

# ACTIVITATS DE MATEMÀTIQUES PER A ALUMNES DE 2n D'E.S.O.

## Volum 3

Grup de treball del Departament de Matemàtiques  
de l'I.E.S. BOVALAR de Castelló de la Plana

Aprovat pel Consell Escolar el dia 27 de juny de 2016

## ÍNDIX

### Volum 3

|                                         |    |
|-----------------------------------------|----|
| Tema 10.- Figures planes. Àrees.....    | 3  |
| Tema 11.- Cossos geomètrics.....        | 18 |
| Tema 12.- Volum de cossos geomètrics... | 31 |
| Tema 13.- Funcions.....                 | 42 |
| Tema 14.- Estadística.....              | 64 |

## TEMA 10.- FIGURES PLANES. ÀREES

### 1. TEOREMA DE PITÀGORES.

En tot triangle rectangle, el quadrat de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats dels catets.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

1. Troba la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual són:

a) 15 cm i 8 cm

b) 12 cm i 35 cm

2. En un triangle rectangle, els catets mesuren 5 cm i 12 cm. Quant fa la hipotenusa?

3. Calcula la diagonal d'un rectangle de 16 m de longitud i 12 m d'ample.

4. Calcula la hipotenusa dels triangles rectangles amb aquests catets.

a) 10 cm i 8 cm

c) 4 cm i 9 cm

b) 7,2 cm i 11,6 cm

d)  $\sqrt{5}$  i  $\sqrt{8}$  cm

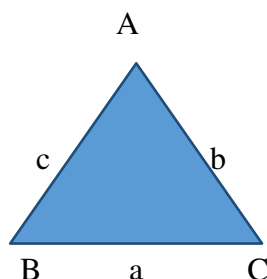
5. Calcula la mida dels catets d'un triangle rectangle isòsceles d'hipotenusa 8 cm

6. La hipotenusa d'un triangle rectangle mesura 25 cm i un dels catets fa 15 cm. Quina és la longitud de l'altre catet?

7. Quina és la longitud del costat d'un quadrat la diagonal del qual mesura 6 cm?

### 2. APLICACIONS DEL TEOREMA DE PITÀGORES

#### 2.1 DETERMINAR SI UN TRIANGLE ÈS RECTANGLE



En tot triangle, sent a el costat major:

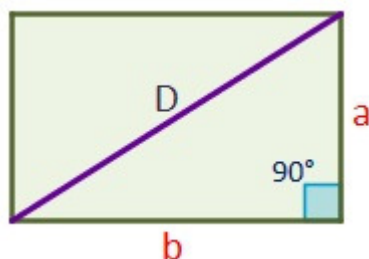
. Si  $a^2 = b^2 + c^2$  ----- El triangle és rectangle.

. Si  $a^2 < b^2 + c^2$  ----- El triangle és acutangle

. Si  $a^2 > b^2 + c^2$  ----- El triangle és obtusangle.

Només compleixen el teorema de Pitàgores els triangles rectangles

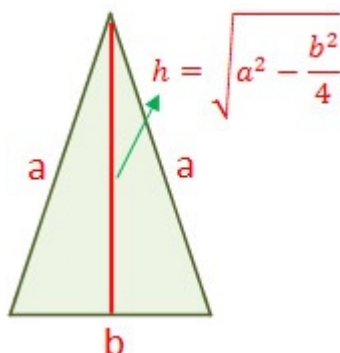
## 2.2. CALCULAR LA DIAGONAL D'UN RECTANGLE



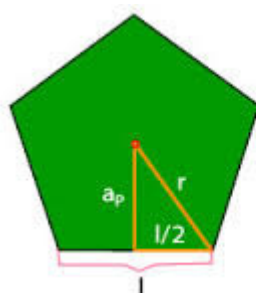
$$D^2 = a^2 + b^2$$

$$D = \sqrt{a^2 + b^2}$$

## 2.3 . CALCULAR L'ALTURA D'UN TRIANGLE ISÒSCELES



## 2.4. CALCULAR L'APOTEMA D'UN POLÍGON REGULAR



$$a_p = \sqrt{r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

8. Determina de quin tipus són els triangles els costats dels quals mesuren, respectivament:

a) 3, 4, i 5 cm

b) 7, 4 i 6 cm

c) 5, 8 i 10 cm

9. Indica si els triangles amb aquestes mides són rectangles, acutangles o obtusangles.

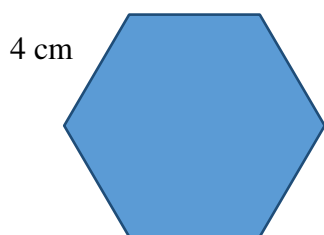
a) 10 cm, 11 cm i 20 cm

b) 4 cm, 5 cm i 6 cm

c) 48 cm, 55 cm i 73 cm

10. Sobre un camp rectangular, la longitud del qual és de 9 m i el seu ample és de 12 m, es traça una diagonal. Calcula'n la longitud.

11. Determina el llarg d'un rectangle de 3 cm d'ample i 22 cm de diagonal.
12. Troba la longitud del costat d'un rombe de diagonals 12 i 18 cm, respectivament.
13. Calcula el costat d'un quadrat si la diagonal fa 18 cm.
14. Calcula l'altura d'un triangle equilàter de costat 7 cm.
15. Troba l'apotema.



16. Determina l'altura d'un triangle isòsceles de costats iguals de 8 cm i de base 6 cm.
17. Troba la mida del costat d'un triangle equilàter l'altura del qual mesura 12 cm.
18. Calcula el costat d'un hexàgon regular d'apotema 10 cm.
19. Troba l'altura d'un triangle equilàter de perímetre 48 cm.
20. Troba l'apotema d'un hexàgon regular el costat del qual mesura:  
a) 10 cm                      b) 16 cm                      c) 7 cm

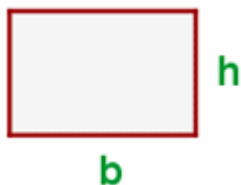
---

### 3. ÀREA DE POLÍGONS

#### 3.1 ÀREA DELS PARAL·LELOGRAMS

**Àrea del rectangle**

$$A = b \cdot h$$



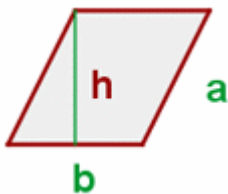
**Àrea del quadrat**

$$A = l \cdot l = l^2$$



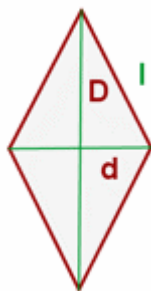
### Àrea del romboide

$$A = b \cdot h$$



### Àrea del rombe

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

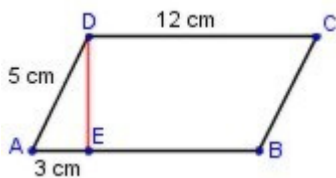


21. Determina l'àrea d'aquests polígons.

- a) Rectangle l'altura del qual fa 5,4 cm i la seua base 9 cm.
- b) Quadrat de costat 6 dm
- c) Romboide la base del qual mesura 150 mm i la seua altura 65 mm

22. Calcula l'àrea d'un quadrat la diagonal del qual fa 0,06 m

23. Troba l'àrea d'aquest romboide



24. Determina l'àrea d'un rectangle de base 7 cm i perímetre 24 cm.

25. Troba l'àrea d'un quadrat el perímetre del qual mesura 22,4 cm.

26. Obtén el costat d'un quadrat sabent que la seua àrea és igual a  $84,64 \text{ cm}^2$

27. Troba la mesura de la diagonal d'un quadrat l'àrea del qual és igual a  $12,25 \text{ cm}^2$ .

28. Troba l'àrea d'un rombe les diagonals del qual mesuren:

a) 4 cm i 12 cm

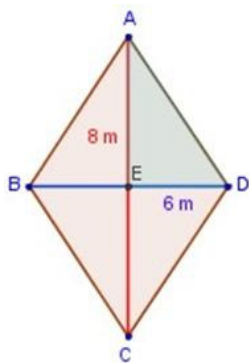
b) 3 cm i 9 cm

29. Troba l'àrea de un rombe, sabent que la diagonal major mesura 16 cm i el perímetre 40 cm.

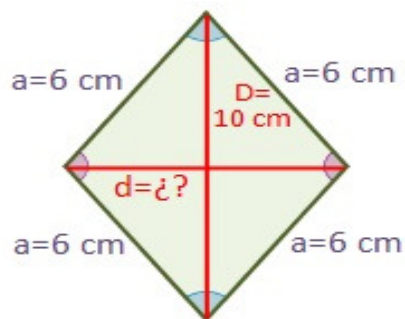
30. Calcula la mesura d'una de les diagonals d'un rombe d'àrea  $30,1 \text{ cm}^2$ , sabent que l'altra diagonal mesura 7 cm.

31. Troba el perímetre i l'àrea d'aquests rombes

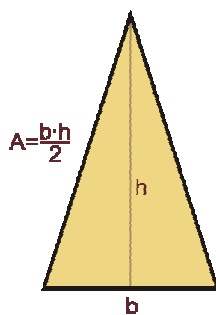
a)



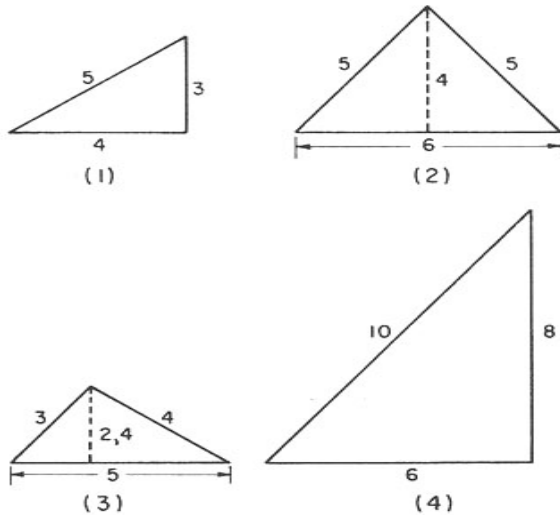
b)



### 3.2.ÀREA DEL TRIANGLE



32. Determina l'àrea d'aquests triangles i el seu perímetre



33. Determina l'àrea d'un triangle isòsceles els costats iguals del qual mesuren 14 cm i la seu base 22 cm.

34. Calcula l'àrea d'un triangle equilàter de 4 cm de costat.

35. Determina l'àrea d'un triangle equilàter el perímetre del qual mesura:

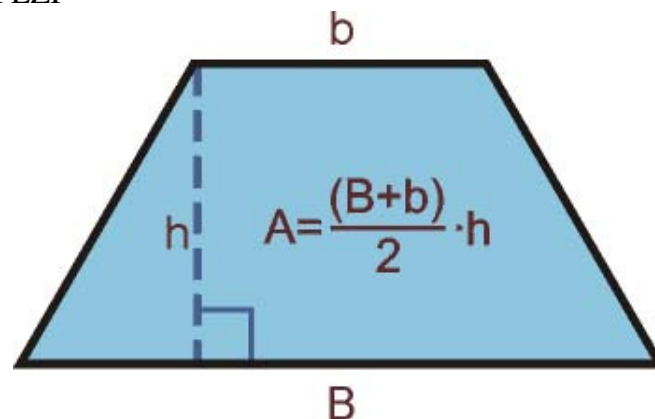
- a) 36 cm                      b) 6 dm                      c) 0,146 m

36. Obtén l'àrea d'un triangle isòsceles de costats iguals de 10 cm i en què el costat desigual mesura 4 unitats més que els costats iguals.

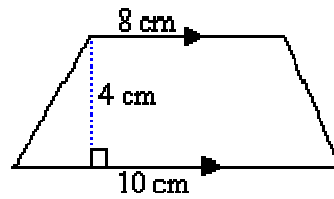
37. Calcula l'altura i la base d'un triangle rectangle isòsceles, si la seua àrea és:

- a)  $200 \text{ cm}^2$                       c)  $450 \text{ dm}^2$   
b)  $120,125 \text{ m}^2$                       d)  $317,52 \text{ mm}^2$

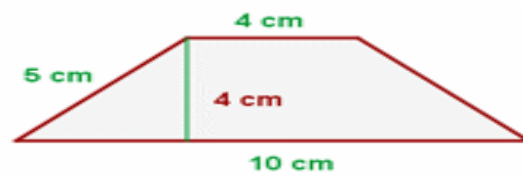
### 3.3.ÀREA DEL TRAPEZI



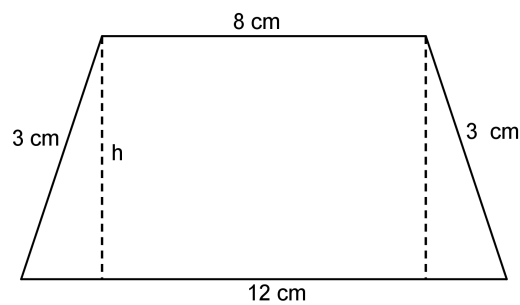
38. Troba l'àrea d'aquest trapezi



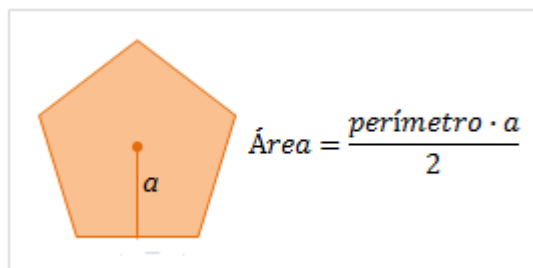
39. Calcula l'àrea i el perímetre d'aquesta figura.



40. Troba l'àrea d'aquest trapezi

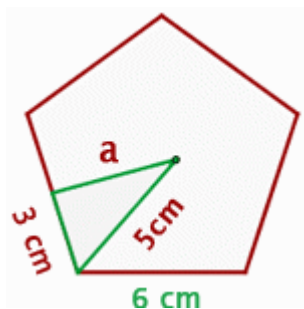


### 3.4 ÀREA D'UN POLÍGON REGULAR

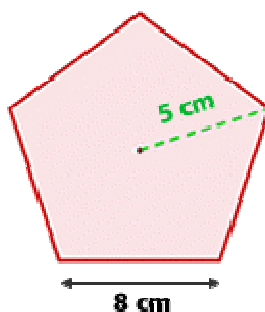


41. Troba l'àrea d'un hexàgon regular el costat del qual fa 8 cm.

42. Calcula l'àrea d'aquesta figura.



43. Troba l'àrea d'aquest polígon



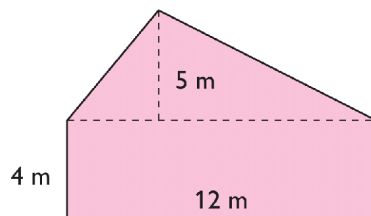
44. Calcula l'àrea d'un octògon del qual el seu costat mesura 3,5 cm i l'apotema 4,25 cm.

45. Troba l'àrea d'un pentàgon del qual el seu costat mesura 6 cm i l'apotema 4,1 cm

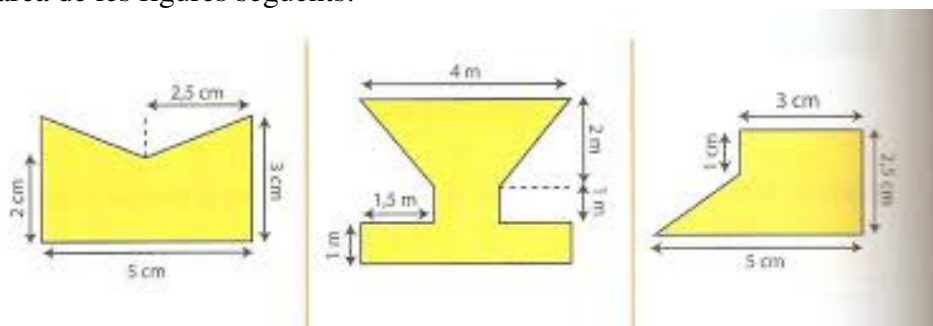
### 3.5 ÀREA D'UNA FIGURA PLANA

L'àrea d'una figura es pot calcular descomponent-la en altres figures les àrees de les quals sabem calcular.

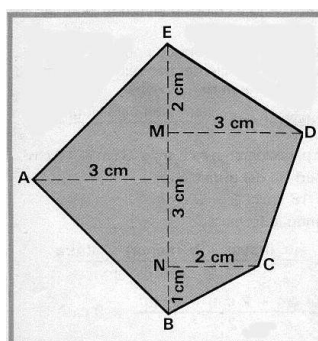
46. Troba l'àrea d'aquesta figura



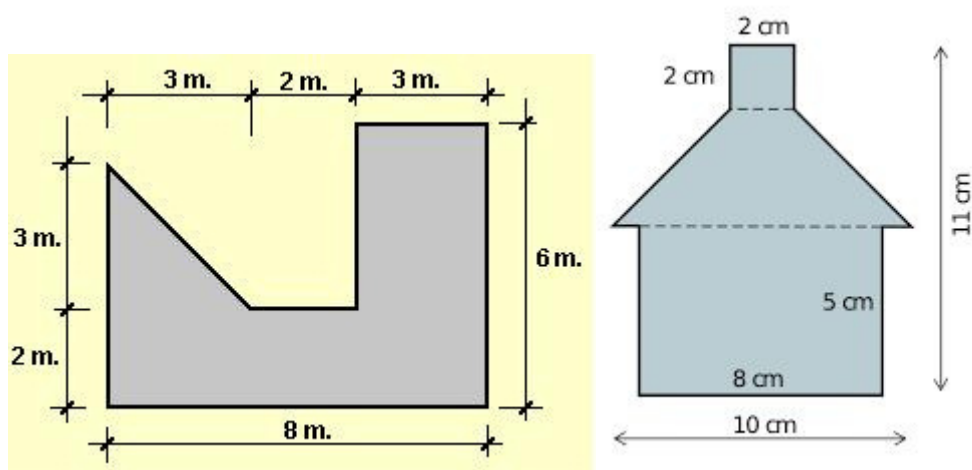
47. Calcula l'àrea de les figures següents:



48. Calcula l'àrea de la figura



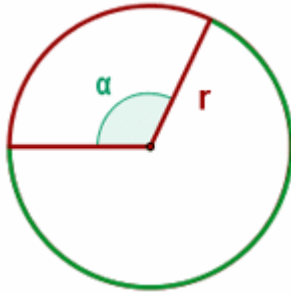
49. Troba l'àrea de les figures següents.



#### 4. LONGITUD D'UNA CIRCUMFERÈNCIA

La longitud d'una circumferència de radi  $r$  és:  $L = 2\pi r$

Longitud d'un arc



$$L_{\text{ARC}} = \frac{2\pi \cdot r \cdot \alpha}{360^\circ}$$

50. Troba la longitud d'una circumferència amb:

a) Radi de 4,5 cm

b) Diàmetre de 12 cm

51. La longitud d'una circumferència és 49 cm. Calcula'n el radi

52. Quina longitud d'arc té un angle de  $50^\circ$  en una circumferència de 78 cm de longitud?

53. Completa la taula següent amb les dades que hi falten.

| RADI   | DIÀMETRE | LONGITUD DE LA CIRCUMFERÈNCIA |
|--------|----------|-------------------------------|
| 2 cm   | .....    | .....                         |
| .....  | 7 cm     | .....                         |
| .....  | .....    | 29,516 cm                     |
| .....  | 10 cm    | .....                         |
| 6,3 cm | .....    | .....                         |
| .....  | .....    | 48,984 cm                     |

54. Calcula la longitud de l'arc :

a)  $r = 3\text{cm}$  i  $\alpha = 100^\circ$

b)  $r = 3,8\text{ m}$  i  $\alpha = 130^\circ$

c)  $r = 4,5 \text{ m}$  i  $\alpha = 225^\circ$

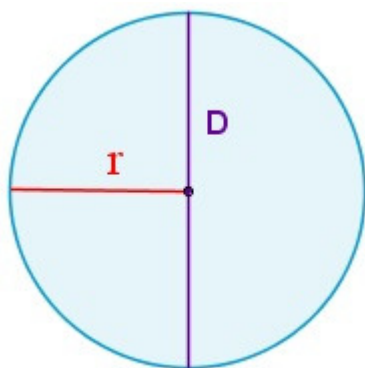
d)  $r = 5,6 \text{ m}$  i  $\alpha = 75^\circ$

55. Quin és el diàmetre d'una circumferència de longitud 50,24 cm?

56. Troba el diàmetre d'una circumferència, sabent que la longitud d'un arc de  $50^\circ$  es igual a 5,23 cm.

## 5. ÀREA DE FIGURES CIRCULARS

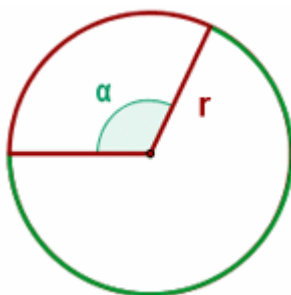
### 5.1. ÀREA DEL CERCLE



L'àrea d'un cercle de radi  $r$  es:  $A = \pi r^2$

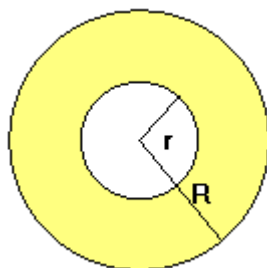
### 5.2. ÀREA DEL SECTOR CIRCULAR

L'àrea d'un sector circular el radi del qual és  $r$  i la seua amplitud  $\alpha$  és  $A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$



### 5.3. ÀREA DE LA CORONA CIRCULAR

L'àrea d'una corona circular de radis  $R$  i  $r$  és:  $A = (\pi R^2) - (\pi r^2) = \pi (R^2 - r^2)$



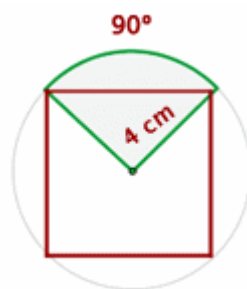
57. Determina l'àrea d'un cercle de radi 15 cm.

58. Troba l'àrea de un cercle de diàmetre 24 cm

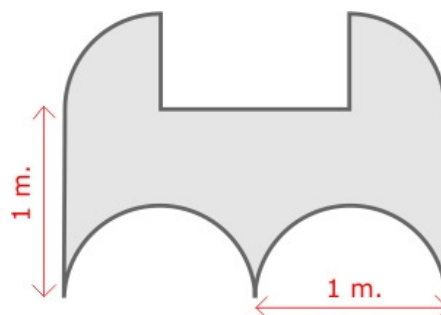
59. Obtén l'àrea de la corona circular compres entre dues circumferències de radi 100 mm i 7 cm.

60. Hem dividit un pastís de 10 cm de radi en 6 parts iguals. Calcula l'àrea de cada part.

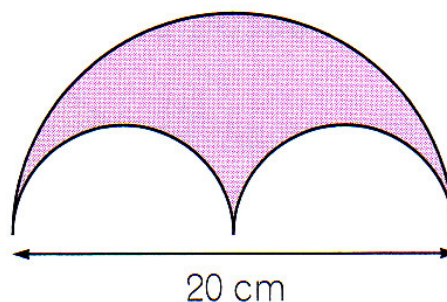
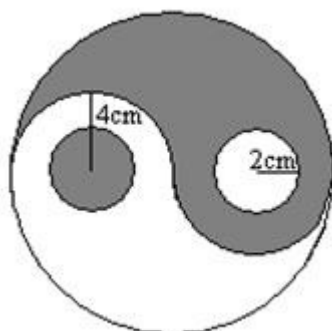
61. Troba l'àrea d'aquest sector circular

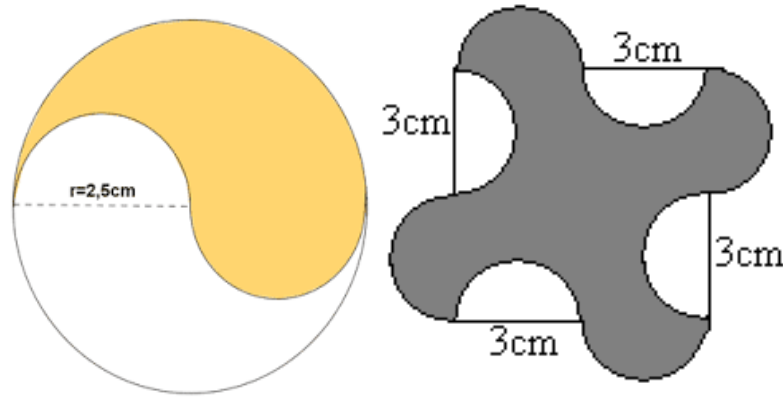


62. Determina l'àrea d'aquesta figura



63. Calcula l'àrea pintada d'aquestes figures



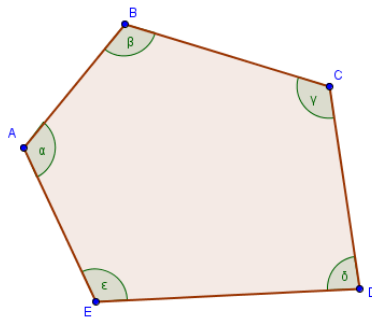


64. Troba l'àrea d'un cercle inscrit en un quadrat amb diagonal de  $\sqrt{50}$  cm.

## 6. ANGLS EN ELS POLÍGONS

### 6.1. ANGLS INTERIORS D'UN POLÍGON

Els **angles interiors** d'un polígon són els que tenen com a costats dos costats continguts del polígon



Si un polígon té  $n$  costats, la suma dels angles interiors val  $180^\circ \cdot (n - 2)$

Així, cada **angle interior** d'un polígon regular valdrà:  $\frac{180^\circ \cdot (n - 2)}{n}$

65. Calcula la suma dels angles interiors d'un triangle equilàter, d'un quadrat i d'un pentàgon regular.

66. En un enneàgon regular troba:  
a) La suma dels angles interiors.  
b) El valor d'un d'ells.

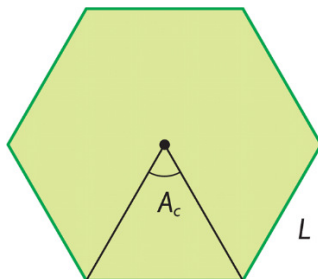
67. Si la suma dels angles interiors d'un polígon regular és igual a  $1800^\circ$ , quants costats té?

68. Troba la suma dels angles interiors d'un octàgon regular. Quant val un d'ells?

---

## 6.2 ANGLES CENTRALS D'UN POLÍGON REGULAR

Els **angles centrals** d'un polígon regular són els que estan formats per dos radis consecutius.



L' amplitud de l'angle central d'un polígon regular que té  $n$  costats és:  $\frac{360^\circ}{n}$

---

69. Troba l'amplitud d'un angle central de cada un d'aquests polígons.

a) Pentàgon regular

b) hexàgon regular

70. Si l'amplitud d'un angle central d'un polígon val  $30^\circ$ , de quin polígon es tracta?

71. Dibuixa els angles centrals d'un enneàgon regular i troba l'amplitud d'un d'ells.

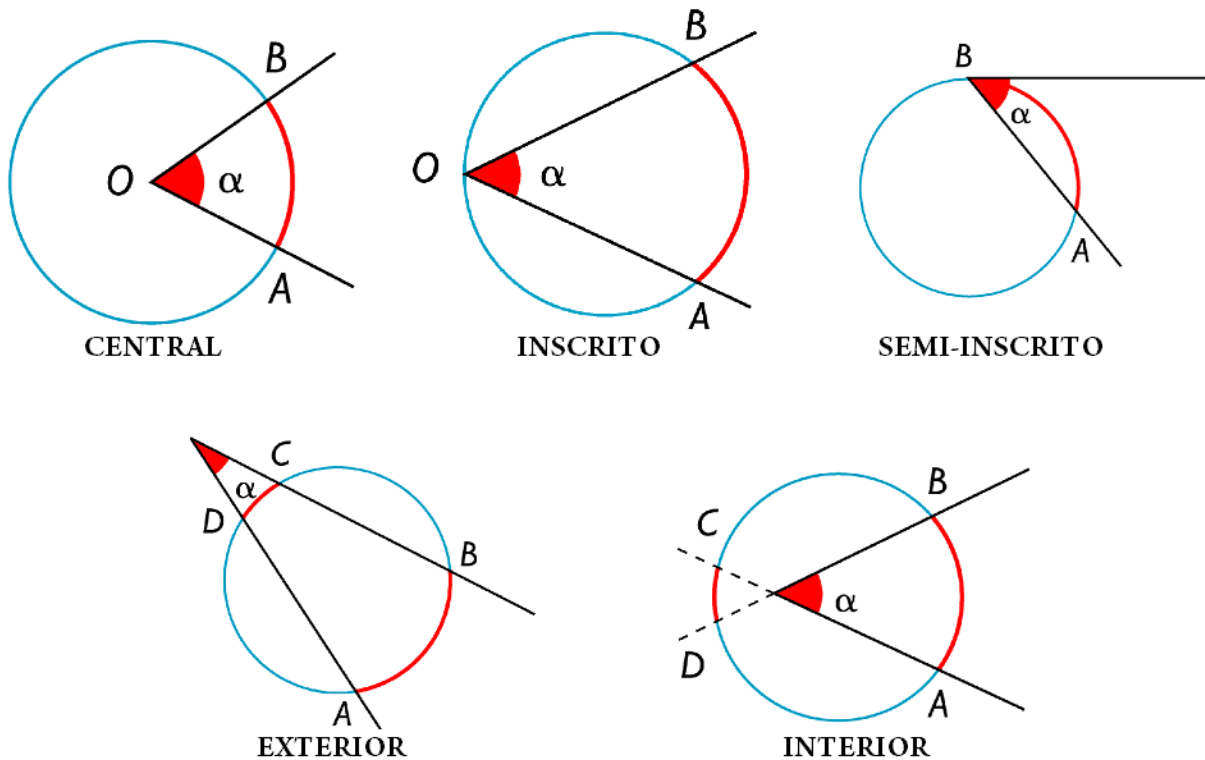
72. Calcula l'amplitud d'un angle central:

a) D'octàgon regular.

b) D'un dodecàgon regular

73. Si l'amplitud d'un angle central d'un polígon regular val  $36^\circ$ , quants costats té?

## 7. ANGLES EN LA CIRCUMFERÈNCIA



1. ANGLE CENTRAL.- El seu valor és igual a l'arc
2. ANGLE INSCRIT .- El seu valor és igual a la meitat de l'arc
3. ANGLE SEMIINSCRIT .- El seu valor és igual a la meitat de l'arc
4. ANGLE INTERIOR .- El seu valor és igual a la semisuma dels arcs que comprèn
5. ANGLE EXTERIOR .- El seu valor és la semidiferència dels dos arcs que comprèn
6. ANGLE CIRCUNSCRIT .- El seu valor és igual a la semidiferència dels dos arcs que comprèn

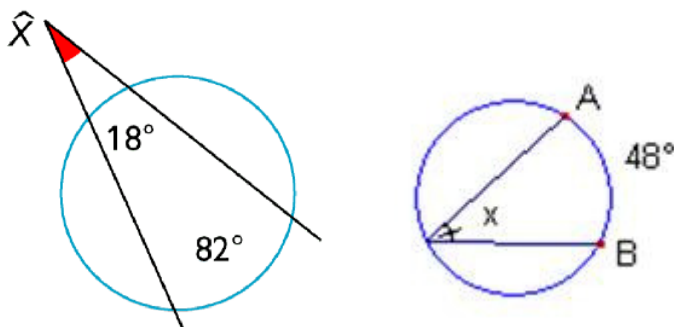
74. Troba l'angle inscrit en una circumferència que comprèn un arc de:

- a)  $40^\circ$     b)  $120^\circ$     c)  $80^\circ$     d)  $136^\circ$

75. Calcula l'angle interior d'una circumferència que comprèn dos arcs de:

- a)  $90^\circ$  i  $30^\circ$     b)  $52^\circ$  i  $38^\circ$   
c)  $60^\circ$  i  $120^\circ$     d)  $100^\circ$  i  $40^\circ$

76. Calcula el valor de l'angle  $X$

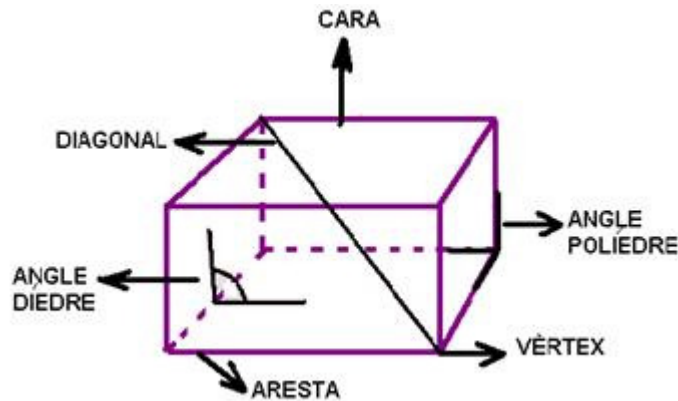


## TEMA 11.- COSSOS GEOMÈTRICS

### 1. POLIEDRES

Un **poliedre** és un cos geomètric limitat per cares en forma de polígons

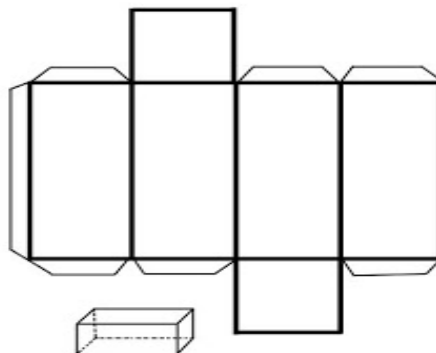
#### 1.1. Elements d'un poliedre



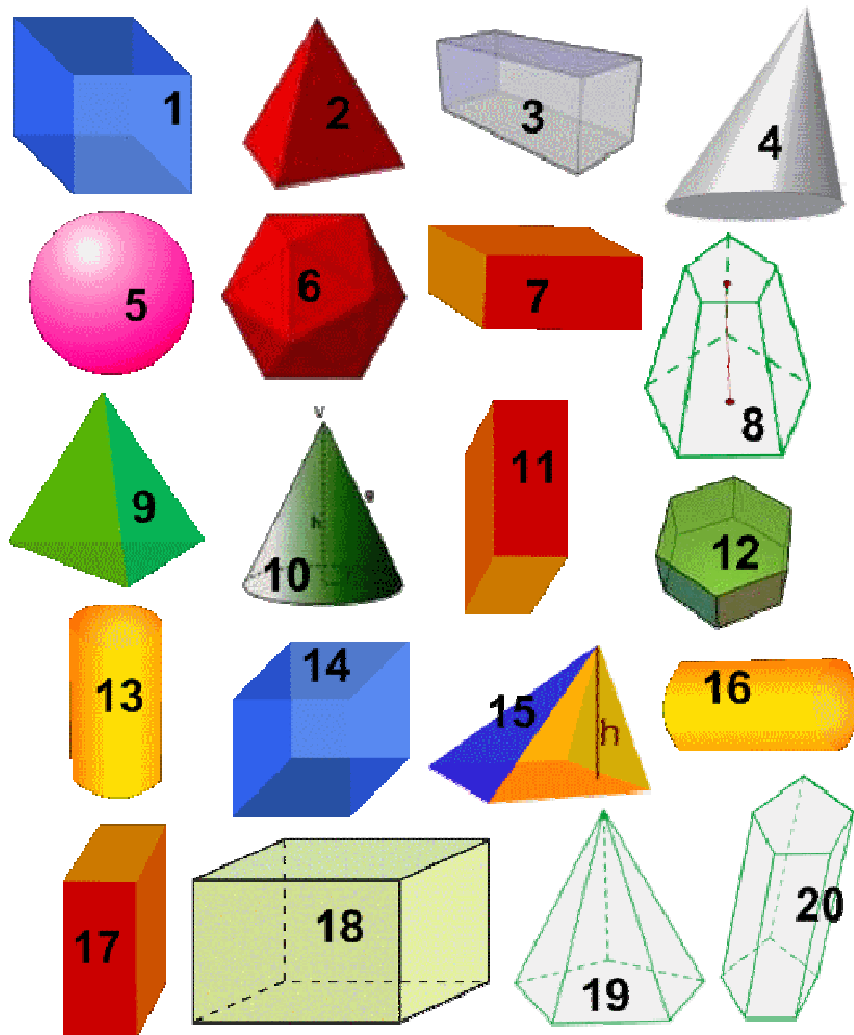
- **Cares:** són els polígons que limiten el poliedre
- **Arestes:** són les línies on concorren dues cares. Coincideixen amb els costats de les cares.
- **Vèrtexs:** són els punts on es tallen tres o més arestes.
- **Diagonal:** és el segment que uneix dos vèrtex que no estan en la mateixa aresta.
- **Angle diedre:** és l'angle format per dues cares
- **Angle poliedre:** és l'angle format per tres o més cares, amb un punt en comú, el vèrtex

#### 1.2. Desenvolupament pla d'un poliedre

El desenvolupament pla d'un poliedre és la superfície que resulta en estendre'l sobre un pla.

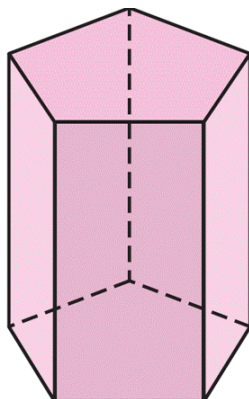


1. Quines de les figures següents són poliedres?

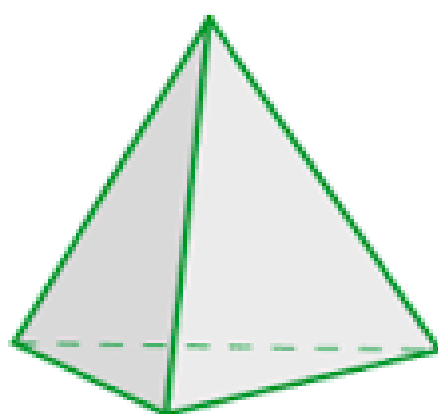


2. Determina el nom d'aquests poliedres. Quantes cares tenen? I quantes arestes?

a)



b)

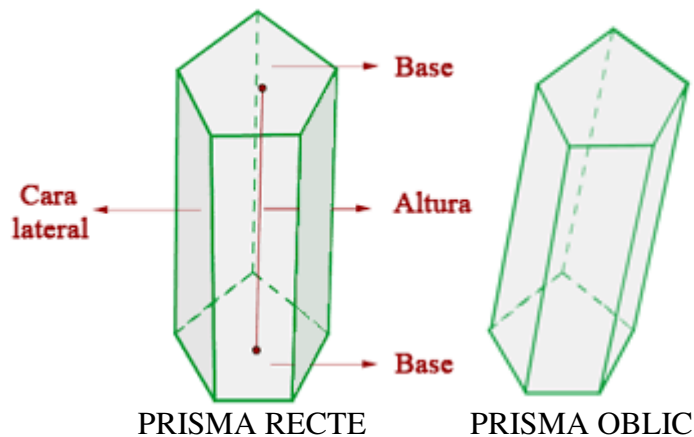


3. Realitza el desenvolupament pla dels poliedres de l'exercici anterior.

4. Justifica si és vertader o fals.
- En un poliedre, totes les cares són iguals.
  - El menor nombre de cares d'un poliedre és 4.
  - En cada vèrtex d'un poliedre concorre sempre el mateix nombre d'arestes.

## 2. PRISMES

- Un **prisma** és un poliedre limitat per dos polígons iguals i paral·lels (anomenats **bases**) i diversos paral·lelograms (anomenats **cares laterals**)
- L' **altura** del prisma és la distància entre las bases.
- Si totes les cares laterals són rectangles, seran perpendiculars a les bases, i aleshores s'anomena **prisma recte**
- Si les cares laterals no són perpendiculars a les bases, s'anomena **prisma oblic**.
- Les arestes laterals d'un prisma són segments iguals i paral·lels entre sí. En els prismes rectes són perpendiculars a les bases

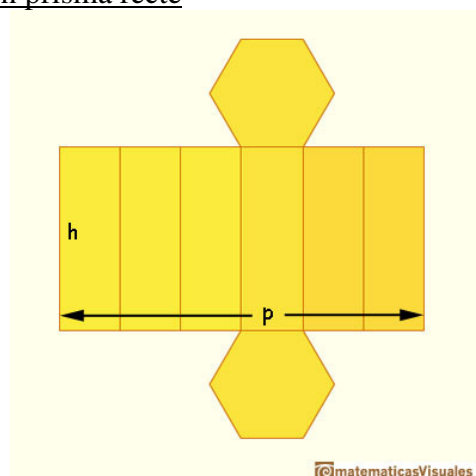


### 2.1 Classificació segons el polígon de les bases

Depenent que les bases siguin triangles, quadrilàters, pentàgons, etc., el **prisma** s'anomena **triangular**, **quadrangular**, **pentagonal**, etc.

Els prismes rectes amb bases que són polígons regulars s'anomenen **prismes regulars**

### 2.2 Desenvolupament d'un prisma recte



El desenvolupament lateral d'un prisma recte és un rectangle. La longitud de la base és el perímetre de la base del prisma, i l'altura, l'altura del prisma

---

5. Dibuixa un prisma recte de base triangular i un altre de base pentagonal.

- a) Calcula el nombre de cares, arestes i vèrtex.
- b) Dibuixa'n els desenvolupaments plans.

6. Quin polígon forma la base d'un prisma que té 18 arestes?

7. Dibuixa un prisma regular i un prisma irregular.

---

### 2.3 Àrea del prisma

A partir del desenvolupament del prisma recte en podem calcular l'àrea

#### . Àrea lateral, $A_L$

És la suma de les àrees de les seues cares laterals. Com que el desenvolupament és un rectangle, l'àrea és.:  $A_L = P_B \cdot h$

#### . Àrea de cada base, $A_B$

Cal tenir en compte que hem de sumar les àrees de les dues bases.

**L'àrea total d'un prisma recte és:**

$$A_T = A_L + 2 \cdot A_B = P_B \cdot h + 2 A_B$$

---

8. Calcula l'àrea d'un cub l'aresta del qual mesura 2 cm.

9. Determina l'àrea d'un prisma :

- a) Pentagonal regular, d'altura 10 cm, costat de la base 4 cm i apotema 2,75 cm.
- b) Triangular regular, d'altura 8 cm, costat de la base 4 cm i altura de la base 3,46 cm

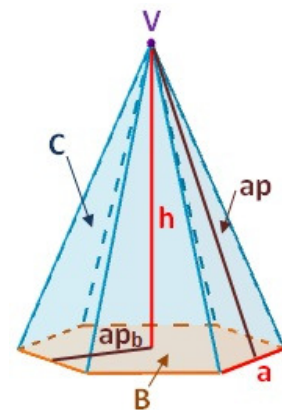
10. Les bases d'un prisma recte són trapezis rectangles els costats dels quals mesuren: les bases 11 cm i 16 cm; l'altura 12 cm. L'altura del prisma mesura 20 cm. Troba'n l'àrea total.

11. Les dimensions d'un ortoedre són 4 cm, 3 cm i 12 cm. Troba 'n l'àrea total i la longitud de la diagonal.

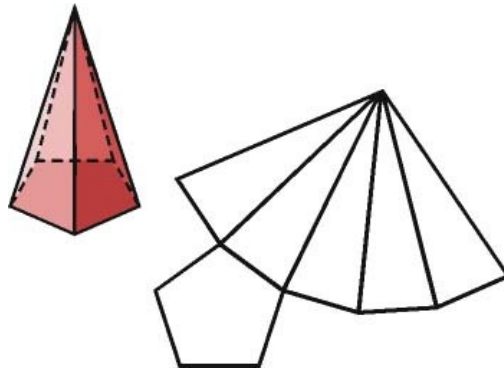
12. Un prisma quadrangular recte, amb aresta de la base de 3 cm, té una àrea total de  $78 \text{ cm}^2$ .  
Calcula'n l'altura.
13. Troba la longitud de l'aresta d'un cub perquè l'àrea siga igual que la d'un ortoedre de 6 cm d'ample, 3 cm d'alt i 2 cm de profunditat
14. Troba l'àrea total d'un prisma recte de 15 cm d'altura la base del qual són rombes de diagonals 16 cm i 12 cm.
15. Calcula l'àrea lateral i total d'un prisma triangular regular, el costat de la base del qual mesura 4 cm i la seua aresta lateral 8 cm.
16. Determina l'àrea total d'un prisma hexagonal, sabent que l'aresta de la seua base mesura 8 cm i la seua altura és de 10 cm.
17. Troba l'àrea lateral i l'àrea total d'un prisma triangular recte, l'altura del qual mesura 3 cm i la seua base és un triangle equilàter de costat 2 cm.

### 3. PIRÀMIDES

- Una **piràmide** és un poliedre que té per **base** un polígon qualsevol, i per **cares laterals**, triangles amb un vèrtex comú, que s'anomena **vèrtex** de la piràmide
- L'**altura** de la piràmide és la distància del vèrtex al pla de la base.
- Una **piràmide** és **regular** quan la base és un polígon regular i el vèrtex es projecta sobre el centre d'aquest polígon.
- En una piràmide regular, totes les arestes laterals són iguals i les cares laterals són triangles isòsceles iguals. Les altures dels triangles s'anomenen **apotemes** de la piràmide
- L'**apotema** d'una piràmide regular és la hipotenusa d'un triangle rectangle els catets del qual són l'altura de la piràmide i l'apotema del polígon de la base
- Les **piràmides** s'anomenen **triangulars, quadrangulars, pentagonals...** segons que el polígon de la base siga un triangle, un quadrilàter, un pentàgon...



## 3.1 Desenvolupament d'una piràmide regular



## 3.2 Àrea de la piràmide

. Àrea lateral,  $A_L$ 

Si  $n$  és el nombre de costats de la base, la suma de les àrees dels  $n$  triangles de les seues cares

laterals és :  $A_L = n \cdot \frac{c \cdot a}{2} = \frac{P_B \cdot a}{2}$

. Àrea de la base,  $A_B$ 

Com que la base és un polígon regular:  $A_B = \frac{P_B \cdot a'}{2}$

L'àrea total d'una piràmide regular és:

$$A_T = A_L + A_B = \frac{P_B \cdot a}{2} + \frac{P_B \cdot a'}{2}$$

18. Calcula l'àrea d'una piràmide regular de base quadrangular, si l'aresta bàsica mesura 7 cm i l'altura de les cares laterals és igual a 4 cm.
19. La base d'una piràmide regular és un pentàgon de 16 dm de costat i 1 dm d'apotema. L'altura de la piràmide és de 26,4 dm. Troba'n l'àrea total.
20. Determina l'àrea total d'una piràmide quadrangular d'altura 4 cm i aresta de la base 4 cm
21. Troba l'àrea total d'una piràmide regular la base de la qual és un quadrat de 10 cm de costat i l'altura de 12 cm.
22. En una piràmide de base pentagonal, l'apotema mesura 11,83 cm. l'altura fa 12 cm, el costat de la base 4 cm i l'apotema de la base 2,75 cm. Troba'n l'àrea lateral i l'àrea total.

23. Troba l' àrea total d'un tetraedre d'aresta:

- a) 3 cm      b) 5 cm      c) 9 cm      d) 6,2 cm

24. Dibuixa el desenvolupament d'un tronc de piràmide quadrada, regular, les arestes del qual mesuren: les de la base major, 4 cm; les de la menor, 2 cm, i les laterals, 5 cm. Troba'n l'àrea total. (Les cares laterals són trapezis. Comprova que l'altura és 4,9 cm).

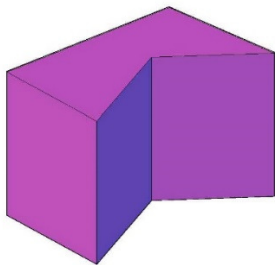
25. \* Les bases d'un tronc de piràmide regular són quadrats de 10 cm i 20 cm de costat, respectivament. Les arestes laterals són de 13 cm. Troba'n l'àrea total.

#### 4. POLIEDRES REGULARS

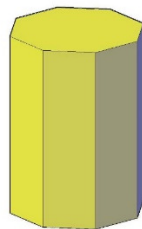
##### 4.1 Poliedres convexos i còncaus

**Poliedres convexos** són els que, en prolongar qualsevol de les cares, aquestes no tallen el poliedre.

**Poliedres còncaus** són aquells en els quals existeix alguna cara que, en prolongar-la talla el poliedre.



Poliedre còncau



Poliedre convex

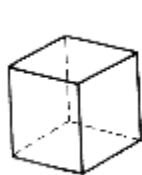
En els poliedres convexos es compleix la **fórmula d'Euler**:

$$C + V = A + 2$$

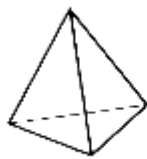
Nre cares      Nre vèrtex      Nre arestes

##### 4.2 Poliedres regulars

Un **poliedre** és **regular** quan totes les cares són polígons regulars iguals i, a més, en cada vèrtex concorre el mateix nombre de cares



Cub



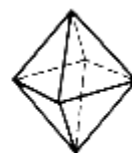
Tetraedre



Dodecaedre



Icosaedre



Octaedre

26. Còpia i completa la taula, sabent que les dades pertanyen a poliedres en què es compleix la fórmula d'Euler

| Nre de cares | Nre. de vèrtex | Nre. d'arestes |
|--------------|----------------|----------------|
| 9            |                | 21             |
|              | 8              | 12             |
| 11           |                | <b>27</b>      |
| 12           | 20             |                |

27. Comprova que es compleix la fórmula d'Euler

| Poliedre   | Nre Cares | Nre Vèrtex | Nre. Arestes | C + A | A + 2 |
|------------|-----------|------------|--------------|-------|-------|
| Tetraedre  |           |            |              |       |       |
| Cub        |           |            |              |       |       |
| Octaedre   |           |            |              |       |       |
| Dodecaedre |           |            |              |       |       |
| Icosaedre  |           |            |              |       |       |

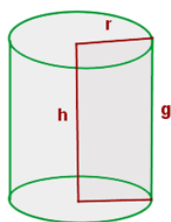
28. Quin poliedre o poliedres regulars es poden obtenir utilitzant com a cares triangles equilàters? I amb pentàgons regulars? I amb hexàgons regulars?

## 5. CILINDRES

Un cilindre és un cos de revolució generat a partir d'un rectangle que gira al voltant d'un dels costats.

### 5.1 Elements del cilindre

. **Eix** del cilindre: és el costat sobre el qual gira el rectangle que genera el cilindre.



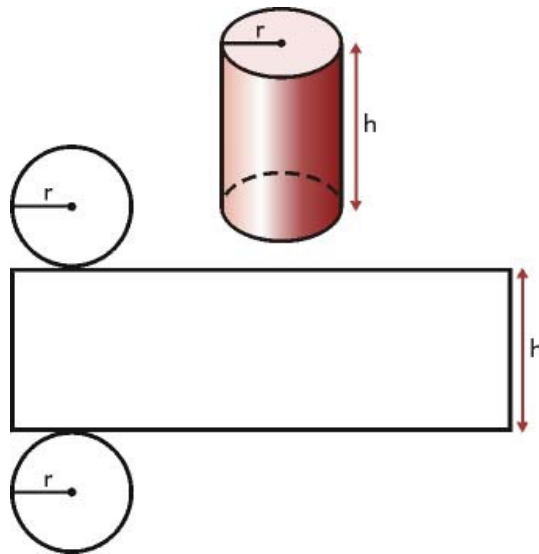
. **Altura**: és la longitud de l'eix.

. **Generatriu**: és la longitud del costat oposat a l'eix, o el costat que genera la superfície lateral del cilindre.

. **Bases**: són dos cercles iguals i paral·lels que es generen en girar els costats perpendiculars a l'eix

. **Radi**: és el radi de la base.

### 5.2 Desenvolupament pla del cilindre



### 5.3 Àrea del cilindre

. Àrea lateral,  $A_L$

$$A_L = 2 \pi r \cdot H$$

. Àrea de cada base,  $A_B$

$$A_B = \pi r^2$$

. L'àrea total d'un cilindre és :

$$A_T = A_L + 2 A_B = 2\pi r \cdot h + 2 \pi r^2$$

29. Calcula l'àrea total d'un cilindre de 3 dm de radi i 5 dm d'altura.

30. Determina la superfície de metall necessària per a fabricar un pot de conserves de forma cilíndrica, de 10 cm d'altura i 4 cm de radi de la base.

31. Calcula l'àrea total d'un cilindre d'altura 10 cm i radi de la base 7 cm.

32. Lola i Pere han de folrar un tub cilíndric de 12 m d'altura i 2 m de diàmetre. Si el paper els costa 12 €/m<sup>2</sup>, quant els costarà folrar la superfície lateral del tub?

33. Troba la superfície total d'un tronc de fusta cilíndric recte, de 3 m d'altura i diàmetre de la base de 30 cm.

34. \* Troba l'altura d'un cilindre d'àrea lateral 756,6 cm<sup>2</sup> i radi de la base 10 cm.

35. \* L'àrea total d'un cilindre és  $471 \text{ cm}^2$  i la seua altura és el doble que el radi. Obtén-ne l'altura i el radi

## 6. CONS

Un con és un cos de revolució generat per un triangle rectangle que gira al voltant d'un dels catets.

### 6.1 Elements del con

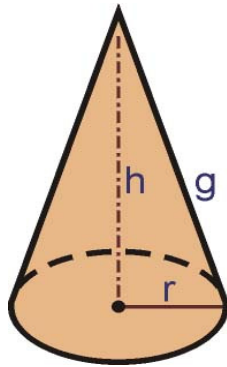
. **Eix** del con: és el catet sobre el qual gira el triangle.

. **Altura**: és la longitud de l'eix.

. **Generatriu**: és la longitud de la hipotenusa del triangle.

. **Base**: és el cercle generat en girar el catet perpendicular a l'eix.

. **Radi**: és el radi de la base, o la longitud del catet perpendicular a l'eix



### 6.2 Àrea del con

. **Àrea lateral,  $A_L$**

$$A_L = \frac{2\pi r \cdot g}{2} = \pi r g$$

. **Àrea de la base,  $A_B$**

$$A_B = \pi r^2$$

. **L'Àrea total d'un con és:**

$$A_T = A_L + A_B = \pi r g + \pi r^2$$

36. Un con mesura 12 cm de generatriu i 8 cm de diàmetre de la base. Calcula'n l'àrea total.

37. La generatriu d'un con mesura 20 cm i el radi de la base 5 cm. Calcula'n l'àrea total.

38. Determina l'àrea lateral i l'àrea total del con l'altura del qual mesura 12 cm i de generatriu 13 cm.
39. Troba l'àrea total d'un con de 35 cm d'altura i 12 cm de radi.
40. Volen cobrir amb lona un terrassa de forma cònica de 15 cm d'altura i diàmetre de 8 cm. Quina quantitat de lona es necessita?
41. Quant mesura l'àrea lateral d'un con, el radi del qual mesura 2 cm i la seua generatriu, 4cm? I la seua àrea total?.
42. \* Un con, la base del qual té 15 cm de radi i l'altura és de 36 cm, es talla per un pla que passa a 12 cm de la base. Calcula les dimensions i l'àrea lateral del tronc de con resultant.
43. \* El con amb una base de radi 12 cm i una altura de 16 cm es talla per un pla perpendicular a l'eix que passa a 4 cm de la base. Troba les dimensions, l'àrea lateral i l'àrea total del tronc de con que s'hi forma.

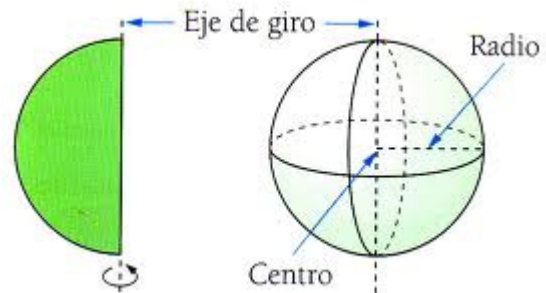
## 7. ESFERA

Una **esfera** és un cos de revolució generat per un semicercle que gira sobre el diàmetre.

### 7.1 Elements d'una esfera

- . **Eix** de l'esfera: és el diàmetre sobre el qual gira el semicercle.
- . **Centre**: és el centre del semicercle.
- . **Radi**: és el radi del semicercle.

L'esfera no té desenvolupament pla.



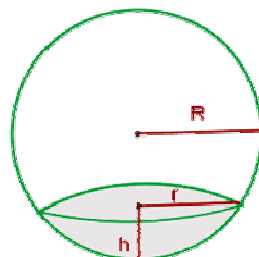
### 7.2 . L'àrea d'una esfera

L'àrea d'una esfera de radi  $r$  és:  $A_T = 4\pi r^2$

### 7.3 Figures esfèriques

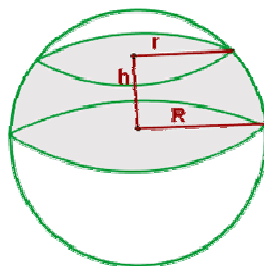
#### . **Casquet esfèric**

$$A_{\text{casquet}} = 2\pi R h$$



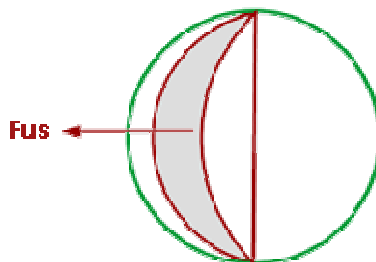
### . Zona esfèrica

$$A_{\text{zona}} = 2\pi R h$$



### . Fusesfèric

$$A_{\text{fus}} = \frac{4\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$



- 
44. Quina és l'àrea d'una esfera el radi de la qual fa 5 cm?
45. Determina l'àrea d'una esfera el diàmetre de la qual mesura 12 cm
46. El radi d'una esfera mesura 4 cm. Troba l'àrea d'un fus esfèric d'amplitud  $40^\circ$
47. En una esfera terrestre escolar de 20 cm de radi estan senyalades les zones climàtiques. Sabem que cada casquet polar té 2 cm d'altura, i cada zona temperada, 10 cm d'altura. Troba la superfície de cada zona climàtica.
48. Troba la superfície del casquet esfèric de 2 dm d'altura en una esfera de 10 dm de diàmetre

### PROBLEMES

49. Quin és el preu d'un caixó d'embalatge de mesures 0,6 m x 0,5 m x 0,4 m si la fusta costa a raó de 18 €/m<sup>2</sup>?
50. Calcula l'àrea total d'un ortoedre de dimensions 3 cm, 4 cm i 12 cm.
51. Les parets d'un pou de 12 m de profunditat i 1,6 m de diàmetre s'han cimentat. El preu és de 40 € el metre quadrat. Quin n'ha estat el cost?

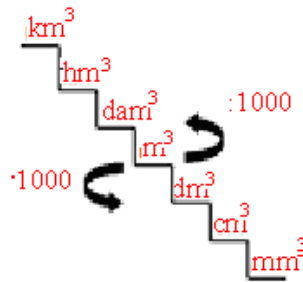
52. \*Un pintor ha cobrat 1000 € per pintar el lateral d'un depòsit cilíndric de 4 m d'altura i 4 m de diàmetre. Quant haurà de cobrar per pintar un depòsit esfèric de 2 m de radi?.
53. Una reixa es compon de 20 barrots de ferro de 2,5 m d'altura i 1,5 cm de diàmetre. Cal donar-los una mà de mini a raó de 24 €/m<sup>2</sup>. Quin n'és el cost?
54. \*Les parets i el sostre d'una habitació tenen una àrea de 94 m<sup>2</sup>. Si el terra és un rectangle de 7 m de llarg i 4 m d'ample, quina altura té aquesta habitació?
55. Un edifici té forma de prisma recte de 30 m d'altura, i la base és un triangle equilàter de 5 m de costat. Quina àrea lateral i total té l'edifici?.
56. Una tenda de forma cònica té una altura de 2 m i un diàmetre d'1 m. Quants metres quadrats es necessiten per a folrar-la, incloent-hi la base?
57. Una bobina de paper de forma cilíndrica té una altura d' 1,75 m i un diàmetre de la base circular de 80 cm. Calcula'n l'àrea total.
58. Determina la superfície esfèrica d'una pilota de 30 cm de diàmetre

## TEMA 12. VOLUM DE COSSOS GEOMÈTRICS.

### 1. VOLUM D'UN COS

El volum d'un cos és la quantitat d'espai que ocupa, i la seua unitat principal és el metre cúbic, que s'escriu  $m^3$ .

En les unitats de volum, cada unitat és 1000 vegades major que la immediatament inferior i 1000 vegades menor que la immediatament superior.



Les mesures de volum també es poden expressar de forma complexa i incomplexa, tenint en compte que les unitats van de 1000 en 1000.

1. Expressa en metres cúbics les següents mesures:

a)  $56 \text{ dam}^3 =$

b)  $43789'8 \text{ cm}^3 =$

c)  $0'00009 \text{ km}^3 =$

d)  $0'00098 \text{ hm}^3 =$

e)  $123000000 \text{ mm}^3 =$

f)  $0'9 \text{ dm}^3 =$

2. El volum d'un pot és de  $30 \text{ dm}^3$   $5 \text{ cm}^3$   $500 \text{ mm}^3$ . Quin volum ocupa en  $\text{mm}^3$ ? I en  $\text{m}^3$ ?

3. Expressa en litres les següents mesures:

a)  $1000 \text{ cm}^3 =$

b)  $0'07 \text{ m}^3 =$

c)  $5'6 \text{ dm}^3 =$

d)  $1 \text{ m}^3 =$

4. El volum del dipòsit d'una fàbrica és de  $6 \text{ m}^3$   $15 \text{ dm}^3$   $500 \text{ cm}^3$ . Quina és la seua capacitat en litres?

5. Una planta que potabilitza aigua del mar dessala  $25000 \text{ m}^3$  d'aigua per dia. Quants  $\text{hm}^3$ ,  $\text{dam}^3$  i  $\text{m}^3$  dessalarà en un any?

**2. RELACIONS ENTRE LES UNITATS DE VOLUM, CAPACITAT I MASSA**

Un litre és la capacitat d'un cub d'1 dm d'aresta. Tenim les següents igualtats:

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ kl}; \quad 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l} ; \quad 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}.$$

Un quilo és la massa que té 1  $\text{dm}^3$  d'aigua destil·lada. Tenim les següents igualtats:

$$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ t}; \quad 1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ kg} ; \quad 1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ g}.$$

---

6. Transforma en metres cúbics les següents mesures de capacitat:

a)  $809'76 \text{ l} =$

b)  $34 \text{ ml} =$

c)  $67'9 \text{ kl} =$

d)  $0'0009 \text{ dal} =$

e)  $5'976 \text{ cl} =$

f)  $0'97 \text{ hl} =$

7. Transforma en quilograms aquestes mesures d'aigua destil·lada:

a)  $240 \text{ cm}^3$

b)  $8,6 \text{ cl}$

c)  $7 \text{ dal}$

d)  $2400 \text{ mm}^3$

8. Quants gots de 3 dl de capacitat es poden omplir amb un pitxer d'1,5 l?

9. Quants litres de llet caben en un paquet de forma cúbica d'aresta 16 cm?

---

**3. DENSITAT**

La **densitat** d'un cos o d'una substància,  $d$ , és la massa d'una unitat de volum del cos o de la substància.

La densitat expressa la relació entre la massa i el volum.

$$\text{Densitat} = \frac{\text{Massa}}{\text{Volum}} \rightarrow d = \frac{m}{V}$$

Les unitats de densitats s'expressen en  $\text{g/cm}^3$  o en  $\text{kg/l}$ .

---

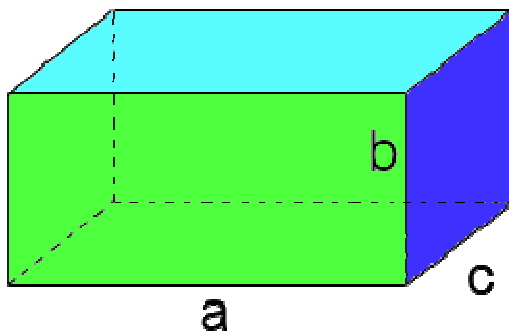
10. Calcula la densitat d'un tros de galena que té un volum de  $12 \text{ dm}^3$  i una massa de 87,6 kg.

11. Expressa la densitat anterior en  $g/cm^3$ .
12. Quant pesen 2,5l de mercuri si la seua densitat és 13,6 kg/l?
13. Una barra de plata d'1  $dm^3$  pesa 10,47 kg. Quina és la densitat de la plata?
14. Un tros de metall de 400  $cm^3$  de volum té una densitat de 16,18  $g/cm^3$ . Quant pesa?
15. Una barra de ferro pesa 50kg. Si la densitat del ferro és 7,21 kg/l, quin és el seu volum?
16. Si un anell, fet amb 1  $cm^3$  d'or, pesa 19,26 g, quina és la densitat de l'or?
17. Un lingot de plata de 2  $dm^3$  pesa 20,94 kg. Quina és la densitat de la plata?
18. La densitat de l'or és 19,258  $g/cm^3$ . Digues que significa això.
19. Un tros de metall pesa 3149,6g i la seua densitat és 12,4  $kg/dm^3$ . Quin és el seu volum en  $cm^3$ ?

---

#### 4. VOLUM D'UN ORTOEDRE

El **volum** d'un **ortoeidre** les arestes del qual mesuren  $a$ ,  $b$  i  $c$ , és :  $V_{ORTOEDRE} = a \cdot b \cdot c$



**Principi de Cavalieri:** Si, en dos cossos d'igual altura, les àrees de les seccions produïdes per plans paral·lels a la base són iguals, els cossos tenen el mateix volum.

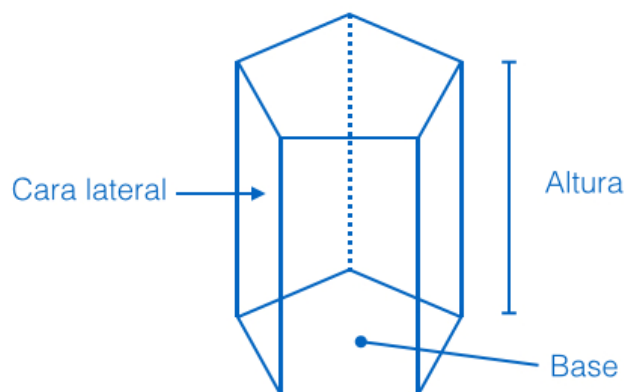
---

20. Calcula el volum d'un ortoedre d'arestes 6 cm, 4 cm i 3 cm.
21. Obtén el volum d'una piscina que fa 12 m de llarg, 9 m d'ample i 2 m de fondària. Expressa el resultat en  $m^3$  i l.
22. Un ortoedre té de dimensions 25 cm, 8 cm i 5 cm. Quant mesura l'aresta d'un cub amb el mateix volum que l'ortoedre?
23. Calcula el volum d'un cub que té 8cm d'aresta. Expressa el resultat en  $m^3$ .
24. El perímetre de la base d'un cub és 84cm. Troba'n el volum.
25. Si el volum d'un cub és  $98\text{ cm}^3$ , calcula la longitud de l'aresta.
26. El volum d'un cub és  $125\text{ cm}^3$ . Troba'n la diagonal.

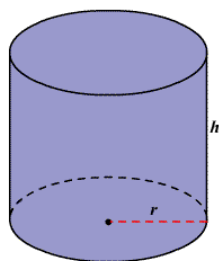
---

## 5. VOLUM DE PRISMES I CILINDRES

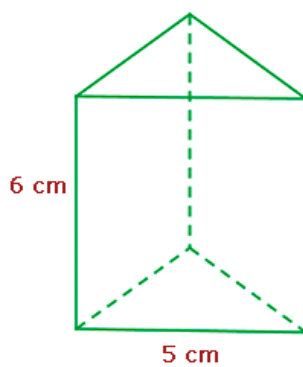
El **volum** d'un **prisma** d'altura  $h$  i àrea de la base  $A_B$  és:  $V_{PRISMA} = A_{BASE} \cdot h$



El **volum** d'un **cilindre** de radi  $r$  i altura  $h$  és:  $V_{CILINDRE} = A_{BASE} \cdot h = \pi r^2 h$



27. Calcula el volum del següent prisma:



28. Calcula el volum d'un prisma hexagonal de 6 cm d'aresta de la base, 5,2 cm d'apotema i 9 cm d'aresta lateral.

29. Troba el volum d'un cilindre l'àrea de la base del qual mesura  $45 \text{ cm}^2$  i la seua altura 7 cm.

30. Una urna de vidre té unes arestes de 40 cm, 40 cm i 60 cm. Quanta aigua hi cap?

31. Quina és l'àrea de la base d'un cilindre amb una altura de 8 cm i que té el mateix volum que un cub de 6 cm d'aresta?

32. Determina el volum d'un prisma hexagonal que té 10 cm d'aresta bàsica i 16 cm d'altura.

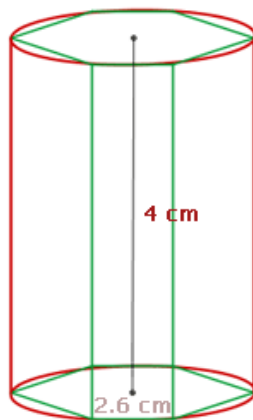
33. Un prisma de base quadrada de 12 cm d'altura té un volum de  $146 \text{ cm}^3$ . Calcula la longitud del costat de la base.

34. Obtén el volum d'un cilindre d'altura 15 cm i diàmetre de la base 16 cm.

35. Calcula el radi d'un cilindre que té 8 cm d'altura i un volum de  $122 \text{ cm}^3$ .

36. Troba el volum d'un cilindre de 12 cm de radi de la base, i d'altura, el triple del radi.

37. Calcula el volum de la següent figura:



38. Calcula el volum d'un cilindre inscrit en un cub de costat 8 cm.

39. Calcula el volum d'un prisma pentagonal de radi 5 cm, costat de la base 6 cm i altura del prisma 8 cm.

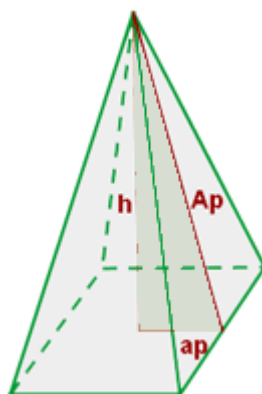
40. Calcula el volum d'un prisma en el que les bases són triangles equilàters de costat 5 cm i l'altura del prisma és de 10 cm.

41. Calcula el volum d'un prisma hexagonal en el que la base té 4 cm de radi i on l'alçada del prisma és 7 cm.

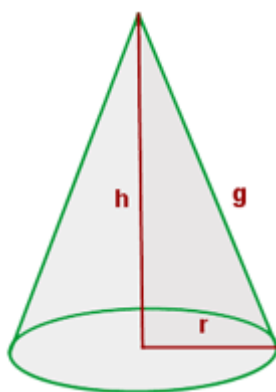
42. Calcula el volum d'un prisma en el que la base és un rombe de costat 6 cm i on l'altura del prisma és de 9 cm.

**6. VOLUM DE PIRÀMIDES I CONS**

El **volum** d'una **piràmide** d'altura  $h$  i àrea de la base  $A_B$  és:  $V_{PIRÀMIDE} = \frac{1}{3} A_{BASE} \cdot h$



El **volum** d'un **con** de radi  $r$  i altura  $h$  és:  $V_{CON} = \frac{1}{3} A_{BASE} \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$



43. Calcula el volum d'una piràmide quadrangular d'aresta de la base 7 cm i altura 13 cm.
44. Quin és el radi de la base d'un con de 12 cm d'altura i un volum de  $168 \text{ cm}^3$ ?
45. Troba el volum d'una piràmide pentagonal on l'apotema de la base medeix 4cm, el costat de la base 6cm i l'apotema de la piràmide 8 cm.
46. Troba el volum d'una piràmide on la base és un triangle isòsceles on el costats iguals mesuren 5 cm, el costat desigual 6 cm i l'altura de la piràmide 8 cm.
47. Calcula el volum d'una piràmide on la base és un trapezi de base major 8cm, base menor 5 cm i costat oblic 2,5 cm i l'altura de la piràmide és de 7 cm.

48. Calcula el volum d'una piràmide hexagonal si sabem que l'altura és de 80 cm i el costat de la base mesura 30 cm.

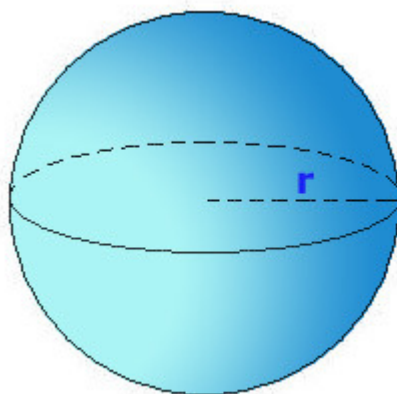
49. Troba el volum d'un con de 6cm de radi de la base i 15 cm d'altura.

50. Troba el volum d'un con d'altura 4 cm i generatriu 5 cm.

---

## 7. VOLUM DE L'ESFERA

El **volum** d'una **esfera** de radi  $r$  és:  $V_{ESFERA} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$



---

51. Troba el volum d'una esfera de radi 5 cm.

52. Troba el volum d'una esfera de diàmetre 9cm.

53. Troba el volum d'una esfera inscrita en un cub de 15cm d'aresta.

54. Calcula el volum dels següents sectors esfèrics d'una esfera de 8cm de radi, si els angles són:

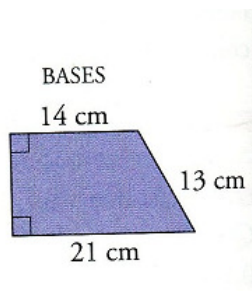
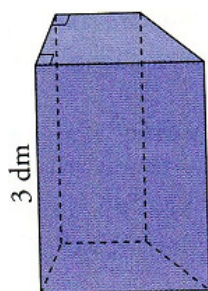
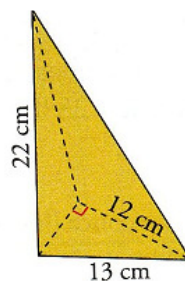
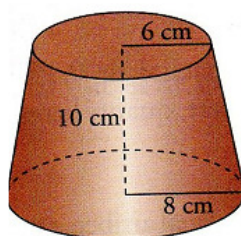
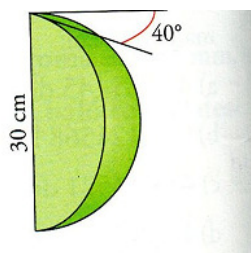
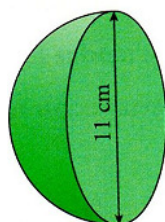
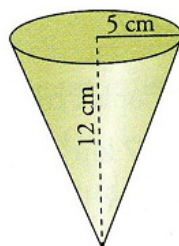
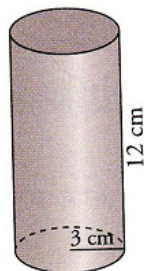
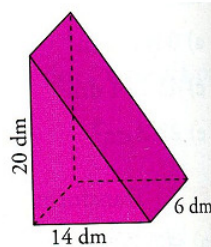
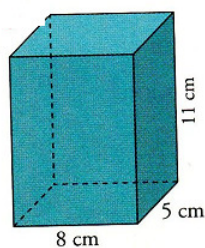
a) 40°

b) 90°

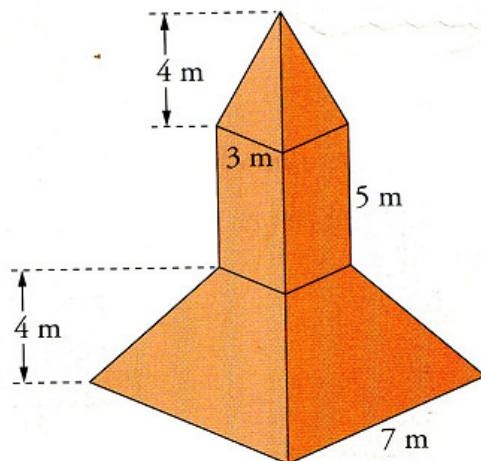
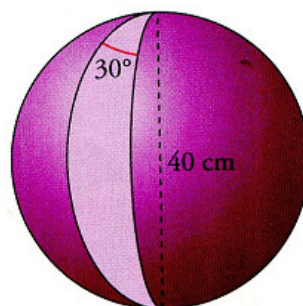
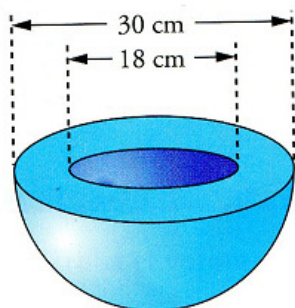
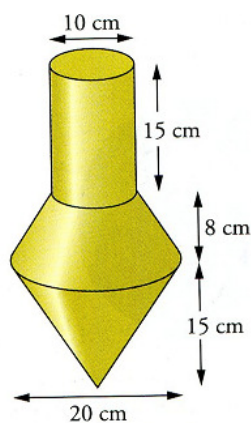
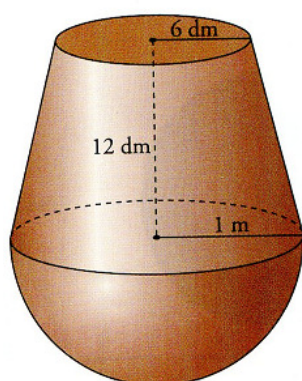
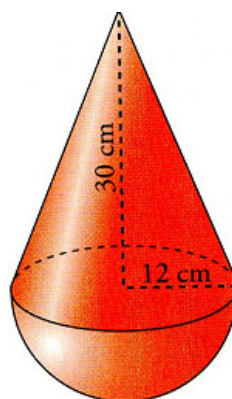
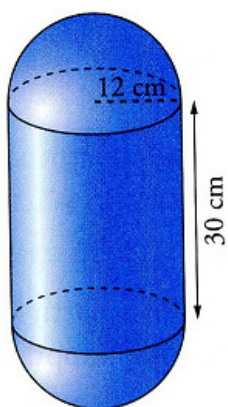
c) 180°

d) 100°

55. Calcula el volum de les següents figures:



56. Calcula el volum de les següents figures compostes:



PROBLEMES

57. El consum anual d'aigua en una casa ha estat  $140\text{ m}^3\text{ }256\text{ dm}^3$ . Quant han de pagar si el metre cúbic val 0,90 €?

58. Un pot ple d'aigua destil·lada pesa 380 g i buit pesa 20 g. Quina és la seua capacitat en decilitres i en centilitres?

59. Una aixeta aboca 80 litres per hora i tarda 1 hora i 36 minuts a omplir un tonell. Quin volum té el tonell?

60. Una bomba d'aigua que trau  $30\text{ dm}^3/\text{min}$ , tarda 2 hores i mitja a buidar un depòsit. Quants litres caben al depòsit?

61. Una aixeta aboca  $140\text{ l}/\text{min}$ . Quant tarda a omplir un depòsit de  $9\text{ m}^3\text{ }800\text{ dm}^3$ ?

62. El desaigüe d'un estany de  $180\text{ dm}^3$  desallotja  $35\text{ l}/\text{min}$ . Quant tardarà a buidar-se?

63. Una piscina fa 25 m de llarg, 12 m d'ample i 1,6 m de fondària. Quant de temps tarda a omplir-la una aixeta que aboca  $100\text{ l}/\text{min}$ ?

64. Quantes caixes d'1 m de llarg, 8 dm d'ample i 6 dm d'altura es poden apilar en una sala de  $4 \times 3,2$  m de planta i 2,4 m d'altura?

65. Troba el volum de la caputxa d'un confrare de Setmana Santa, sabent que fa 9 cm de radi i 60 cm d'altura.

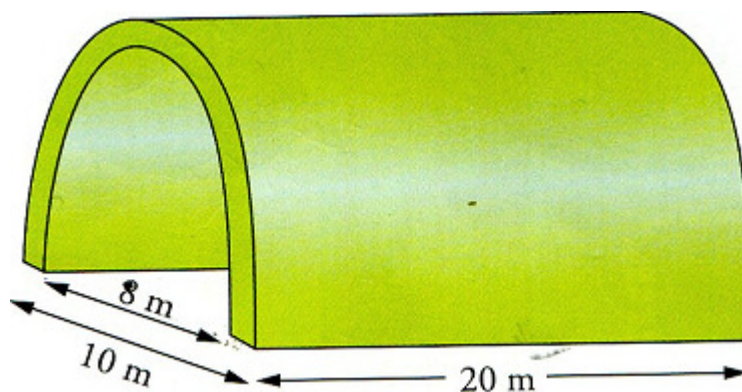
66. Per a unflar 200 pilotes de radi 12 cm, quin volum d'aire es necessita?

67. Calcula el volum de material que es necessita per a fabricar una pilota de 15 cm de radi i 1 cm de gruix.

68. Posem en una caixa ortoèdrica de base 25 cm per 20 cm i una altura de 16 cm, seixanta boles de radi 2,5 cm. Quants litres d'oli caben encara en la caixa?

69. Tenim un caixó cúbic de 40 cm de costat ple en les tres quartes parts de serradura. Volem ocultar en l'interior un baló de 32cm de diàmetre. Quin volum de serradura hi sobra?

70. Calcula el volum de formigó que s'ha necessitat per a fer aquest túnel:



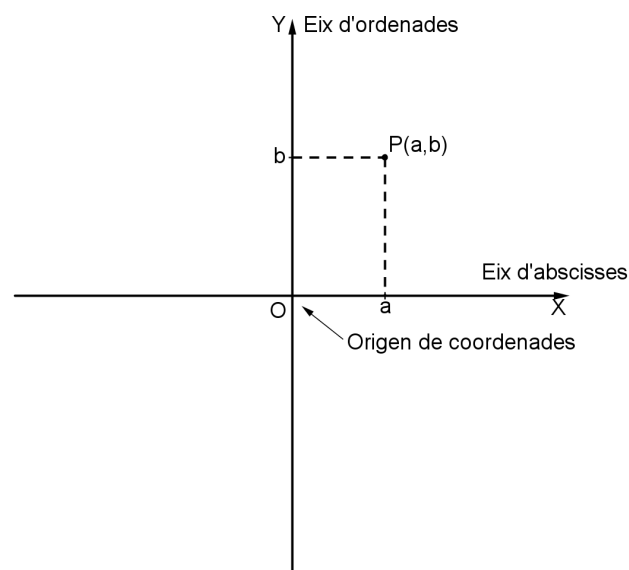
## TEMA 13. FUNCIONS I GRÀFIQUES.

### 1. COORDENADES CARTESIANES

Per a representar punts en el pla s'utilitzen dues rectes numèriques perpendiculars, anomenades **eixos de coordenades**.

Un **sistema de coordenades cartesianes** està format per:

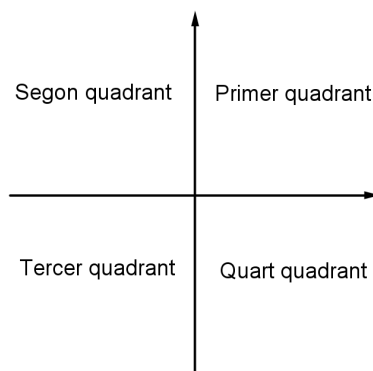
- Un eix horitzontal anomenat eix **X** o eix **d'abscisses**.
- Un eix vertical anomenat eix **Y** o eix **d'ordenades**.
- Els dos eixos es tallen en un punt anomenat **origen de coordenades**. Les seues coordenades són **(0,0)** i es representa per **O**



Cada punt del pla es designa per les seues dues **coordenades cartesianes** i s'escriu  $P(a,b)$ .

- La primera coordenada  $a$  s'anomena “x del punt” o **abscissa** i ens indica la distància a la que aquest punt es troba de l'eix vertical. Si és positiva, el punt està a la dreta de l'origen de coordenades, i si és negativa, a l'esquerra
- La segona coordenada  $b$  s'anomena “y del punt” o **ordenada** i ens indica la distància a la que es troba el punt de l'eix horitzontal. Si és positiva, el punt està per damunt de l'origen de coordenades, i si és negativa, per davall

Els eixos de coordenades divideixen el pla en quatre parts, anomenades **quadrants**



Un punt  $P(a, b)$  del primer quadrant té l'abscissa,  $a$ , positiva i l'ordenada,  $b$ , positiva

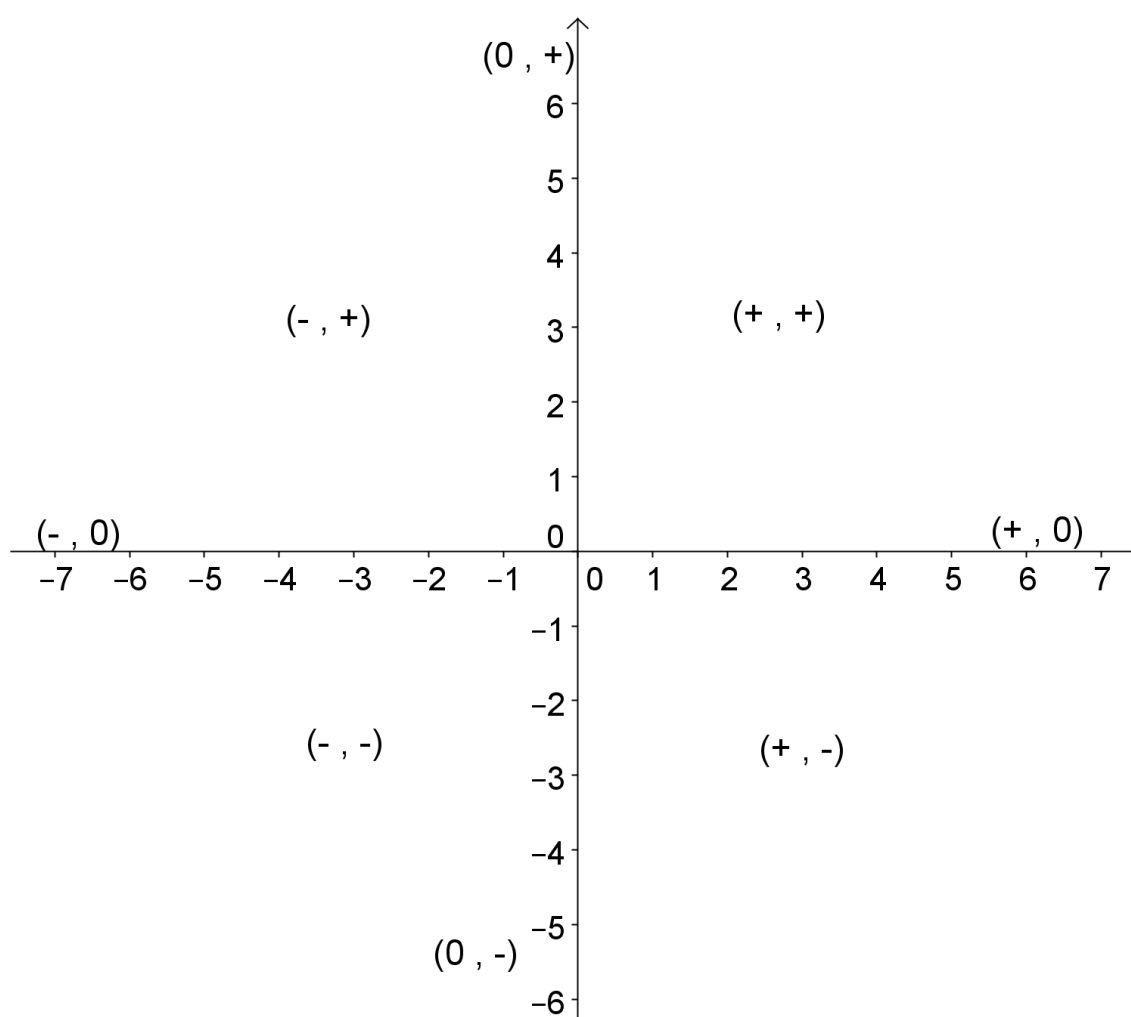
Un punt  $P(a, b)$  del segon quadrant té l'abscissa,  $a$ , negativa i l'ordenada,  $b$ , positiva

Un punt  $P(a, b)$  del tercer quadrant té l'abscissa,  $a$ , negativa i l'ordenada,  $b$ , negativa

Un punt  $P(a, b)$  del quart quadrant té l'abscissa,  $a$ , positiva i l'ordenada,  $b$ , negativa

Els punts que estan situats sobre l'eix  $X$  són de la forma  $P(a, 0)$ . Si l'abscissa és positiva, estan a la dreta de l'origen de coordenades, i si és negativa, estan a l'esquerra

Els punts que estan situats sobre l'eix  $Y$  són de la forma  $P(0, b)$ . Si l'ordenada és positiva, estan per damunt de l'origen de coordenades, i si és negativa, estan per davall.



1. Indica, sense representar-los, en quin quadrant estan els següents punts:

- |         |         |        |         |          |
|---------|---------|--------|---------|----------|
| (2, 4)  | (5, -8) | (3, 1) | (-9, 0) | (-6, -4) |
| (0, -3) | (-8, 3) | (5, 3) | (-1, 3) | (5, 4)   |

2. Escriu les coordenades dels punts representats en el pla.

A =

B =

C =

D =

E =

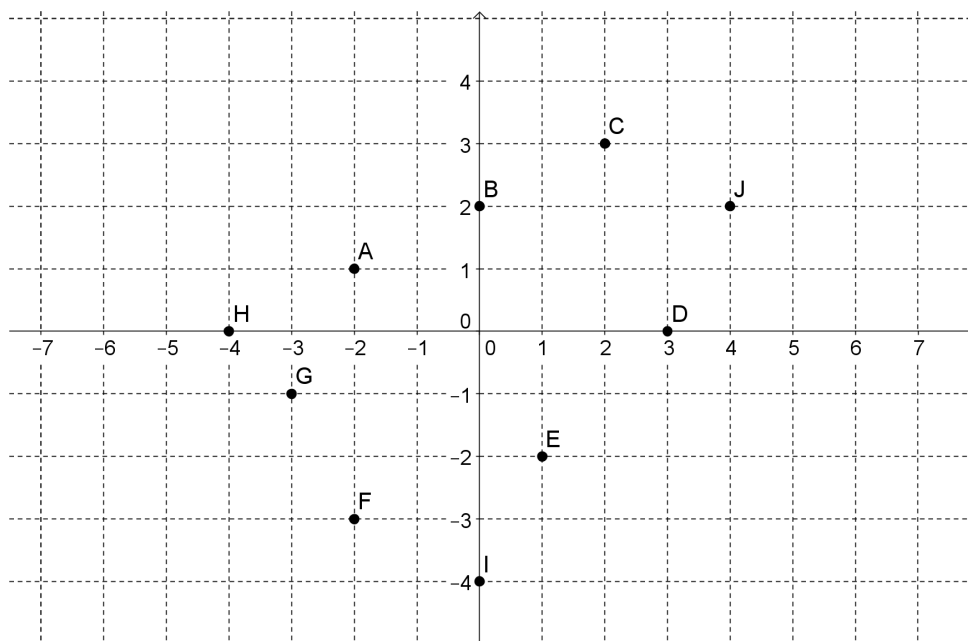
F =

G =

H =

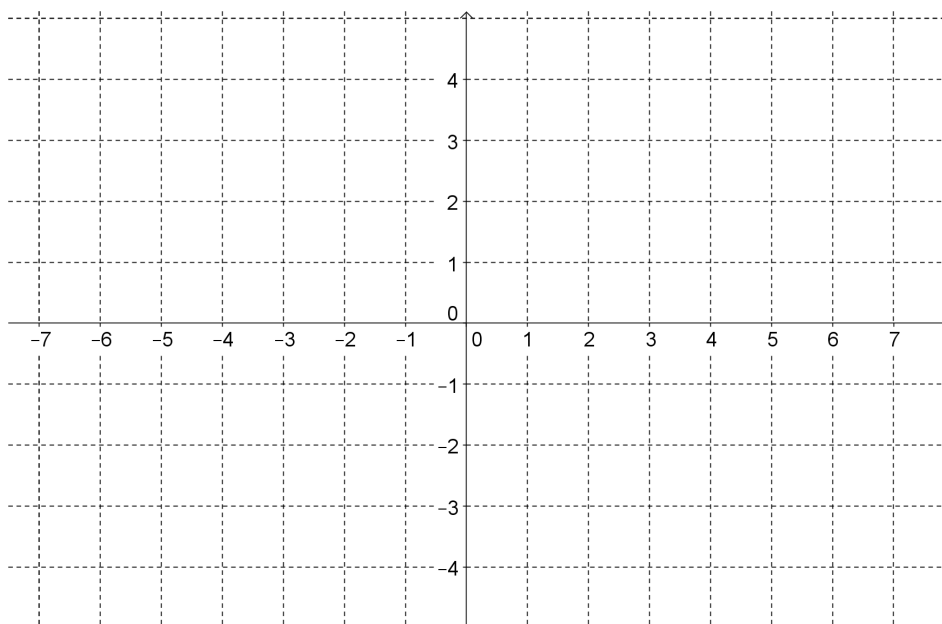
I =

J =



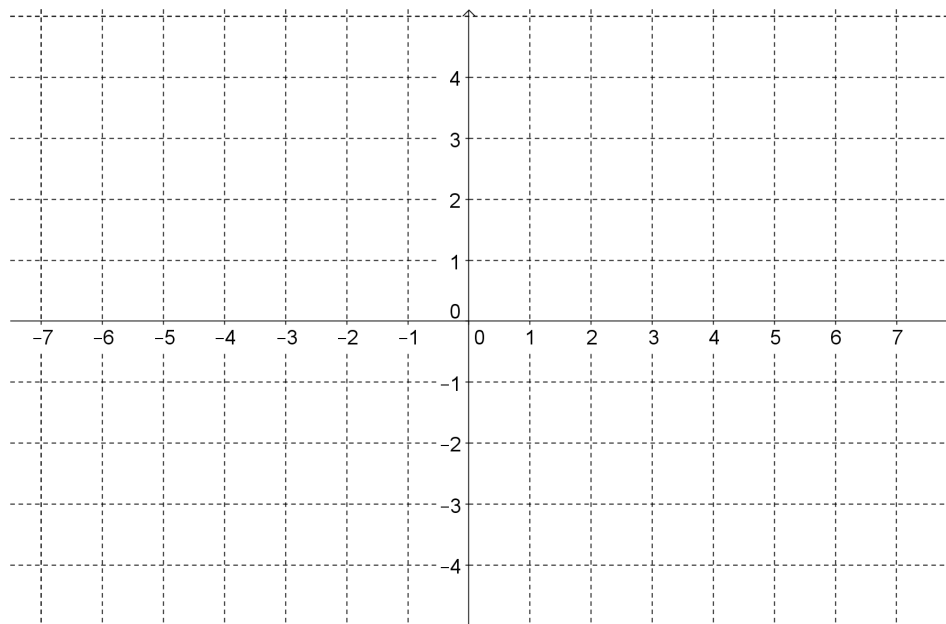
3. Representa en el pla cartesià els punts:

A(3,2), B(6,0), C(3,-2), D(0,-4), E(-2,-2), F(-4,0), G(-2,2), H (0,4), I(0,0), J(-3,-1)

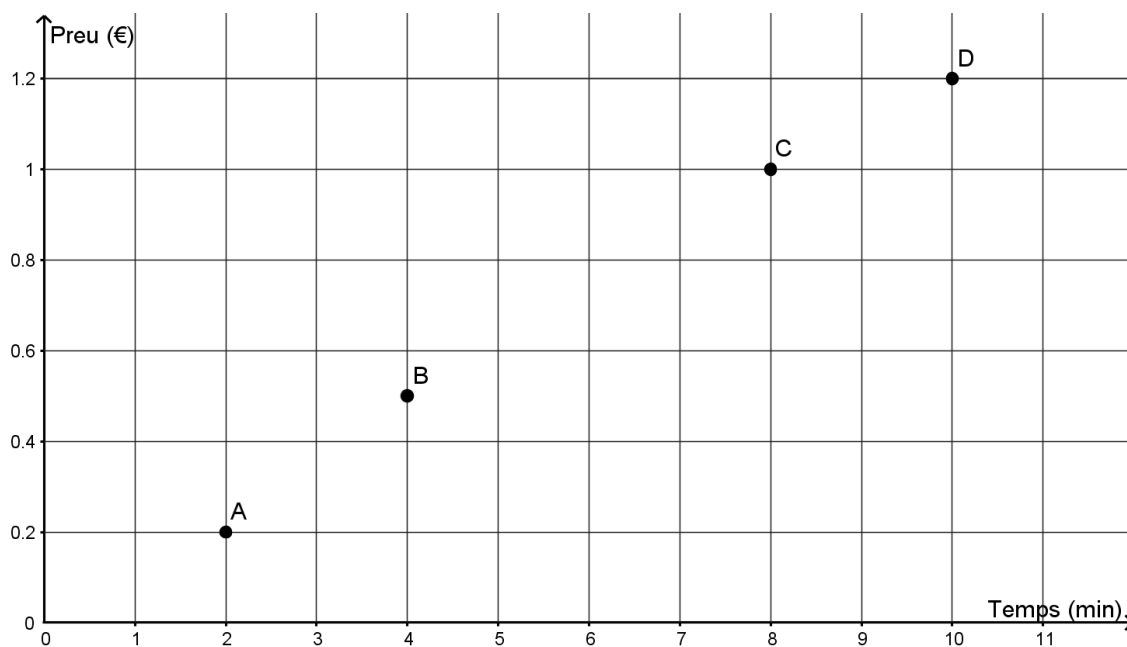


4. Representa en el pla cartesià els punts:

$A(4, 1)$ ,  $B(1, 4)$ ,  $C(3/2, -2)$ ,  $D(0, -4)$ ,  $E(-7/2, 2)$ ,  $F(-4, 0)$ ,  $G(7, -4)$ ,  $H(0, 4)$ ,  $I(3/4, 5/2)$ ,  $J(0, -1/3)$



5. El gràfic relaciona el temps d'una telefonada amb el seu preu. Indica el preu i el temps de les telefonades A, B, C i D



6. Escriu tres punts situats en l'eix X d'abscissa positiva i tres més en l'eix Y d'ordenada negativa.

7. Dibuixa la figura que s'obté en unir cada punt amb el següent:

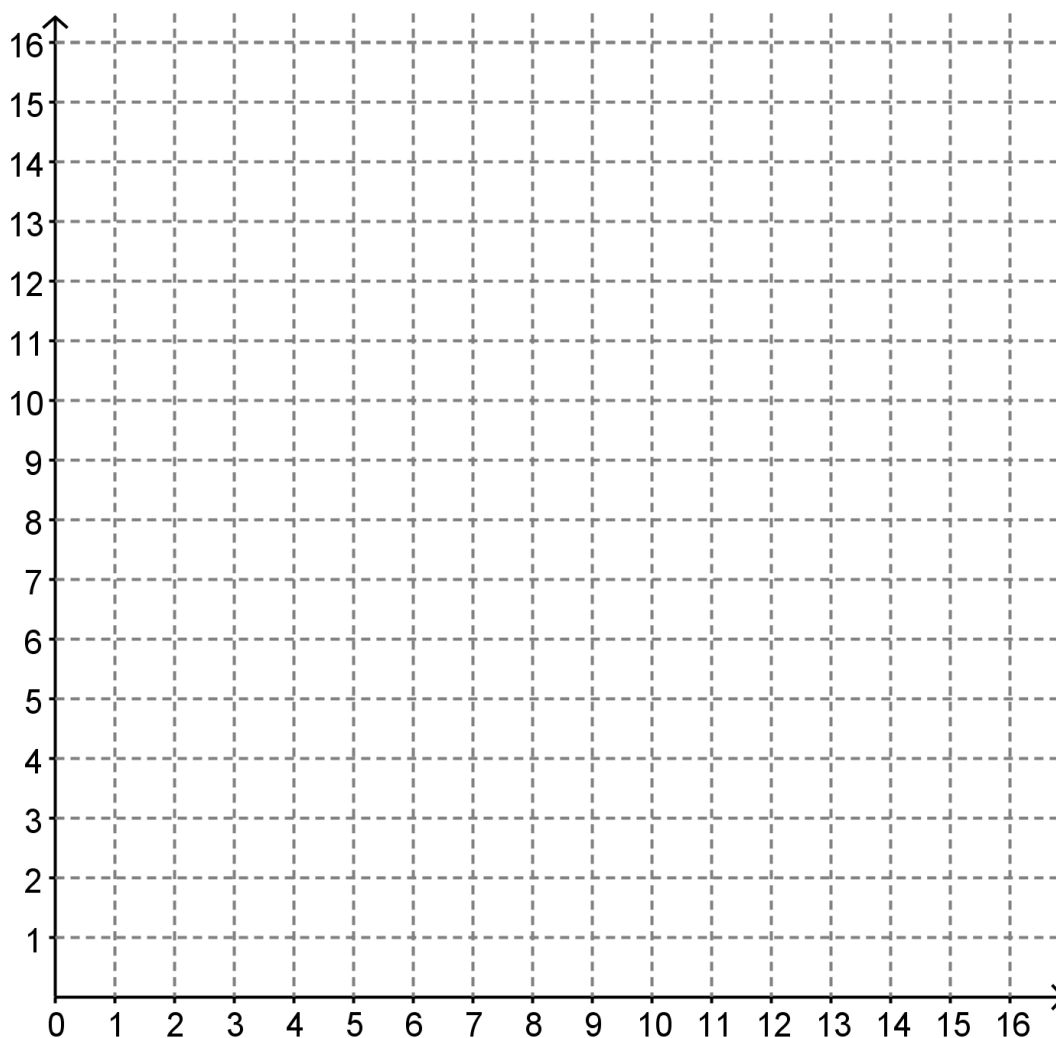
A(1, 0)      B(2, 2)      C(3, 0)      D(4, 2)      E(5, 0)

F(6, 2)      G(7, 0)      H(8, 2)      I(9, 0)      J(10, 2)

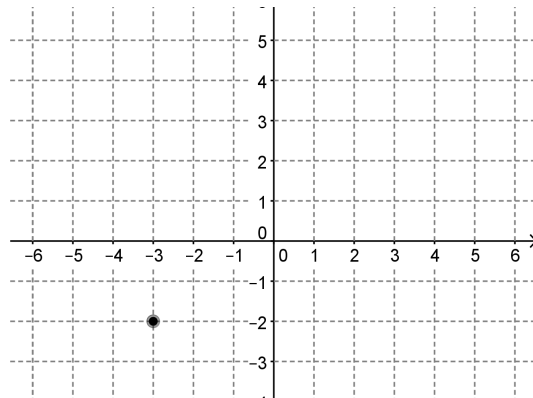
K(11, 0)      L(12, 2)      M(13, 0)      N(13, 2)      O(3, 2)

P(2, 4)      Q(5, 4)      R(5, 10)      S(10, 5)      T(6, 4)

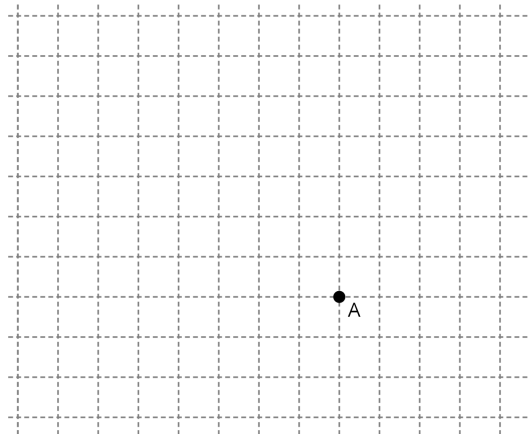
U(14, 4)      V(11, 2)



8. El punt de la figura és un dels vèrtexs d'un quadrat amb els costats verticals i horitzontals i 6 unitats de costat. Determina les coordenades de tots els vèrtex.

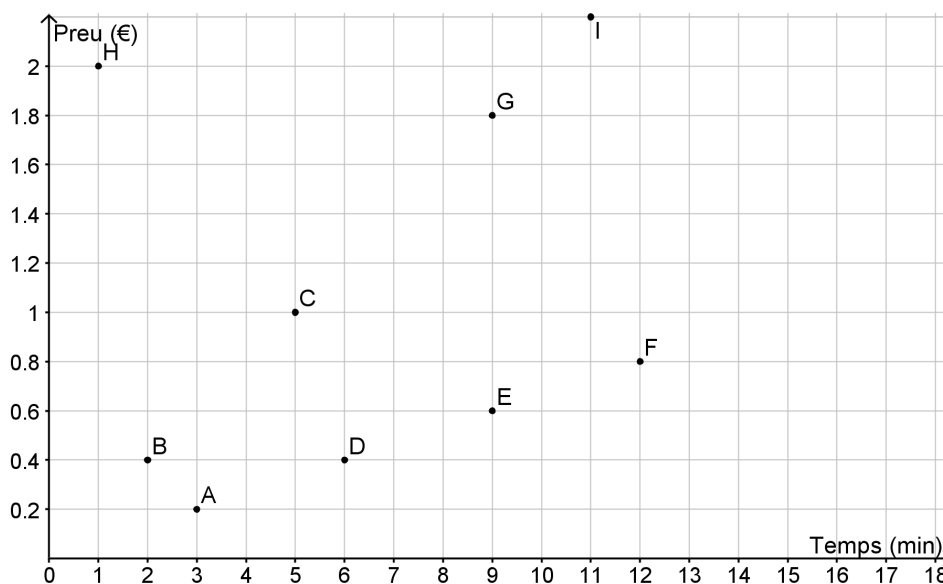


9. Dibuixa els eixos de coordenades per a que el punt siga  $A(-2, -1)$



10. Els punts  $A(-1, -2)$ ,  $B(0, 1)$  i  $C(12, 10)$  representen els vèrtexs consecutius d'un paral·lelogram ABCD. Dibuixa el paral·lelogram i indica quines són les coordenades de D.

11. Cada punt del diagrama següent representa una telefonada:



- a) Quina ha sigut la telefonada més llarga?
- b) Quina ha sigut la telefonada més curta?
- c) Una de les telefonades ha sigut a Austràlia. De quina creus que es tracta?
- d) Hi ha diverses telefonades locals. Quines són?
- e) Quina telefonada ha durat més temps, la C o la D?
- f) Quina telefonada es més cara, la H o la G?

---

## 2. CONCEPTE DE FUNCIO

### 2.1. Concepte de funció

S'anomena **funció** la relació que associa a cada valor d'una magnitud (o conjunt inicial) un únic valor d'una altra magnitud (o conjunt final).

Anomenem **variables** al conjunt de valors de les dues magnituds. La primera magnitud,  $x$ , és la **variable independent**, i la segona,  $y$ , és la **variable dependent**.

Si representem els parells de valors que s'obtenen de relacionar les dues magnituds en un sistema de coordenades, obtenim la **representació gràfica d'una funció**.

---

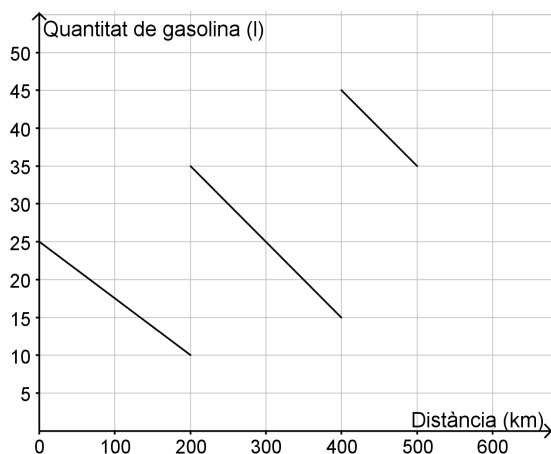
12. Decideix si aquestes relacions són funcions:

- a) a cada quantitat de diners li associem el nombre de monedes i bitllets necessaris per a formar aquesta quantitat
- b) a cada nombre li associem el seu oposat
- c) a cada nombre natural li associem els seus divisors
- d) a cada nombre natural li associem el seu triple més dos

13. El preu d'un producte és de 3,25 € el quilogram:

- a) Fes una taula de valors on figuren el pes i el preu
- b) Quines són les variables independent i dependent?
- c) Troba la seua expressió algebraica
- d) És una funció?

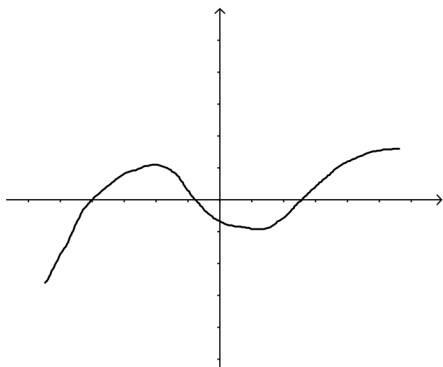
14. El gràfic representa la quantitat de gasolina que hi ha en el depòsit d'un cotxe durant un viatge



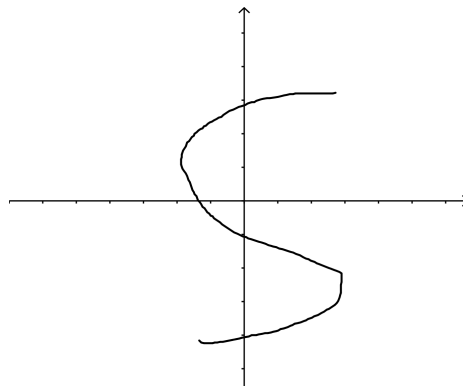
- Quants litres hi ha en el depòsit en el moment de l'eixida?
- I en l'arribada?
- A quins quilòmetres es va posar gasolina?
- Quants litres es van gastar durant el viatge?
- Indica quines són les variables independent i dependent

15. Indica si els gràfics següents corresponen a una funció:

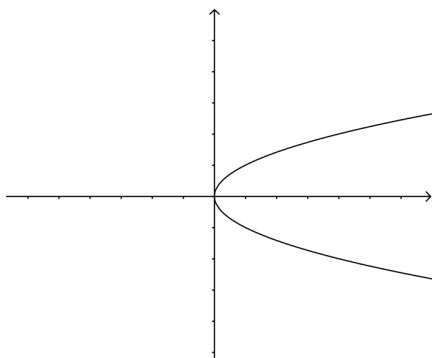
a)



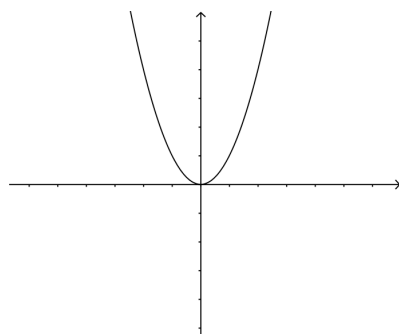
b)



c)



d)



### 3. REPRESENTACIÓ GRÀFICA D'UNA FUNCIÓ

#### 3.1. Representació gràfica a partir d'una taula de valors

La **gràfica** d'una funció és la representació del conjunt de punts que defineix aquesta funció.

Per a representar una funció a partir d'una taula de valors, identifiquem les variables independent i dependent. Amb els valors que li assignem a la variable independent,  $x$ , obtenim els valors de la variable dependent,  $y$ . Formarem una taula amb aquests i després, prenent aquests parells de valors com a punts, es representen en uns eixos de coordenades. Frequentment aquests punts els unirem amb una línia. Aquesta representació ens ajudarà a obtenir informació sobre el comportament de la funció, així com a localitzar els seus punts singulars (valors màxims, mínims, .....)

16. Cristina està malalta. Sa mare li ha pres la temperatura cada dues hores i ha anotat els resultats en una taula.

|                                     |    |    |    |    |    |    |
|-------------------------------------|----|----|----|----|----|----|
| Variable $x$ (hora)                 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 |
| Variable $y$<br>(temperatura en °C) | 37 | 39 | 38 | 38 | 36 | 38 |

Representa els resultats en una gràfica

17. La taula següent relaciona l'estatura de Marta amb l'edat

|              |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Edat (anys)  | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| Estatura (m) | 0,48 | 0,65 | 0,75 | 0,84 | 0,95 | 1,02 | 1,05 | 1,08 | 1,12 | 1,16 |

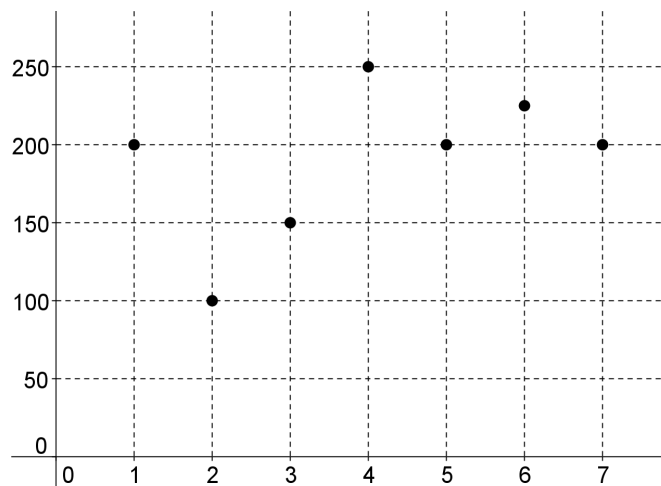
Construeix una gràfica de punts amb els valors de la taula anterior

18. Un bebé pesa en néixer 2,9 kg. La primera setmana guanya 200 g, la segona 300 g i la tercera 150 g. Construeix la taula de valors corresponent i representa la gràfica.

19. Còpia i completa la taula i representa la funció que relaciona les magnituds:

|              |      |   |   |   |    |    |
|--------------|------|---|---|---|----|----|
| Gasolina (l) | 1    | 3 | 5 | 9 | 10 | 30 |
| Preu (€)     | 1,25 |   |   |   |    |    |

20. La gràfica mostra els assistents a una obra de teatre, els set primeres dies des de l'estrena.



- Què representa cada una de les variables?
- Quin dia hi va haver més assistents? I menys?
- Construeix la taula de valors corresponent

21. El lloguer d'una pel·lícula costa 1,80 € per cada dia.

- Fes una taula que relacione el nombre de dies de lloguer amb el preu
- Dibuixa la gràfica corresponent
- Indica quina és la variable independent i la variable dependent

---

### 3.2. Representació gràfica a partir d'una expressió algebraica

De vegades la relació entre dues magnituds es podrà expressar mitjançant una expressió algebraica o fórmula.

Amb la fórmula podrem calcular, a partir d'un valor determinat de la variable independent,  $x$ , el valor que li correspon de la variable dependent,  $y$ .

L'expressió algebraica  $y = f(x)$  s'anomena **equació de la funció**.

Un punt pertany a una funció si compleix la seua equació, per tant el punt  $(a, b)$  pertany a la funció  $y = f(x)$  si  $b = f(a)$

---

22. Donada la funció  $y = -2x + 2$ :

- Construeix una taula amb els valors enters de  $x$  compresos entre -5 i 5
- Representa la funció gràficament

23. Donada la funció  $y = -x + 3$ :

- Fes una taula de valors
- Representa-la gràficament
- Pertany el punt  $(3, -1)$  a la funció?

24. Si les cireres es venen a 3,25 €/kg:

- Escriu l'expressió algebraica que relaciona el cost ( $y$ ) en funció dels quilos de cireres ( $x$ ).
- Quina és la variable dependent en aquesta expressió? I la variable independent?
- Fes una taula i representa gràficament els parells de punts

25. Una relació entre nombres enters s'expressa de la manera següent: "Cada nombre enter el relacionem amb el seu doble més una unitat" Escriu l'expressió de la funció i completa la taula.

|   |    |    |   |   |   |   |    |
|---|----|----|---|---|---|---|----|
| x | -2 | -1 | 0 |   | 3 | 7 | 10 |
| y |    |    |   | 3 |   |   |    |

Representa gràficament els punts que representen aquests parells de nombres. Tindria sentit unir aquests punts amb una línia?

26. Una persona observa la temperatura en un dia qualsevol des de les 8 del matí fins a les 8 de la vesprada.

- Quines són les variables que hi intervenen?
- És possible trobar una expressió algebraica que relacione les dues magnituds?

27. Un camió circula per l'autopista a 25 m/s i, després, frena gradualment de manera que cada segon disminueix la velocitat en 1,5 m/s. Fes una taula que relacione la velocitat i el temps de frenada. Escriu l'expressió d'aquesta funció.

28. Donada una funció que associa a cada nombre la seua tercera part més una unitat:

- Construeix una taula de cinc valors com a mínim
- Troba l'expressió algebraica
- Calcula  $f(-12)$  i  $f(21)$

29. Donada la funció que associa a cada nombre el doble del seu oposat més tres unitats:

- Construeix una taula de cinc valors com a mínim
- Troba l'expressió algebraica
- Calcula  $f(3)$  i  $f(-3)$
- Representa la funció

30. Escriu l'expressió algebraica:

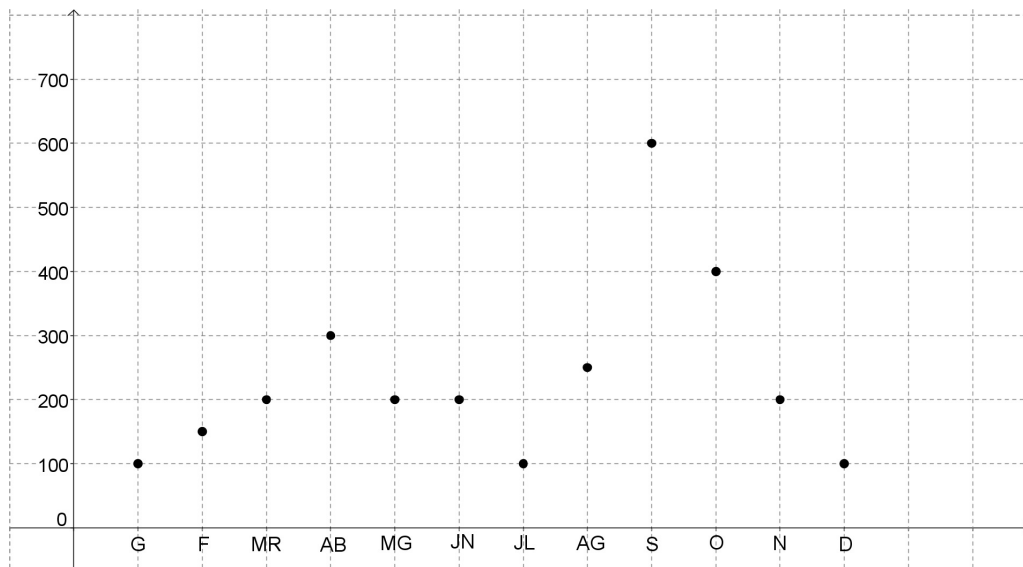
- A cada nombre li assignem la seua meitat
- A cada nombre li assignem el quadrat del seu triple
- A cada nombre li assignem el triple del seu quadrat
- A cada nombre li assignem el cub de la seua cinquena part

#### 4. ESTUDI D'UNA FUNCIO

##### 4.1. Funció contínua i funció discontinua

Una funció és **contínua** si el seu gràfic es pot dibuixar d'un sol traç

31. La gràfica mostra les precipitacions en una localitat durant un any. En l'eix d'abscisses estan representats els mesos de l'any i en el d'ordenades, les precipitacions en  $\text{l/m}^2$ .

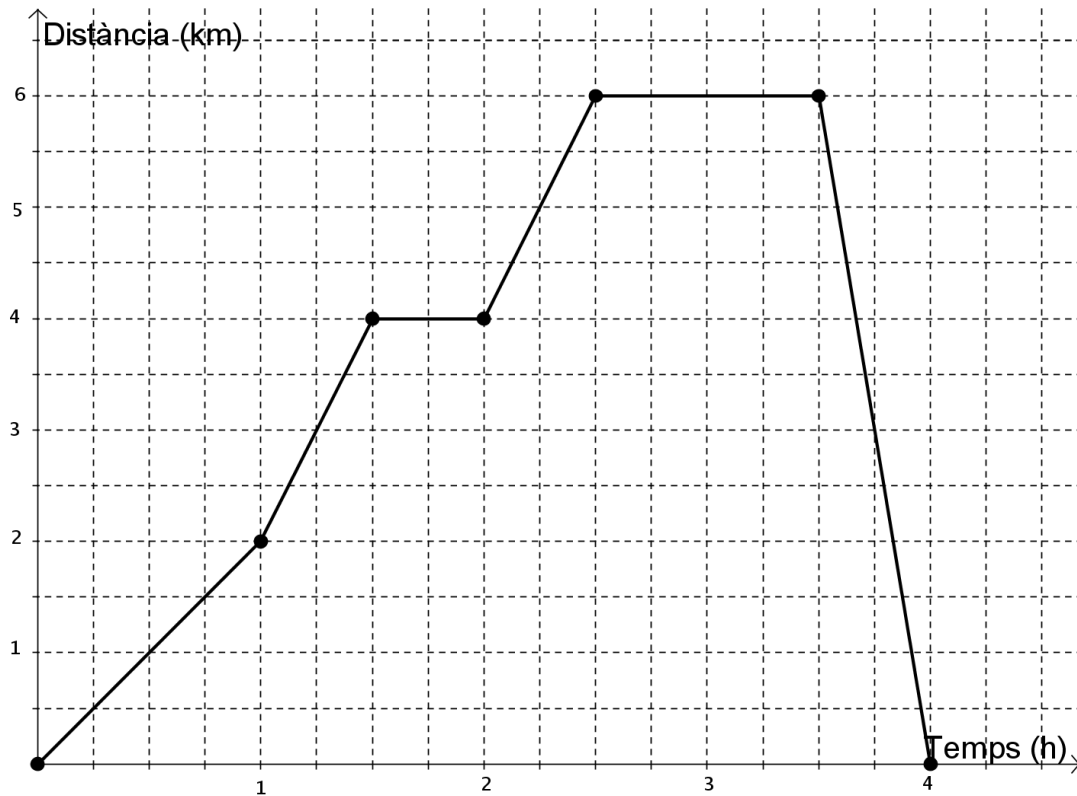


- Quin va ser el mes més plujós?
- I el més sec?
- Quin mes va tindre unes precipitacions de  $300 \text{ l/m}^2$ ?
- Quines van ser les precipitacions el gener?
- En quina estació va haver-hi més precipitacions?
- És contínua aquesta funció?

32. Representa aquest enunciat mitjançant una gràfica i decideix si és una funció contínua o no.

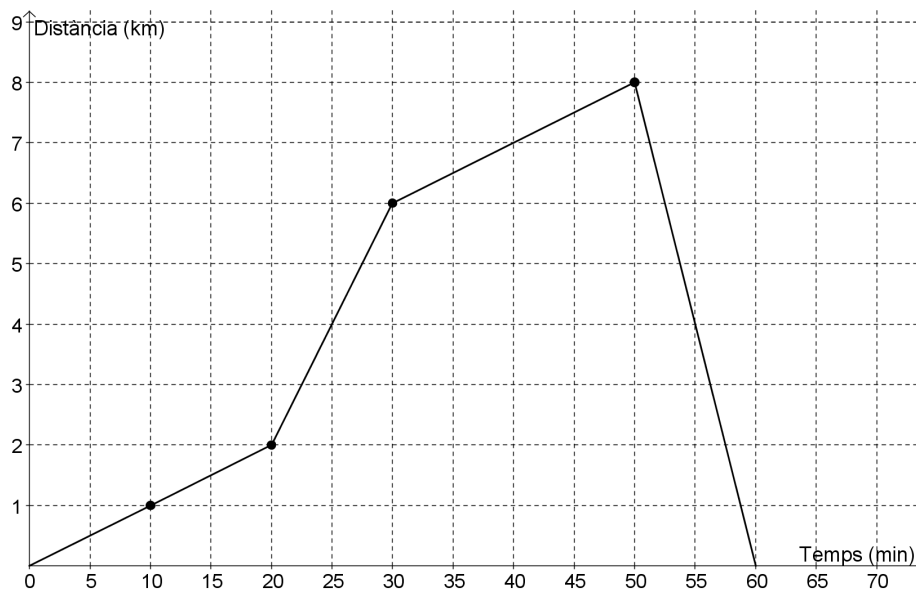
*“El nombre de clients d'un restaurant durant la setmana ha sigut: el primer dia 20 clients, el segon i el tercer 30 clients cada dia, el quart el mateix nombre de clients que el primer. El cinquè dia tancaren per descans i el cap de setmana només hi va haver 10 clients cada dia.”*

33. Observa la gràfica que representa la passejada que ha fet Juli: ha eixit de casa, ha anat a comprar i ha tornat.



- Quines variables hi ha representades?
- Quant de temps ha durat la passejada?
- Quina és la distància més llunyana a què ha anat?
- Quan ha caminat més ràpid, a l'anada o a la tornada?
- Què signifiquen els trams horitzontals?

34. La gràfica següent expressa la relació entre els minuts i els quilòmetres que Josep ha recorregut durant una hora, caminant i muntant en bicicleta en línia recta.



- a) Quants quilòmetres ha caminat?
- b) I quants n'ha fet en bicicleta?
- c) Quant de temps ha caminat?
- d) I quant de temps ha muntat en bicicleta?
- e) És contínua aquesta funció?

35. El preu d'una beguda és 1,75 €/l.

- a) Construeix una taula que relacione el nombre de litres amb el preu.
- b) Indica quines són les variables independent i dependent.
- c) Representa les dades gràficament.
- d) La funció és contínua o discontinua en algun punt?

---

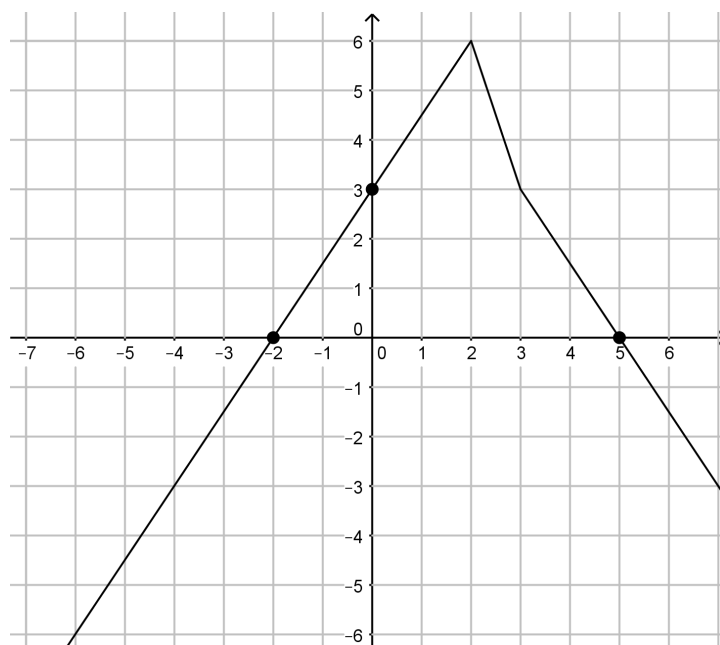
#### 4.2. Punts de tall amb els eixos

Són els punts on la gràfica talla als eixos de coordenades.

- Els **punts de tall amb l'eix X** són de la forma  $(a, 0)$ . Els trobem calculant els valors de  $x$  per al que la variable  $y$  és igual a zero.
- El **punt de tall amb l'eix Y** és de la forma  $(0, b)$ . El trobem calculant el valor de  $y$  quan la  $x$  és igual a zero.

---

36. Quines són les coordenades dels punts de tall amb els eixos d'aquesta funció?:



37. Calcula els punts de tall amb els eixos de les funcions:

- a)  $y = 2x - 1$
- b)  $y = -x + 2$
- c)  $y = x$

38. a) Dibuixa la gràfica d'una funció contínua que talle tres vegades l'eix X i una vegada a l'eix Y

b) És possible dibuixar una funció que talle més d'una vegada a l'eix Y? Justifica la resposta.

39. Calcula els punts de tall amb els eixos de les funcions:

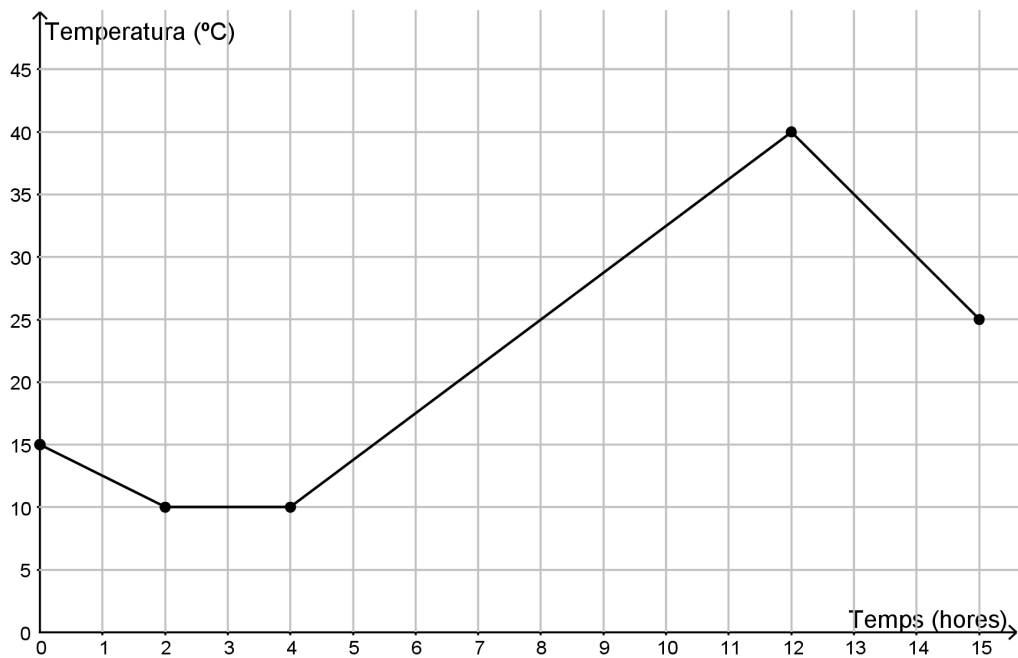
- a)  $y = x^2$
- b)  $y = x^2 - 2x + 1$
- c)  $y = x^2 + x - 6$
- d)  $y = x^2 + 1$
- e)  $y = x^2 - 9$

---

#### 4.3. Creixement i decreixement

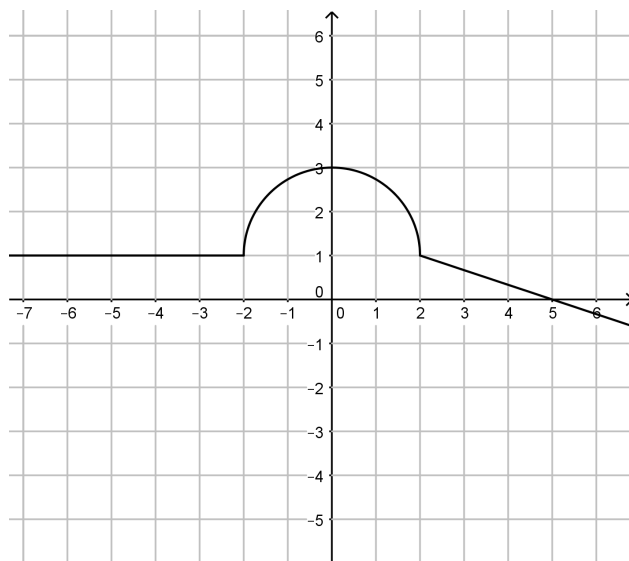
- Una funció és **creixent** en un interval si, quan augmenta el valor de  $x$ , també augmenta el valor de  $y$
  - Una funció és **decreixent** en un interval si, quan augmenta el valor de  $x$ , disminueix el valor de  $y$
-

40. Determina en quins trams creix o decreix la següent funció:

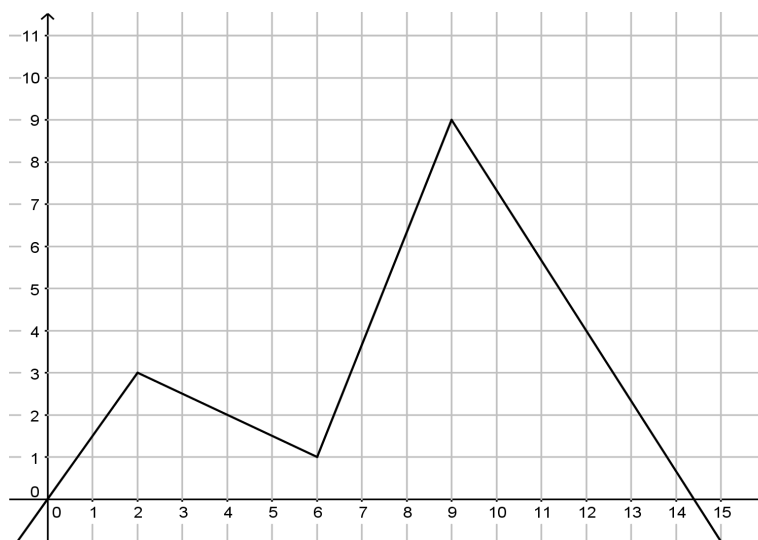


41. Estudia el creixement i el decreixement dels gràfics de les funcions següents:

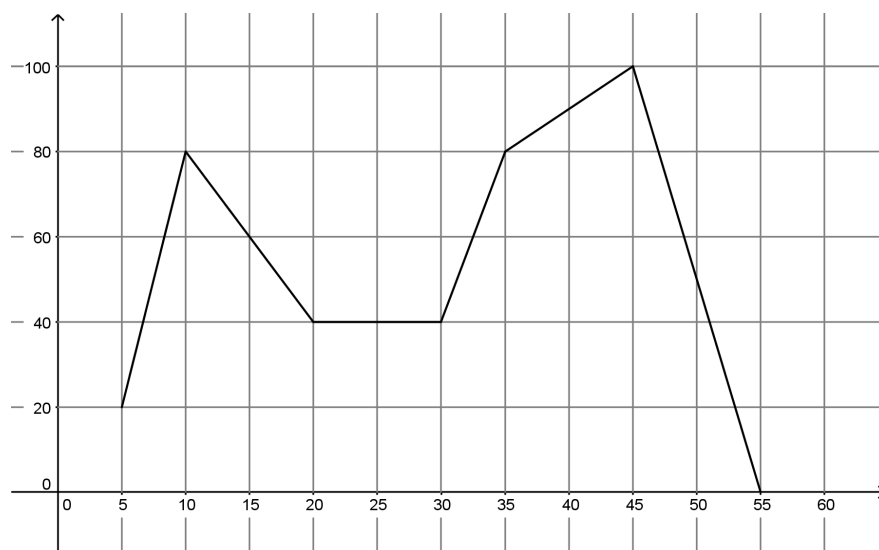
a)



b)



c)



#### 4.4. Màxims i mínims

- Una funció té un **màxim relatiu** en un punt si el gràfic passa de ser creixent a ser decreixent. El punt en el que la funció pren el valor més gran, s'anomena **màxim absolut**.
- Una funció té un **mínim relatiu** en un punt si el gràfic passa de ser decreixent a ser creixent. El punt en el que la funció pren el valor més menut, s'anomena **mínim absolut**.
- Els màxims i els mínims s'anomenen **extrems d'una funció**

42. En les funcions de l'exercici anterior, indica els extrems relatius i els extrems absoluts.

43. La taula següent reflecteix el nombre d'assistents a un cine durant els dies laborables d'una setmana

| Dia        | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Assistents | 150 | 280 | 140 | 420 | 750 |

- a) Representa les dades en un sistema de coordenades cartesianes i dibuixa la gràfica.
- b) Estudia el creixement i el decreixement de la funció
- c) Troba els extrems relatius
- d) Troba els extrems absoluts

44. La velocitat d'un motorista varia com indica la següent gràfica:



- Indica els trams en què creix la funció
- Indica els trams en què decreix la funció
- Troba els màxims absoluts i relatius
- Troba els mínims absoluts i relatius
- És una funció contínua?

45. Un riu té risc de desbordar-se i inundar un poble si l'aigua arriba a 270 cm d'alçada. En la taula figuren les mesures del nivell del riu, que han sigut preses entre les 6 del matí i les 6 de la vesprada.

| Temps (h)   | 6   | 8   | 10  | 12  | 14  | 16  | 18  |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Alçada (cm) | 180 | 210 | 240 | 245 | 255 | 265 | 250 |

- Fes una gràfica per reflectir la crescuda del riu.
- Esbrina quina és la variable independent i la dependent.
- Ha sigut inundat, el poble?
- A quina hora hi ha hagut més risc d'inundació?
- Estudia el creixement i el decreixement de la funció
- Quins són els extrems absoluts o relatius?

## 5. FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT DIRECTA

Una funció de **proporcionalitat directa**, o **funció lineal**, és una funció que relaciona dues magnituds directament proporcionals.

El seu gràfic és una recta que passa per l'origen de coordenades

La seua expressió algebraica és del tipus  $y = mx$ , on  $m$  és la **constant de proporcionalitat directa**. Aquesta constant s'anomena **pendent** de la recta.

Si la pendent és un nombre positiu, la funció és creixent. Si la pendent és un nombre negatiu la funció és decreixent.

---

46. Representa aquestes funcions.

a)  $y = 4x$

b)  $y = -3x$

c)  $y = -2x$

d)  $y = \frac{2}{3}x$

e)  $y = -x$

f)  $y = 5x$

g)  $y = -5x$

h)  $y = \frac{3}{2}x$

47. La raó de proporcionalitat de dues magnituds directament proporcionals és 0,5

- a) Escriu la fórmula de la funció que relaciona les dues magnituds
- b) Representa gràficament la funció

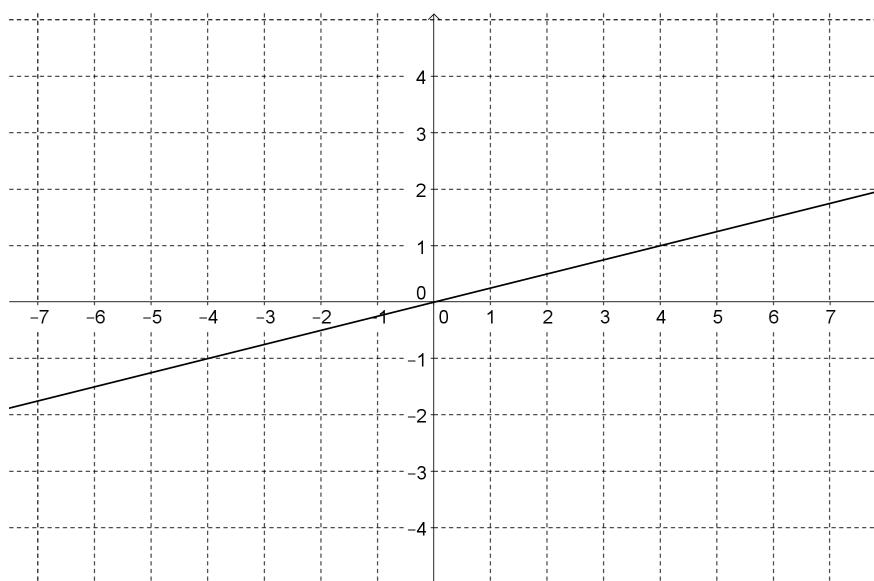
48. Un automòbil circula per una autopista a una velocitat constant de 120 km/h.

- a) Fes una taula de valors on es relacionen el temps i la distància recorreguda
- b) Esbrina l'expressió algebraica
- c) Representa la funció

49. El pes d'un objecte a la Lluna és la sisena part del pes que té a la Terra.

- a) Escriu la fórmula de la funció que indica el pes d'un objecte a la Lluna
- b) Representa la funció que dona el pes d'un objecte a la Lluna

50. Determina la fórmula d'aquesta funció.



51. Una ONG emprén una campanya de recaptació de fons per a l'adquisició de vacunes. Amb els diners obtinguts compra 10 vacunes per a xiquets per cada euro que aportem.

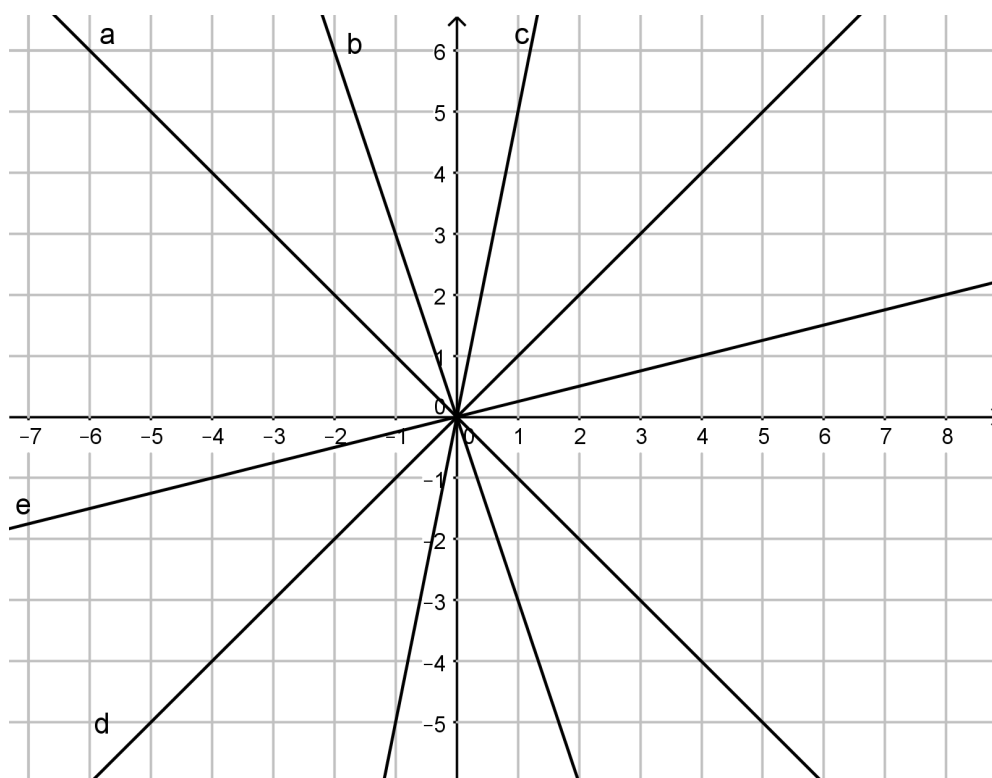
- Escriu la fórmula que relaciona la quantitat de diners aportada amb les vacunes que s'han comprat.
- Representa la gràfica corresponent.

52. Troba l'equació i representa la funció de proporcionalitat directa que verifica que  $f(3) = 1$

53. Troba l'equació de la funció de proporcionalitat directa que passa per:

- $(2, -1)$
- $(3, 2)$
- $(-1, -3)$

54. Troba les equacions de les funcions:



## 6. FUNCIÓ DE PROPORCIONALITAT INVERSA

Una funció de **proporcionalitat inversa** és una funció que relaciona dues magnituds inversament proporcionals.

El gràfic és una corba, anomenada **hipèrbole**, que no talla els eixos.

La seua expressió algebraica és del tipus  $y = \frac{k}{x}$ , on  $k$  és la constant de proporcionalitat inversa.

Si la constant de proporcionalitat és positiva, la funció és decreixent.

Si la constant de proporcionalitat és negativa, la funció és creixent.

54. Representa les funcions següents:

a)  $y = \frac{1}{x}$

b)  $y = \frac{-1}{x}$

c)  $y = \frac{2}{x}$

d)  $y = \frac{-2}{x}$

e)  $y = \frac{20}{x}$

f)  $y = \frac{-3}{x}$

55. La taula següent correspon a una funció de proporcionalitat inversa

|   |   |   |   |     |   |     |
|---|---|---|---|-----|---|-----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4   | 5 | ... |
| y |   |   |   | 1/4 |   |     |

- Completa la taula
- Escriu l'expressió algebraica de la funció
- Representa la funció

56. La relació entre dos nombres ve donada per la taula següent:

|   |      |     |     |     |   |   |     |
|---|------|-----|-----|-----|---|---|-----|
| x | 0,02 | 0,1 | 0,2 | 0,5 | 1 | 2 | ... |
| y | 300  | 60  | 30  | 12  | 6 | 3 | ... |

- Quina és l'expressió algebraica d'aquesta relació?
- Representa-la gràficament
- Dóna valors a  $x$  molt pròxims a zero. Què passa amb els valors de  $y$ ?

57. La taula següent relaciona els valors de la base i l'altura dels triangles que tenen una àrea igual a  $18 \text{ cm}^2$ . Completa-la i determina l'expressió algebraica que ens dóna l'altura en funció de la base. Després representa-la gràficament

|             |   |   |    |
|-------------|---|---|----|
| Base (cm)   | 6 | 9 | 12 |
| Altura (cm) |   |   |    |

58. Els alumnes de 2n d'ESO volen anar de viatge d'estudis. Per a obtenir fons, acorden vendre polvorons. Decideixen comprar 360 caixes, que vendran entre tots els que vagen de viatge.

- Fes una taula que relacione el nombre d'alumnes que van al viatge amb el nombre de caixes que ha de vendre cada un
- Escriu l'expressió algebraica de la funció i representa-la
- Comprova que el producte del nombre d'alumnes pel de caixes és constant. Què significa?

---

## TEMA 14. ESTADÍSTICA

---

### 1. ESTADISTICA

L'**estadística** és la ciència que s'ocupa de recollir i ordenar dades referides a diversos fenòmens, per analitzar-les i interpretar-les posteriorment.

**Població** és el conjunt format per tots els elements de l'estudi estadístic.

**Mostra** és la part de la població que estudiem i que ens serveix per a deduir característiques de la població.

**Individu** és cada un dels elements que formen la població o la mostra. El nombre d'individus que componen una mostra s'anomena grandària de la mostra.

**Variable estadística** és qualsevol qualitat que estudiem en els individus de la mostra o la població.

Segons els seus valors, les variables estadístiques poden ser:

- \* **Qualitatives**: si els valors no són nombres sinó qualitats
- \* **Quantitatives**: si els valors són nombres. Es classifiquen en:
  - **Discretes**: si, en cada tram, la variable només pot prendre un nombre determinat de valors.
  - **Contínues**: si en cada tram, la variable pot prendre infinits valors.

**Exemple**: Els alumnes de 1r ESO matriculats a Espanya són un total de 136.559. Per realitzar un estudi estadístic sobre el pes, l'estatura i l'edat, se seleccionen 300 alumnes de diferents centres escolars.

- Població: els 136.559 alumnes matriculats
- Mostra: els 300 alumnes seleccionats dels diferents centres
- Individu: cada alumne matriculat en 1r ESO
- Grandària de la mostra: 300 alumnes
- Variables estadístiques:
  - Qualitativa: color d'ulls, color dels cabells
  - Quantitativa discreta: nombre del calcer
  - Quantitativa contínua: pes, estatura

- 
1. En un estudi sobre l'edat en què cauen les dents de llet, hem escollit 50 xiquets de la Comunitat Valenciana. Determina:
    - a) La població
    - b) La mostra i la grandària
    - c) Els individus
    - d) La variable estadística
  2. En una ciutat de 100.000 persones s'ha passat una enquesta a 500 per saber quins són els seus esports favorits. Digueu quina és la població i quina és la mostra.

3. En un país voten 25 milions de persones i es fa una enquesta a 2.000 persones per intentar endevinar el resultat de les eleccions.
  - a) Quina és la població i quina és la mostra?
  - b) Quines característiques ha de tenir la mostra
4. En un poble, el treball dels seus habitants és el següent: 1.000 treballen al camp, 2.000 en fàbriques i 500 estan a l'atur. Es vol fer una enquesta per determinar les condicions de treball.
  - a) Seria correcta agafar aquesta mostra: 50 treballadors del camp, 100 treballadors de les fàbriques i 25 aturats ?
  - b) Escriu una altra mostra representativa.
5. Classifica les variables estadístiques següents:
  - a) Marca d'un telèfon
  - b) Color d'ulls
  - c) Esport favorit
  - d) Estatura
  - e) Edat
  - f) Nom
6. Indica el tipus de variable: qualitativa o quantitativa.
  - a) Nombre de germans
  - b) Sexe
  - c) Nacionalitat
  - d) Talla de calçat
  - e) Edat
7. Classifica aquestes variables en discretes o contínues
  - a) Nombre de germans
  - b) Talla de calçat
  - c) Edat
  - d) Ingressos diaris en una fruiteria
  - e) Pes d'un grup d'alumnes
8. Completa la taula amb la població i les característiques dels següents estudis estadístics:
  - A. Pes dels alumnes de 2n d'ESO del país.
  - B. Moto preferida pels menors de 20 anys de la teva ciutat.
  - C. Alçària dels alumnes de la teva classe.
  - D. Nombre d'habitants de les cases del teu barri.

| Estudi | Població                     | Variable estadística | Qualitativa | Quantitativa |          |
|--------|------------------------------|----------------------|-------------|--------------|----------|
|        |                              |                      |             | Discreta     | Contínua |
| A      | Alumnes de 2n d'ESO del país | Pes                  | No          | No           |          |
| B      |                              |                      |             |              |          |
| C      |                              |                      |             |              |          |
| D      |                              |                      |             |              |          |

9. Els alumnes de 2n d'ESO de l'institut fan diverses enquestes als seus companys per saber els seus gustos sobre diferents qüestions. Digues, en cada cas, si es tracta d'una variable qualitativa o una variable quantitativa.

- a) quin tipus d'entrepà els agrada més.
- b) hores diàries que veuen la TV.
- c) nombre de fills que hi ha a la seva família.
- d) esports que més practiquen.
- e) color dels ulls preferits.
- f) cantants preferits.

## 2. RECOMPTE DE DADES

Després de recollir les dades cal comptar-les i agrupar-les.

- Si la variable és quantitativa, els valors s'organitzen en ordre creixent i s'anota el nombre de vegades que ix cada un.
- Si la variable és qualitativa, s'escriu cada valor i s'anota el nombre de vegades que ix cada un.

La recollida de dades se sol realitzar mitjançant enquestes o qüestionaris.

10. Ramón ha escrit en el quadern el nombre de persones que habiten en cadascun dels habitatges del seu edifici:

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 4 | 1 | 1 | 3 | 3 | 5 |
| 2 | 4 | 2 | 5 | 6 | 1 | 3 | 2 |

Fes recompte de les dades i construeix una taula.

11. Una família ha utilitzat els següents envasos de cartó (C), plàstic(P) i llandes(L).

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| L | L | C | L | L | P |
| C | P | L | P | P | C |
| C | P | C | C | P | C |
| P | L | C | P | C | C |
| P | C | C | P | L | L |

Fes un recompte dels envasos per a reciclar i construeix una taula.

12. Una companyia telefònica ha fet una enquesta per a saber quin és el nombre d'aparells, fixos i mòbils, que hi ha en cada habitatge d'una localitat. Ha recopilat aquestes respostes:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 | 3 | 5 | 4 | 3 | 2 | 4 | 3 |
| 4 | 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 3 | 3 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 1 | 4 | 4 | 5 | 4 | 5 | 2 | 3 |

Fes-ne el recompte i expressa-ho amb una taula

13. En una classe de 30 estudiants, la professora de valencià ha recomanat 5 llibres per a llegir a l'estiu. A la tornada de vacances, se'ls ha preguntat quants d'aquest llibres han llegit. Aquest són els resultats:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 5 | 2 | 1 | 2 | 4 | 1 |
| 1 | 2 | 1 | 5 | 2 | 2 | 3 | 4 | 2 | 1 | 2 | 4 | 2 | 1 | 3 |

Fes un recompte i confecciona una taula.

### 3. FREQUÈNCIES. TAULES DE FREQUÈNCIES

La **frequència absoluta** d'una dada és el nombre de vegades que es repeteix. Es representa per  $f_i$

$$f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n = N$$

on  $N$  és el nombre total de dades

La **frequència relativa** és el quocient entre la frequència absoluta i el nombre total de dades. Es representa per  $h_i$

$$h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n = 1$$

Les dades i les frequències es poden organitzar en una **taula de frequències** col·locant les dades en la primera columna i les frequències en les següents.

La **frequència absoluta acumulada** d'una dada  $x_i$  és la suma de les frequències absolutes dels valors que són menors o iguals que ella.

Es representa per  $F_i = f_1 + f_2 + \dots + f_i$

La **frequència relativa acumulada** d'una dada  $x_i$  és la suma de les frequències relatives dels valors menors o iguals a ella. Es representa per  $H_i$ . Equival al quocient entre la frequència absoluta acumulada de la dada i el nombre total d'aquestes.

$$H_i = h_1 + h_2 + \dots + h_i$$

Per a calcular les frequències acumulades, les dades s'han de poder ordenar.

14. En una classe de 24 alumnes de 1r ESO, les qualificacions obtingudes en l'últim examen de Matemàtiques han estat:

4 6 7 3   6 8 5 9   7 5 8 7   5 4 7 8   4 6 5 8   7 3 10 7

Forma una taula amb el recompte de dades i calcula les frequències dels valors que pren la variable.

15. Les temperatures màximes, en °C, que s'han registrat en els últims quinze dies del mes d'agost han estat:

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 40 | 39 | 41 | 39 | 40 | 38 | 37 | 40 |
| 40 | 41 | 42 | 39 | 40 | 39 | 39 |    |

- Fes un recompte d'aquestes temperatures
- Calcula les frequències absolutes i relatives
- Organitza les dades en una taula de frequències.

16. El nombre de germans de 20 alumnes és:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 | 3 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 0 | 3 | 1 | 0 | 4 |

- Fes-ne un recompte.
- Obtén les freqüències absolutes i relatives.
- Organitza els resultats obtinguts en una taula.

17. Les dades següents corresponen al nombre de treballadors d'una cadena de botigues:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 7 | 5 | 2 | 4 | 5 | 6 | 4 | 7 | 3 | 7 | 4 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 4 | 3 | 2 | 4 | 4 | 1 | 1 | 2 | 5 | 3 | 2 | 2 | 5 | 3 |
| 3 | 8 | 2 | 3 | 2 | 2 | 5 | 4 | 1 | 5 | 8 | 6 | 6 | 1 | 3 |

- Indica quina és la variable i de quin tipus és.
- Fes el recompte de dades i elabora una taula de freqüències.

18. El nombre de fills de totes les famílies dels alumnes d'una aula és:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 4 | 3 |
| 1 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 1 | 3 | 4 |
| 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 | 3 |

- Quin és el nombre d'individus de la mostra?
- Fes una taula on apareguen la freqüència absoluta i la relativa.

19. El número de les sabates esportives que utilitzen a la classe d'Educació física els 25 alumnes és:

37, 40, 39, 38, 40, 40, 38, 41, 41, 39, 39, 42, 40, 40, 41, 42, 42, 43, 38, 43, 37, 41, 39, 41, 40.  
Fes una taula amb les freqüències absolutes i relatives.

20. Les notes d'una classe de matemàtiques han estat les següents:

6, 4, 6, 7, 5, 2, 7, 6, 5, 2, 6, 1, 5, 8, 7, 6, 4, 9, 5, 5, 1, 6, 9, 8, 4.

Fes la taula corresponent de freqüències absoluta i relativa.

21. S'ha preguntat a 15 persones pel nombre de dies que practiquen algun esport durant la setmana i s'han obtingut les següents respostes:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | 6 | 5 |
| 4 | 3 | 5 | 3 | 2 |
| 6 | 2 | 3 | 5 | 3 |

Elabora la taula de freqüències corresponent.

22. Per a triar el color de la pintura del portal d'un edifici d'habitatges, l'administrador ha fet una enquesta entre els veïns. Per a fer-ho, els va facilitar primer una papereta on van poder anotar el color preferit entre els següents:

G = gris      B = blau      V = verd

Després va ordenar les paperetes per colors i va obtenir aquest resultat:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | V | B | B | B | B | B | B |
| B | B | B | G | G | G | G | G | G | G |
| G | G | G | G | G |   |   |   |   |   |

Construeix la taula de freqüències associada a aquesta enquesta.

#### 4. GRÀFICS ESTADÍSTICS

Els gràfics estadístics ens permeten captar immediatament les característiques més rellevants d'un estudi estadístic.

**Diagrama de barres.** En l'eix horitzontal representem els valors de la variable i en l'eix vertical, les freqüències. La freqüència que correspon a cada dada es representa per una barra.

Quan la variable és quantitativa, els extrems superiors de les barres es poden unir mitjançant línies i s'anomena **polígon de freqüències**.

**Diagrama de sectors.** Les dades es representen en un cercle, dividit en sectors. Cada sector representa un valor de la variable. L'amplitud del sector, el seu angle, és proporcional a la freqüència de la dada que representa:

$$\text{Angle del sector circular} = \frac{f_i}{N} \cdot 360^\circ = h_i \cdot 360^\circ$$

**Pictogrames.** A vegades, en comptes de barres se solen fer dibuixos representatius de la variable que s'estudia, i es fan d'una mida proporcional a la freqüència.

23. Representa mitjançant un diagrama de barres els valors que hem recollit en la taula següent:

| Esports   | Freqüència $f_i$ |
|-----------|------------------|
| Futbol    | 8                |
| Bàsquet   | 12               |
| Tenis     | 6                |
| Atletisme | 10               |
| Handbol   | 4                |

24. Fes un diagrama de barres amb el nombre de cossiols que tenen 100 cases.

|                  |    |    |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|----|
| Nre. de cossiols | 0  | 1  | 2  | 3  | 4  |
| Nre. de cases    | 10 | 14 | 18 | 25 | 33 |

25. Fes un diagrama de sectors amb aquestes dades.

| Color          | Roig | Verd | Blanc |
|----------------|------|------|-------|
| Nre. de cotxes | 150  | 84   | 125   |

26. Dibuixa un diagrama de barres i un altre de sectors amb les dades següents. Quina de les dues representacions et sembla més adequada? Per què?

| Música     | Clàssica | Pop | Rock |
|------------|----------|-----|------|
| Nre. de CD | 125      | 78  | 52   |

27. Representa en un diagrama de barres la distribució del nombre d'assignatures suspeses pels alumnes i les alumnes d'un curs:

| Nre. suspensos | Freqüència |
|----------------|------------|
| 0              | 6          |
| 1              | 12         |
| 2              | 8          |
| 3              | 5          |
| 4              | 3          |
| 5              | 1          |
| 6              | 1          |

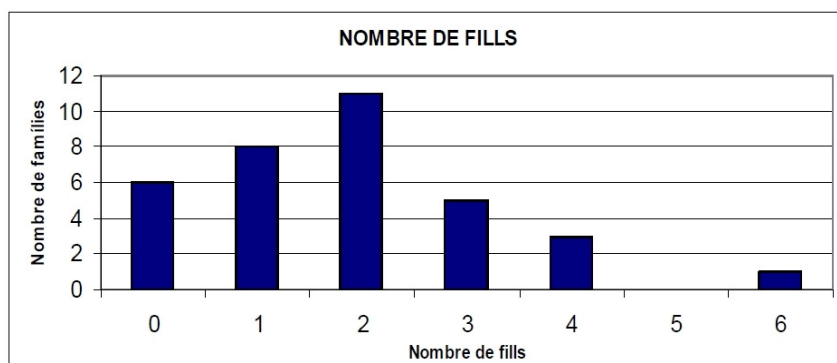
Completa-ho amb un polígon de freqüències.

28. Aquestes són les notes que un professor ha posat als seus alumnes en l'últim examen que han fet:

1 5 8 6 2    2 7 8 4 9    4 6 5 4 5    7 2 3 6 8  
9 3 2 5 3    6 10 1 10 5    6 8 7 8 10    5 10 6 10 4

- La variable és qualitativa o quantitativa?
- Representa les dades en una taula de freqüències.
- Representa els resultats en un diagrama de barres.
- Representa els resultats en un diagrama de sectors.

29. El següent gràfic mostra el nombre de fills que tenen les famílies d'un petit poble de Catalunya:



Es demana:

- Quantes famílies d'aquest poble tenen un sol fill?
- Quantes famílies tenen dos fills?
- Quantes famílies no tenen fills?
- Quina és la Moda d'aquesta variable estadística?
- Quantes famílies hi ha en aquest poble?
- Quantes famílies nombroses (3 fills o més) hi ha?

30. La taula mostra el nombre d'arbres plantats en un parc els últims anys.

| Any           | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 |
|---------------|------|------|------|------|
| Nre. d'arbres | 25   | 15   | 20   | 30   |

Representa les dades mitjançant un diagrama de barres i el polígon de freqüències corresponent.

## 5. MESURES DE CENTRALITZACIÓ

**Mitjana aritmètica** d'un conjunt de dades,  $\bar{x}$ , és el quocient que resulta en dividir la suma de les dades entre el nombre total d'aquestes.

Podem usar dos mètodes per a calcular la mitjana aritmètica:

- Dividim la suma de totes les dades entre el nombre total de dades
- Si les dades figuren en una taula amb les freqüències absolutes, multipliquem cada dada per la seua freqüència, sumem tots els productes i ho dividim entre el nombre total d'aquests.

$$\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_n \cdot x_n}{N}$$

**Mediana** d'un conjunt de dades, **Me**, és el valor central d'aquestes, és a dir, hi ha tantes dades majors que ella com menors. Aquesta mesura sol es pot calcular en variables quantitatives.

Per a calcular la mediana, ordenem les dades de menor a major.

- si el nombre de dades és senar, la mediana és la dada que ocupa el lloc central
- si el nombre de dades és parell, la mediana és la mitjana aritmètica de les dues dades centrals.

**Moda** d'un conjunt de dades, **Mo**, és la dada que es repeteix més, o la que té la major freqüència.

Si en ell conjunt de dades figuren dos o més valors amb freqüència màxima, diem que la sèrie és bimodal o multimodal.

31. Calcula la mitjana aritmètica de la següent sèrie de dades:

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 1 | 3 | 1 | 4 | 3 | 2 | 2 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 2 | 0 | 2 | 3 | 2 | 3 | 4 | 2 |   |   |   |   |

32. Calcula la mitjana aritmètica de la sèrie següent:

17 ° C, 18 ° C, 21 ° C, 28 ° C, 17 ° C, 18 ° C, 20 ° C, 22 ° C, 20 ° C.

33. Les 10 alumnes d'una classe calcen el següent nombre de sabata:

35      38      39      36      38      37      39      35      37      36

Calcula el nombre mitjà de sabata que calcen les alumnes d'aquesta classe.

34. El nombre de gols marcats per un equip d'handbol al llarg de 20 partits ha estat:

3      5      11      5      6      3      7      6      6      5      4      5      6  
3      9      4      3      9      6      4

Troba el nombre mitjà de gols marcats en cada partit.

35. Hem preguntat l'edat a un grup de persones que estaven esperant el bus i les respostes són: 14, 29, 35, 67, 69, 52, 4, 7, 12, 36, 47, 56, 81, 60, 19, 18, 21, 34, 55.

a) calcula la mitjana aritmètica corresponent a l'edat.

b) calcula la moda.

c) calcula la mediana.

36. Els alumnes d'una classe de 2n d'ESO diuen que durant l'estiu han vist, entre TV i cinema el següent nombre de pel·lícules: 12, 19, 10, 25, 36, 42, 16, 31, 52, 11, 14, 37, 25, 46, 24, 52, 13, 14, 9, 12.

a) calcula la mitjana aritmètica del nombre de pel·lícules vistes.

b) calcula la moda.

c) calcula la mediana.

37. Hem preguntat a un grup de veïns quina era la superfície del seu pis en metres quadrats. Les respostes són:

70      79      80      90      93      96      110      115      62      69      82      87  
88      89      97      97      100      102      104      90      89      75      74      68  
66

a) calcula la mitjana aritmètica de la superfície del pis.

b) calcula la moda.

c) calcula la mediana.

38. Entre un grup d'amics hi ha: 5 que tenen 15 anys, 9 que en tenen 16, 7 que en tenen 17, 2 que en tenen 18 i 2 que en tenen 19. Calcula la mitjana aritmètica de les edats.

39. Un jugador de bàsquet ha aconseguit els punts següents en diferents partits:

15      20      21      17      18      11      15      16      14      11      22      25      9  
12      18      15      14      14      20

Calcula la mitjana aritmètica, la moda i la mediana.

40. En la taula figura el nombre d'ordinadors que tenen els treballadors d'una empresa. Completa la taula i calcula la mitjana aritmètica, la moda i la mediana.

| $x_i$ | $f_i$ |
|-------|-------|
| 0     | 2     |
| 1     | 25    |
| 2     | 65    |
| 3     | 8     |

41. Les temperatures diàries, en °C, obtingudes en una ciutat durant un mes són:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 19 | 22 | 16 | 21 | 20 | 19 | 18 | 17 | 22 |
| 21 | 23 | 25 | 19 | 20 | 19 | 22 | 21 | 20 | 24 |
| 23 | 21 | 19 | 14 | 23 | 19 | 18 | 19 | 20 | 21 |

Compara la temperatura mitjana i la mediana del mes.

42. Troba la moda, la mediana i la mitjana de les dades que figuren en aquesta taula de freqüències.

| $x_i$ | $f_i$ |
|-------|-------|
| 1     | 2     |
| 2     | 1     |
| 3     | 5     |
| 4     | 4     |
| 5     | 2     |
| 6     | 1     |
| 7     | 2     |
| 8     | 2     |
| 9     | 1     |
| 10    | 1     |

---

## 6. MESURES DE POSICIÓ

Les mesures de posició són valors de la variable que informen del lloc que ocupa una dada dins del conjunt ordenat de totes les dades.

Els **quartils** són tres valors que separen les dades de la variable estadística en quatre parts iguals.

- \* El primer quartil,  $Q_1$ : és el valor que deixa a l'esquerra el 25% de les dades.
- \* El segon quartil,  $Q_2$ : és el valor que deixa a l'esquerra el 50% de les dades.
- \* El tercer quartil,  $Q_3$ : és el valor que deixa a l'esquerra el 75% de les dades.

El segon quartil coincideix amb el valor de la mediana.  $Q_2 = Me$

El primer quartil és la primera dada de la variable la freqüència absoluta acumulada de la qual és major que el 25% del nombre total de dades.

El tercer quartil és la primera dada de la variable la freqüència absoluta acumulada de la qual és major que el 75% del nombre total de dades.

43. Els punts obtinguts per un jugador de bàsquet en els partits d'una temporada han sigut:

22 23 12 22 10 12 23 23 22 12  
10 12 24 23 22 12 25 23 22 25

Obtén les mesures de posició i interpreta'n els resultats.

44. Calcula la mediana i els quartils de:

12 13 15 19 12 12 13 14 15 14 13 18  
17 9 8 13 15 14 12 18 10 9

45. Calcular la mediana i els quartils de la distribució de notes de 13 estudiants:

1 1 2 3 4 4 5  
6 7 7 7 8 10

46. La taula mostra el nombre de treballs fets per l'assignatura de Matemàtiques per un grup d'alumnes de 2n d'ESO durant el curs. Calcula'n les mesures de posició i interpreta-les.

| $x_i$ | $f_i$ |
|-------|-------|
| 1     | 3     |
| 2     | 3     |
| 3     | 4     |
| 4     | 6     |
| 5     | 4     |

47. En preguntar a 50 joves pel temps, en minuts que tarden en dutxar-se, s'obté la informació que es recull en la taula.

| Temps (min) | $f_i$ |
|-------------|-------|
| 4           | 2     |
| 5           | 10    |
| 6           | 23    |
| 7           | 9     |
| 8           | 3     |
| 9           | 3     |

## 7. MESURES DE DISPERSIÓ

\* El rang o recorregut,  $R$ , és la diferència entre la dada major i la menor de la variable estadística. El rang indica l'amplitud de l'interval en el qual es troben totes les dades.

\* La variància és la mitjana aritmètica dels quadrats de les diferències entre cada dada i la mitjana.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{N} - \bar{x}^2$$

\* La desviació típica és l'arrel quadrada positiva de la variància.  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

\* Coeficient de variació és el quocient entre la desviació típica i la mitjana. Se sol expressaren forma de percentatge, multiplicant el resultat per 100.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

48. Trobar la desviació típica dels valors següents:

5      7      8      9      11      13      13      15      16      18

49. La distribució del nombre de fills d'un grup de famílies ve donada per la taula següent:

| Nre. fills | Freqüència |
|------------|------------|
| 1          | 5          |
| 2          | 15         |
| 3          | 11         |
| 4          | 4          |
| 5          | 0          |
| 6          | 1          |

Calcula la mitjana i la desviació típica.

50. El resultat d'una enquesta feta als professors d'un centre escolar es mostra en la taula. La columna  $x_i$  representa el nombre de representacions de teatre a les quals van assistir el trimestre passat, i la columna  $f_i$ , el nombre de professors.

| $x_i$ | $f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|-------|-------|-----------------|---------|-------------------|
| 0     | 3     |                 |         |                   |
| 1     | 8     |                 |         |                   |
| 2     | 2     |                 |         |                   |
| 5     | 3     |                 |         |                   |
| 7     | 1     |                 |         |                   |
| total |       |                 |         |                   |

Completa la taula i calcula:

- El rang
- La mitjana aritmètica
- La variància
- La desviació típica
- El coeficient de variació

51. En la taula apareixen les temperatures màximes que es van registrar durant el mes d'abril en una localitat. Calcula la variància i la desviació típica.

| Temperatura<br>$x_i$ | Nre. de dies<br>$f_i$ | $x_i \cdot f_i$ | $x_i^2$ | $x_i^2 \cdot f_i$ |
|----------------------|-----------------------|-----------------|---------|-------------------|
| 15                   | 7                     |                 |         |                   |
| 16                   | 9                     |                 |         |                   |
| 17                   | 7                     |                 |         |                   |
| 18                   | 5                     |                 |         |                   |
| 19                   | 2                     |                 |         |                   |

52. Troba la mitjana, la mediana, la moda, els quartils, el recorregut, la desviació típica i el coeficient de variació de les distribucions següents:

- a) 1 1 1 3 4 5 7 8 10 10  
b) 1 1 2 3 4 5 6 6 8 9 10  
c) 4 2 2 4 3 10 3 4 4 5 2 5

53. En un club de jugadors de videojocs s'ha anotat el nombre de partides guanyades per cada un dels seus membres. Aquests són els resultats:

4 4 5 3 3 2 1 4 2 3 4 3 5  
5 1 2 0 1 0 3 4 2 5 3 2 3  
2 4 1 0

- a) Confecciona amb aquestes dades una taula de freqüències.  
b) Representa-les en un diagrama de barres  
c) Dibuixa el corresponent diagrama de sectors.  
d) Calcula la mitjana aritmètica, la moda i la mediana  
e) Calcula els quartils  
f) Calcula el recorregut, la variància, la desviació típica i el coeficient de variació.