

## Enunciats dels Problemes a l'esprint 3r/4t ESO del dia 14 de desembre de 2022



### Primer grup de problemes

---

1.- Li pregunten a la Juliana quants cromos té ja de la col·lecció que està fent. Ella diu: "Mireu: tinc tants cromos com el nombre natural més gran que si el dividim per 9 es compleix que el residu és una unitat més gran que el quocient". Quants cromos té la Juliana?

**Heu de sumar una unitat a la resposta i aquest és el nombre  $A$  que passa al problema 7.**

---

2.- Volem fer una suma de tres nombres de tres xifres

$$\begin{array}{r} A B C \\ + D E F \\ + G H I \\ \hline ? ? ? \end{array}$$

de manera que les xifres **A, B, C, D, E, F, G, H** i **I** siguin les xifres de l'**1** al **9**, sense repetir-ne cap, i que el resultat sigui un nombre de tres xifres.

Quin és el resultat màxim que pot tenir una suma com aquesta i amb quins sumands es pot obtenir?

**Nota: Atenció:** en el formulari de resposta es demana la suma màxima i també els tres sumands amb què obteniu el resultat (sumands que tenen diverses possibilitats però totes seran vàlides).

---

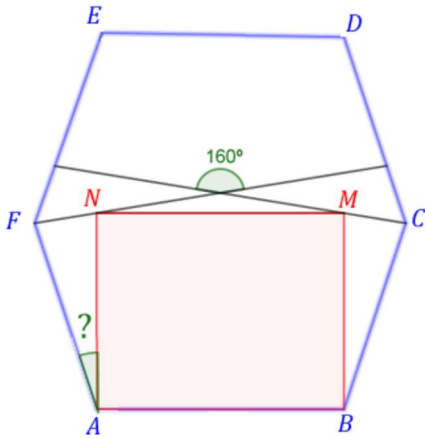
3.- **Passa a aquest problema un valor  $C$  del problema 5**

200 alumnes han respost una prova de  $C$  preguntes i no hi ha hagut cap resposta en blanc. Cada resposta ha estat avaluada amb un nombre enter de 0 a 10 i les puntuacions s'han anotat en un full de càlcul, una taula de 200 files i  $C$  columnes. Per files es veuen les puntuacions de les respostes de cada alumne, i per columnes les puntuacions per preguntes. En Joan fa que se sumin els nombres per files i després fa la mitjana de les 200 sumes de puntuacions. Diguem-ne  $J$ . La Maria suma els nombres per columnes i després fa la mitjana dels totals de punts obtinguts en cada una de les  $C$  preguntes. Diguem-ne  $M$ . Quin és el valor de  $J/M$ ?

**Nota: Atenció!!!** Haureu de donar la resposta o bé com un nombre natural sense signe (si ho és), o bé, si el resultat és un nombre no enter, com una fracció irreductible (el numerador separat del denominador per / sense cap altre signe ni espai en blanc), o bé haureu d'escriure una X si creieu que el resultat pot dependre dels nombres que apareixen a la taula de dades

---

4.- L'hexàgon  $ABCDEF$  té els costats paral·lels dos a dos i les longituds dels costats compleixen  $AB=DE$  i  $BC=CD=EF=FA$ , i això fa que es pugui deduir que hi ha igualtat entre diversos angles de l'hexàgon. Hem construït el rectangle  $ABMN$  de manera que  $BM = BC$  i hem comprovat que les rectes  $CM$  i  $FN$  formen un angle de  $160^\circ$ .



Calculeu quina és la mesura de l'angle  $\widehat{NAF}$  retolat a la figura amb el signe ?

**La resposta numèrica passa com a nombre  $M$  al problema 9**

---

### Segon grup de problemes

5.- Quina és la xifra de les unitats de  $2^{(2022^{2023})}$  ?

**La resposta passa al problema 3 com a nombre  $C$**

---

6.- Un planeta té forma d'icosàedre regular de costat 1 unitat astronòmica. Quina és la mínima distància que caldrà recórrer, circulant sempre per la superfície del planeta, per anar del pol nord  $N$  al pol sud  $S$ ?



**Nota:** cal expressar la resposta en les mateixes unitats que el costat i, com que és un nombre irracional, es demana correctament arrodonit al segon decimal.

---

7.- Ve un nombre  $A$  del problema 1. Recordeu que és la resposta d'aquell problema més 1.

La Maria té actualment el doble de l'edat que tenia en Carles quan ella tenia justament l'edat que ara té en Carles. Quan en Carles tingui l'edat que ara té la Maria les seves dues edats sumaran  $A$  anys. Quants anys té ara la Maria?

---

8.- En una reunió cada persona ha encaixat la mà una vegada amb cadascuna de les altres. Si en total s'han fet 153 encaixades, quantes persones assisteixen a la reunió?

La resposta passa al problema 9 com a nombre  $N$

---

---

## Reptes finals

9.- Venen dos nombres,  $M$  del problema 4 i  $N$  del problema 8

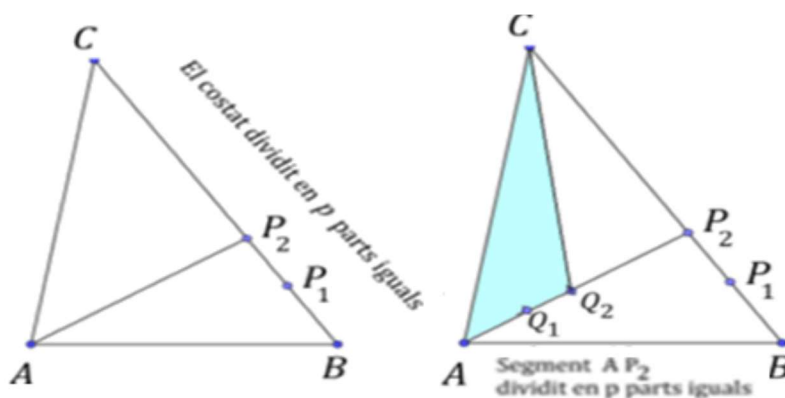
A la classe de la Berta i en Josep han fet una prova de test de 20 preguntes. Ells han preguntat a set companys o companyes de la classe quants encerts han tingut. Les respostes que han recollit han estat  $M, N, 10, 14, 12, 8, 11$ . Aleshores la Berta li diu a en Josep: *quina casualitat! Ja saps que jo he tingut un encert més que tu, però si afegim els nostres dos nombres d'encerts a la llista resultarà un conjunt amb la mateixa mitjana que mediana.* Quin és aquest valor comú de la mitjana i la mediana?

La suma de les xifres de la resposta passa al problema 10 com a nombre  $p$ .

---

10.- Ve un nombre  $p$  del problema 9 (recordeu que és la suma de les xifres de la resposta d'aquell problema)

En un triangle  $ABC$  dividim el costat  $BC$  en  $p$  parts iguals, per uns punts  $P_1, P_2, \dots$  i tracem el segment que va de  $A$  al segon punt de divisió,  $P_2$ . D'aquesta manera el triangle  $ABC$  ha quedat descompost en dos triangles  $ABP_2$  i  $CAP_2$ . Després en el triangle  $CAP_2$  fem una acció semblant. Dividim el segment  $AP_2$  en  $p$  parts iguals, per uns punts  $Q_1, Q_2, \dots$  i tracem el segment que va de  $C$  al segon punt de divisió,  $Q_2$



Calculeu quin tant per cent de l'àrea del triangle  $ABC$  representa l'àrea del triangle acolorit, és a dir el triangle  $AQ_2C$

---

---

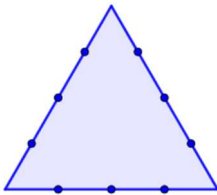
## Problemes de propina

P1.- Quantes “paraules” podem formar amb les 9 lletres del mot KANGOUROU (que és CANGUR en francès) de manera que sempre surtin exactament les nou lletres indicades (una A, una G, una K, una N, una R i dues O i dues U) si només volem “paraules” que no tinguin juntes ni dues vocals ni dues consonants?

Nota: “paraula” vol dir ordenació de les nou lletres, no cal que tingui significat.

---

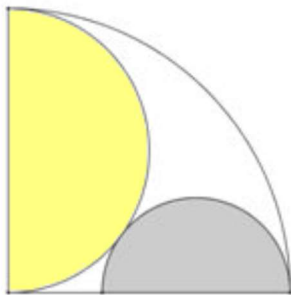
P2.- Hem marcat tres punts sobre cada costat d'un triangle equilàter i així hem dividit cada costat en 4 parts iguals,.



De quantes maneres podem seleccionar 4 d'aquests 9 punts perquè siguin els vèrtexs d'un quadrilàter amb dos costats paral·lels (trapezi o paral·lelogram)?

---

P3. En la figura tenim dos semicercles tangents, un de color clar i un de més petit, de color gris, situats en un quadrant de cercle de radi 2022 cm.



Quin és el valor, en cm, del radi del semicercle petit, el de color gris?

**Atenció!!!** Si és un nombre enter o un nombre racional n'indicareu el valor exacte –fracció irreductible si és un nombre o enter. Altrament, (és a dir si no és un nombre racional) el donareu arrodonit al primer decimal.