símbol



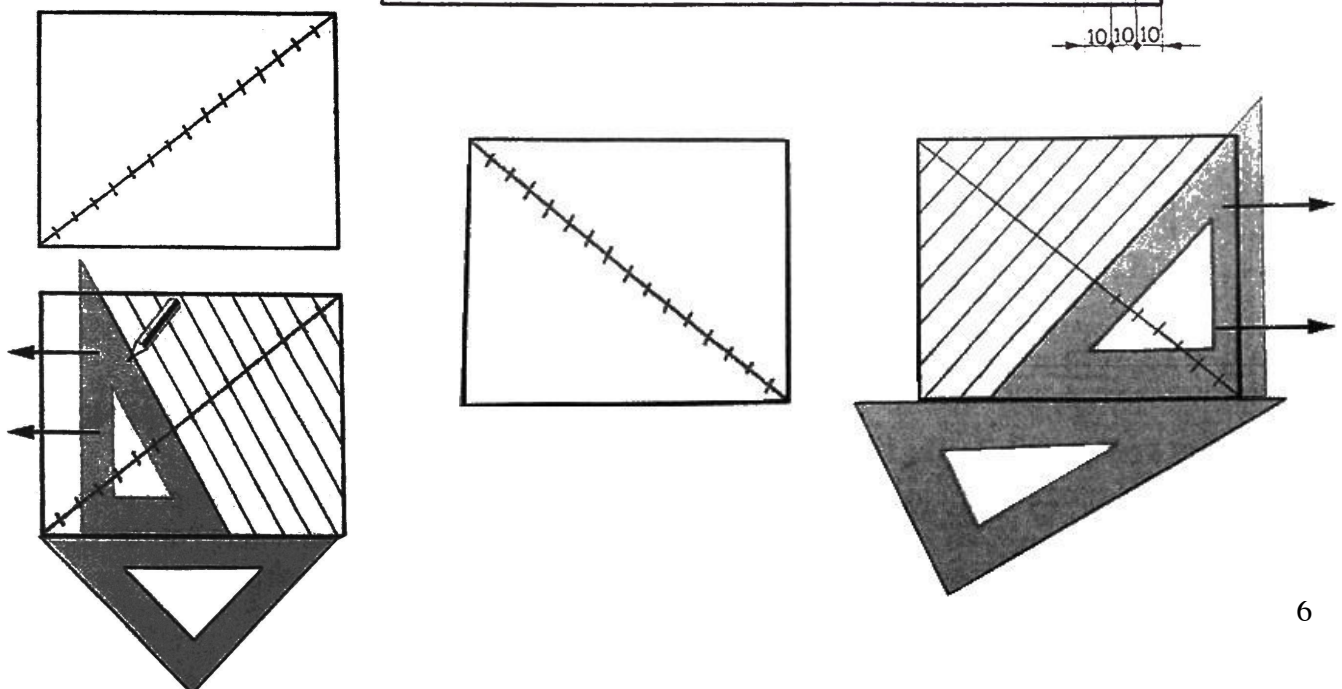
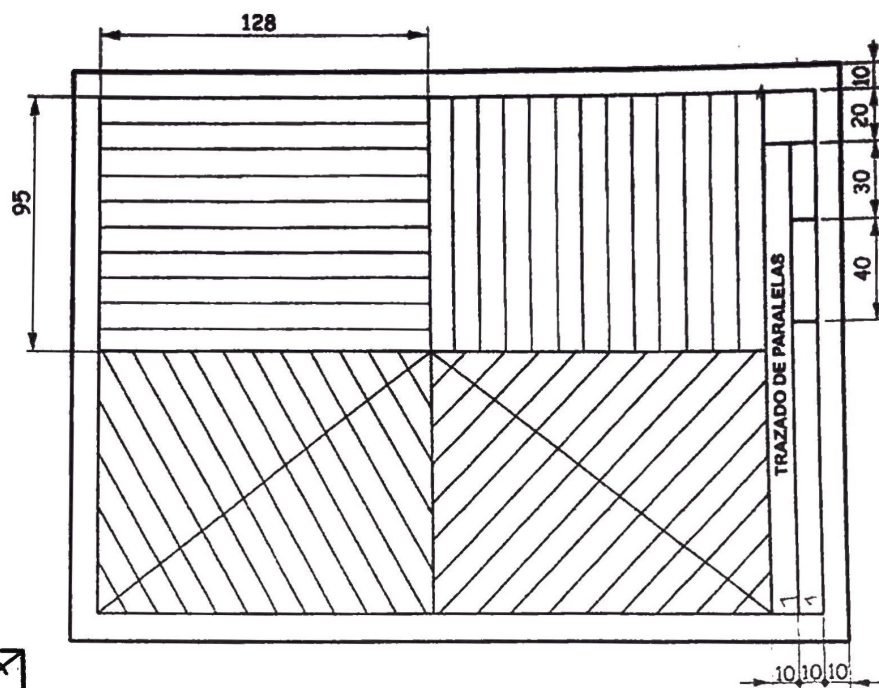
Traça una recta perpendicular a una altra per un punt exterior P

1. Punxar en P i traçar un arc ampli que tall a la recta en 1 i 2
2. Des dels punts 1 i 2 traçar dos arcs que es tallen en el punt 3
3. Unir el punt 3 amb P, valora la solució i marcar el símbol de perpendicular



LÀMINA 1: PARAL·LELES

1. En un A4 en horitzontal dibuixa marges i caixetí amb les mesures indicades
2. Dividir l'espai en quatre rectangles iguals
3. Traça en el 1r rectangle rectes horitzontals i paral·leles entre si. Primer fes marques a la dreta i esquerra de 10mm de separació.
4. En el 2n rectangle traça verticals. Fes marques de 10mm dalt i baix
5. Traça diagonals en els altres rectangles segons l'exemple. Fes marques a 10mm unes d'altres i per elles rectes paral·leles inclinades a 60°. Per a això col·loca l'escaire i cartabó com en el dibuix. L'escaire queda sense moure's a la vora del paper, mentre que el cartabó es desplaça per l'escaire perquè traces les rectes per cada marca
6. En l'últim rectangle és igual però el sentit de les ferramentes és al contrari i l'angulació o inclinació de les rectes paral·leles és de 45°.



7. TEOREMA DE THALES

TEOREMA

Si dos rectes concurrents (que pararan al mateix punt) són tallades per rectes paral·leles, la raó de dos segments d'una de les dos rectes és igual a la raó dels corresponents de l'altra..

$$CB/C'B' = AC/A'C' = AB/A'B'$$

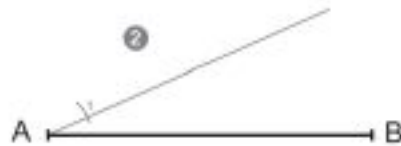
DIVISIÓ D'UN SEGMENT EN x (7) PARTS IGUALS

El procés és sempre el mateix, només canvia el núm. x de parts a dividir.

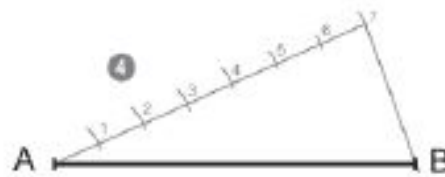


Divideix el segment AB en 7 parts iguals

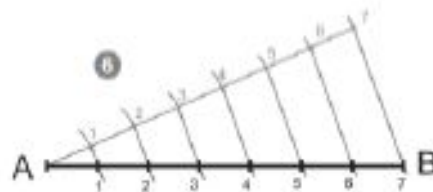
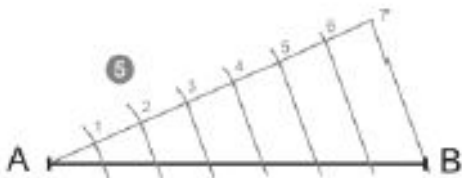
1. Traça una semirecta des de l'extrem A (qualsevol angle)
2. Des de A traça un arc de mesura qualsevol sobre la semirecta (punt 1



3. Des d' 1 es repeteixen els arcs tantes vegades com demane el problema (en este cas 7)
4. Unir l'últim punt (7) amb l'extrem B



5. Traçar paral·leles a 7B passant per cada arc (escaire + cartabó)
6. Les paral·leles tallen al segment AB en 7 parts iguals



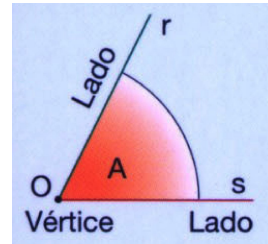
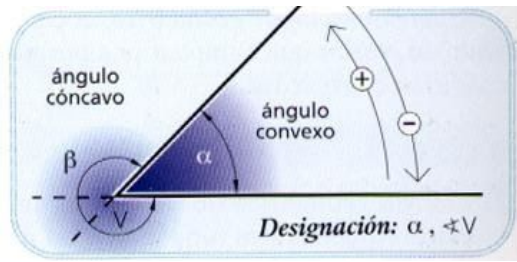
8. ANGLES

Porció de pla entre 2 semirectes (costats, r i s) que s'uneixen en un punt comú (vèrtex, O)

Nomenclatura: lletres gregues ($\beta, \alpha, \delta, \chi, \varepsilon, \varphi, \gamma, \eta, \phi, \lambda, \mu, \pi, \Omega, \Psi, \omega$)

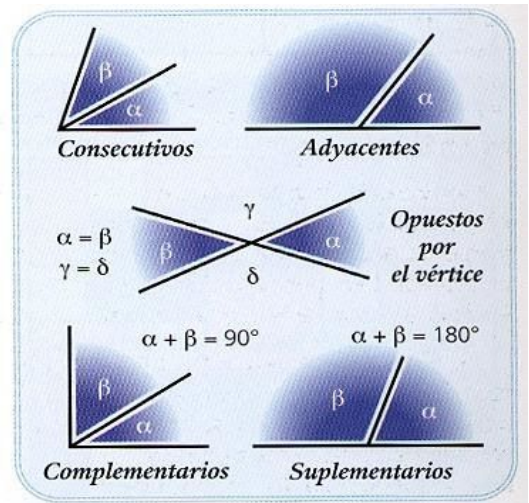
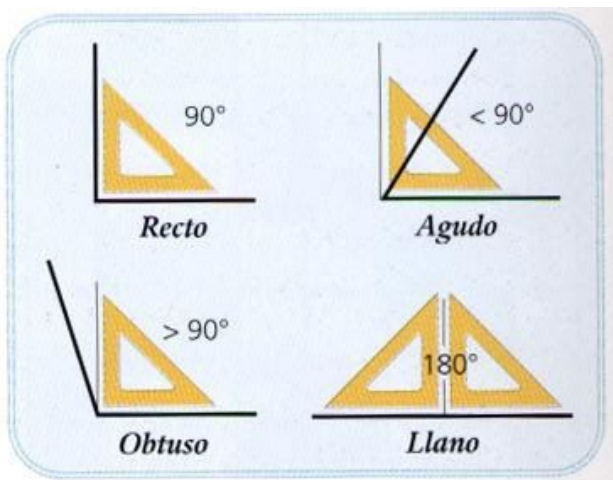
Unitat de mesura: graus sexagesimals. Circumferència: 360° , el seu perímetre: $2 \pi r$

Tenen sentit - Positiu: oposat a les agulles de rellotge. Negatiu: sentit agulles rellotge



TIPUS D'ANGLES SEGONS MAGNITUD O GRAUS

Còncav: - de 180° **Convex:** + de 180° i - de 360°



TIPUS D'ANGLES SEGONS RELACIÓ ENTRE DOS PER LA SEUA POSICIÓ

Adjacents. Tenen un costat comú i els altres són oposats

Consecutius. Tenen un costat comú

Oposats. Tenen costats oposats

PER LA MAGNITUD QUE FORMEN

Complementaris. Sumen 90°

Suplementaris. Sumen 180°

Conjugats. Sumen 360°

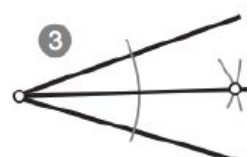
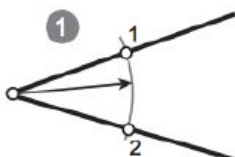
BISECTRIU D'UN ANGLE

Semirecta que divideix un angle en 2 parts iguals passant pel seu vèrtex

Lloc geomètric dels punts del pla que EQUIDISTEN dels costats d'un angle

Traça la bisectriu de l'angle

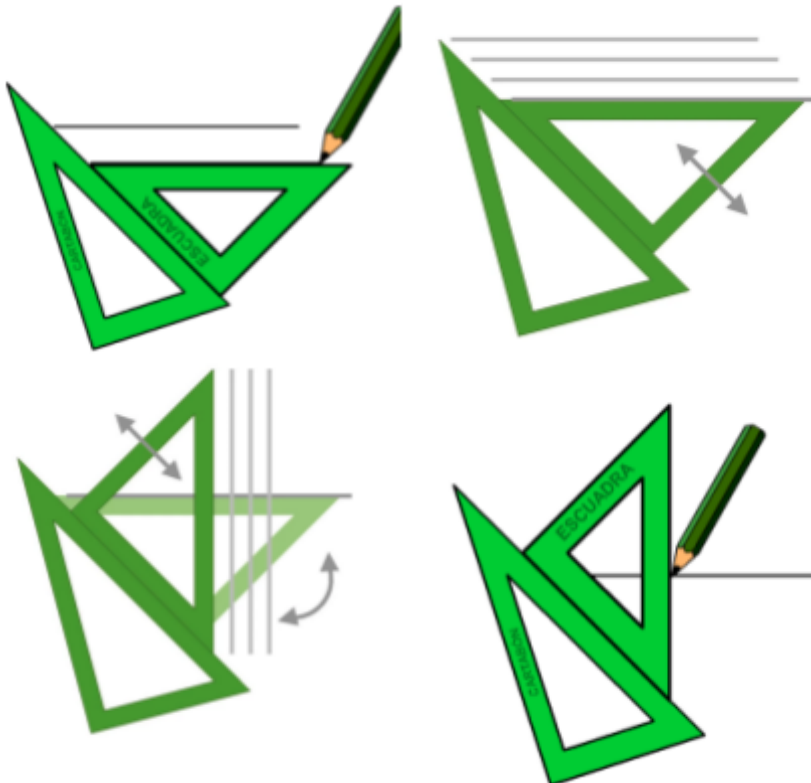
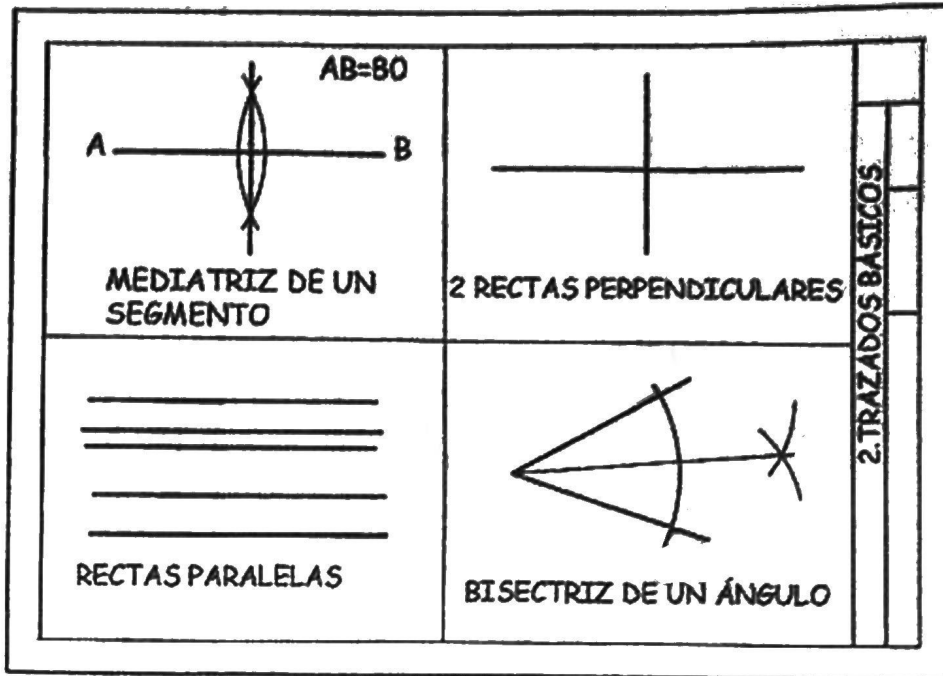
1. Amb centre en el vèrtex traçar un arc de radi qualsevol (trobes 1 i 2)
2. Des d'1 i 2 traçar arcs de la mateixa mesura que es tallen en 3
3. Unir el punt 3 amb el vèrtex, i valorar solució



PRACTICA GEOMETRICA

LÀMINA 3: TRAÇATS BÀSICS 1

1. Preparem la làmina 2 dividida en quatre com ja vam fer.
2. Traçar la mediatriu del segment $AB = 80$
(<http://recursostic.educacion.es/artes/plastic/web/cms/index.php?id=4198>)
3. Traça diverses rectes paral·leles amb escaire i cartabó com en el dibuix
(<http://recursostic.educacion.es/artes/plastic/web/cms/index.php?id=202>)
4. Traçar dos rectes perpendiculars amb escaire i cartabó com en el dibuix
(<http://recursostic.educacion.es/artes/plastic/web/cms/index.php?id=200>)
5. Traça la bisectriu d'un angle qualsevol



Col·loca el cartabó i l'escaire pegat a ell com en el dibuix. Traça la primera recta i després, sense moure el cartabó, llisca l'escaire per a traçar més rectes i paral·leles .

Col·loca el cartabó i l'escaire i traça paral·leles com abans. Després, sense moure el cartabó, canvia el sentit de l'escaire de manera que podràs traçar rectes perpendiculars a les anteriors.

9. TRIANGLES

Grec: tri (3) , (angles)

Figura plana poligonal tancada de 3 rectes que es tallen dos a dos formant 3 vèrtexs , 3 costats i 3 angles que sumats donen 180°.

Nomenclatura:

Vèrtexs en majúscules.

Costats en minúscula la lletra de l'angle oposat.

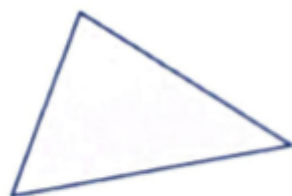
Angles en majúscula amb arc i lletra del vèrtex

Classificació

Tots els triangles tenen dos noms segons si ens fixem en els seus costats o en els seus angles

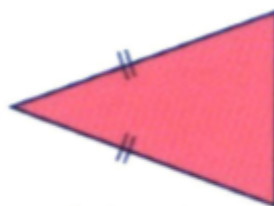
Costats: equilàter, isòsceles, escalè

Angles: rectangle, obtusangle, acutangle



Escaleno
3 lados desiguales

$a \neq b \neq c$
 $A \neq B \neq C$



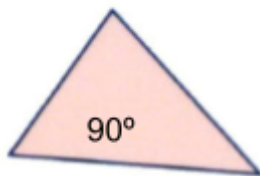
Isòsceles
2 lados iguales

$b = c$
 $B = C$

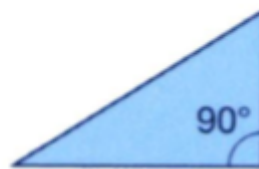


Equilàter
3 lados iguales

$a = b = c$
 $A = B = C = 60^\circ$



Acutàngulo
3 ángulos agudos



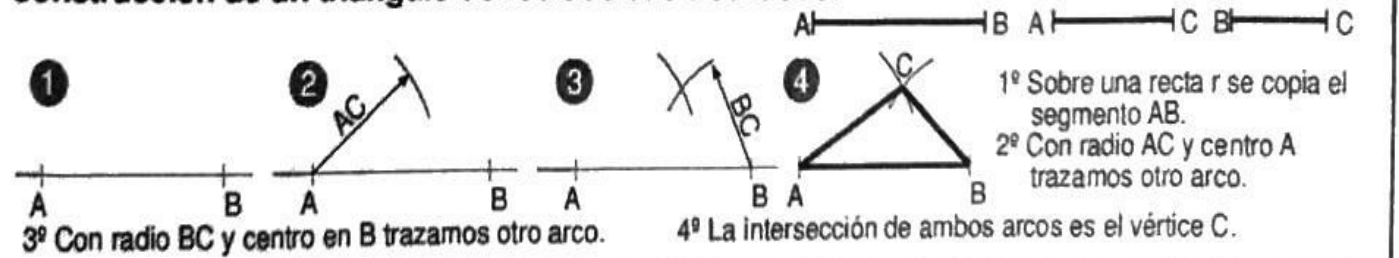
Rectàngulo
1 ángulo recto



Obtusàngulo
1 ángulo obtuso

hipotenusa: costat més llarg
catetos: els altres dos costats

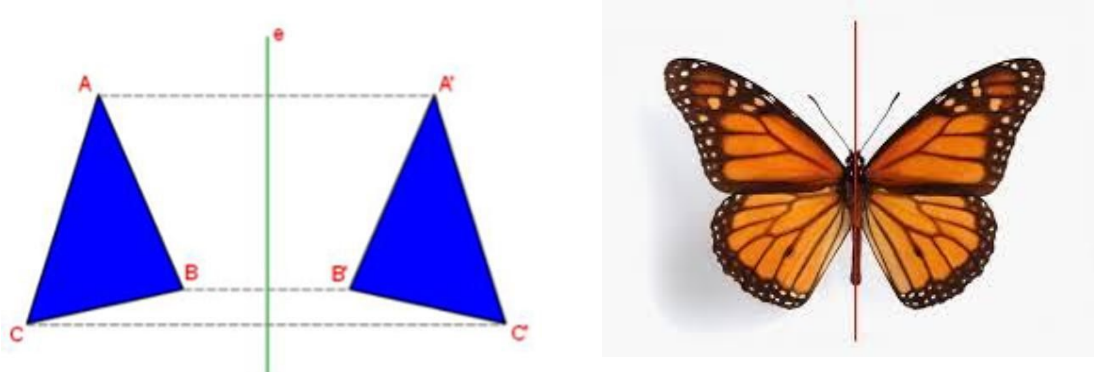
Construcción de un triángulo conocidos sus tres lados:



10. SIMETRIA AXIAL (AXE = EIX)

Transformació geomètrica en què qualsevol punt i el seu simètric es troben a distint costat i mateixa distància respecte a un EIX de simetria.

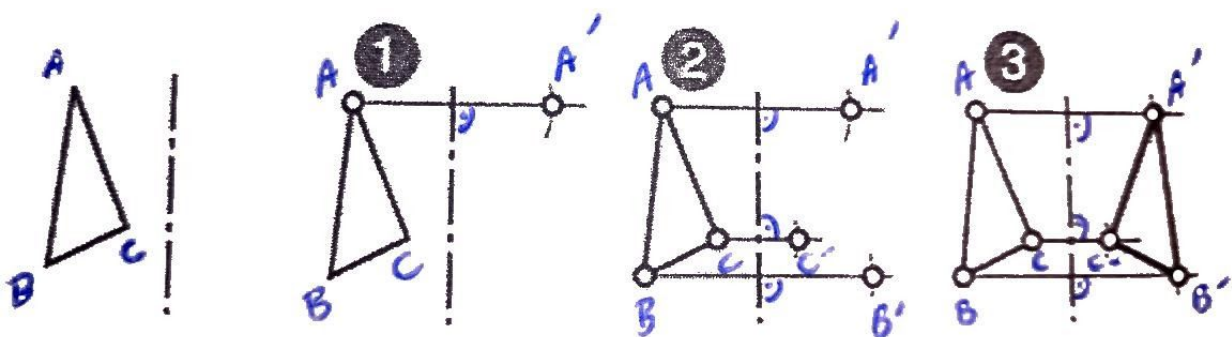
Dos figures són simètriques quan al doblegar-les per un eix els seus punts coincideixen



- El segment que formen els punts simètrics és perpendicular a l'eix (e)
- Quan l'eix talla a una recta, la seua recta simètrica també serà tallada per l'eix en el mateix punt. Este punt és un **PUNT DOBLE**.
- Qualsevol punt que es trobe en l'eix, té el seu simètric en el mateix punt. Són **PUNTS DOBLES**.

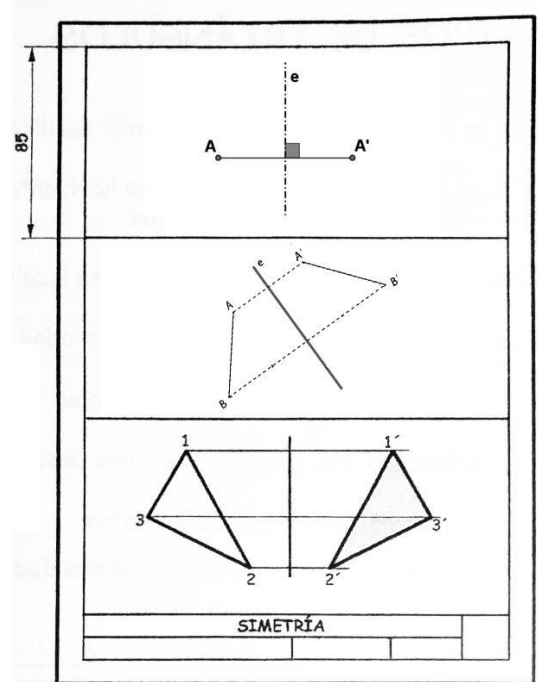
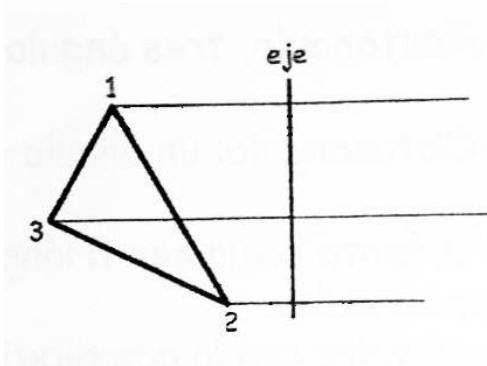
Traçar el triangle simètric respecte a l'eix

1. A partir d'un vèrtex (A) tracem una perpendicular a l'eix i prolonguem. Punxem en la intersecció de l'eix amb la perpendicular i mesurem fins al vèrtex per a traslladar la mesura a l'altra part de l'eix i trobar així el vèrtex simètric (A')
2. Repetim l'operació amb els altres vèrtexs i unim els vèrtexs simètrics



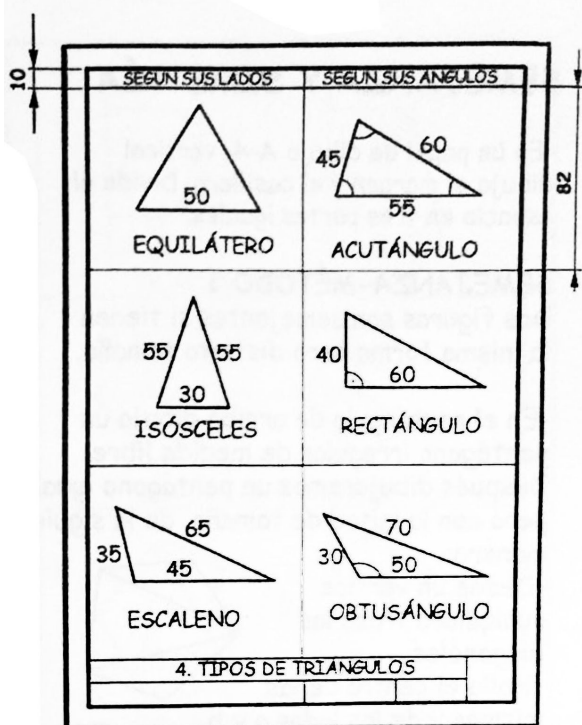
LÀMINA 6: SIMETRIA

1. Col·loca la làmina en vertical i divideix-la en tres com en el dibuix
2. Col·loca els eixos en els tres exercicis com en el dibuix
3. En el primer rectangle col·loca un punta A. Traça el seu simètric. Has de fer una recta perpendicular des d' A a l'eix (e) . Després mesura des d' A a l'eix i copia-la des de l'eix per a trobar A'.
4. Realitzar el mateix punt a punt del segment AB de l'exercici següent
5. Realitzar la simetria del triangle 123 com a l'exemple i com a la teoria.

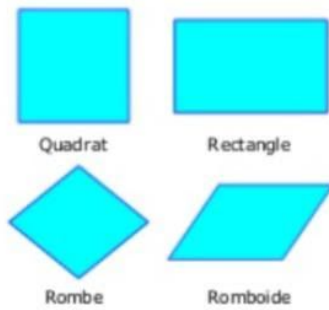


LÀMINA 7: TRIANGLES

Deixa 10mm de distància per a marcar l'enunciat segons siga costats o angles
 Col·loca la làmina en vertical i divideix-la en sis parts iguals com en el dibuix
 Construeix tots els triangles amb les mesures donades



11. QUADRILÀTERS



Paral·lelograms

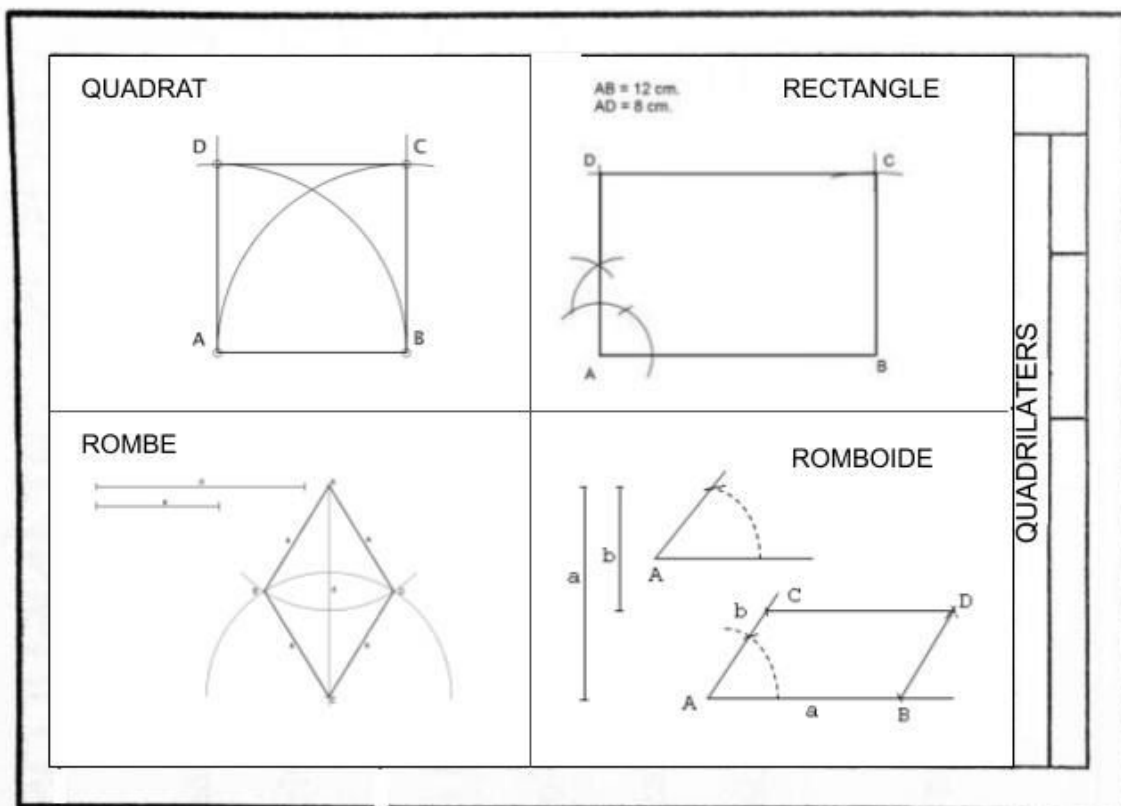
Un **paral·lelogram** és un quadrilàter que té els costats oposats sempre paral·lels, tal com s'ha vist en l'apartat anterior.

Els paral·lelograms es poden classificar atenent als seus angles i als seus costats en:

- **Quadrats:** els seus quatre costats són iguals i els seus quatre angles també.
- **Rectangles:** els costats oposats són iguals i el quatre angles també són iguals.
- **Rombes:** els seus quatre costats són iguals i els angles oposats són també iguals.
- **Romboïdes:** els costats oposats són iguals i els seus angles oposats són també iguals.

Un **paral·lelogram** és un quadrilàter de costats oposats paral·lels.

LÀMINA 8. QUADRILÀTERS



12. POLÍGONS

Poli (molts) angles (gono)

Figura plana formada per una línia poligonal tancada els segments de la qual són els costats del polígon.

CLASSIFICACIÓ

CONVEX: Polígon que al ser travessat per una recta, té esta recta un punt d'entrada en el polígon i un altre d'eixida

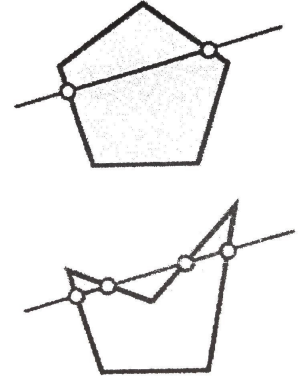
CÒNCAU: Polígon que al ser travessat per una recta, té esta recta diversos punts d'entrada i eixida amb el polígon

EQUIANGLE: Tots els seus angles són iguals.

EQUILÀTER: Tots els seus costats són iguals

REGULAR: Tots els seus costats i angles són iguals

IRREGULAR: Costats i angles desiguals



NOM DELS POLÍGONS SEGONS ELS SEUS COSTATS

3	Triangle
4	quadrilàter - quadrat
5	Pentàgon
6	Hexàgon
7	Heptàgon

8	Octògon
9	Enneàgon
10	Decàgon
11	Undecàgon
12	Dodecàgon

PARTS D'UN POLÍGON

COSTAT: cada un dels segments que limiten el polígon

VÈRTEX: Punt d'unió de dos costats (A,B,C,D...)

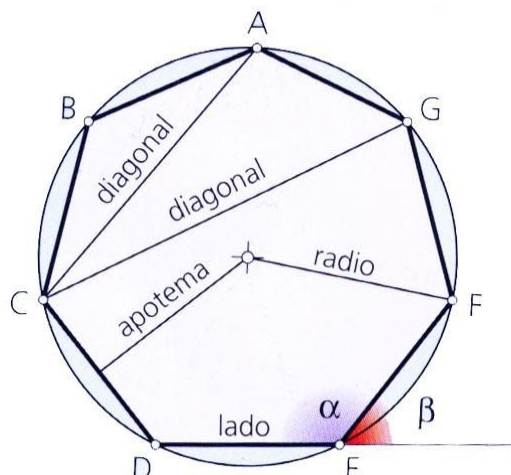
DIAGONAL: Segment que uneix dos vèrtexs no consecutius. Hi ha diagonal menor i major.

PERÍMETRE: Suma de tots els costats

CENTRE: Punt equidistant (mateixa distància) respecte de tots els vèrtexs i costats. És el centre de la circumferència inscrita i circumscrita.

RADI: Segment que uneix el centre amb qualsevol vèrtex

APOTEMA: segment des del centre a la mitat del costat. És perpendicular al costat



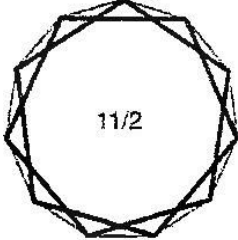
12. POLÍGONS ESTELATS

Polígons regulars **Còncavs** amb forma **d'Estrela** que sorgeix a l'unir els vèrtexs no consecutius.

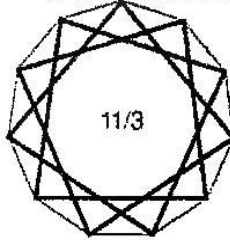
Segons el núm. de vèrtexs que té el polígon es poden obtindre sobre ell un o diversos estelats. Per exemple amb l'enneagonal podem construir estes 4 estrels segons el número de vèrtexs que volem

nº de vèrtexs	nº de estrelas	forma de unir los vèrtexs
5	1	2
6	0	-
7	2	2-3
8	1	3
9	2	2-4
10	2	3-4
11	4	2-3-4-5
12	1	5
13	5	2-3-4-5-6
14	4	3-4-5-6
15	4	2-4-6-7
...

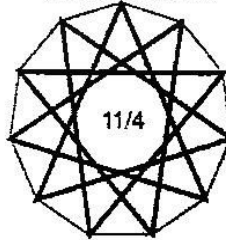
Uniendo vértices saltando al segundo.



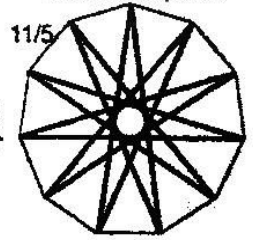
Uniendo vértices saltando al tercero.



Uniendo vértices saltando al cuarto.



Uniendo vértices saltando al quinto.

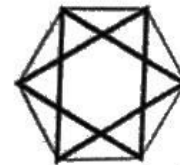


Propietats

Gènere: núm. de cordes usades (igual al núm. de vèrtexs)

Espècie: núm. de voltes completes abans de tancar (igual al pas)

Pas: núm. de divisions de la circumferència que comprèn un costat del PE



La estrella de David.



Falso Octógono estrellado.

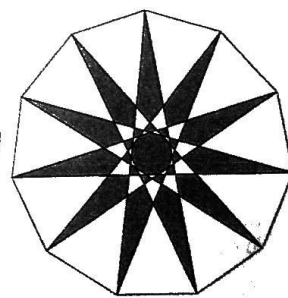
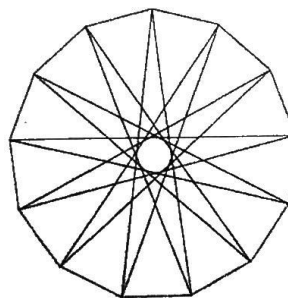
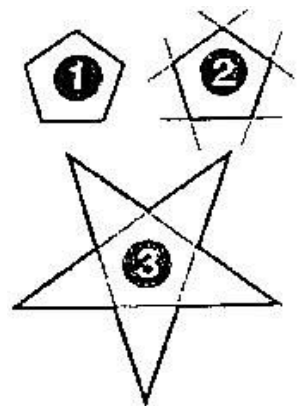
Un PR de `n` costats té tants PE com núm. cosins de `n` hi haja menors de $n / 2$

FALS ESTELAT S'aconsegueixen polígons estelats amb el gir d'un polígon sobre si mateix

ESTAVELLAR UN POLÍGON

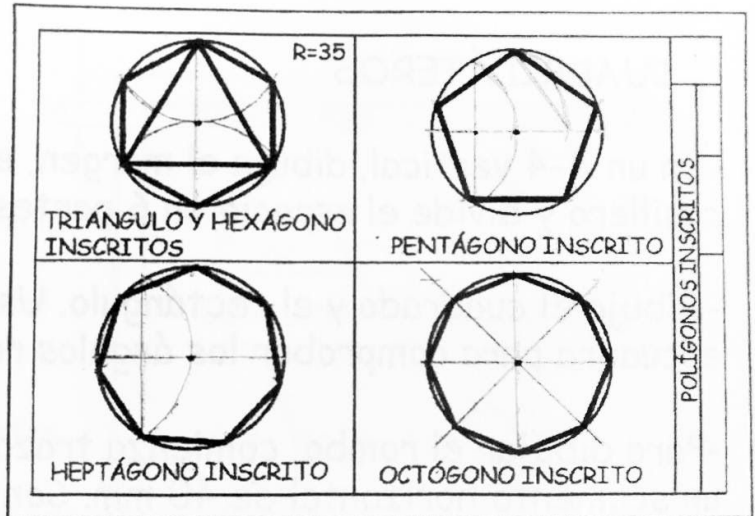
Es tracta de prolongar els costats d'un polígon fins que es tallen novament entre si i s'obté una estrela.

L'exemple és el pentàgon estelat també anomenat PENTAGRAMA pentacle. És una figura molt simbòlica ja que conté la divina proporció oculta en les seues mesures



LÀMINA 8: POLÍGONS INSCRITS

1. Col·loca la làmina en horitzontal i divideix-la en quatre com en el dibuix
2. Dibuixa quatre circumferències centrades de radi 35mm
3. Inscriu en elles els polígons indicats



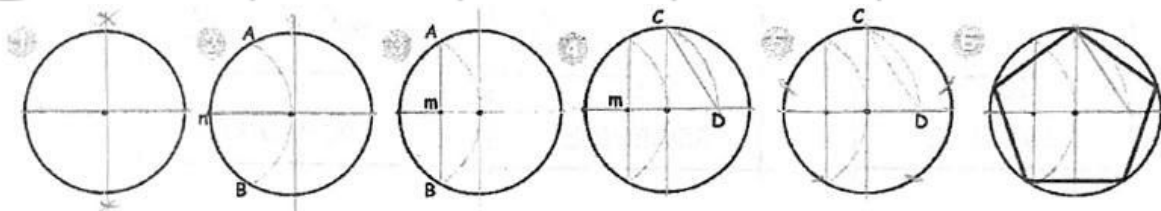
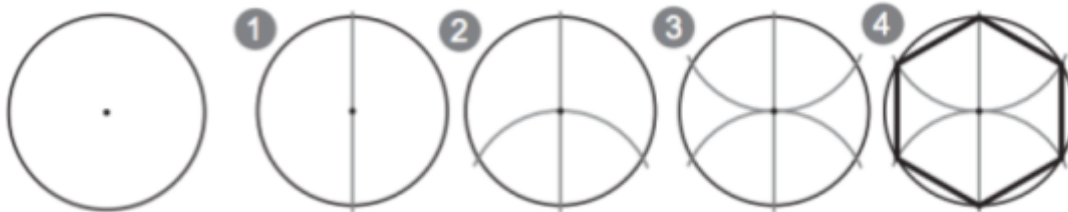
Triangle equilàter

1. Traça el diàmetre vertical
2. Amb centre en un extrem i radi el mateix de la circumferència traçar l'arc
3. Uneix l'altre extrem del diàmetre amb els dos punts d'intersecció de l'arc i la circumferència



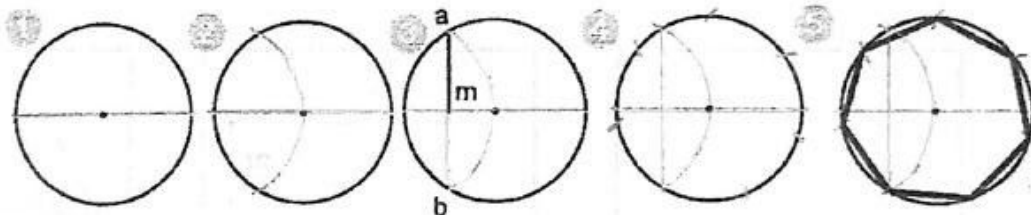
Hexàgon

- Traçar el diàmetre vertical
- Amb centre en un extrem i radi el mateix de la circumferència traçar l'arc
- Repetim des de l'altre extrem
- Unim punts



Pentàgon

1. Traçar dos diàmetres perpendiculars
2. Traça la mediatriu del radi (m)
3. Amb centre en (m) traçar l'arc CD. La corda de l'arc CD és el costat del pentàgon
4. Començant des de C, dividir la circumferència en cinc parts iguals amb la mesura CD, i unir vèrtexs



Heptàgon

- Traçar el diàmetre vertical
- Traça la mediatriu del radi (m)
- El costat de l'heptàgon és (am)
- Amb eixe mesura dividir la circumferència en 7 parts iguals començant des de l'extrem superior del diàmetre

Quadrat i Octògon

- Traçar dos diàmetres perpendiculars
- Unir els extrems per a trobar un quadrat
- Traça dos bisectrius de dos quadrants i prolonga-les
- Unir els 8 punts que tallen la circumferència

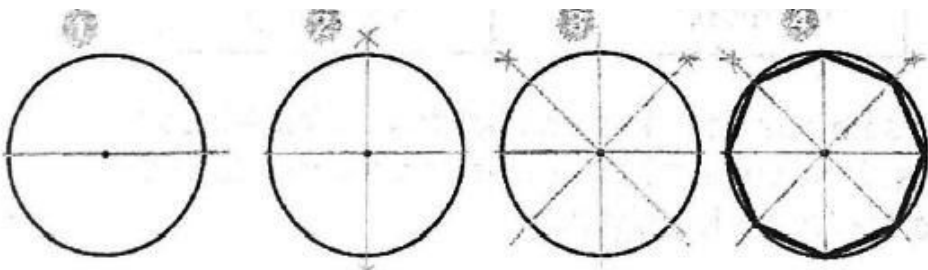
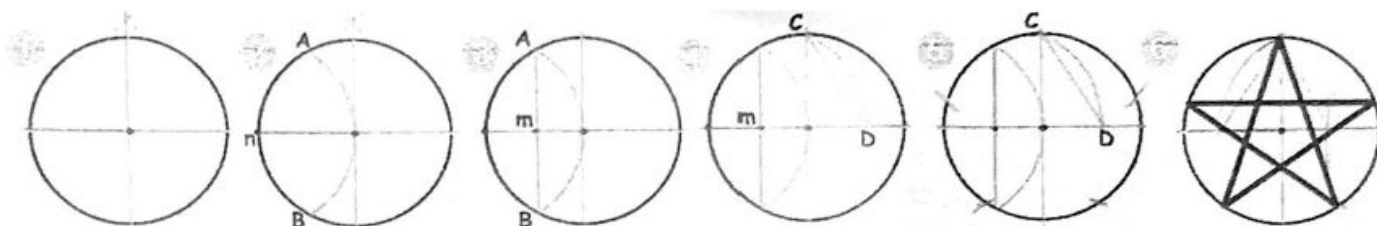
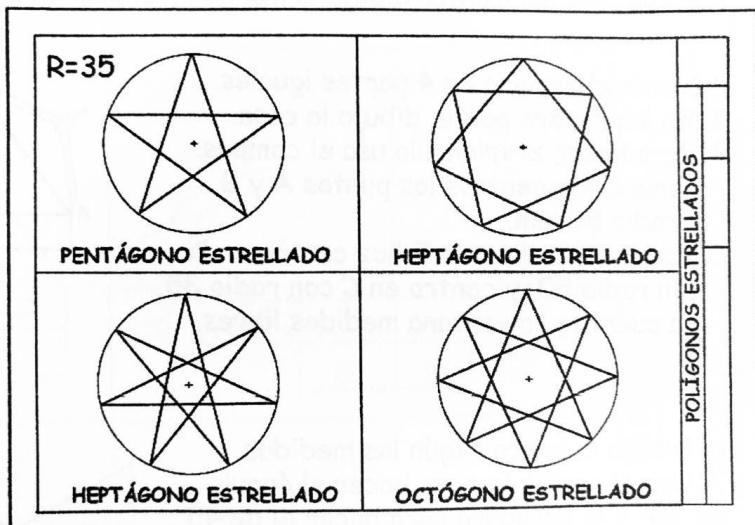


LÁMINA 9: POLÍGONS ESTRELATS

1. Col·loca la làmina en horitzontal i divideix-la en quatre com en el dibuix
2. Dibuixa quatre circumferències centrades de radi 35mm

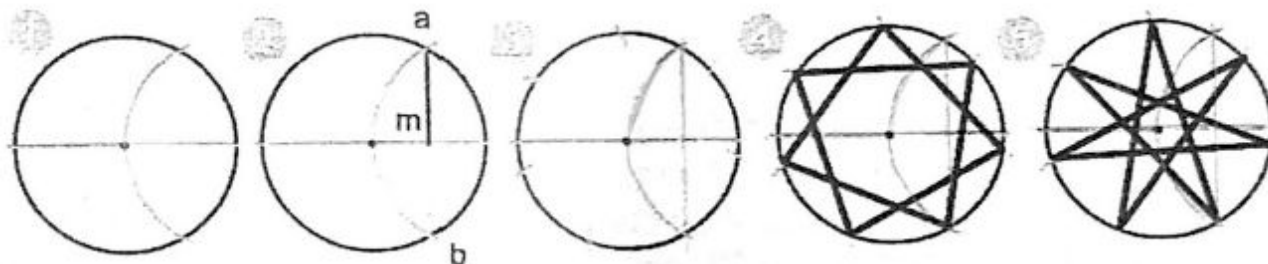
Pentàgon estelat

1. Dividix la circumferència en 5 parts iguals com vas fer per a un pentàgon però sense unir vèrtexs.
2. Unir els vèrtexs ometent un



Heptàgons estelats

1. Dividix la circumferència en 7 parts iguals com vas fer per a un heptàgon però sense unir vèrtexs.
2. Unir els vèrtexs ometent un (model 1)
3. Unir els vèrtexs ometent dos (model 2)



Octògon estelat

1. Dividix la circumferència en 8 parts iguals com vas fer per a un octògon però sense unir vèrtexs.
2. Unir els vèrtexs ometent dos

