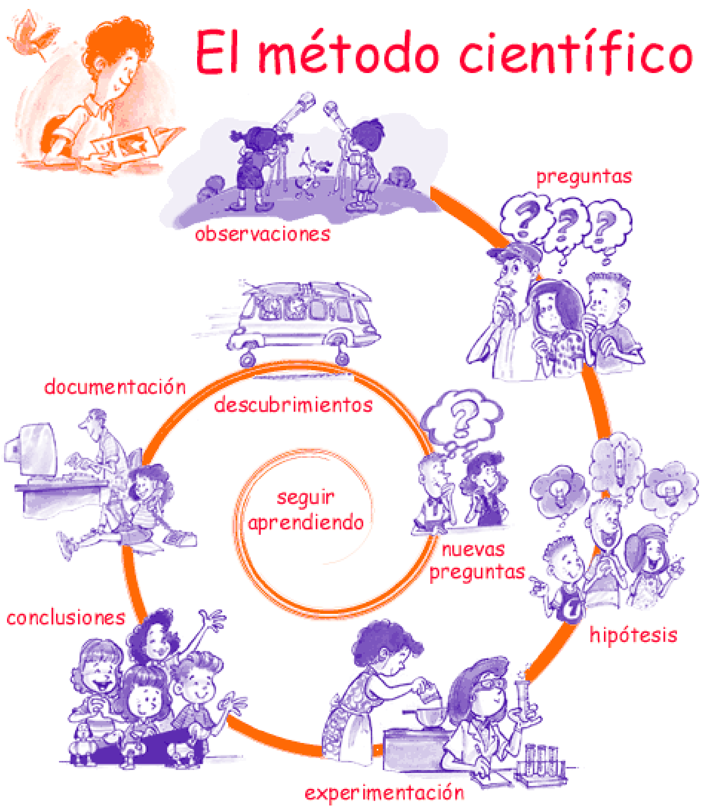
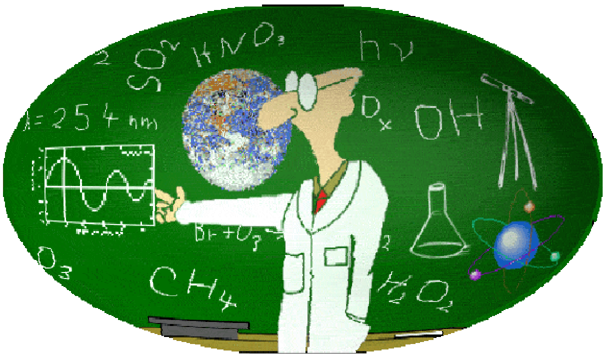
UNIDAD 1: EL MÉTODO CIENTÍFICO. MAGNITUDES Y UNIDADES. EL PROCESO DE MEDIDA

1.1 ¿Qué es la ciencia?
1.2 El método científico.
1.3 Magnitudes físicas.
1.4 El proceso de medida. Unidades.
1.5 Cambios de unidades. Factores de conversión.
1.6 Medidas y errores. Error absoluto y error relativo.



UNIDAD 1: EL MÉTODO CIENTÍFICO. MAGNITUDES Y UNIDADES. EL PROCESO DE MEDIDA



1.1 ¿Qué es la ciencia?

La evolución del ser humano a lo largo de la historia ha estado siempre vinculada al desarrollo tecnológico y científico. Esta dependencia se ha hecho más evidente en los últimos dos siglos, particularmente desde la revolución industrial del siglo XIX. El invento de la rueda, el desarrollo de las grandes máquinas, el uso controlado de la electricidad, los procesos de producción, las fuentes de alimentación, la medicina, la educación, la comunicación o el transporte constituyen algunos ejemplos de los avances que se han producido gracias al progreso de la Ciencia.

Pero, *¿qué es la Ciencia*? Podríamos definir la Ciencia como el conjunto de conocimientos obtenidos mediante la observación y el razonamiento y de los que se deducen principios y leyes generales con validez universal y que se pueden comprobar de forma experimental.

La Ciencia se divide en numerosas ramas, cada una de las cuales tiene por objeto de estudio sólo una parte de todo el saber adquirido, a través de la experiencia y la investigación (ciencias exactas, ciencias humanas, ciencias naturales,…) Una de las principales ramas de la Ciencia es la que corresponde a las Ciencias Naturales, cuyo objeto de estudio abarca a la naturaleza en toda su extensión. No obstante, dentro de las ciencias naturales se distinguen varias áreas de estudio. A continuación se indican algunas ciencias y la rama del conocimiento que estudia cada una:

- BIOLOGÍA : Es la ciencia que estudia los seres vivos.
- ZOOLOGÏA: Es la parte de la biología que estudia el reino animal.
- BOTÁNICA: Es la parte de la biología que estudia el reino vegetal.
- ASTRONOMÍA: Es la ciencia que estudia los cuerpos celestes y sus movimientos.
- GEOLOGÍA: Es la ciencia que estudia la Tierra, su evolución, estructura y características.
- ECOLOGÍA: Es la ciencia que estudia los seres vivos en relación con el entorno físico (medio ambiente) en el que habitan.

- MEDICINA: Es la ciencia que estudia el cuerpo humano en sus diversos aspectos (partes, funcionamiento, enfermedades, …)
- FÍSICA: Es la ciencia que estudia los fenómenos que ocurren en la naturaleza y que NO implican cambios en la composición de la materia.
- QUÍMICA: Es la ciencia que estudia la materia, su composición, estructura y sus transformaciones (reacciones químicas).

La ciencia y la tecnología han contribuido a mejorar nuestras condiciones de vida, aumentando la calidad de vida y transformando nuestro entorno. Sin embargo, han ocasionado también problemas como lo son: el aumento de la contaminación, el uso de sustancias toxicas, el deterioro progresivo del medio ambiente, la desertización, el empobrecimiento de la flora y la fauna, los accidentes y enfermedades relacionados con la tecnología son una parte importante de estos riesgos.

1.2 El método científico.

El método científico es una forma organizada de trabajo que realizan las personas que estudian la ciencia (los científicos). Es el método de estudio de la naturaleza que incluye las técnicas de observación, reglas para el razonamiento y la predicción, ideas sobre la experimentación planificada y los modos de comunicar los resultados experimentales y teóricos. Este método consta de diferentes etapas que debidamente realizadas proporcionan la respuesta a la cuestión que se investiga.

1- Observación: El primer paso del método científico tiene lugar cuando se hace una observación a propósito de algún hecho novedoso, desconocido, problema técnico, curiosidad,… Esta observación puede dar lugar a una pregunta sobre el fenómeno en cuestión. Éste es el origen de la investigación.

2- Hipótesis: Tratando de contestar la pregunta, un científico formulará unas hipótesis. La hipótesis es una suposición, una posible explicación lógica y coherente del problema observado y que pueda ser comprobada con experimentos.

3- Experimentación: De todos los pasos en el método científico, el que verdaderamente separa la ciencia de otras disciplinas es el proceso de experimentación. Para comprobar, o refutar, una hipótesis el científico diseñará un experimento para probar esa hipótesis, teniendo en cuenta las variables que pueden influir en el resultado del experimento.

4- Registro y Análisis de datos: dentro de la labor científica es indispensable la recolección de datos(observaciones iniciales, resultados durante y al final del experimento) en forma organizada, de manera que sea posible determinar relaciones importantes entre estos, para lo cual se utilizan tablas, graficas y en algunos casos dibujos científicos.

5- Análisis de Resultados: a fin de extraer la mayor información de los datos recogidos de los experimentos los científicos los someten a muchos estudios; entre estos el análisis estadístico, que consisten en utilizar las matemáticas para determinar la variación de un factor, tal como lo pronostica la hipótesis. En realidad, al interpretar los datos reunidos dentro de una experiencia, lo más importante es comparar los registros iniciales con los obtenidos durante y al final del experimento, dando explicaciones o razones por las cuales existen cambios en los datos o se mantienen iguales.

6- Conclusiones: Después del análisis riguroso de los datos es importante plantear conclusiones que permitan tanto el investigador como a otras personas identificar con facilidad los resultados del estudio, determinando de forma precisa y resumida si la hipótesis planteada sobre el problema fue o no comprobada y resultó ser cierta o no.

7- Formulación de Teorías y Leyes: Una *teoría* científica es una explicación o descripción científica a un conjunto relacionado de observaciones o experimentos que han sido comprobados. Se basa en una hipótesis sometida a experimentos por un grupo de científicos. Para que una hipótesis se convierta en teoría tiene que pasar un riguroso proceso de experimentación. Por último, una *ley* es la expresión de una relación entre dos o más variables demostrada experimentalmente. Por ejemplo la ley de gravitación de Newton relaciona fuerzas de atracción entre cuerpos con sus masas y distancia entre ellas. Debido a que es una relación directa entre variables, una ley tendrá una fórmula matemática asociada (cosa que no sucede en una teoría).

Las leyes y teorías que resultan de una investigación pasan a formar parte del cuerpo general de conocimientos de la Ciencia y pueden servir de base para el planteamiento de nuevas observaciones y nuevas investigaciones. El saber científico es acumulativo, crece a lo largo del tiempo aportando nuevos enfoques del problema, nuevas soluciones y nuevas teorías cada vez mejoradas y siempre apoyadas en trabajos anteriores sujetos a permanente revisión. Piensa, por ejemplo, cómo fue evolucionando el conocimiento de la forma respecto a nuestro planeta Tierra a lo largo del tiempo.

Recuerda

CIENCIA : Es el conjunto de conocimientos obtenidos mediante la observación y el razonamiento y de los que se deducen principios y leyes generales con validez universal y que se pueden comprobar de forma experimental.

MÉTODO CIENTÍFICO: Es una forma organizada de trabajo que realizan las personas que estudian la ciencia (los científicos) cuando llevan a cabo una investigación.

EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MÉTODO CIENTÍFICO

Vamos a plantear un ejemplo sencillo de aplicación del método científico:

Un científico sospecha que las aguas de un río que pasa cerca de una fábrica son perjudiciales para el crecimiento de las hortalizas que se riegan con dicha agua. Su hipótesis de partida es que las aguas están contaminadas con residuos tóxicos para las plantas. El científico necesita comprobar esta hipótesis y para ello va a realizar una serie de experimentos. Pero antes de llevar a cabo esas experiencias decide documentarse sobre contaminación de aguas y sus efectos de los distintos contaminantes sobre las hortalizas.

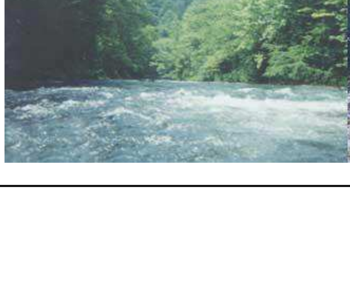
Con toda la información que ha recogido, planifica la siguiente experiencia:

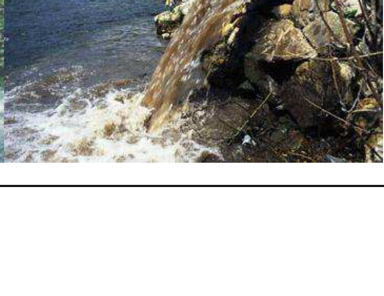
1- Toma 10 plantas pequeñas de una hortaliza (lechuga, por ejemplo) y las coloca en unos planteles individuales con un mismo tipo de sustrato.
2- Enumera e identifica las plantas y las separa en dos grupos de cinco.
3- Coloca todas las plantas en una zona en la que reciben la misma ventilación y la misma luz y suministra el mismo tipo y cantidad de abono a todas las plantas durante todo el experimento (esto es lo que se llama realizar un *control de variables*).
4- Como sospecha que el agua del río es tóxica, decide regar el primer grupo de plantas con agua del río y el segundo grupo de plantas con agua buena, utilizando en ambos casos la misma cantidad y la misma frecuencia de riego.
5- El experimento lo realiza durante 3 semanas y cada día mide y anota la altura de las plantas de lechuga. Además anota otras observaciones como la intensidad de color de las hojas, la rigidez, etc.
6- Al cabo de las tres semanas analiza todos los datos y las observaciones que ha hecho. Puede obtener dos resultados:
   a) Si no hay diferencias significativas entre los datos obtenidos en los dos grupos de plantas, el agua del río no perjudica el crecimiento de la lechuga.
   b) Si hay diferencias importantes entre los datos obtenidos en los dos grupos de plantas y resulta evidente que las regadas con el agua del río se han desarrollado peor, está claro que el agua del río esta contaminada y es un factor negativo para el crecimiento de la lechuga.

7- Si el resultado de los experimentos muestra que el agua está contaminada, el científico puede establecer conclusiones en las que se relacione la presencia de agua contaminada con el desarrollo de las plantas de lechuga.

RESPONDE A LAS SIGUIENTES CUESTIONES

- ¿Por que es importante realizar un *control de variables* durante el experimento?
- Suponiendo que el resultado fuera que el agua está contaminada, ¿puede asegurar el científico con los datos de este experimento que el origen de la contaminación está en la fábrica?
- ¿Cómo podría demostrar que realmente el origen de la contaminación está en la fábrica?
- ¿Podría el científico asegurar con los resultados de este experimento que si el agua es perjudicial para la lechuga también lo es para la planta de tomate por ejemplo? ¿Qué debería hacer en este caso el científico?





1.3 Magnitudes físicas.

Medir es una de las tareas que los científicos realizan con más frecuencia a lo largo de su trabajo de investigación. Para la física y la química, en su calidad de ciencias experimentales, la medida constituye una operación fundamental. Sus descripciones del mundo físico se refieren a magnitudes o propiedades medibles. Las unidades, como cantidades de referencia a efectos de comparación, forman parte de los resultados de las medidas.

Se denominan **magnitudes** *a* todas aquellas propiedades o aspectos observables de un sistema físico que pueden ser expresados en forma numérica. En otras palabras, las magnitudes son propiedades o atributos que se pueden medir.

La masa, el tiempo, la longitud, la temperatura, la superficie, el volumen, la velocidad, la fuerza, la presión etc., son ejemplos de magnitudes físicas.

La sinceridad, la amabilidad, la belleza, el odio, el amor,… no son magnitudes porque no se pueden expresar de forma cuantitativa y objetiva. Se trata de conceptos subjetivos a los que no podemos asignar un valor numérico y una unidad.

Las magnitudes físicas, se pueden clasificar en dos grandes grupos:

a) MAGNITUDES ESCALARES:

Son aquellas que para quedar perfectamente definidas sólo necesitan de un valor numérico y su unidad. No requieren especificaciones sobre dirección, sentido ni punto de aplicación.
Son magnitudes escalares la masa, el volumen, la longitud, el tiempo y la temperatura.
Por ejemplo. Si decimos que la temperatura en el aula es de 22 ºC todos nos hacemos una idea de lo que queremos decir, sin necesidad de especificar 22 ºC hacia la derecha ni hacia la izquierda…
Si decimos que la duración de una película es de 2 horas no necesitamos especificar ni derecha, izquierda ni hacia arriba ni hacia abajo. Basta con decir el valor numérico y su unidad para que la magnitud quede perfectamente establecida. La temperatura y el tiempo son magnitudes escalares.

b) MAGNITUDES VECTORIALES:

Son aquellas que para quedar perfectamente definidas necesitamos conocer, además del valor numérico y su unidad, la dirección, el sentido y el punto de aplicación sobre el objeto. Son magnitudes vectoriales el desplazamiento, la velocidad, la aceleración, la fuerza, etc.

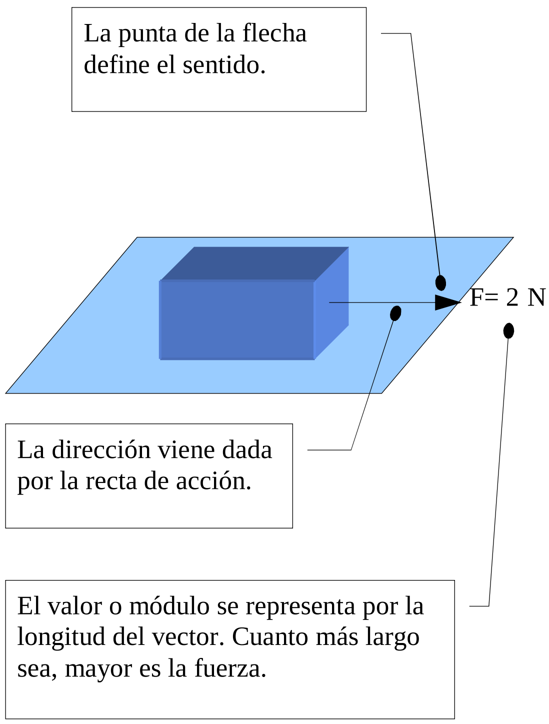


Fig. 3 La fuerza como magnitud vectorial

Una misma fuerza puede provocar diferente efecto sobre un objeto (desplazarlo, girarlo, deformarlo,…) dependiendo de donde se aplique la fuerza, en qué dirección y en qué sentido se aplique.

También se estableció una clasificación de las distintas magnitudes en dos grupos: *Fundamentales y derivadas.*

- Se consideran magnitudes fundamentales aquellas que se definen en sí mismas, sin necesidad de recurrir a otras magnitudes para definirlas.
  Son magnitudes fundamentales la longitud, la masa, el tiempo, la temperatura, etc.
- Se consideran magnitudes derivadas aquellas que se definen a partir de las magnitudes fundamentales mediante fórmulas que las relacionan. Por ejemplo, la velocidad se define como la relación entre el espacio recorrido por un cuerpo y el tiempo empleado en recorrerlo. Es decir, la velocidad es una magnitud derivada porque para definirla necesitamos recurrir a dos magnitudes fundamentales que son el espacio y el tiempo.
  Son magnitudes derivadas la superficie, el volumen, la densidad, la velocidad, la aceleración, la fuerza, la presión, el trabajo, la potencia,…. etc.

Cuando se mide una magnitud física siempre hay que indicar el valor de la medida obtenido y su correspondiente unidad.

Recuerda

MAGNITUD :Es toda propiedad de la materia que puede ser medida y cuantificada.

- Las magnitudes pueden ser escalares o vectoriales.
- A la hora de definir las magnitudes existen dos tipos: fundamentales y derivadas.

1.4 El proceso de medida. Unidades.

Ya hemos comentado que medir es una de las tareas que con más frecuencia realizan los científicos. Pero *¿qué es medir?*

Medir es comparar una cantidad de una magnitud con otra cantidad de la misma magnitud que se considera una unidad. Por ejemplo, si estamos midiendo la anchura de un aula de clase, tomamos una unidad comparativa que es *un metro* y comprobamos cuantas veces es mayor la anchura de la clase que la unidad de comparación. Así, si el resultado de la medida es de 8 metros, esto quiere decir que la anchura del aula contiene 8 veces a la longitud de la unidad metro, es decir la anchura es 8 veces mayor que la unidad de comparación.
En principio, nos puede servir como unidad de medida cualquier cantidad de la magnitud correspondiente. Por ejemplo, podríamos medir la anchura del aula en palmos, en pies, en pasos, etc. Esto nos originaría un problema y es que la misma anchura nos daría cada vez resultados diferentes según la unidad utilizada (50 pies,

12 pasos, 40 palmos,…) Además, estas unidades no son universales, pues un palmo, un paso o un pie no mide lo mismo en cada persona.
Para evitar este problema, la comunidad científica internacional acordó en 1960 establecer unas unidades de referencia universal para las magnitudes fundamentales. Así nació el llamado **Sistema Internacional de Unidades (S.I.).**

En el siguiente cuadro se recogen algunas de las principales magnitudes y unidades en el Sistema Internacional (se incluyen principalmente aquellas que se utilizarán a lo largo del presente curso):

	MAGNITUD	**UNIDAD (S.I.)**	**Símbolo de la unidad**
Magnitudes Fundamentales	Longitud	metro	m
	Masa	kilogramo	kg
	Tiempo	segundo	s
	Temperatura	grados Kelvin	K
Magnitudes derivadas.	Superficie	metro cuadrado	m^2
	Volumen	metro cúbico	m^3
	Densidad	kilogramo / metro cúbico	kg / m^3
	Velocidad	metro / segundo	m / s
	Aceleración	metro / segundo^2	m / s^2
	Fuerza	Newton	N
	Presión	Pascal (= 1 N/m^2)	P
	Trabajo /energía	Julio (= 1 N · m)	J
	Potencia	Watio (= 1 J /s)	w

A continuación se indican, únicamente a título informativo, la definición actual de algunas unidades comunes.

- ***El metro*** *se define como la longitud igual a cierto número de veces (1.650.763,73) la longitud de onda en el vacío de la luz anaranjada que emite el Criptón-86.*

- ***El Kilogramo*** *es la masa del kilogramo patrón que se conserva en Sévres y que es un cilindro de platino e iridio sancionado por la III Conferencia general de pesas y medidas.*

- ***El segundo*** *se mide utilizando el movimiento de los electrones en los átomos. Es el tiempo que tarda un electrón del átomo de Cesio-133 en moverse entre dos niveles electrónicos (9.192.631.270 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles electrónicos del estado fundamental del Cesio).*

Es evidente que para medir algunas magnitudes se pueden utilizar otras unidades, algunas de ellas de uso muy cotidiano. En principio no existe ningún inconveniente en usar estas otras unidades, pero debemos procurar, en el ámbito científico, utilizar las unidades que establece el Sistema Internacional. A veces, será necesario realizar cambios de unidades.

Debemos tener presente que para las magnitudes longitud, superficie, volumen y masa, el Sistema Internacional de Unidades se basa en el sistema métrico decimal.

El sistema métrico decimal define a partir de una unidad de referencia una serie de unidades mayores (múltiplos) y menores (divisores). Para nombrar estas otras unidades se utilizan prefijos numéricos que multiplican o dividen el valor de la unidad. Por ejemplo, el prefijo kilo- hace referencia a mil veces la unidad que le sigue (1 kilómetro = 1000 metros). El prefijo centi- se refiere a la centésima parte de la unidad que le sigue (1 centímetro = 0,01 metro).

A continuación se indican los prefijos y sus equivalencias como multiplicadores o divisores de la unidad a la que se refiere:

10^n	**Prefijo**	**Símbolo**	**Nombre**	**Equivalencia decimal**
10^{12}	tera	T	Billón	1 000 000 000 000
10^{9}	giga	G	Millardo (mil millones)	1 000 000 000
10^{6}	mega	M	Millón	1 000 000
10^{3}	kilo	k	Millar	1 000
10^{2}	hecto	h	Centena	100
10^{1}	deca	da / D	Decena	10
10^{0}	*ninguno*		**Unidad**	**1**
10^{-1}	deci	d	Décimo	0.1
10^{-2}	centi	c	Centésimo	0.01
10^{-3}	mili	m	Milésimo	0.001
10^{-6}	micro	µ	Millonésimo	0.000 001
10^{-9}	nano	n	Milmillonésimo	0.000 000 001
10^{-12}	pico	p	Billonésimo	0.000 000 000 001

EJEMPLOS:

- 1 **micró**metro es la millonésima parte de 1 metro (1 µm = 0,000001 m).
- 1 **Gigá**metro son mil millones de metros (1 Gm = 1000 000 000 m).
- 1 **mili**gramo es la milésima parte de 1 gramo (1 mg = 0,001 g).
- 1 **hecto**gramo son 100 g. (1 Hg = 100 g)
- 1 **Megá**metro son un millón de metros (1 Mm = 1 000 000 m)
- 1 **deca**litro son 10 litro
- 1 **decí**litro es la décima parte de un litro (1 dl = 0,1 l)

- **UNIDADES DE LONGITUD**

La longitud es la magnitud que nos permite medir distancias entre puntos. La unidad fundamental de longitud es el metro, pero podemos utilizar otras unidades derivadas del metro que son los correspondientes múltiplos y divisores.

Para cambiar de unidad debemos desplazarnos en la escala de unidades hacia arriba o hacia abajo desde la unidad que inicialmente tenemos hasta la unidad que deseamos tener. Cuando para realizar el cambio de unidad hay que BAJ**AR** en la escala debemos MULTIPLIC**AR** por la unidad seguida de un cero por cada escalón que bajamos. Cuando para realizar el cambio de unidad hay que SUB**IR** en la escala debemos DIVID**IR** por la unidad seguida de un cero por cada escalón que subimos.

EJEMPLOS

Pasar 300 cm a Hm.

Para pasar de cm a Hm debemos subir cuatro escalones en la escala, por tanto tendremos que dividir la cantidad en cuestión por la unidad seguida de cuatro ceros:

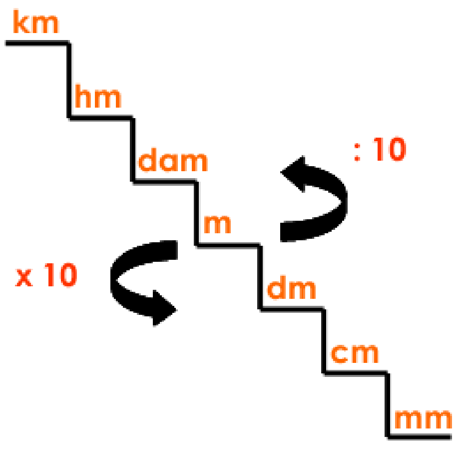
300 cm = 300 : 10.000 = 0,03 Hm

Pasar 0,8 km a cm.

Para pasar de km a cm hay que bajar cinco escalones en la escala, por tanto tendremos que multiplicar por la unidad seguida de cinco ceros.

0,8 km = 0,8 · 100.000 = 80.000 cm

UNIDADES DE LONGITUD	
Para pasar de una otra hay que multiplicar (pasar a una unidad inferior) o dividir (pasar a una unidad superior) por diez en cada paso	
km	kilómetro
hm	hectómetro
dam	decámetro
m	metro
dm	decímetro
cm	centímetro
mm	milímetro

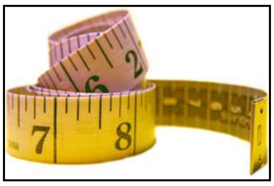


.
También existen otras unidades de longitud que se usan a veces pero que no se rigen por el Sistema Métrico Decimal.

Pulgada → 1 pulgada = 2,54 cm
Pie → 1 pie = 12 pulgadas = 30,48 cm
Milla naútica → 18532 metros.
Milla terrestre → 1609 metros.

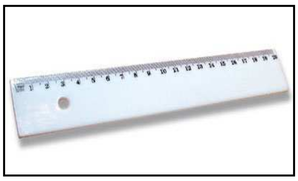
1 metro = 39,37 pulgadas
1 metro = 3,28 pies

Para medir la longitud se utilizan diversos instrumentos, dependiendo fundamentalmente de la forma que tenga el objeto en el que se va a medir la longitud. A continuación se indican algunos instrumentos para medir longitudes:

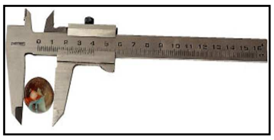


Cinta métrica

Cinta métrica



Regla



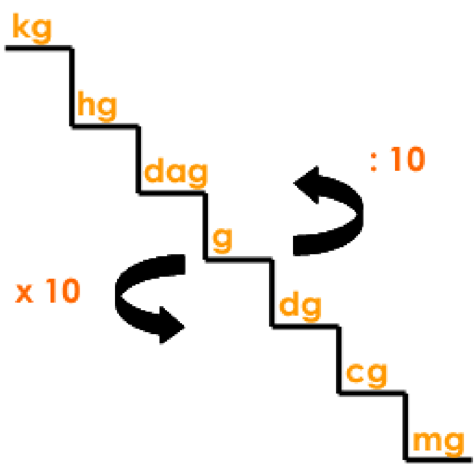
Pie de rey

Según el tamaño del objeto del que se va a medir la longitud resulta más adecuado utilizar una unidad u otra. Por ejemplo, para medir el radio de un planeta es adecuado utilizar el kilómetro, pero para medir el grosor de un cabello es más conveniente utilizar el milímetro. Las bacterias, por ejemplo, son seres microscópicos cuya dimensión es de unos pocos micrómetro (recuerda que el micrómetro es la millonésima parte de un metro, 1 µm = 0,000001 m).

- **UNIDADES DE MASA**

La masa es la magnitud física escalar que indica la cantidad de materia que forma un cuerpo. La masa y el peso no son la misma magnitud, como veremos más adelante, pero lo cierto es que cuanto mayor es la masa de un objeto más pesa. La unidad de masa en el Sistema Internacional es el kilogramo (¡cuidado, no es el gramo!).
Igual que en el caso de la longitud, las unidades de masa se ajustan al sistema métrico decimal, por lo que para realizar cambios entre unidades de masa seguiremos el mismo procedimiento (multiplicar o dividir por la unidad seguida de tantos ceros como escalones hay entre la unidad inicial y la unidad buscada).

UNIDADES DE MASA Para pasar de una otra hay que multiplicar (pasar a una unidad inferior) o dividir (pasar a una unidad superior) por diez en cada paso.	
kg	kilógramo
hg	hectógramo
dag	decágramo
g	gramo
dg	decígramo
cg	centígramo
mg	milígramo



Para medir masas muy grandes se suele utilizar como unidad la tonelada. Una tonelada equivale a 1000 kg. Para medir masas muy pequeñas se puede usar el miligramo (milésima parte del gramo) o el microgramo (millonésima parte del gramo).

- Ejemplo: Pasar 500 mg a g.

Para pasar de mg a g debemos subir tres escalones en la escala, por tanto tendremos que dividir por la unidad seguida de tres ceros:

500 mg = 500 : 1.000 = 0,5 g

- Ejemplo: Pasar 2,5 kg a dg.

Para pasar de kg a dg hay que bajar cuatro escalones en la escala, por tanto tendremos que multiplicar por la unidad seguida de cuatro ceros.

2,5 kg = 2,5 · 10.000 = 25.000 dg

- Ejemplo: Pasar 3,2 toneladas a gramos.

En este caso se sugiere pasar las toneladas a kilogramos y después los kilogramos a gramos.

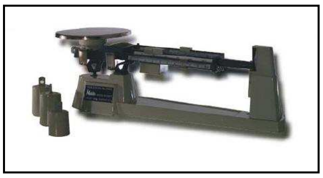
Como cada tonelada son 1000 kg, tenemos que 3,2 toneladas son 3,2 · 1000 = 3.200 kg. Ahora pasamos esos 3200 kg a gramos. Puesto que hay que bajar tres lugares desde el kg hasta el g debemos multiplicar por 1000. Luego:

3.200 kg = 3.200 · 1.000 = 3.200.000 g

El instrumento que se utiliza para medir la masa es la balanza**.** Existen diversos tipos de balanzas, algunos de los cuales se representan en las siguientes figuras.


Balanza de dos platillos


Balanza electrónica


Balanza monoplano


Balanza romana

- **UNIDADES DE TIEMPO**

Es otra magnitud escalar que nos permite medir la duración de los fenómenos físicos. La unidad de tiempo en el Sistema Internacional es el segundo. Otras unidades también muy habituales son el minuto y la hora. En este caso debemos tener claro que estas tres unidades no guardan entre sí relaciones de equivalencias decimales sino sexagesimales. Esto significa que cada 60 unidades inferiores forman una unidad superior:

1 minuto = 60 segundos
1 hora = 60 minutos = 3600 segundos

A la hora de realizar cambios entre estas tres unidades de tiempo debemos tener en cuenta que el factor de multiplicación o división por cada escalón que nos desplazamos en la escala no es el 10 sino el 60.

HORA

X 60   **:** 60

X 3.600   MINUTO   : 3.600

X 60   **:** 60

SEGUNDO

Para tiempos muy pequeños también es posible utilizar submúltiplos del segundo tales como las décimas de segundo, centésimas de segundo, milésimas de segundo etc. Para tiempos mayores que la hora se pueden utilizar unidades mayores tales como el día (=24 horas), la semana (= 7 días) , etc.

El instrumento para medir el tiempo en los experimentos científicos es el cronómetro. No es adecuado decir el reloj debido a que, aunque con el reloj podemos medir intervalos de tiempo, el reloj se utiliza principalmente para conocer la orean un lugar y en un instante dado. No obstante, es habitual que un reloj lleve también un cronómetro.

Debemos tener claro que al operar con unidades de tiempo el procedimiento correcto implica el uso del sistema sexagesimal y no el sistema decimal. Fíjate en los siguientes ejemplos:

EJEMPLO :

En una sesión continua de cine he visto dos películas seguidas. La primera duró 1 hora 47 minutos y 39 segundos. La segunda duró 2 horas 23 minutos y 30 segundos. ¿Cuánto tiempo duraron las dos películas en total?.

Se trata de sumar la duración de las dos películas:

	1 h	47´	39´´
+	2 h	23´	30´´
	3 h	70´	69´´ → 4 h 11´ 9´´

Los 69 segundos equivalen a 1 minuto y 9 segundos, por lo que ese minuto lo debemos sumar con los otros 70 minutos, de manera que nos darían 71 minutos.

Pero esos 71 minutos equivalen a 1 hora y 11 minutos, por lo que esa hora la debemos sumar con las otras 3 horas de manera que nos darían 4 horas. Así pues, el resultado de esa suma sería 4 h 11´ 9´´

EJEMPLO:

Salí de viaje a las 7 horas 25 minutos 32 segundos y llegué al destino a las 11 horas 17 minutos 20 segundos. ¿Cuánto tiempo duró el viaje?

En este caso, la duración del viaje la calculamos restando a la hora de llegada la hora de salida:

pasamos 1 hora a minutos

pasamos 1 minuto a sesgundos

	11 h 17´ 20´´	→		11 h 16´ 80´´	→		10 h 76´ 80´´
-	7 h 25´ 32´´		-	7 h 25´ 32´´		-	7 h 25´ 32´´
							3h 51´ 52´´

Como inicialmente no podemos restar 32 segundos a 20 segundos, tomamos un minuto de los 17 que hay y lo transformamos en segundos. Estos 60 segundos se suman a los 20 segundos que ya teníamos en el minuendo. Así obtenemos 80 segundos.

Si intentamos restar directamente los minutos vemos en la segunda resta que no podemos quitar 25 segundos a 16, por lo que convertimos una de las 11 horas en minutos y los sumamos a los 16 que ya teníamos. De esta forma en el minuendo tendremos 76 minutos, a los que ya podemos restar los 25 que aparecen en el sustraendo.

La duración del viaje fue de 3 horas 51 minutos y 52 segundos.

- **UNIDADES DE SUPERFICIE**

La superficie es la extensión de un cuerpo definida en dos dimensiones (normalmente, en un plano estas dimensiones son el ancho y el largo). Así pues podemos hablar de la superficie de una parcela, de una mesa, de una pared, de una vivienda,… Para definir una superficie se necesitan dos longitudes. Si pensamos en una parcela rectangular, la superficie de la parcela se calcula multiplicando lo ancho por lo largo. Al multiplicar dos longitudes (metros x metros) obtenemos como unidad de superficie una unidad de longitud al cuadrado. Por tanto, podemos decir que la unidad de superficie en el Sistema Internacional será la misma que la de longitud pero al cuadrado, es decir, el metro cuadrado (m^2). Un metro cuadrado es la superficie que encierra en su interior un cuadrado de 1 metro de lado.

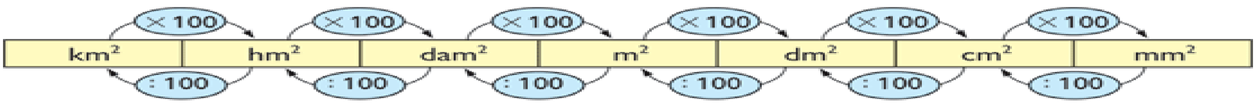
Lógicamente también hay múltiplos y submúltiplos del m^2.

Múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado.

	unidad	definición	equivale a	símbolo
múltiplos	**kilómetro cuadrado**	Cuadrado de un kilómetro de lado	1000000 m^2	**km^2**
	hectómetro cuadrado (o hectárea)	Cuadrado de un hectómetro de lado	10000 m^2	**hm^2**
	decámetro cuadrado	Cuadrado de un decámetro de lado	100 m^2	**dam^2**
unidad principal	**metro cuadrado**	Cuadrado de un metro de lado		**m^2**
submúltiplos	**decímetro cuadrado**	Cuadrado de un decímetro de lado	0.01 m^2	**dm^2**
	centímetro cuadrado	Cuadrado de un centímetro de lado	0.0001 m^2	**cm^2**
	milímetro cuadrado	Cuadrado de un milímetro de lado	0.000001 m^2	**mm^2**

Observamos que desde los submúltiplos, en la parte inferior, hasta los múltiplos, en la parte superior, cada unidad es 100 veces mayor que la que tiene justo debajo.

Por lo tanto, el problema de convertir unas unidades en otras se reduce a multiplicar o dividir por la unidad seguida de tantos pares de ceros como lugares haya entre ellas.



$34{,}7\ hm^2 \cdot 10.000 = 347.000\ m^2$

$231\ cm^2 : 100 = 2{,}31\ dm^2$

EJEMPLOS:

- Pasar 1.5 Hm² a m² → **1.5 · 10 000 = 15 000 m^2**

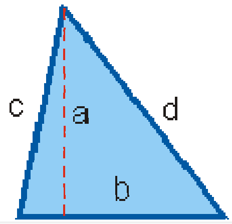
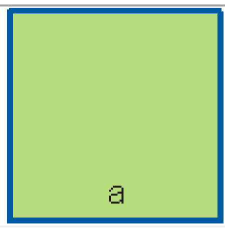
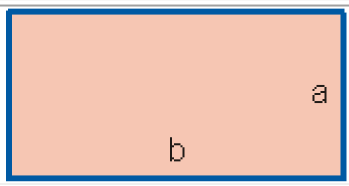
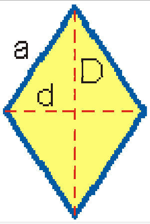
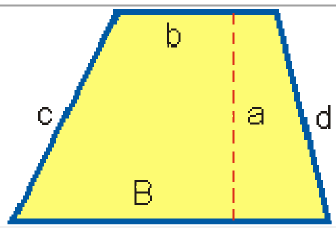
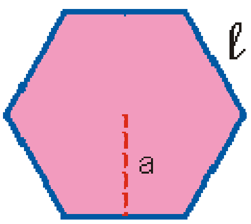
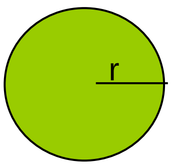
Tenemos que multiplicar, porque el Hm^2 es mayor que el m^2 (hay que bajar en la escala). Multiplicamos por la unidad seguida de cuatro ceros, ya que hay dos lugares entre ambos (por cada lugar→ dos ceros detrás de la unidad).

- Pasar 15 000 mm² a m² → **15.000 : 1 000 000 = 0.015 m^2**

Tenemos que dividir, porque el mm^2 es menor que el m^2 (hay que subir en la escala). Dividimos por la unidad seguida de seis ceros, ya que hay tres lugares entre ambos.

Los polígonos regulares delimitan en su interior una porción de superficie (o área) que se puede calcular mediante unas fórmulas matemáticas.

Áreas de algunos polígonos

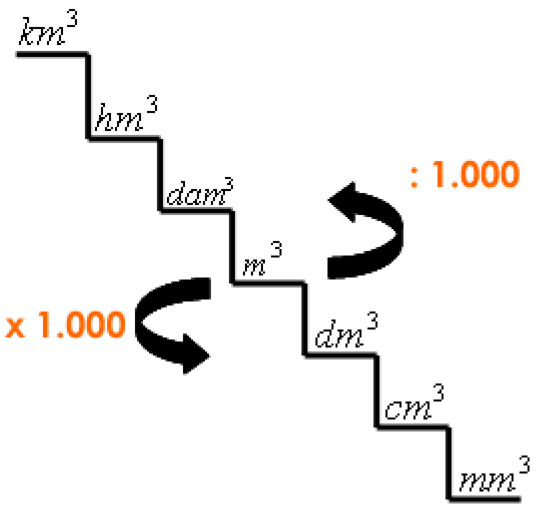
Nombre	Dibujo	Área
Triángulo		$A = \frac{b \cdot a}{2}$ b = base a = altura
Cuadrado		$A = a^2$ a = lado
Rectángulo		$A = b \cdot a$ b = base (largo) a = altura (ancho)
Rombo		$A = \frac{D \cdot d}{2}$ D = diagonal mayor d = diagonal menor
Trapecio		$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$ B = Base mayor b = Base menor a = Altura
Polígono regular		$A = \frac{1}{2} P \cdot a$ P = perímetro (suma de todos los lados) a = apotema
Círculo		$A = \pi \cdot r^2$

- **UNIDADES DE VOLUMEN**

El volumen es la magnitud física que indica la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo. Un volumen viene determinado por tres dimensiones (largo x ancho x alto). Por esta razón, las unidades de volumen serán las unidades de longitud elevadas al cubo.

El metro cúbico (m^3) es la unidad de volumen en el Sistema Internacional y corresponde al volumen en un cubo que mide un metro en todos sus lados (aristas). A diferencia de las unidades de longitud, al desplazarnos en la escala de unidades de volumen para realizar un cambio de unidades, por cada escalón que pasamos debemos añadir tres ceros a la unidad para obtener de esta forma el factor correspondiente. Cada unidad es mil veces mayor que la unidad que tiene justo debajo en la escala. A continuación se indican los múltiplos y submúltiplos del metro cúbico.

	unidad	**definición**	**equivale a**	**símbolo**
múltiplos	**kilómetro cúbico**	Cubo de un kilómetro de lado	1.000.000.000 m^3	**Km^3**
	hectómetro cúbico	Cubo de un hectómetro de lado	1.000.000 m^3	**Hm^3**
	decámetro cúbico	Cubo de un decámetro de lado	1.000 m^3	**dam^3**
unidad principal	**metro cúbico**	Cubo de un metro de lado		**m^3**
submúltiplos	**decímetro cúbico**	Cubo de un decímetro de lado	0.001 m^3	**dm^3**
	centímetro cúbico	Cubo de un centímetro de lado	0.000001 m^3	**cm^3**
	milímetro cúbico	Cubo de un milímetro de lado	0.000000001 m^3	**mm^3**



EJEMPLOS

- *Pasar 5 dm^3 a dam^3* :

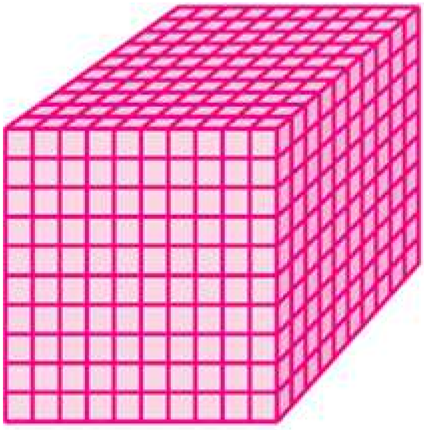
5 **:** 1.000.000 = 0,000005 dam^3

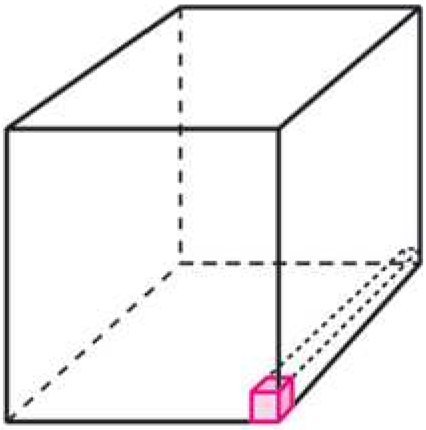
Puesto que para pasar de dm^3 a dam^3 hay que subir dos escalones tendremos que dividir por la unidad seguida de seis ceros (tres ceros por cada escalón).

- ***Pasar 3 km^3 a m^3*** **:**

3 **·** 1000.000.000 = 3.000.000.000 m^3

Puesto que para pasar de km^3 a m^3 hay que bajar tres escalones, tendremos que multiplicar por la unidad seguida de nueve ceros (tres ceros por cada escalón).

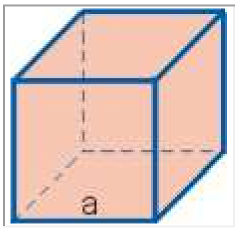
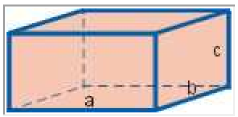
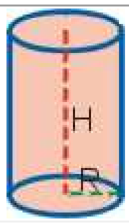
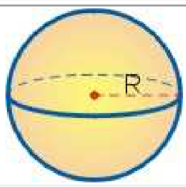




$$1\ dm^3 = 10\ cm \cdot 10\ cm \cdot 10\ cm = 1.000\ cm^3$$

Podemos observar fácilmente que en 1 dm^3 caben 1000 cm^3

El volumen de ciertos poliedros regulares se puede calcular fácilmente mediante una fórmula matemática. A continuación se indica la fórmula del volumen del cubo, prisma, cilindro y esfera.

Nombre	Dibujo	Volumen
Cubo		$V = a^3$
Prisma		$V = a \cdot b \cdot c$
Cilindro		$V = \pi R^2 h$
Esfera		$V = \frac{4}{3}\pi R^3$

EJEMPLOS

***- Calcular el volumen de un bote de tomate cuyo radio mide 4 cm y cuya altura es 12 cm*.**

El bote de tomate tiene forma de cilindro, por lo que el volumen lo hallaremos mediante la fórmula correspondiente:

$V = \pi R^2 h = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 12 = 602{,}88\ cm^3$

- ***Hallar el volumen de un depósito esférico de gas butano de 6 m de radio.***

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^3 = 904{,}32\ m^3$

Para medir el volumen de líquidos en los laboratorios se utilizan diversos instrumentos. Los más habituales son la probeta, la pipeta, la bureta y el matraz aforado.

Probeta

Pipeta

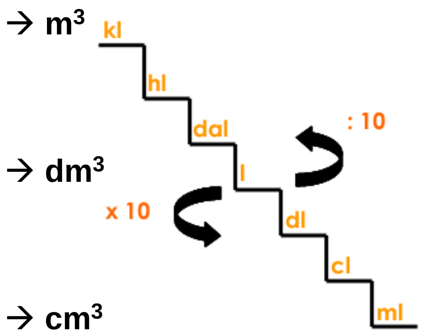
Bureta

Matraz aforado

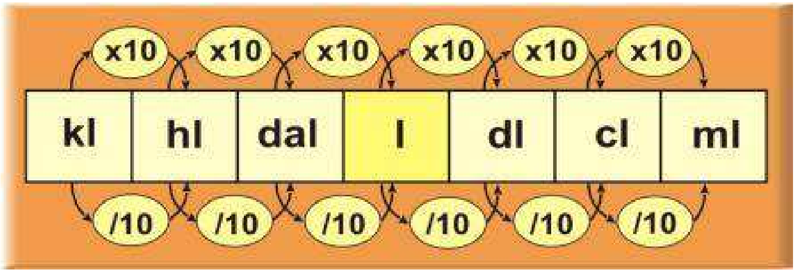
Cuando los científicos necesitan medir cantidades de líquidos suelen trabajar con medidas de **capacidad**. La capacidad y el volumen no son exactamente lo mismo, aunque existe una relación entre ambas magnitudes.
Podemos decir que la capacidad de un objeto se refiere a lo que cabría dentro del volumen de ese objeto suponiendo que estuviera completamente hueco. Al decir lo que cabría dentro debemos de pensar en un líquido (por ejemplo, agua). Un objeto completamente macizo tiene volumen, pero no tiene capacidad porque al no estar hueco no cabría nada de agua dentro de él. Ahora bien, si el objeto estuviera hueco, entonces sí que podríamos medir su capacidad (por ejemplo, llenándolo de agua).
Para medir la capacidad se utiliza como unidad de referencia el litro o sus múltiplos y divisores. Las unidades de capacidad guardan entre sí la relación propia del sistema métrico decimal.

Cuadro de las unidades de capacidad

	kilolitro (kl)	1.000 litros (l)
Múltiplos	hectolitro (hl)	100 litros
	decalitro (dal)	10 litros
Unidad	litro (l)	
	decilitro (dl)	0,1 litro
Submúltiplos	centilitro (cl)	0,01 litro
	mililitro (ml)	0,001 litro



Para cambiar de unidad debemos desplazarnos en la escala de unidades hacia arriba o hacia abajo desde la unidad que inicialmente tenemos hasta la unidad que deseamos tener. Cuando para realizar el cambio de unidad hay que BAJ**AR** en la escala debemos MULTIPLIC**AR** por la unidad seguida de un cero por cada escalón que bajamos. Cuando para realizar el cambio de unidad hay que SUB**IR** en la escala debemos DIVID**IR** por la unidad seguida de un cero por cada escalón que subimos.



La relación que existe entre volumen y capacidad viene dada por las siguientes equivalencias:

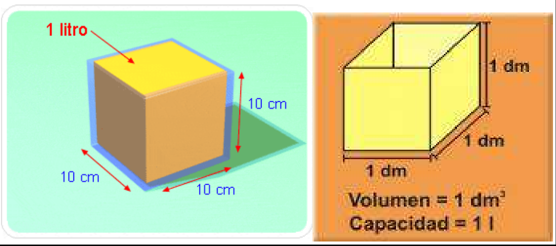
- Un cubo de 1 m de lado (es decir, 1 m^3) tiene una capacidad de 1 kilolitro (=1000 litros)
- Un cubo de 1 dm de lado, (es decir, 1 dm^3) tiene una capacidad de 1 litro.
- Un cubo de 1 cm de lado (es decir, 1 cm^3) tiene una capacidad de 1 mililitro.

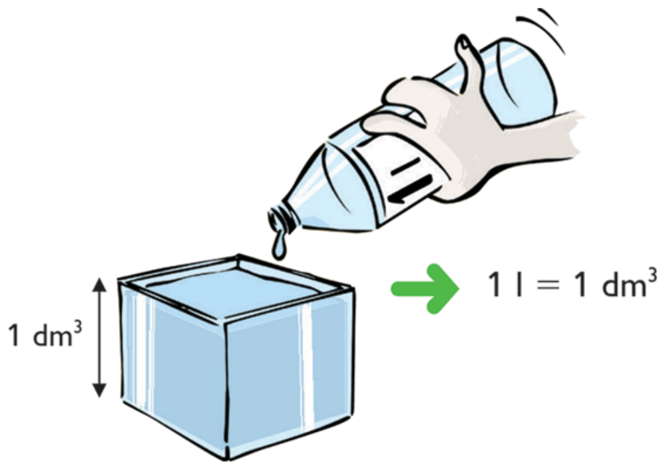
Recuerda

1 m^3 = 1 kilolitro = 1000 litros.

1 dm^3 = 1 litro = 1000 mililitros.

1 cm^3 = 1 mililitro.





EJEMPLO

- Ordena de menor a mayor las siguientes cantidades de agua: 25 ml, 2,5 dm^3, 0,5 l y 400 cm^3

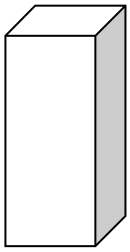
En primer lugar debemos expresar todas las cantidades en la misma unidad, en principio, en cualquiera de ellas, por ejemplo en mililitros:

25 ml = 25 **ml**
2,5 dm^3 = 2,5 l = 2,5 · 1000 = 2.500 **ml.** (recuerda que 1 dm^3 equivale a 1 litro)
0,5 l = 0,5 · 1000 = 500 **ml**
400 cm^3 = 400 **ml** (recuerda que 1 cm^3 equivale a 1 ml).

Luego el orden que nos solicitan sería → 25 ml < 400 cm^3 < 0,5 l < 2,5 dm^3

EJEMPLO

Un depósito lleno de agua tiene forma de prisma y mide 1,2 m de alto, 40 cm de ancho y 30 cm de largo. ¿Cuántas botellas de 33 cl podemos llenar con el agua contenida en el depósito?



Lo primero que necesitamos saber es cuál es el volumen de agua que tenemos en el depósito. Por tratarse de un prisma, el volumen será:

$V = a \cdot b \cdot c = 120 \cdot 40 \cdot 30 = 144.000\ cm^3$

Observa que todas las longitudes deben estar expresadas en la misma unidad. En este caso hemos expresado todas las dimensiones en cm y el volumen obtenido viene en cm^3. Puesto que 1 cm^3 equivale a 1 ml, también podemos decir que el volumen de agua es de 144.000 ml.

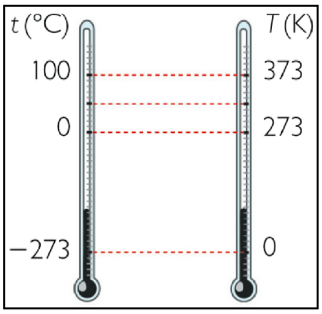
Para saber cuántas botellas de agua podemos llenar dividimos el volumen total de agua entre la capacidad de cada botella (expresada en la misma unidad, es decir en ml también → 33 cl = 330 ml).

Nº de botellas = 144.000 ml : 330 ml /botella = **436, 36 botellas.**

- **UNIDADES DE TEMPERATURA**

La temperatura es otra magnitud que resulta muy familiar en nuestro entorno cotidiano. Hacemos referencia a la temperatura cuando hace mucho calor o frío, cuando tenemos fiebre, cuando estamos cocinando en el horno, etc. Se trata de una magnitud característica de las sustancias que puede cambiar al calentarla o al enfriarla. Para medir la temperatura existen diversas unidades que se emplean en distintas zonas del mundo, pero en este apartado sólo nos referiremos a las que más comúnmente se utilizan. La unidad más habitual en la mayoría de países es el grado centígrado o grado Celsius. (ºC). En un día de verano se pueden alcanzar los 40 ºC. En un frío día del invierno en el polo sur se pueden alcanzar los – 40 ºC (cuarenta grados bajo cero). La temperatura normal del cuerpo humano es de 36 ºC. El agua hierve a 100 ºC a la presión normal y se congela a 0 ºC.

No obstante, es importante destacar que en el ámbito de las ciencias, la unidad de temperatura del Sistema Internacional no es el grado centígrado sino el **grado Kelvin** (K). La escala de temperatura Kelvin presenta la particularidad de que está establecida de forma que no existen temperaturas negativas, lo que sí que ocurre con la escala centígrada. La temperatura Kelvin más baja posible es el 0 K, o cero absoluto. No existe temperatura por debajo de ese valor. Al comparar las escalas centígrada y kelvin vemos que el cero absoluto corresponde a la temperatura de -273 ºC (273 grados centígrados bajo cero). De la misma forma, la temperatura de 0 ºC corresponde a 273 K.



La relación entre la temperatura kelvin y la temperatura centígrada viene dada por la siguiente expresión:

$$\boxed{K = ºC + 273}$$

Esta fórmula nos indica que para la temperatura en grados kelvin es igual a la temperatura en grados centígrados más 273.

EJEMPLO

- Expresa en grados kelvin las temperaturas 10ºC , - 50ºC y 180 ºC.

10 ºC → 10 + 273 = 283 K
-50 ºC → - 50 + 273 = 223 K
180 ºC → 180 + 273 = 453 K (observa que el símbolo K no lleva º)

- Expresa en grados centígrados las temperaturas 100 K, 500 K y 32 K.

100 K → 100 – 273 = - 173 ºC
500 K → 500 – 273 = 227 ºC
32 K → 32 – 273 = - 241 ºC

Aunque sólo sea a título informativo, conviene conocer que en los países anglosajones (Reino Unido, Estados Unidos) se utiliza habitualmente la escala de temperaturas Fahrenheit. Es una escala diferente a la centígrada. La relación entre los grados Fahrenheit (F) y los grados centígrados (C) es la siguiente:

$$F = 1{,}8 \cdot C + 32$$

Así pues, si un día ves en la televisión que en Nueva York la temperatura en la calle es de 68 grados no te pienses que está mal el termómetro. Se trata de la temperatura Fahrenheit. Al hacer la equivalencia a grados centígrados vemos que:

68 = 1,8 · C + 32 → despjando C tenemos:

68 – 32 = 1,8 · C

36 = 1,8 · C

C = 36 / 1,8 = 20 ºC (temperatura primaveral).

1.5 Cambios de unidades. Factores de conversión.

En muchas situaciones en ciencias, tenemos que realizar operaciones con magnitudes cuyas medidas vienen expresadas en unidades diferentes. Para que los cálculos que realicemos sean correctos, debemos transformar las unidades de manera que todas estén expresadas de la misma forma. Por ejemplo, no es correcto sumar una longitud expresada en metros con otra longitud expresada en cm. Para realizar el cambio de una unidad a otra podemos utilizar los llamados factores de conversión.

Un **factor de conversión** es una relación de equivalencia entre dos unidades de la misma magnitud, es decir, un cociente que nos indica los valores numéricos de equivalencia entre ambas unidades.

Por ejemplo, si sabemos que 1 km son 1000 m, podemos expresar esta misma equivalencia como factor de conversión de la siguiente forma:

$$\frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \quad \text{o también} \quad \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}}$$

También sabemos que 1 hora son 3600 segundos, por tanto cuando sea necesario cambiar de horas a segundos (o viceversa) podremos utilizar el siguiente factor de conversión:

$$\frac{1 \text{ hora}}{3600 \text{ segundos}} \quad \text{o también} \quad \frac{3600 \text{ segundos}}{1 \text{ hora}}$$

Para realizar bien las operaciones con los factores de conversión es necesario conocer previamente algunas equivalencias básicas muy utilizadas en ciencias.

Aunque ya se han estudiado en puntos anteriores, en el siguiente cuadro se recogen las equivalencias que con mayor frecuencia se necesitarán a lo largo del curso para realizar cambios de unidades mediante factores de conversión.

LONGITUD	MASA	TIEMPO	VOLUMEN
1 km = 1000 m	1 kg = 1000 g	1 h = 60 min.	1 m^3 = 1000 litros (o dm^3)
1 m = 100 cm	1 g = 1000 mg	1 min. = 60 s.	1 litro (o dm^3) = 1000 ml (o cm^3)
1 cm = 10 mm	1 Ton. =1000 kg	1 h = 3600 s.	1 m^3 = 1.000.000 ml (o cm^3)

Para realizar la conversión, simplemente colocamos la unidad de partida y usamos la relación o factor adecuado, de manera que se nos simplifiquen las unidades de partida y obtengamos el valor en las unidades que nos interesa. A continuación se muestran algunos ejemplos de cambios de unidades mediante factores de conversión:

EJEMPLOS

Expresar 3800 g en kg.

Se pide cambiar la unidad g por kg. Necesitamos un factor de conversión que relacione ambas unidades. En primer lugar escribimos la cantidad inicial con su unidad y la multiplicamos por el factor de conversión.

$$3800\,\cancel{g} \cdot \frac{1\ kg}{1000\ \cancel{g}} = \frac{3800 \cdot 1}{1000} = 3{,}8\ kg$$

Observa que al escribir el factor de conversión, hemos colocado el g en el denominador para que se simplifique con la unidad de partida y de esta forma sólo nos queda como unidad el kg, tal y como se pide en el problema.

Expresar 2,5 litros en cm^3

En este caso debemos utilizar un factor de conversión entre unidades de volumen. Deseamos quitar los litros y en su lugar debe ir la unidad cm^3.

En primer lugar escribimos la cantidad inicial con su unidad y la multiplicamos por el factor de conversión.

$$2{,}5\ \cancel{litros} \cdot \frac{1000\ cm^3}{1\ \cancel{litro}} = \frac{2{,}5 \cdot 1000}{1} = 2500\ cm^3$$

Observa que al escribir el factor de conversión, hemos colocado el litro en el denominador para que se simplifique con la unidad de partida y de esta forma sólo nos queda como unidad el cm^3 tal y como se solicita en el problema.

Expresar la velocidad de 72 km/h en m/s

Debemos cambiar los kilómetros a metros y las horas a segundos. Como son dos cambios, necesitaremos dos factores de conversión.

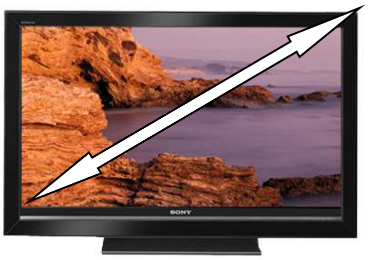
- En primer lugar escribimos la unidad de partida. Después escribimos el primer factor para cambiar de km a m. Escribimos el factor de manera que al multiplicar las unidades en las fracciones se simplifique (se elimine) aquella que queremos quitar. Como queremos quitar el km que se encuentra en el numerador, lo escribimos en el denominador del factor de conversión.
- A continuación escribimos el segundo factor para cambiar las horas a segundos. Necesitamos eliminar las horas en el denominador de la cantidad inicial y que aparezcan los segundos. Para ello debe ir la hora en el numerador y los segundos en el denominador del factor de conversión.

$$72\ \frac{\cancel{Km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} = \frac{72 \cdot 1000}{3.600} = 20\ \frac{m}{s}$$

Luego una velocidad de 72 km/h equivale a 20 m/s.

EJEMPLO

La dimensión de las pantallas de televisión se suele medir en pulgadas. El valor corresponde a la longitud de la diagonal de la pantalla. Utilizando factores de conversión expresa en cm la longitud de una pantalla de 40 pulgadas (1 pulgada equivale a 2,54 cm).



Para expresar la longitud L en cm podemos utilizar el factor de conversión de pulgadas a centímetros:

$$L = 40\ \cancel{\text{pulgadas}} \cdot \frac{2{,}54\ \text{cm}}{1\ \cancel{\text{pulgada}}} = 101{,}6\ \text{cm}$$

Los aviones en largo recorrido suelen volar a 30.000 pies de altura. Expresa dicha altura "h" en metros (1 metro equivale a 3,28 pies).

$$h = 30.000\ \cancel{\text{pies}} \cdot \frac{1\ \text{m}}{3{,}28\ \cancel{\text{pies}}} = \frac{30.000}{3{,}28} = 9.146{,}34\ \text{m}$$

1.6 Medidas y errores. Error absoluto y error relativo.

Supongamos que el profesor propone a los 20 alumnos del aula que midan con una regla la longitud del pupitre. Seguramente obtendríamos una serie de resultados distintos, aun cuando todos hubieran medido el mismo pupitre. Supongamos que la longitud real de la mesa según la medida más exacta del fabricante es de 640 mm. Algunos alumnos habrían dado medidas de 638 mm, otros 639 mm, otros 640 o 641, …

Este hecho sucede porque cuando se hacen medidas se pueden cometer errores. Los científicos cuando realizan los experimentos y hacen medidas procuran ser muy cuidadosos e inclusos repiten los experimentos y las medidas varias veces para comprobar que los resultados son repetitivos.

Las causas que producen los errores de las medidas son diversas: usar el instrumento no adecuado, o que el instrumentos esté mal calibrado, que la persona que mide no sepa manejarlo bien, o que las condiciones de medida no sean adecuadas, etc. Para que los errores sean los mínimos posibles la persona que realiza la medida debe saber manejar el instrumento. Además, éste debe estar bien calibrado y debe ser usado en las condiciones que corresponde en cada caso.

Al estudiar los errores se diferencian dos tipos: error absoluto y error relativo.

- **Error absoluto**.

Es la diferencia entre el valor de la medida y el valor tomado como exacto. Puede ser positivo o negativo, según si la medida es superior al valor real o inferior (la resta sale positiva o negativa). Tiene unidades, las mismas que las de la medida.

Error absoluto(Ea) = Valor medido (Vm) – Valor real (Vr)

Volviendo al ejemplo anterior, si un alumno dio como medida de la mesa 642 mm el error absoluto que cometió fue:

Ea = Vm – Vr = 642 mm – 640 mm = 2 mm

El error fue por exceso (ya que midió más de lo que realmente mide la mesa).

Otro alumno que midió 637 mm el error absoluto que cometió fue:

Ea = Vm – Vr = 637 mm – 640 mm = - 3 mm

El signo negativo indica que el error fue por defecto (ya que midió menos de lo que realmente mide la mesa.)

- **Error relativo**

Tal y como acabamos de ver, el error absoluto nos da la diferencia entre el valor obtenido en una medida y el valor real de la misma. Vamos a suponer el siguiente ejemplo: al medir la fachada de una casa cuya medida real es de 10 m, la persona que mide obtiene un valor de 11 m. Ha cometido un error absoluto de 1 metro por exceso. Supongamos que otra persona mide la longitud de un camino que tiene 1.000 m y obtiene como resultado 1.001 m. También ha cometido un error absoluto de 1 m por exceso, pero ¿quién crees tú que ha realizado la medida con más precisión? Resulta evidente que no es lo mismo equivocarse 1 m al medir 10 que equivocarse 1 m al medir 1000. Proporcionalmente, en el primer caso el error cometido es mucho mayor. Equivocarse 1 m en 10 m es un "error" grande. Equivocarse 1 m en 1000 m es un "error" pequeño. Este error al que nos estamos refiriendo es el error relativo.

El error relativo resulta de comparar el error absoluto con el valor real de la medida. Para calcular este error relativo se divide el error absoluto entre el valor real de la medida. Al ser un cociente entre dos cantidades de una misma magnitud, el error relativo no tiene unidad. Cuanto más pequeño sea el error relativo, más precisa es la medida, o lo que es lo mismo, mejor realizada está esa medida.

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{\text{Valor medido} - \text{Valor real}}{\text{Valor real}}$$

El error relativo se suele expresar en porcentaje (%) y para ello basta con multiplicar por 100 el valor obtenido en la expresión anterior.

$$\text{Error relativo (\%)} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} \times 100$$

Cuando se realiza la misma medida de alguna magnitud varias veces y se obtienen resultados parecidos pero no iguales, se toma como valor real de esa medida la media aritmética de los distintos valores obtenidos. Observa los siguientes ejemplos:

EJEMPLO

Al medir el tiempo de caída de un objeto desde una cierta altura, cuatro alumnos midieron los siguientes tiempos: 3,01 s ; 3,11 s ; 3,20 s y 3,15 s. ¿Cuál se considerará como valor real de la medida?

El valor que consideraremos como real para la medida será la media aritmética de esos tiempos:

$$x_i = \frac{3{,}01+3{,}11+3{,}20+3{,}15}{4} = \frac{12{,}47}{4} = 3{,}1175 = 3{,}12\,s$$

Aceptaremos como valor real del tiempo de caída 3,12 segundos.

Calcula el error absoluto y relativo que ha cometido cada uno de las cuatro personas que realizaron las medidas en el ejemplo anterior.

Medidas	Errores absolutos	Errores relativos
3,01 s	3,01 - 3,12 = - 0,11 s	-0,11 / 3,12 = - 0,036 (- 3,6%)
3,11 s	3,11 - 3,12 = - 0,01 s	-0,01 / 3,12 = - 0,003 (- 0,3%)
3,20 s	3,20 - 3,12 = + 0,08 s	+0,08 / 3,12 = + 0,026 (+ 2,6%)
3,15 s	3,15 - 3,12 = + 0,03 s	+0,03 / 3,12 = + 0,010 (+ 1,0%)

¿Qué significa el signo negativo que aparece en algunos errores?

El signo negativo indica que el error cometido es por defecto y el signo positivo indica que el error cometido es por exceso.

¿Cuál de las cuatro personas realizó la medida más precisa?

Podemos comprobar que la persona que fue más precisa en su medida (es decir, la que tiene menor error relativo) es la segunda que sólo cometió un error del 0,3 %.

EJEMPLO

Juan midió la masa de una piedra de 1.250 g y obtuvo como resultado 1.263 g. Pedro midió la masa de una sandía de 7,52 kg y obtuvo como resultado 7,48 kg. Calcula el error absoluto y relativo que cometió cada uno e indica quién realizó la medida más precisa.

Calculamos los errores absolutos en cada caso hallando la diferencia entre el valor medido por cada uno y el valor real correspondiente. Obsérvese que para comparar los resultados deberemos trabajar en la misma unidad. En este caso expresaremos los datos en gramos.

Error absoluto (Juan) = 1.263 – 1250 = 13 g (error por exceso)

Error absoluto (Pedro) = 7.480 – 7520 = - 40 g (error por defecto)

Error relativo (Juan) = 13 / 1250 = 0,0104 → 1,04 %

Error relativo (Pedro) = - 40 / 7520 = 0,0053 → 0,53 %

Comprobamos que aunque Pedro cometió un error absoluto mayor, sin embargo su medida fue más precisa pues tiene menor error relativo.

Sensibilidad de un instrumento de medida.

Una de las cualidades que tienen los instrumentos de medida es **la sensibilidad.**

Un instrumento de medida es tanto más sensible cuanto más pequeña sea la cantidad que puede medir. La sensibilidad con que se fabrican los aparatos de medida depende de los fines a los que se destina. No tiene sentido fabricar una balanza que aprecie mg para medir la masa de un camión.

La sensibilidad de un aparato de medida nos indica cuántas de las cifras de una medida son significativas y con cuántos decimales debemos expresar los resultados de la medida. Al margen se representan dos balanzas con distinta sensibilidad. La que aparece en la parte superior tiene una sensibilidad de 0,01 g, o lo que es lo mismo, 1 centigramo. La mínima cantidad que se puede medir con esa balanza es 1cg. La balanza de la parte inferior tiene más sensibilidad pues puede medir masas más pequeñas, de hasta 1 mg (0,001 g).
Los resultados obtenidos con la primera balanza se expresarán en gramos con dos cifras decimales (hasta centigramos). Los resultados obtenidos con la segunda balanza se expresarán en gramos con tres cifras decimales (hasta miligramos).

EJEMPLO

Disponemos de un cronómetro que mide hasta centésimas de segundo. Indica cuáles de los siguientes valores se podrían haber medido con dicho cronómetro: 24,4 s ; 12,358 s ; 9 s ; 30,56 s ; 0,001 s

Por tratarse de un cronómetro cuya sensibilidad es 0,01 s, todos los valores que se midan con este instrumento deben expresarse con dos cifras decimales.

- El valor 24,4 segundos sí que se podría haber obtenido con ese cronómetro pero ese número debería expresarse como 24,40 s. Escribimos los dos decimales (aunque el último cero no tiene valor) para indicar cuál es la sensibilidad del instrumento de medida.
- El valor 12,358 s no se podría obtener con ese cronómetro, pues la tercera cifra decimal no entra dentro de la sensibilidad de ese instrumento.
- El valor 9 s sí que se podría haber obtenido con ese cronómetro pero deberíamos expresarlo como 9,00 s.
- El valor 30,56 s sí que se podría obtener y además está bien expresado.
- El valor 0,001 s no se puede medir con ese cronómetro, pues no tiene suficiente sensibilidad.

EJEMPLO

Disponemos de una probeta como la de la figura.

a) ¿Cuál es su sensibilidad?
b) ¿Cuál es el valor de la medida del volumen de agua que contiene?
c) ¿Podríamos medir con esa probeta 58,7 ml?

a) Como entre los valores 50 y 60 hay diez divisiones, cada división equivale a 1 ml de volumen. Por tanto la sensibilidad de la probeta es de 1 ml.

b) El volumen de agua que contiene la probeta es de 53 ml.

c) Con esa probeta no es posible medir 58,7 ml pues no tiene sensibilidad para medir décimas de mililitro. Podríamos medir 58 o 59 ml pero no 58,7.

UNIDAD 1 FICHA DE TRABAJO 1

EL MÉTODO CIENTÍFICO. MAGNITUDES Y UNIDADES. EL PROCESO DE MEDIDA

A.1 ¿Crees que un futbolista, un vendedor de coches o una cajera de supermercado se podrían considerar por su trabajo como científicos? _______ ¿Y un bioquímico? _______ . Razona tus respuestas.

A.2 A continuación se indican algunas ciencias. En el recuadro posterior se indican algunas situaciones de estudio. Relaciona en cada caso qué ciencia estudia cada una de dichas situaciones:

QUÍMICA MEDICINA MATEMÁTICAS ASTRONOMÍA ZOOLOGÍA BOTÁNICA ECOLOGÍA

	CIENCIA
Estudia la formación de tumores en los tejidos del cuerpo humano	
Estudia cómo afecta la contaminación a la flora y fauna de una región	
Estudia cómo medir las áreas de polígonos y figuras geométricas.	
Estudia como se pueden predecir los eclipses	
Estudia cómo se produce la combustión de la gasolina	
Estudia qué tipo de vegetal es una nueva planta descubierta en la selva	
Estudia cómo se reproducen las estrellas de mar	

A.3 Enumera ordenadamente las etapas de que consta el llamado método científico.

A.4 ¿Qué son magnitudes físicas?

A.5 ¿Es el sabor una magnitud física? ______ ¿Y la superficie? ______ Razona tus respuestas.

A.6 ¿Qué es medir?

A.7 ¿Por qué es importante que exista un Sistema Internacional de Unidades?

A.8 Completa el siguiente cuadro:

MAGNITUD	Unidad S. I.	Otras unidades	Instrumento de medida
Longitud			
Masa			
Tiempo			
Volumen			
Temperatura			

A.9 Ordena de mayor a menor las siguientes series de unidades:

gramo, microgramo, kilogramo, Tonelada, miligramo

__________ > __________ > __________> ___________ > ____________

Centímetro, decámetro, decímetro, kilómetro, hectómetro

__________ > __________ > __________> ___________ > ___________

A.10 Imagina que tuvieras que medir la masa de los siguientes objetos. Indica cuál podría ser la unidad más adecuada que deberías utilizar.

Un libro: ____________________ Una pulga: ____________________

Un camión: _________________ Un saco de patatas: _______________

Un folio: ____________________ Un bolígrafo: _____________________

Un alfiler: ___________________ Una mesa: _______________________

Una sortija: _________________ Un yate: _________________________

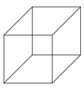
A.11 Escribe ordenadas de mayor a menor las unidades de volumen desde el km^3 hasta el mm^3.

km^3 > ______ > ______ > ______ > ______ > _______ > mm^3

Completa las siguientes equivalencias:

- Un metro cúbico de volumen tiene una capacidad de ________ litros.
- Un decímetro cúbico de volumen tiene una capacidad de ______ litro.
- Un centímetro cúbico tiene una capacidad de _____ mililitro.

A.12 Para que te hagas una idea, un volumen de *1 cm^3 es el volumen que tiene un cubo de 1 cm de lado (arista),* más o menos viene a ser el tamaño del dado del parchís. ¿Cómo definirías tú un dm^3? ¿Y un metro cúbico, m^3?



1 cm^3

A.13 ¿Qué unidad utilizarías para medir e volumen de los siguientes objetos?

Un vaso: _______________________ Una piscina: _____________________

Un grano de arroz: _______________ El aula de clase: __________________

El agua de un pantano: ___________ El volumen de un planeta: __________

El volumen de una persona: ______ Un balón: _______________________

El maletero de un coche: _________ Un tapón de corcho: _______________

Una lavadora: ___________________ Una hormiga: ____________________

UNIDAD 1 FICHA DE TRABAJO 2

EL MÉTODO CIENTÍFICO. MAGNITUDES Y UNIDADES. EL PROCESO DE MEDIDA

A.1 Completa las siguientes equivalencias realizando los correspondientes cambios de unidades de masa.

1 kg = __________g	3000 g = ________ kg	35,5 cg = _________ mg
7500 kg = _______T	5 g = _______ ___mg	700 g = __________kg
4,5 Hg = ________ kg	100 g = _________kg	2,5 T = ___________ g
0,5 kg = ________ mg	8 Hg = _________cg	10^6 mg = _________ kg
2500 mg =_______ g	4,5 T =_________kg	0,875 kg = ________ g
10000 g = _______dag	0,01 kg = ________g	22 Hg = ___________ dag
20 mg = _________ g	1 μg = __________ g	0,000001 g = ________μg

A.2 Completa las siguientes equivalencias realizando los correspondientes cambios de unidades de longitud.

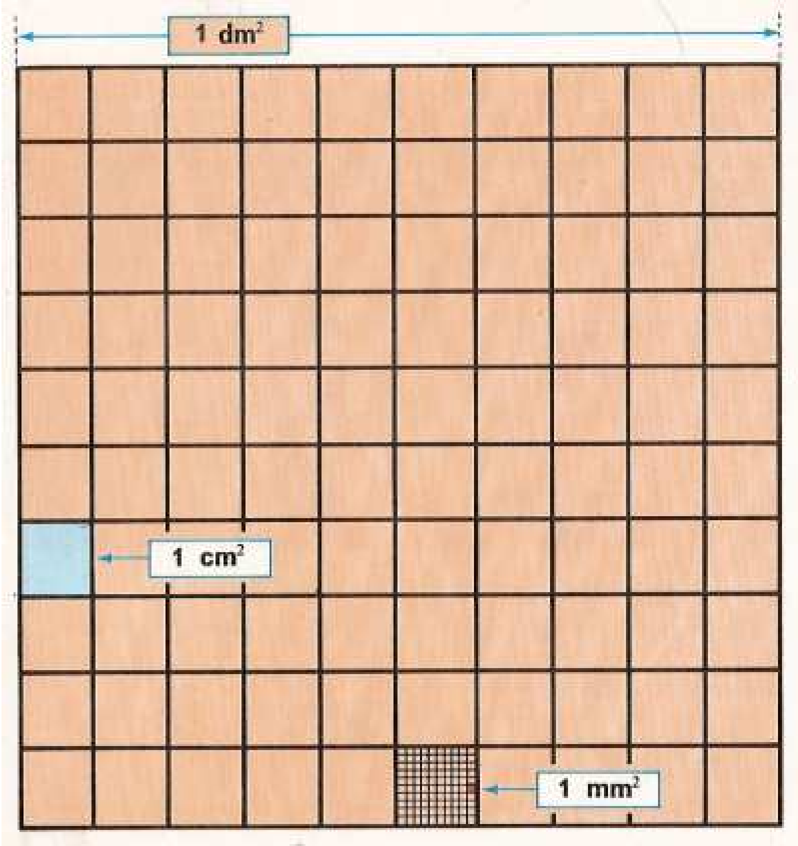
1 km = __________m	3000 m = ________ km	35,5 cm = _________ mm
8,5 km = ________dm	5 m = _______ ___mm	700 dam = __________km
4,5 Hm = ________ km	100 m = _________km	2,5 km = ___________ mm
0,5 m = ________ mm	12 Hm = _________cm	10^6 m = _________ km
2 Gm =___________m	4,5 dm =_________km	0,975 Hm = ________ m
50000 m = _______dam	0,04 km = ________m	22 Hm = ___________ dam
30 mm = _________ m	1 μm = __________ m	0,000001 m = ________μm

A.3 Ordena las siguientes longitudes de menor a mayor:

400 cm ; 3,5 m ; 2 dam ; 8000 mm ; 70 dm

_________ < _________ <_________ < __________ < __________

A.4 Observa el siguiente dibujo sobre las unidades de superficie y responde a las cuestiones que se plantean a continuación:



¿Cuántos cm^2 hay en 1 dm^2? ___________ ; ¿Cuántos mm^2 hay en 1 cm^2? __________

¿Cuántos mm^2 hay en 1 dm^2? __________

A.5 Completa las siguientes equivalencias realizando los correspondientes cambios de unidades de superficie (recuerda que el símbolo Ha corresponde a la unidad hectárea, que es otra forma de llamar al hectómetro cuadrado).

12 m^2 = _________ dm^2 0,5 km^2 = ________ m^2 400 cm^2 = _______ dm^2

0,005 km^2 = _______ dam^2 120 Hm^2 = ________m^2 5 Ha = __________ dm^2

1 km^2 = __________m^2 3000 m^2 = ________ km^2 35,5 cm^2 = ________ mm^2

8,5 km^2 = ________dm^2 5 m^2 = _______ ___mm^2 700 dam^2 = __________km^2

4,5 Hm^2 = ________ km^2 100 m^2 = _________km^2 2,5 km^2 = ___________ mm^2

A.6 Ordena de menor a mayor las siguientes superficies:

40000 cm^2 ; 3,5 m^2 ; 0,2 dam^2 ; 8000000 mm^2 ; 70 Ha

_________ < _________ <_________ < __________ < __________

A.7 Realiza los siguientes cambios de unidades de volumen:

$1\ m^3$ = ________________ cm^3 $\quad$ $0{,}0005\ Hm^3$ = ____________ dm^3

$100\ mm^3$ = _____________ cm^3 $\quad$ $1\ km^3$ = _________________ Hm^3

$1000\ cm^3$ = ____________ dm^3 $\quad$ $2000000\ cm^3$ = ___________ m^3

$0{,}5\ dm^3$ = ______________ cm^3 $\quad$ $500\ m^3$ = ______________ Hm^3

$12\ m^3$ = ______________ dm^3 $\quad$ $0{,}5\ km^3$ = ______________ m^3

$400\ cm^3$ = ____________ dm^3 $\quad$ $0{,}005\ km^3$ = ____________ dam^3

$20\ Hm^3$ = ______________ m^3 $\quad$ $5\ Hm^3$ = _______________ dm^3

$1\ km^3$ = _______________ m^3 $\quad$ $3000\ m^3$ = ______________ km^3

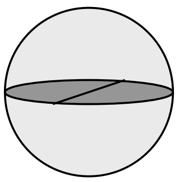
$35{,}5\ cm^3$ = ___________ mm^3 $\quad$ $0{,}008\ m^3$ = ______________ Hm^3

A.8 Completa la siguiente tabla expresando la cantidad que se indica en cada columna en todas las unidades que aparecen:

Km^3	0.008			
Hm^3				
dam^3		3		
m^3				
dm^3			5000	
cm^3				
mm^3				10^6

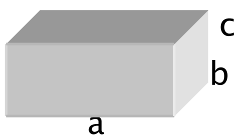
A.9 Para hallar el volumen de algunos cuerpos que tienen forma geométrica regular se pueden emplear las fórmulas matemáticas siguientes:

ESFERA



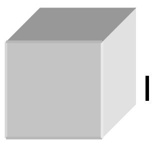
$$V = \frac{4.\pi.R^3}{3}$$

PRISMA



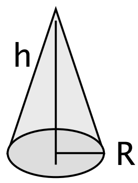
$$V = a.b.c$$

CUBO



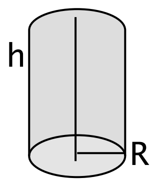
$$V = l\ .\ l\ .\ l = l^3$$

CONO



$$V = \frac{\pi\ .\ R^2 .\ h}{3}$$

CILINDRO



$$V = \pi\ .\ R^2 .\ h$$

Utilizando las fórmulas anteriores calcula el volumen de los siguientes objetos: (recuerda que $\pi = 3{,}14$)

a) Una bola de billar de 3 cm de radio.

b) Un depósito esférico de gas que tiene 10 m de diámetro.

c) Una caja de zapatos que tiene 35 cm de largo, 20 cm de ancho y 15 cm de alto.

d) El aula de clase que tiene 10 m de largo, 8 m de ancho y 4 m de alto.

A.10 Observa la siguiente escala de unidades de capacidad y su equivalencia en volumen y completa las siguientes afirmaciones empleando las palabras MULTIPLICAR o DIVIDIR y el número correspondiente:

Kilolitro Kl (= m^3)
Hectolitro Hl
Decalitro Dal
Litro l (= dm^3)
Decilitro dl
Centilitro cl
Mililitro ml (= cm^3)

Observa que :

1 Kilolitro = 1000 litros = 1 m^3

1 litro = 1 dm^3

1 ml = 0,001 litro = 1 cm^3

Ej: Para pasar de litros a kilolitros hay que *dividir* por *1000*

Para pasar de m^3 a litros hay que _______________ por ______________

Para pasar de litros a cm^3 hay que _______________ por _______________

Para pasar de litros a mililitros hay que ______________ por ____________

Para pasar de centilitros a kilolitros hay que ____________ por ___________

A.11 Realiza los siguientes cambios de unidades de volumen / capacidad:

2 m^3 = _____________ litros	0,5 litros = _____________ml
200 cm^3 = ___________litros	3 dm^3 = ______________cm^3
10 litros = ___________ dm^3	50 ml = ______________ cm^3
100 cl = _____________ dm^3	25 ml = ______________litros
400 litros = _________ m^3	750 cm^3 = ____________ litros
1 Hm^3 = ______________ litros	33 cl = _____________ cm^3
2,5 Kl = _____________ cm^3	125 ml = ______________ m^3

EL MÉTODO CIENTÍFICO. MAGNITUDES Y UNIDADES. EL PROCESO DE MEDIDA

A.1 Imagina que sólo dispones de una balanza cuya sensibilidad es de 100 g y quieres determinar la masa de una canica. Ten en cuenta que una canica tiene una masa bastante más pequeña que 100 g. ¿Cómo podrías medir la masa de una canica con esa balanza?

A.2 ¿Cómo podemos medir el volumen de una gota de agua con una probeta cuya sensibilidad es de 1 ml? Ten en cuenta que el volumen de una gota de agua es bastante menor de 1 ml.

A.3 Realiza los siguientes cambios de unidades mediante factores de conversión:

30 cm → m

600 ml → dm^3

2,5 h → s

0,5 km → m

1,25 g → kg

A.4 Calcula el error absoluto y relativo que se comete al tomar como resultado de la fracción 11/16 el valor 0,7.

A.4 Realiza los siguientes cambios de unidades mediante factores de conversión:

$36\ \frac{km}{h} \rightarrow \frac{m}{s}$

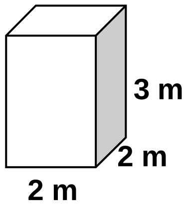
$12\ \frac{litros}{m^2} \rightarrow \frac{ml}{cm^2}$

$1600\ \frac{kg}{m^3} \rightarrow \frac{g}{cm^3}$

$50\ \frac{cm}{\min.} \rightarrow \frac{m}{h}$

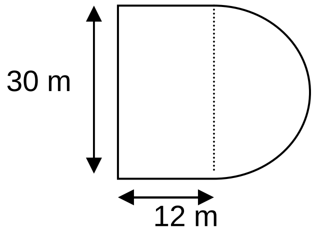
$3000\ \frac{g}{dm^3} \rightarrow \frac{kg}{m^3}$

A.5 Un depósito tiene forma de prisma de base cuadrada de 2 m de lado y 3 m de altura. Este depósito se encuentra lleno de aceite. ¿Cuántas botellas de 3 litros podremos llenar con el aceite contenido en el depósito?

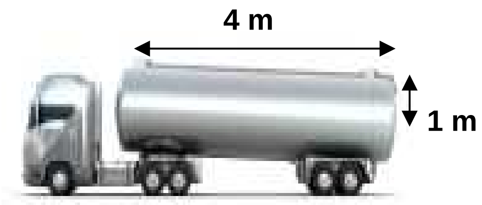


A.6 Queremos pintar la pared de un muro de 30 m de largo y 2 m de alto. Para ello necesitamos comprar la pintura que cuesta 15 euros cada bote. Con la pintura de un bote podemos pintar 12 m² de pared. ¿Cuánto nos costará pintar todo el muro?.

A.7 Jacinto se ha decidido a comprar una parcela como la de la figura. Cada m² le cuesta 300 €. Calcula el importe de la parcela, teniendo en cuenta que hay que sumarle el 16% de IVA. (Considera que la parte curva es un semicírculo).



A.8 El ácido sulfúrico es un líquido cuya densidad es de 1,8 kg/l (esto significa que cada litro de ácido sulfúrico tiene una masa de 1,8 kg). Una cisterna de un camión tiene forma de cilindro de 1 m de radio y 4 m de largo y está llena de ácido sulfúrico. Calcula la masa del ácido contenido en la cisterna y expresa el resultado en kg y en toneladas.



TEST DE AUTOEVALUACIÓN UNIDAD 1

1.- ¿Qué ciencia se encarga del estudio de las relaciones entre los seres vivos y su entorno físico?

a) Medicina b) Astronomía c) Botánica d) La ecología

2.- ¿Cuál de los siguientes conceptos NO corresponde a una magnitud física?

a) La masa b) La superficie c) El tiempo d) El sonido

3.- Señala cuál de los siguientes tiempos es mayor :

a) 0,6 horas b) 45 minutos c) 2.040 segundos d) Los tres representan el mismo tiempo.

4.- ¿A cuántos cm^3 equivalen 2,5 litros?

a) 25 b) 250 c) 0,25 d) Otro resultado → ________

5.- Señala cuál de las siguientes cantidades representa mayor volumen de agua:

a) 5 dm^3 b) 50 litros c) 500 ml d) Las tres representan el mismo volumen.

6.- Salí de viaje a las 13 h 24 min y llegué al destino a las 17 h 15 min ¿Cuánto tiempo duró el viaje?.

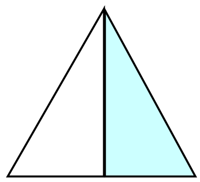
a) 231 min b) 4 h 9 min c) 3,51 h d) Otro resultado → _________

7. Un día de verano hace una temperatura de 35 ºC. ¿Qué marcaría un termómetro que estuviera graduado en grados kelvin?

a) 135 b) 534 c) 180 d) 308

8.- El triángulo de la figura tiene una base de 20 cm y una altura de 15 cm. ¿Cuánto mide el área sombreada?

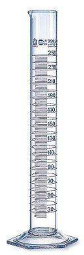
a) 75 cm^2 b) 100 cm^2 c) 150 cm^2 d) 300 cm^2



9. Al medir la altura de una habitación de 280 cm un alumno dio como resultado de la medida 282 cm. La anchura de la habitación es de 550 cm pero el alumno midió 553 cm. ¿Qué medida fue la más precisa?

a) La altura b) La anchura c) Ambas fueron igual de precisas d) Faltan datos.

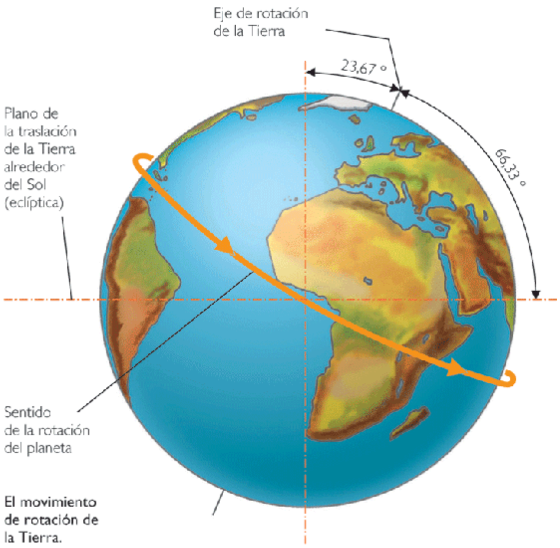
10. Observa la figura e indica el nombre del instrumento de medida y la magnitud que mide:



NOMBRE	MAGNITUD
a) Pie de rey	a) Volumen
b) Pipeta	b) Masa
c) Bureta	c) Longitud
d) Probeta	d) Superficie

UNIDAD 2: ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

2.1 Definición de movimiento y su carácter relativo. Sistemas de referencia.
2.2 Magnitudes del movimiento: posición, desplazamiento, espacio recorrido.
2.3 Concepto de velocidad y unidades. Velocidad media e instantánea.
2.4 Concepto de aceleración y unidades.
2.5 Clasificación de los movimientos.
2.6 Estudio analítico y gráfico del MRU
2.7 Estudio analítico y gráfico del MRUA
2.8 La caída libre y el tiro vertical.
2.9 Estudio elemental del movimiento circular uniforme



UNIDAD 2: ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

2.1 Definición de movimiento y su carácter relativo. Sistemas de referencia.

Si echamos un vistazo a nuestro alrededor comprobaremos que gran parte de los objetos y personas que nos rodean se encuentran en movimiento. Así, por ejemplo vemos como los coches en marcha se mueve, las personas que transitan por la calle, los pájaros que vuelan, el viento, el sol, las olas del mar, el agua de un río, o incluso nosotros mismos estamos en continuo movimiento. Pero, ¿qué es el movimiento? ¿cómo sabemos que un objeto se mueve? Una persona que va tranquilamente sentada en el asiento de un tren en marcha ¿se mueve o no? Una persona que está durmiendo en su cama plácidamente, ¿se está moviendo o no? En esta unidad intentaremos dar respuesta a todas estas preguntas y algunas otras que irán surgiendo más adelante.

El **movimiento** es un fenómeno físico que se define como todo *cambio de posición que experimentan los cuerpos en el espacio, con respecto al tiempo y a un punto de referencia.* Si un objeto se encuentra en un punto dado en un instante dado y al cabo de un tiempo se encuentra en otro punto diferente sabemos que dicho objeto se ha movido. Pero para saber que un objeto se ha movido necesitamos tener algún sistema de referencia respecto del cual haya cambiado su posición a lo largo del tiempo. Imagina que vas en un tren en plena noche por un paraje solitario (a través de las ventanas no se distingue nada en el exterior del tren y por supuesto el tren es magnífico y no produce nada de traqueteo). Te resultará difícil distinguir si el tren está parado o se mueve con velocidad constante. Obviamente, durante el día resulta fácil distinguir el reposo del movimiento porque a través de las ventanas del tren se aprecia como dejamos atrás los objetos del exterior que nos sirven de referencia.

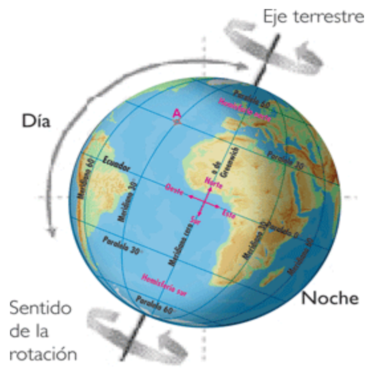
Queda claro que para hablar de movimiento es necesario establecer previamente un sistema de referencia respecto al que comparar las posiciones de los objetos. Así mismo puede ocurrir que un mismo objeto esté en movimiento respecto a un sistema de referencia y en reposo respecto a otro sistema distinto. Por ejemplo, un viajero que va sentado en un tren en marcha está moviéndose con respecto al andén de la estación, pero está en reposo con respecto a otro viajero que va delante de él también sentado.

De acuerdo con estas nociones podemos asegurar que *el movimiento es un concepto relativo, puesto que un mismo objeto puede estar en reposo o en movimiento dependiendo del sistema de referencia que se considere.*

EJEMPLO

Una farola de la calle ¿está en reposo o en movimiento?

La pregunta que se plantea admite dos respuestas. Según el sistema de referencia elegido podemos decir que la farola está en reposo o en movimiento. Por ejemplo, con respecto a un árbol que haya cerca de la farola, ésta se encontrará en reposo, pues su posición en relación con el árbol no cambia con el tiempo. Pero si tomamos como referencia la Luna, por ejemplo, la farola sí que estaría en movimiento, pues la Tierra está continuamente girando sobre su eje (rotación) y por tanto , la farola también está girando.



El ejemplo anterior nos lleva a un interesante planteamiento. Si la Tierra está continuamente girando sobre sí misma y además en torno al Sol y el Sol a su vez se mueve por la Galaxia y ésta se mueve por el universo, podemos llegar a la conclusión de que en el universo no existe el reposo absoluto, puesto que no existe un sistema de referencia universal que podamos asegurar que se encuentra en reposo absoluto. Esta observación es esencialmente cierta. Pero ¿entonces cuando decimos que un objeto está en “reposo”?
Cuando nosotros estudiamos los movimientos cotidianos que nos rodean, no tiene sentido tomar como sistema de referencia objetos fuera de la propia Tierra (ésta posibilidad se podría plantear, aunque complicaría bastante el estudio del movimiento). Al estudiar movimientos cotidianos tomamos sistemas de referencia cercanos y de acorde con la escala de espacio en la que se desarrolla el movimiento. En esta situación podemos asegurar que respecto a un semáforo, un vehículo se mueve cuando se acerca o se aleja y en esta escala de estudio sí que podemos decir que el semáforo está en “reposo” porque no cambia su posición respecto a todo lo que tiene a su alrededor.

Debe quedar claro que para detectar un movimiento, cualquier punto u objeto podría servir como sistema de referencia. Un semáforo, el edificio del final de la calle, un árbol, una ventana de un edificio, el suelo, el techo de una habitación, una pared, etc. No obstante, el estudio de un movimiento respecto de un sistema de referencia puede ser muy sencillo, pero puede ser muy complicado respecto de otro sistema de referencia. Para estudiar los movimientos de los cuerpos es importante elegir el sistema de referencia adecuado en el que sea más sencillo el estudio.

Recuerda

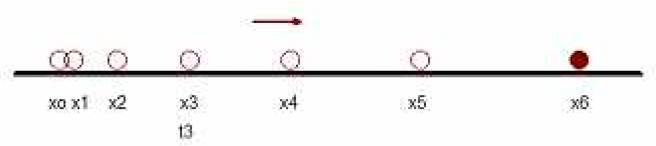
<u>Movimiento</u>: *cambio de posición que experimentan los cuerpos en el espacio, con respecto al tiempo y a un punto de referencia.*

El movimiento es un concepto relativo, pues un objeto puede considerarse que está en reposo o en movimiento dependiendo del sistema de referencia con el que se compare.

2.2 Magnitudes del movimiento: posición, trayectoria, espacio recorrido y desplazamiento.

Para estudiar el movimiento de los objetos hemos de conocer algunos aspectos importantes que nos van a dar una idea de cómo se mueven esos objetos. Por ejemplo, necesitamos conocer la posición inicial, la posición final al cabo de un cierto tiempo, la trayectoria, si se mueve en una línea, en un plano, en un volumen, etc.

Los movimientos más sencillos de describir son aquellos que se producen *en una sola dimensión* (siguiendo una línea). Por ejemplo, un equilibrista andando por un cable. El punto de referencia en este caso es un sencillo. Podría considerarse como referencia cualquiera de los extremos del cable, o también el punto medio del cable.



Los movimientos *en dos dimensiones* son aquellos que se producen sobre un plano (por ejemplo, una hormiga que se mueve sobre una pared). En este caso el sistema de referencia más conveniente sería el formado por los bordes del plano, es decir las esquinas de la pared (anchura y altura). Se trata en este caso de un sistema de ejes perpendiculares o ejes cartesianos (que veremos más adelante). Cuando nos movemos sobre el suelo de la clase o de nuestra casa, por ejemplo, también nos estamos moviendo sobre un plano (es decir, en dos dimensiones). Las bolas de billar sobre la mesa también constituyen otro ejemplo de movimiento en un plano.

Los movimientos en tres dimensiones son aquellos que se desarrollan en todas las direcciones posibles dentro de un volumen. Por ejemplo, una mosca que vuela en una habitación se mueve en tres dimensiones (arriba-abajo, derecha-izquierda, delante-detrás). Para fijar la posición de la mosca en un instante dado se necesita un sistema de referencia constituido por tres ejes perpendiculares (tres dimensiones). En este nivel de conocimientos no incluiremos el estudio de los movimientos en tres dimensiones por la complejidad operativa que puede llegar a presentar.

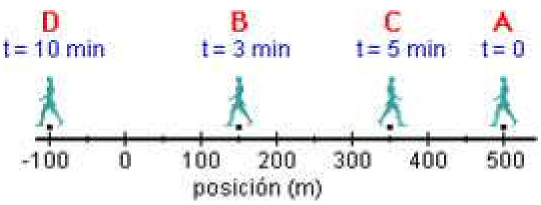
Una vez que se ha fijado el sistema de referencia adecuado, se llama **posición** al lugar que ocupa un objeto en un instante dado con respecto a ese sistema de referencia.

Por ejemplo, si consideramos una pista de atletismo para la carrera de 100 m lisos, estamos planteando un movimiento en una dimensión cuyo sistema de referencia más adecuado es el punto cero, es decir, el punto de inicio de la carrera. Una vez que el atleta inicia la carrera su posición va cambiando con respecto al tiempo. La posición en este ejemplo vendrá definida en cada instante por la distancia a la que se encuentra el atleta desde el origen.

Para indicar la posición en un instante dado de un objeto o persona que se mueve en una dimensión (en línea recta) hay que indicar la distancia a la que se encuentra del origen en ese instante y también en qué lado del origen se encuentra (derecha o izquierda, por encima o por debajo). Observa el siguiente ejemplo:

EJEMPLO

El dibujo siguiente representa una persona que está paseando por un camino recto. Indica cuál es la posición de la persona en cada instante y describe brevemente el movimiento que ha realizado.



Representaremos la posición con la letra x. En el instante inicial (t=0), la persona se encuentra a 500 metros a la derecha del origen. Decimos que su posición inicial es X_0 = 500 m

A los 3 minutos su posición es x_3 = 150 m (a la derecha del origen).
Al os 5 minutos su posición es x_5 = 350 m (a la derecha del origen).
A los 10 minutos su posición es x_{10} = - 100 m (a la izquierda del origen).

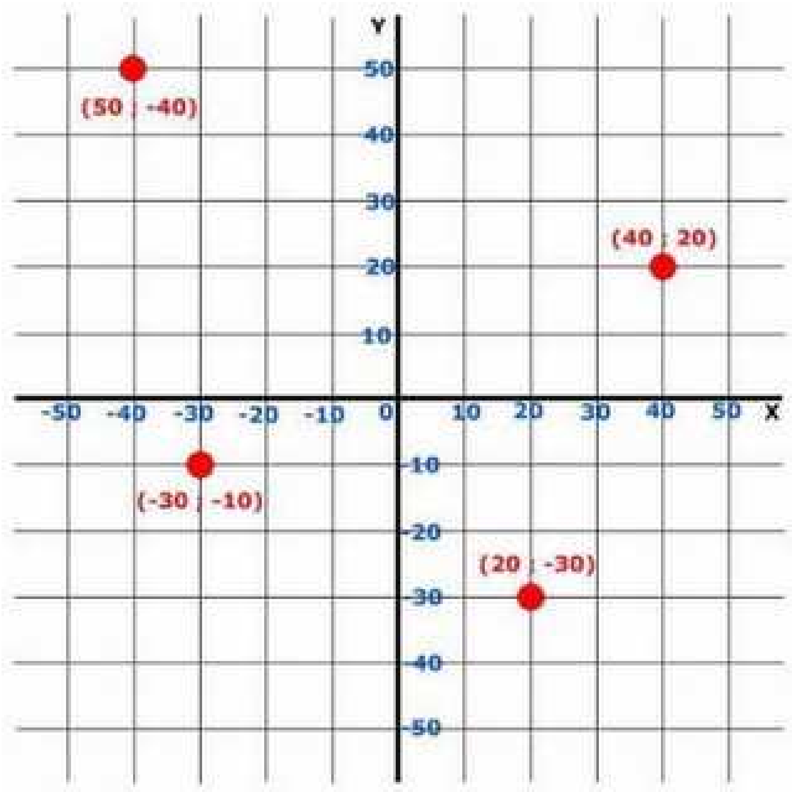
Como vemos, para diferenciar un lado u otro del origen se utilizan los signos positivo o negativo. Se considera positivo la parte derecha del origen y negativo la parte a la izquierda del origen.

La persona se ha movido hacia la izquierda durante 3 minutos, después cambió de sentido y se movió hacia la derecha hasta el minuto 5 y después volvió a cambiar de sentido moviéndose hacia la izquierda otra vez hasta el minuto 10.

Podemos calcular los metros total que ha recorrido esta persona en los 10 minutos.

- De A hasta B ha recorrido 350 metros.
- De B hasta C ha recorrido 200 metros.
- De C hasta D ha recorrido 450 metros.

En total ha recorrido 350 + 200 + 450 = 1000 metros.

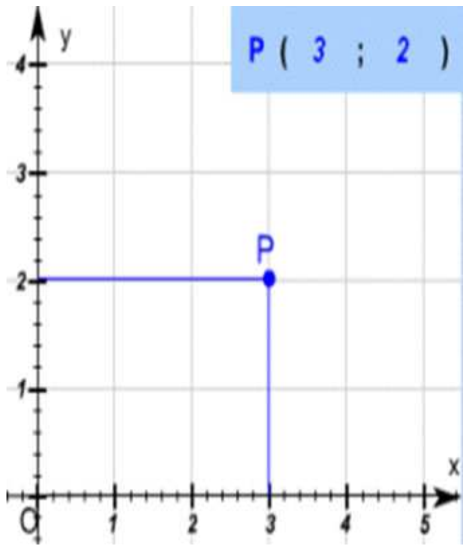


Para poder determinar la posición en movimientos en dos dimensiones (en un plano) el sistema de referencia que resulta más adecuado es el que forman dos ejes perpendiculares o ejes cartesianos. Estos ejes se conocen con los nombres de eje X (o eje de abcisas) y eje Y (o eje de ordenadas). En los ejes se representan las distancias a intervalos iguales. Estos ejes dividen al plano en cuatro partes iguales llamadas cuadrantes. El punto de corte de los ejes es el llamado origen de coordenadas. Los valores en el eje X a la derecha del origen se consideran positivos y a la izquierda se consideran negativos. En el eje Y se consideran positivos los valores por encima del origen (hacia arriba) y negativos los valores por debajo del origen (hacia abajo).

La posición en este tipo de sistema de referencia viene definida por dos coordenadas. Cada punto del plano tiene un valor de la coordenada x y un valor de la coordenada Y. Estos valores se indican entre paréntesis y ordenados siempre de forma que el primer valor corresponde a la componente X y el segundo valor corresponde a la componente Y. En la figura se han señalado cuatro posiciones correspondientes a los puntos (40,20), (50,-40), (-30, -10) y (20, -30). Se entiende que estos valores numéricos corresponden a unidades de longitud (bien sean metros, cm, o cualquier otra unidad de longitud).

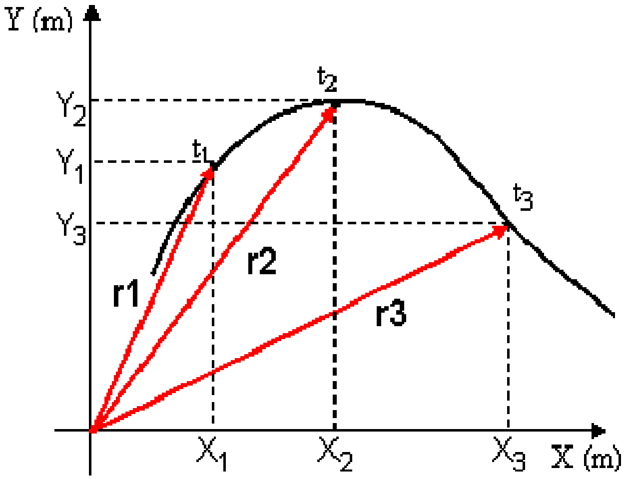
El punto (40, 20) corresponde a una posición exacta que se encuentra a 40 metros hacia la derecha y 20 metros hacia arriba del origen de coordenadas.

Es importante observar que tanto en el eje X como en el eje Y las divisiones que aparecen corresponden a distancias (en cualquiera de sus unidades). La posición en un instante dado se define con dos coordenadas de distancia. El tiempo no aparece en ninguno de los dos ejes. Sabremos que un objeto se ha movido si su posición es distinta en un instante dado y en otro instante posterior, pero en las gráficas de posición el tiempo no aparece en ninguno de los ejes.



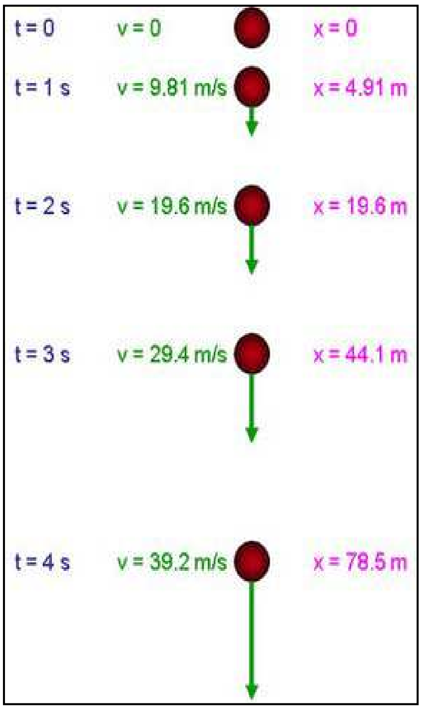
Otro dato que nos aporta información sobre cómo se ha movido un cuerpo es su **trayectoria**.

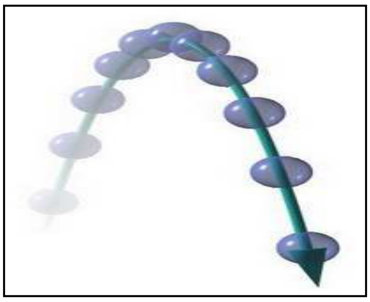
Imaginemos que fotografiamos un objeto mientras se mueve de manera que cada segundo le echamos una foto sobre la posición que ocupe en cada instante. Obtendremos múltiples posiciones a lo largo del tiempo. Esas posiciones son puntos que al unirlos formarían una línea. A esta línea la llamamos trayectoria. Así pues, la **trayectoria** *es el camino que ha seguido un móvil a lo largo de su recorrido, o lo que es lo mismo, la línea formada por todas las posiciones que ha ocupado un móvil a lo largo de su recorrido.*



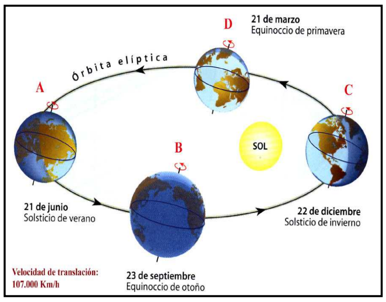
En la figura se recoge la trayectoria que ha seguido un móvil desde el instante t_1 hasta el instante t_3. Se trata en este caso de una trayectoria curva.

La trayectoria puede presentar formas diversas: recta, curva, circular, parabólica, elíptica, en espiral, irregular etc.

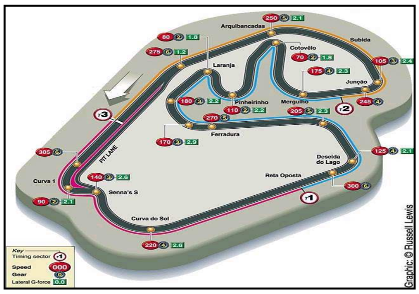




Tiro oblicuo: Trayectoria parabólica



Traslación terrestre: Trayectoria elíptica

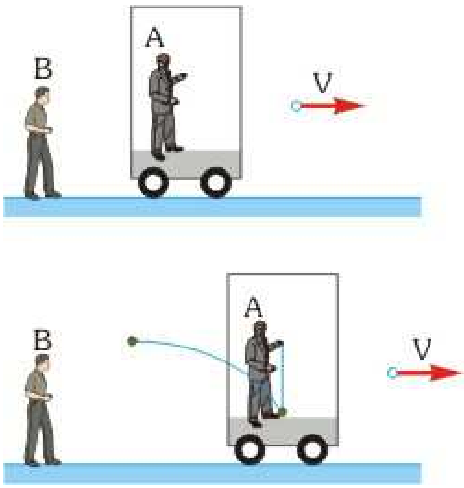


Circuito de fórmula 1: Trayectoria irregular

Caída libre: trayectoria rectilínea

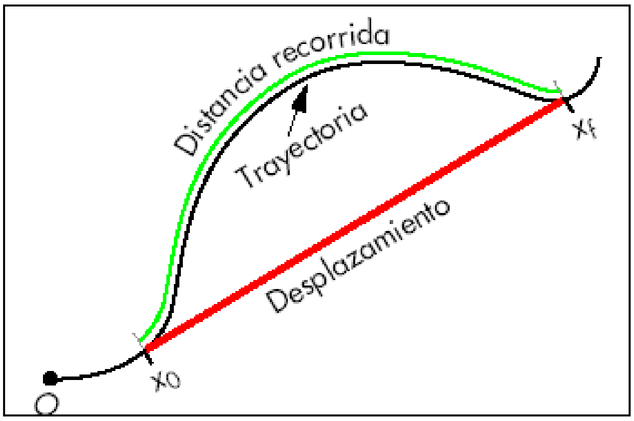
Noria: Trayectoria circular

La trayectoria que describe un cuerpo cuando se mueve también depende del sistema de referencia que se considera. Por ejemplo, si una persona que viaja en un tren a velocidad constante deja caer de su mano una pelota, esta persona verá que la pelota cae en línea recta (caída libre). Pero otra persona que viera el movimiento de la pelota desde fuera del tren vería que ésta describe una trayectoria curva, pues mientras está cayendo hacia abajo también está avanzando (hacia la derecha, por ejemplo) con la misma velocidad que lleva el tren.



Otro concepto importante a la hora de describir el movimiento de un cuerpo es el **desplazamiento**. *Esta magnitud se refiere a la distancia en línea recta que separa la posición inicial y la posición final de un móvil*. La unidad que le corresponde por tanto es la unidad de longitud, es decir el metro (en el Sistema Internacional) o sus derivados. No obstante, al hablar del desplazamiento de un cuerpo también hay que indicar hacia dónde se desplaza (realmente el desplazamiento es una magnitud vectorial). Así por ejemplo, si le decimos al profesor que se desplace 1 metro, también se deberá especificar hacia dónde (¿a la derecha o la izquierda?).

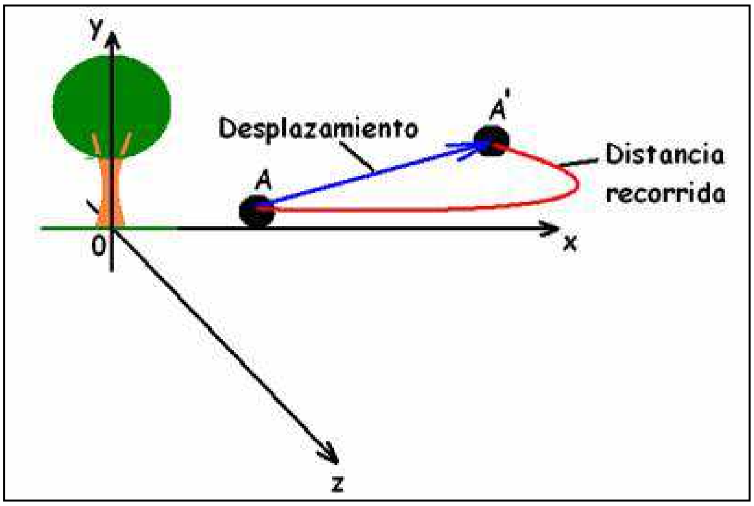
No debemos confundir trayectoria con desplazamiento. La trayectoria es la línea que ha seguido el móvil en su recorrido desde la posición inicial (x_0) a la posición final (x_f). Para ir de un punto a otro, son posibles, en principio múltiples trayectorias, pero el desplazamiento (la distancia entre ambos puntos) será siempre el mismo (por supuesto, mientras la posición final e inicial no varíen).



Por ejemplo, para ir de Orihuela a Alicante existen múltiples trayectorias posibles. Según la trayectoria que elijamos recorreremos más o menos kilómetros, pero, al final, el desplazamiento será el mismo independientemente de por dónde se haya ido. La distancia en línea recta entre Orihuela y Alicante es de 60 Km. Ése es el valor del desplazamiento. Ahora bien, para realizar un desplazamiento de 60 km se puede haber recorrido un espacio de 100 km (por ejemplo si se ha ido pasando por Torrevieja).

El espacio recorrido se mide sobre la trayectoria seguida, pero para saber el desplazamiento sólo es necesario conocer la posición final e inicial.

El espacio recorrido no es una magnitud vectorial, sino escalar, pues se define sólo con el valor numérico y la unidad correspondiente.



En el caso de que un móvil describa una trayectoria rectilínea y sin retroceso, el espacio recorrido y el desplazamiento coinciden numéricamente. Por ejemplo, si un alumno va de un extremo al otro de la clase en línea recta, en el trayecto se ha desplazado los mismos metros que ha recorrido. En la figura se observa que si vamos de A hasta A´ en línea recta, los metros que recorremos son los mismos que corresponden al desplazamiento. Pero si vamos por la trayectoria curva, los metros que recorremos son más que los que nos desplazamos.

También es interesante destacar que si un móvil parte de una posición inicial y tras hacer el recorrido vuelve a la posición que tenía al principio, en este caso podemos decir que el móvil no se ha desplazado nada, pues no hay diferencia entre la posición final e inicial ya que son la misma. Por ejemplo, si una persona sale de su casa, va hasta el supermercado a 160 m de distancia y regresa nuevamente a su casa, habrá recorrido un espacio de 320 km entre ida y vuelta pero no se habrá desplazado nada en ese intervalo de tiempo, pues al final se encuentra en la misma posición en la que estaba al principio (coinciden la posición final e inicial).

EJEMPLO

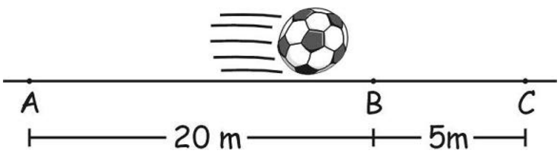
Si un torero da una vuelta a una plaza de toros recorriendo una circunferencia de 25 m de radio y llegando al mismo punto del que partió, podemos asegurar que en ese movimiento no se ha desplazado nada, sin embargo ha recorrido un espacio igual que la longitud de la circunferencia que ha descrito. Si recordamos que la fórmula de la longitud de una circunferencia de radio r es $L = 2 \cdot \pi \cdot r$ podemos saber cuántos metros ha recorrido e l torero en una vuelta completa.

$$L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 25 = 157 \text{ metros} \quad \text{(una vuelta).}$$

Si el torero hubiera dado una vuelta y media, habría acabado su recorrido justo en un punto diametralmente opuesto del que empezó. En este caso habría recorrido un espacio equivalente a una vuelta y media (157 · 1,5 = 235,5 metros) pero sólo se habría desplazado una distancia igual al diámetro de la plaza de toros, es decir, 50 m.

EJEMPLO

La pelota que aparece en la figura inicia su movimiento en el punto A, se mueve hacia la derecha, pasa por el punto B y llega al punto C. En C rebota y retrocede hasta el punto B. Ahí se para.



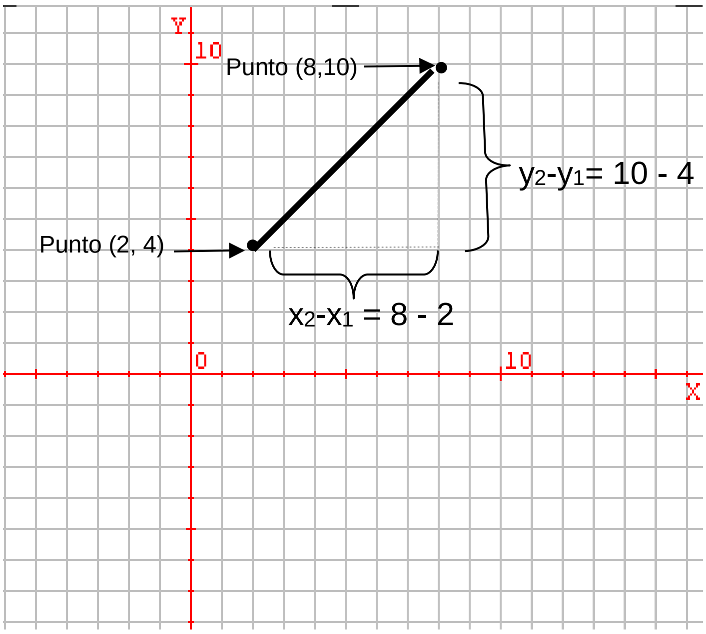
En el movimiento descrito el espacio total recorrido por la pelota ha sido:

- De A hasta C → 25 m
- De C hasta B (en el retroceso) → 5 m

En total el espacio recorrido por la pelota ha sido 25 + 5 = 30 metros. Sin embargo, la distancia entre la posición inicial (A) y final (B) es de 20 metros. Este valor corresponde al desplazamiento. Como vemos, el espacio recorrido y el desplazamiento no coinciden en este caso porque ha habido retroceso en el movimiento.

EJEMPLO

Un móvil se desplaza en línea recta desde el punto (2,4) hasta el punto (8,10) en un sistema de referencia de coordenadas en metros. Calcula el espacio recorrido y el desplazamiento que ha realizado dicho móvil.



Si observamos la figura adjunta podemos comprobar que si el móvil se desplaza en línea recta, el espacio recorrido coincide con el desplazamiento. Éste, corresponde a la distancia que hay entre el punto de partida y el punto de llegada. Esta distancia se puede calcular como la hipotenusa del triángulo rectángulo que aparece en el dibujo. Para ello debemos aplicar el Teorema de Pitágoras. En el triángulo rectángulo de este ejemplo, son conocidos los dos catetos, que miden 6 metros cada uno. Debemos recordar que el Teorema de Pitágoras dice que la hipotenusa (a) de un triángulo rectángulo es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los catetos (b y c).

$$a = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{36 + 36} = \sqrt{72} = 8{,}48 \text{ m.}$$

Puesto que el movimiento es en línea recta y sin retroceso, podemos asegurar que el móvil ha recorrido 8,48 m y se ha desplazado 8,48 m.

Recuerda

<u>Posición</u>: Es el lugar que ocupa un móvil en un instante dado respecto a un sistema de referencia.
<u>Trayectoria</u>: Es el conjunto de todas las posiciones por las que pasa un móvil a lo largo de su recorrido.
<u>Desplazamiento:</u> Es la distancia en línea recta entre la posición final e inicial de un móvil.
El espacio recorrido por el móvil depende la trayectoria que describa, pero el desplazamiento realizado sólo depende de la posición inicial y final, no de la trayectoria.

2.3 Concepto de velocidad y unidades. Velocidad media e instantánea.

En el estudio del movimiento que hemos hecho hasta el momento no hemos hablado todavía del factor tiempo. El tiempo también es una magnitud muy importante cuando se estudia el movimiento de los cuerpos. Resulta evidente que no es el mismo movimiento el que realiza un móvil que tarda 10 minutos en desplazarse 100 metros que el que tarda 10 segundos en desplazarse esos 100 metros. Lo que hay de diferente en ambos movimientos es la magnitud física que llamaremos **velocidad**.
Podemos definir la velocidad como *la magnitud física que relaciona el desplazamiento realizado por un móvil con el tiempo empleado en realizarlo*.

Cuanto más desplazamiento realice un móvil en un mismo tiempo, mayor será su velocidad. De esta forma podemos asegurar que la velocidad es directamente proporcional al desplazamiento (a mayor desplazamiento, mayor velocidad → magnitudes directamente proporcionales).

También podemos razonar que cuanto más tiempo tarde un móvil para realizar un mismo desplazamiento, menor será su velocidad. Es decir, la velocidad es inversamente proporcional al tiempo (a mayor tiempo, menor velocidad → magnitudes inversamente proporcionales).

A partir de las ideas anteriores se puede representar matemáticamente la velocidad mediante la expresión:

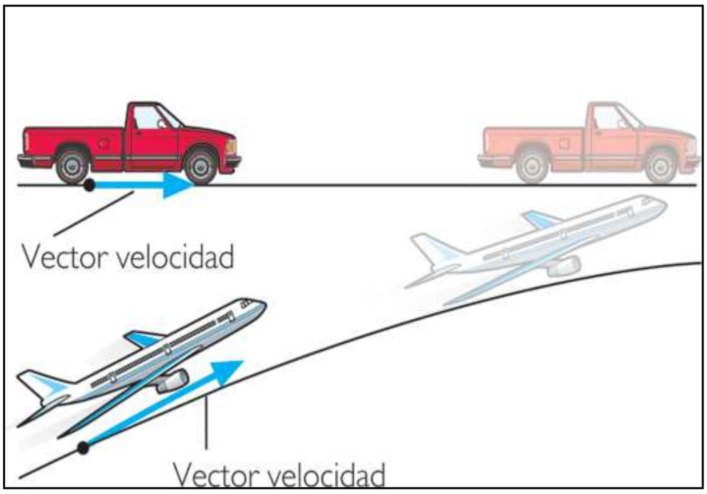
$$\boxed{V = \frac{\Delta e}{\Delta t}}$$

Δe representa el desplazamiento realizado (o lo que es lo mismo, en movimientos rectilíneos sin retroceso, el espacio recorrido por el móvil). El símbolo Δ se lee “incremento” y se refiere a la diferencia entre la posición inicial y la final, es decir, al desplazamiento que ha realizado el móvil.

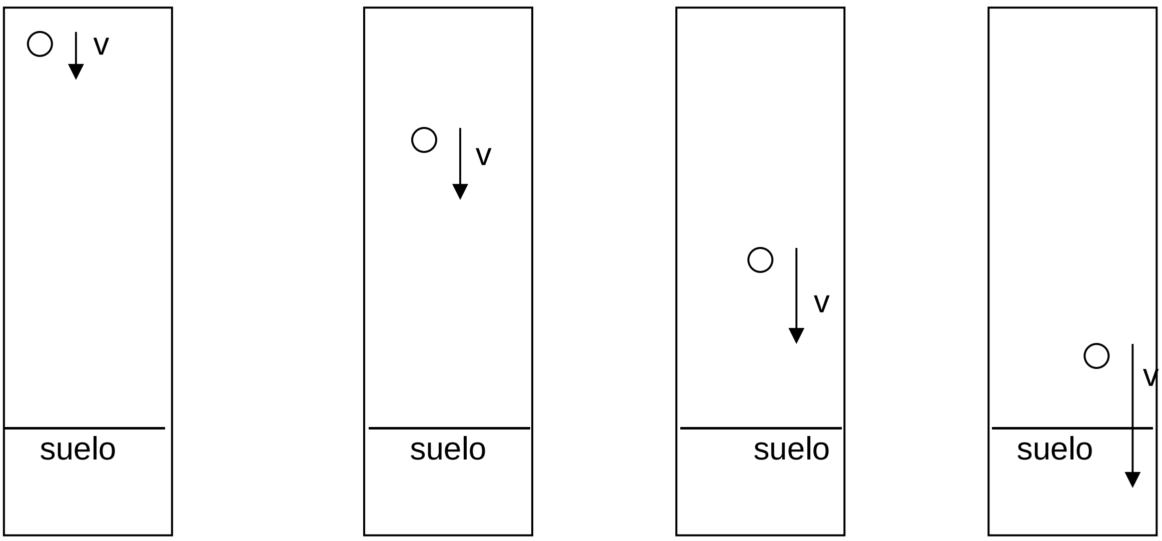
Δt se refiere al tiempo que ha tardado el móvil en realizar el desplazamiento en cuestión. A veces, puede que nos indiquen la hora de inicio y la hora de finalización del movimiento. Para hallar la duración deberemos restar esos tiempos, pues en la expresión de la velocidad debe indicarse el tiempo que emplea el móvil en realizar el desplazamiento.

La unidad de velocidad en el Sistema Internacional es el **m/s**. También se utiliza muy frecuentemente como unidad de velocidad el km/h. Realmente cualquier unidad de espacio entre cualquier unidad de tiempo es una unidad de velocidad (cm/s, m/h, mm/día, km/s, etc.…)

La velocidad es una **magnitud vectorial**, es decir, tiene dirección y sentido además de un valor numérico y su unidad. Se puede representar, por lo tanto, mediante flechas o vectores. *El vector velocidad siempre tendrá la dirección y el sentido hacia donde se mueve el objeto*. Por ejemplo, durante una caída libre, la velocidad siempre va dirigida hacia el centro de la Tierra (hacia “abajo”). Conforme está cayendo un objeto su velocidad va aumentando. En este caso dibujaríamos vectores cada vez más largos para representar valores cada vez mayores de velocidad.



En los esquemas siguientes se representan cuatro instantes durante la caída libre de un objeto dibujando en cada caso el vector velocidad. Cuanto más ha caído el objeto mayor es su velocidad y más largo se representa el vector.



Si lanzáramos un objeto verticalmente hacia arriba, se dibujaría el vector en sentido vertical hacia arriba y conforme va ascendiendo el objeto su velocidad iría disminuyendo (dibujaríamos el vector cada vez mas corto) hasta pararse en una altura determinada. En esa altura máxima alcanzada, hay un instante en el que la velocidad del objeto es cero. A continuación empezaría la caída libre.

El estudio de los movimientos más completo se realiza teniendo en cuenta el carácter vectorial de la velocidad y aceleración, pero al estudiar movimientos rectilíneos, es posible simplificar el estudio vectorial con el fin de no complicar los cálculos matemáticos que se necesitan. En el presente nivel realizaremos el estudio cuantitativo de los movimientos rectilíneos desde el punto de vista escalar, única y exclusivamente por simplificación matemática. No obstante, es importante a nivel cualitativo, tener claro que la velocidad es una magnitud vectorial.

EJEMPLO

Expresa las siguientes velocidades en la unidad del Sistema Internacional, realizando los cambios que sean necesarios mediante factores de conversión.

- **a) Un coche a 108 km/h**
- **b) Una tortuga a 80 cm/min.**
- **c) Un ciclista que recorre 300 m/min.**

En todos los casos debemos expresar esos valores en m/s, que es la unidad del Sistema Internacional.

a) 108 km/h

$$108\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000m}{1\cancel{km}}\cdot\frac{1\cancel{h}}{3600s}=\frac{108\cdot 1000}{3600}=30\frac{m}{s}$$

b) 80 cm/min.

$$80\frac{\cancel{cm}}{\cancel{min}}\cdot\frac{1m}{100\cancel{cm}}\cdot\frac{1\cancel{min}}{60s}=\frac{80}{100\cdot 60}=0{,}0133\frac{m}{s}$$

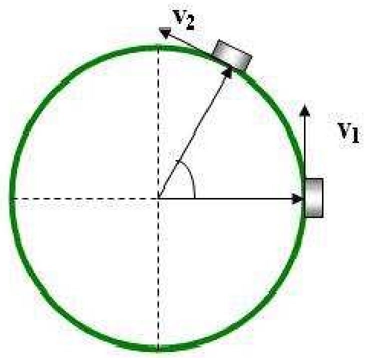
c) 300 m/min.

$$300\frac{m}{\cancel{min}}\cdot\frac{1\cancel{min}}{60s}=\frac{300}{60}=5\frac{m}{s}$$

→ En este caso sólo es necesario un factor de conversión puesto que sólo hay que pasar los minutos a segundos.

Por ser la velocidad una magnitud vectorial es necesario diferenciar el sentido del vector. Si suponemos un objeto que se mueve sobre el eje X de un sistema de referencia, asignamos el signo positivo a la velocidad que lleva el móvil cuando se desplaza hacia la derecha (valores positivos del eje X). Análogamente, si el objeto se desplaza hacia la izquierda, le asignamos el signo negativo. Debe quedar claro que este criterio es simplemente un convenio generalmente aceptado. Por tanto, cuando un móvil cambia el sentido de su movimiento, también cambia el signo de su velocidad. Por ejemplo, si un coche se desplaza con velocidad v= + 10 m/s, debemos entender que se mueve hacia la derecha. Si cambiara su sentido y se moviera hacia la izquierda con la misma velocidad, diremos que la velocidad es v = - 10 m/s.

También es interesante destacar que cuando un móvil describe una trayectoria curva en general, el vector velocidad es siempre tangente a la curva en todos los puntos. Si se trata de un movimiento con trayectoria circular, el vector velocidad se representa como un vector tangente a la circunferencia en cada punto. Esto significa que al describir un movimiento circular e l vector velocidad está continuamente cambiando de dirección y de sentido.



- **VELOCIDAD MEDIA**

Para hallar la velocidad media que ha llevado un móvil es necesario conocer el desplazamiento total que ha realizado y el tiempo total que ha empleado en realizarlo. Una vez conocidos ambos datos, basta con dividir el desplazamiento entre el tiempo y de esta manera obtenemos la velocidad media. Al hacer esta división, podemos emplear las unidades que deseemos teniendo en cuenta que así obtendremos la unidad de velocidad que corresponda (m/s, km/h, cm/min,…). Si deseamos obtener la velocidad media en la unidad del Sistema Internacional, es decir, en m/s, necesariamente debemos expresar el desplazamiento en metros y el tiempo empleado en segundos.

$$V_{media} = \frac{\text{Desplazamiento total realizado}}{\text{Tiempo total empleado}}$$

El concepto de velocidad media tiene solamente un significado estadístico, es decir, se trata de un valor promedio de las velocidades que ha llevado el móvil en cada instante. Si un coche ha llevado una velocidad media de 80 km/h cuando ha realizado un viaje, esto no significa que haya ido en todo momento a esa velocidad. Si el intervalo de tiempo ha sido suficientemente grande, habrá habido instantes en los que la velocidad del coche haya sido superior a esos 80 km/h y otros instantes en los que habrá sido inferior.

EJEMPLO

Un motorista pasa por el kilómetro 125 de una autopista a las 11:00 horas y cuando son las 14:00 pasa justo por el kilómetro 401 de esa autopista. Calcula cuál ha sido la velocidad media del motorista en ese intervalo de tiempo y expresa el resultado en km/h y en m/s.

Para hallar la velocidad media hemos de calcular el desplazamiento total y el tiempo total:

- Desplazamiento total → $\Delta e = 401 - 125 = 276$ km

- Tiempo total empleado → Δt = 14h 00 min. - 11 h 00 min = 3 h exactas.

$$V_m = \frac{276\ \text{km}}{3\ \text{h}} = 92\ \text{km/h}$$

Para hallar la velocidad media en m/s realizamos la misma operación pero expresando los valores en metros y en segundos:

276 km = 276.000 m
3 h = 3 · 3600 = 10.800 s.

$$V_m = \frac{276.000\ \text{m}}{10.800\ \text{s}} = 25{,}55\ \text{m/s}$$

EJEMPLO

Jacobo sale de vacaciones y en el instante de partir, el cuentakilómetros de su coche marca 45.768 km. Sale de viaje a las 10:12 y llega al destino a las 13:42. En ese momento, el cuentakilómetros marca 46.083 km. Calcula cuál ha sido la velocidad media que ha llevado Jacobo en km/h.

Para hallar la velocidad media hemos de calcular el desplazamiento total y el tiempo total.

- Desplazamiento total → $\Delta e = 46.083 - 45.768 = 315$ km

- Tiempo total empleado → Δt = 13 h 42 min. - 10 h 12 min = 3 h 30 min.

$$V_m = \frac{315\ \text{km}}{3{,}5\ \text{h}} = 90\ \text{km/h}$$

¡Cuidado! Al escribir en la fórmula de la velocidad media el valor del tiempo no se debe cometer el error de considerar 3 h 30 min como si fueran 3,3 horas. Debemos expresar dicha cantidad en unidades decimales (no sexagesimales), por lo que esos 30 minutos equivalen a media hora, es decir 0,5 horas. Por tanto, el tiempo total será 3 h + 0,5 h = 3,5 horas.

EJEMPLO

El AVE realiza el trayecto Madrid – Barcelona en 2 horas y 45 minutos. Sabiendo que la distancia entre ambas capitales es de 623 km, calcula la velocidad media del tren en su recorrido, expresada en km/h y en m/s.

Los datos que nos aporta el enunciado ya nos indican directamente el valor del desplazamiento y del tiempo empleado, por lo cual podemos calcular directamente la velocidad media. Hay que tener en cuenta que los 45 minutos equivalen a tres cuartos de hora, es decir, 0,75 horas. Por ello, el tiempo total es de 2,75 horas, expresado ya en forma decimal.

$$V_m = \frac{623 \text{ km}}{2{,}75 \text{ h}} = 226{,}54 \text{ km/h}$$

Calculemos ahora la velocidad media en m/s:

623 km = 623.000 m.
2,75 h = 2,75 · 3600 = 9.900 s.

$$V_m = \frac{623.000 \text{ m}}{9.900 \text{ s}} = 62{,}93 \text{ m/s}$$

A partir de la expresión general de la velocidad podemos calcular el desplazamiento (si se conoce la velocidad y el tiempo) o también podemos calcula el tiempo (si se conoce la velocidad y el desplazamiento). Se trata de despejar la magnitud que deseamos calcular conocidas las otras magnitudes relacionadas:

$$\boxed{V = \frac{\Delta e}{\Delta t}} \quad \begin{cases} \Delta e = V \cdot \Delta t \\ \Delta t = \dfrac{\Delta e}{V} \end{cases}$$

EJEMPLO

La velocidad del sonido en el aire es de 340 m/s. Si un día de tormenta vemos un relámpago y 12 segundos después escuchamos el sonido del trueno, ¿a qué distancia se produjo dicho fenómeno meteorológico?

Lo que nos plantea el ejercicio es calcular el espacio recorrido por el sonido durante esos 12 segundos, sabiendo que su velocidad es constante y vale 340 m/s.

Si cada segundo el sonido recorre 340 m, en 12 segundos habrá recorrido:

$$\Delta e = V \cdot \Delta t = 340 \ \frac{m}{\$} \cdot 12 \ \$ = 4.080 \ m.$$

El trueno se ha producido a 4.800 m de distancia.

EJEMPLO

En un viaje de Almería hasta La Coruña un representante ha llevado una velocidad media de 95 km/h. Sabiendo que la distancia entre ambas capitales es de 1.136 km. ¿Cuánto tiempo empleó en cubrir dicho trayecto?

En este ejemplo los datos que nos aporta el enunciado son el desplazamiento y la velocidad media. Podemos calcular entonces el tiempo empleado en realizar ese recorrido:

$$\Delta t = \frac{\Delta e}{V} = \frac{1.136}{95}\frac{km}{km/h} = 11{,}96\ h$$

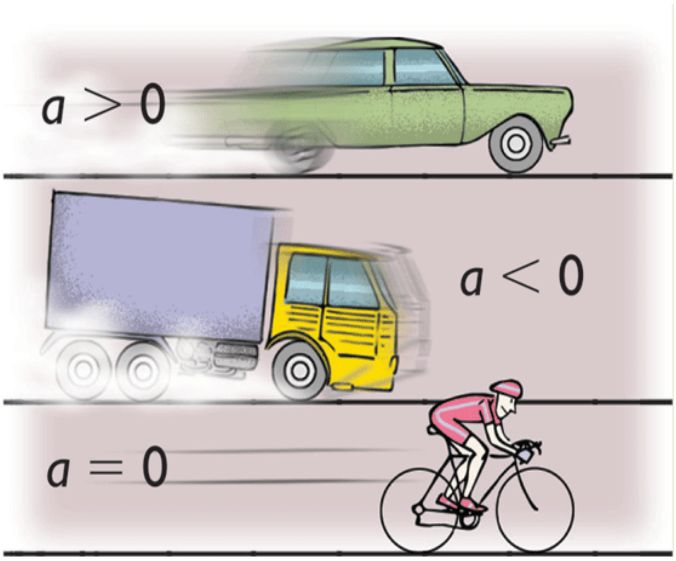
El viaje duró casi 12 horas. Es importante tener en cuenta que cada resultado debe llevar su correspondiente unidad.

- **VELOCIDAD INSTANTÁNEA**

Hasta ahora hemos estudiado el concepto de velocidad media, referida a desplazamientos más o menos grandes realizados en intervalos de tiempo más o menos grandes. Supongamos que vamos haciendo los cálculos de velocidad media pero para intervalos de tiempo más pequeños. Lógicamente los desplazamientos en tiempos pequeños también serán pequeños (por supuesto, refiriéndonos a movimientos cotidianos y de objetos comunes). Cuando el intervalo de tiempo es muy pequeño (podríamos decir, un instante), el concepto de velocidad media se transforma en el concepto de velocidad instantánea. De forma intuitiva podemos decir que la velocidad instantánea es la que lleva un móvil en un "instante" dado. Por ejemplo, si vamos en un coche y miramos el velocímetro o cuentakilómetros, observamos en el panel correspondiente la velocidad que marca en ese momento. Seguramente, unos momentos después puede haber cambiado (o no). Cada vez que miramos el cuentakilómetros, la aguja o pantalla correspondiente nos muestra la velocidad instantánea (en ese instante). Este valor no se refiere a un dato de significado estadístico promedio, sino que se corresponde con un valor real de velocidad, pero sólo en ese momento. Si anotáramos cada segundo el valor de la velocidad que marca el cuentakilómetros obtendríamos un numeroso conjunto de valores de velocidades instantáneas. La media aritmética de dichos valores representaría la velocidad media en el intervalo de tiempo al que corresponden todos esos valores anotados. En un nivel inicial como el que corresponde a este curso, podemos decir que la velocidad instantánea no se calcula, sino que se mide directamente con el correspondiente instrumento de medida.

2.4 Concepto de aceleración y unidades.

La velocidad de un móvil puede cambiar a lo largo del tiempo. De hecho, mantener constante la velocidad durante un tiempo largo no es habitual en los movimientos reales. Al estudiar los movimientos podemos establecer y fijar algunas suposiciones y simplificaciones para facilitar su estudio, pero debemos ser conscientes de que en la mayoría de los movimientos reales, la velocidad suele cambiar con frecuencia (los móviles frenan o aceleran). Cuando un móvil cambia su velocidad, aparece la magnitud que llamamos **aceleración.**



El cambio de velocidad que sufre un móvil puede ocurrir en un tiempo más o menos corto. Por ejemplo, un coche pequeño tipo utilitario puede pasar de 0 a 100 km/h supongamos que en 15 segundos. Un coche de fórmula uno puede pasar de 0 a 100 km/h en 4 segundos. Lógicamente los dos coches han incrementado su velocidad en la misma cantidad, pero no han tardado el mismo tiempo. Podemos decir que el fórmula uno ha realizado la maniobra con una aceleración mayor (ha acelerado más) que el utilitario. Cuanto mayor sea el cambio de velocidad en un menor tiempo, mayor será la aceleración. Así pues, la aceleración resulta ser directamente proporcional al incremento de la velocidad e inversamente proporcional al tiempo empleado.

La **aceleración** se define como *la magnitud física que relaciona el cambio de velocidad de un móvil con el tiempo empleado en realizarlo*. Para hallar la aceleración se divide el cambio de velocidad que experimenta el móvil entre el tiempo que tarda en producirse dicho cambio. La expresión matemática que define la aceleración es:

a = Aceleración
V_f = Velocidad final.
V_0 = Velocidad inicial.
t = tiempo

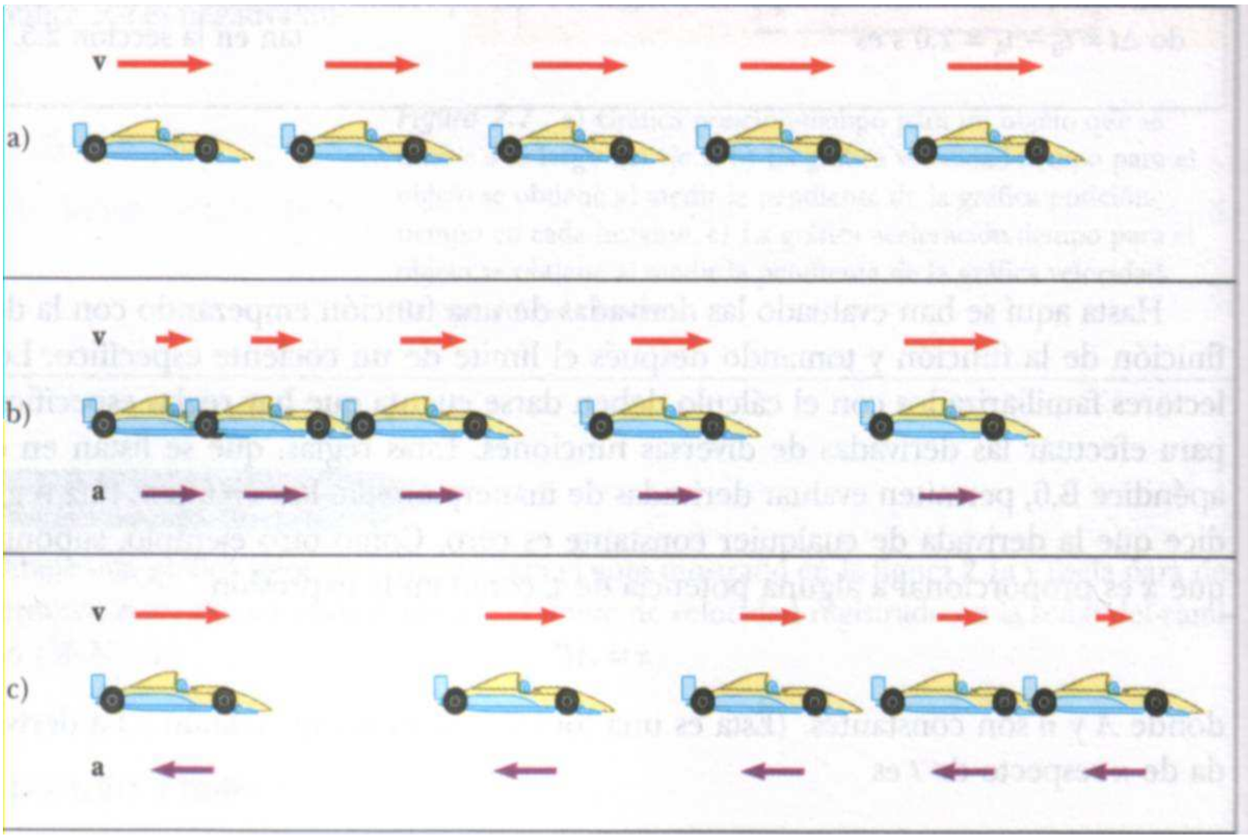
$$\boxed{a = \frac{V_f - V_0}{t}}$$

La diferencia de velocidades que aparece en el numerador indica el incremento de velocidad que experimenta el móvil. Este incremento puede ser positivo (si el valor V_f es mayor que V_0, y por tanto el móvil va aumentando de velocidad) o negativo (si el valor V_f es menor que V_0, y por tanto el móvil va disminuyendo su velocidad, es decir, va frenando). El tiempo que aparece en el denominador de la fórmula es el tiempo durante el cual el móvil está acelerando o frenando. Obviamente, el valor del tiempo como duración del periodo mientras se produce el cambio de velocidad nunca podrá ser negativo.

La aceleración también es una magnitud vectorial, que requiere dirección y sentido cuando se representa gráficamente. Puede tomar también valores positivos o negativos, dependiendo de si el incremento de velocidad es positivo o negativo. Cuando el móvil está acelerando (aumentando su velocidad), la aceleración se considera positiva. Cuando el móvil está frenando (disminuyendo su velocidad) la aceleración se considera negativa. Mientras que el móvil mantiene su trayectoria rectilínea y su velocidad constante, no hay aceleración.

Al comparar los vectores velocidad y aceleración en móviles con trayectoria rectilínea podemos encontrar tres situaciones, tal y como se representa en la figura siguiente:

- Si la velocidad del móvil no cambia, no existe vector aceleración (apartado a).
- Si el móvil está acelerando en línea recta, los vectores velocidad y aceleración tienen la misma dirección y sentido (apartado b).
- Si el móvil está frenando en línea recta, los vectores velocidad y aceleración tienen la misma dirección y sentido contrario (apartado c).



Unidad de aceleración

Si partimos de la fórmula de la aceleración podemos deducir fácilmente cuál será la unidad de aceleración del Sistema Internacional. El cambio de velocidad ($V_f - V_0$) se mide en m/s pues no deja de ser una resta entre dos valores de velocidad. El tiempo se mide en segundos (en el S.I). Por tanto, al dividir “m/s” entre “s” se obtiene como resultado m/s^2. La aceleración en el S.I. se mide en **m/s^2**

$$a = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s^2}$$

Físicamente, la aceleración representa el cambio de velocidad de un móvil por unidad de tiempo. Por ejemplo, si sabemos que un móvil lleva una aceleración de 5 m/s^2 esto significa que su velocidad aumenta 5 m/s cada segundo. ¡Cuidado! Es un error habitual interpretar dicho valor como que el móvil recorre 5 metros cada segundo. Este error se produce al confundir los conceptos de velocidad y aceleración. La aceleración representa el cambio de velocidad por unidad de tiempo pero NO el espacio recorrido por unidad de tiempo.

EJEMPLO

Explica el significado físico que tienen los siguientes datos referidos a un móvil:

a) Su velocidad constante es de 3 m/s.

Esto significa que cada segundo recorre 3 metros.

b) Su aceleración constante es de 3 m/s^2.

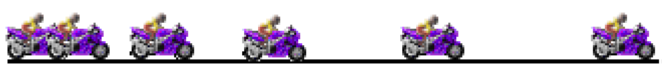
Esto significa que su velocidad va cambiando con el tiempo y por ser un valor positivo, se entiende que aumenta la velocidad 3 m/s cada segundo. La velocidad va cambiando pero aumenta la misma cantidad cada segundo que pasa.

b) Su aceleración constante es de -3 m/s^2.

Esto significa que su velocidad va cambiando con el tiempo y por ser un valor negativo, se entiende que disminuye la velocidad 3 m/s cada segundo. La velocidad va cambiando pero disminuye la misma cantidad cada segundo que pasa.

EJEMPLO

El esquema siguiente representa los valores de velocidad de un motorista durante los primeros cinco segundos de su movimiento. A la vista de los datos que aparecen en la tabla indica razonadamente cuánto vale la



tiempo (s)	0	1	2	3	4	5
velocidad (m/s)	0	2	4	6	8	10

En la tabla observamos que la velocidad aumenta cada segundo en 2 m/s por tanto podemos decir que su aceleración es de 2 m/s^2. También observamos que el motorista estaba inicialmente en reposo, pues en el instante t=0 la velocidad inicial era V_0 =0. Si mantuviera esta aceleración durante unos cuantos segundos más podríamos calcular las velocidades para t=6, t=7, … Por ejemplo, al cabo de 10 s su velocidad será 20 m/s.

Es importante señalar que al realizar cálculos a partir de la ecuación de la aceleración, todas las unidades de las magnitudes que aparecen en la fórmula deben estar expresadas en el Sistema Internacional. Si algún dato de velocidad o de tiempo no estuviera dado en el S.I. deberemos realizar los correspondientes cambios de unidades previos a incluir los datos numéricos en la fórmula.

EJEMPLO

Un coche de fórmula 1 es capaz de acelerar en una recta desde una velocidad de 18 km/h hasta 216 km/h en 8 segundos. a) Calcula la aceleración que ha llevado el coche en dicha maniobra. b) Si luego frena desde los 216 km/h hasta pararse en 5 segundos ¿qué aceleración ha llevado?

En primer lugar debemos observar que las unidades de velocidad no corresponden al S.I. por lo que realizaremos los oportunos cambios de km/h a m/s.

$$V_0 = 18\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000m}{1\cancel{km}}\cdot\frac{1\cancel{h}}{3600s} = \frac{18\cdot 1.000}{3.600} = 5 \text{ m/s}$$

$$V_f = 216\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000m}{1\cancel{km}}\cdot\frac{1\cancel{h}}{3600s} = \frac{216\cdot 1.000}{3.600} = 60 \text{ m/s}$$

Apartado a)

Una vez que están todas las unidades en el Sistema Internacional sustituimos los valores en la ecuación de la aceleración, teniendo en cuenta que el tiempo que dura esta etapa es de 8 segundos:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{60-5}{8} = \frac{55}{8} = 6{,}875 \text{ m/s}^2$$

Apartado b) Al pararse, su velocidad final es cero.

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{0-60}{5} = \frac{-60}{5} = -12 \text{ m/s}^2$$ → La aceleración es negativa como corresponde a un movimiento de frenado. Su velocidad disminuye 12 m/s cada segundo.

A partir de la ecuación de la aceleración también se pueden despejar y calcular las demás magnitudes como la velocidad final o inicial y el tiempo.

$$\boxed{V_f = V_0 + a\cdot t} \longleftarrow \boxed{a = \frac{V_f - V_0}{t}} \longrightarrow \boxed{t = \frac{V_f - V_0}{a}}$$

EJEMPLO

Un motorista circula por una autopista a 72 km/h y en un momento dado acelera durante 5 segundos con aceleración constante de 2 m/s².

a) ¿Qué velocidad alcanzará al cabo de dicho tiempo?

b) Si hay un radar en la zona que se dispara a velocidad superior a 120 km/h, ¿será el motorista pillado por el radar?

En este ejercicio conocemos los siguientes datos:

V_0 = 72 km/h
a = 2 m/s^2
t = 5 s.
Debemos calcular la velocidad final, V_f → $V_f = V_0 + a \cdot t$

a) Hemos de tener en cuenta que el dato de velocidad inicial no está en la unidad del Sistema Internacional, por lo que hay que hacer el correspondiente cambio de unidad.

$$V_0 = 72 \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000m}{1\cancel{km}} \cdot \frac{1\cancel{h}}{3600s} = \frac{72 \cdot 1.000}{3.600} = 20 \text{ m/s}$$

Ahora ya podemos sustituir los datos en la ecuación de la velocidad final:

$V_f = V_0 + a \cdot t$ → $V_f = 20 + 2 \cdot 5 = 20 + 10 = 30$ m/s

La velocidad final que alcanza el motorista es de 30 m/s.

b) Para saber si el radar se dispara o no debemos comparar la velocidad del motorista (30 m/s) con la velocidad límite permitida (120 km/h). Como ambas cantidades no están expresadas en la misma unidad, hemos realizar el correspondiente cambio de unidad. Por ejemplo, pasamos la velocidad límite de 120 km/h a m/s.

$$V = 120 \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000m}{1\cancel{km}} \cdot \frac{1\cancel{h}}{3600s} = \frac{120 \cdot 1.000}{3.600} = 33{,}33 \text{ m/s.}$$

Como podemos comprobar, el radar se dispara por encima de 33,33 m/s de velocidad y el motorista circula a 30 m/s, por tanto no supera el límite permitido.

No hay que olvidar que a la hora de hacer cálculos con las diferentes fórmulas del movimiento, como por ejemplo, la ecuación de la aceleración, los datos de velocidad deben ir expresados en m/s, el tiempo debe ir expresado en segundos y la aceleración en m/s^2.

EJEMPLO

Al aterrizar un avión toca el suelo con una velocidad de 35 m/s. Calcula el tiempo que tarda en pararse si la aceleración de frenado que actúa sobre la aeronave es de – 0,5 m/s².

En este ejercicio la incógnita que debemos calcular es el tiempo, conocidos los datos de velocidad inicial, velocidad final y aceleración.

La velocidad final es cero, puesto que el avión acaba parándose.

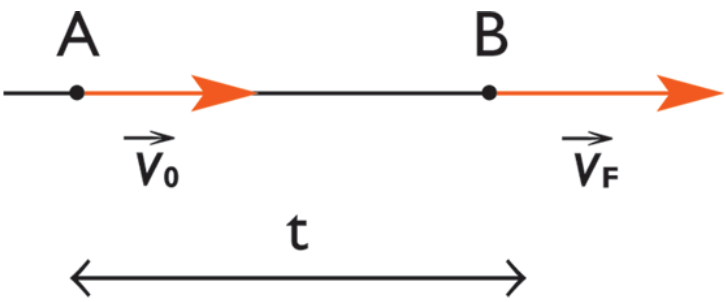
La aceleración negativa indica que el movimiento es de frenado, es decir la velocidad va disminuyendo con el tiempo. En este ejemplo, los vectores velocidad y aceleración tienen sentidos contrarios.

$t = \frac{V_f - V_0}{a} = \frac{0 - 35}{-0,5} = 70$ segundos → El avión se para en un minuto y 10 segundos.

Recuerda

Aceleración: Es la magnitud física que mide lo rápido que cambia la velocidad de un cuerpo. Matemáticamente representa la relación que existe entre la variación de velocidad que experimenta un móvil y el tiempo que tarda en realizar dicha variación. La aceleración:

- Es una magnitud vectorial.
- Su unidad en el Sistema Internacional es el m/s^2
- Se calcula mediante la expresión $a = \frac{V_f - V_0}{t}$



- Puede tener valores positivos (cuando la velocidad aumenta) o negativos (cuando la velocidad disminuye).
- En los movimientos rectilíneos acelerados, la velocidad y aceleración tienen la misma dirección y sentido. En los movimientos rectilíneos retardados, la aceleración tiene la misma dirección pero sentido contrario que la velocidad.
- Si la velocidad de un móvil permanece constante no tiene aceleración (a=0).

2.5 Clasificación de los movimientos.

Los movimientos se pueden clasificar atendiendo a diferentes criterios. Por ejemplo, si nos fijamos en la trayectoria los movimientos se clasifican en:

Movimiento
- Trayectoria recta → *Movimiento rectilíneo*.
- Trayectoria no rectilínea
  - Trayectoria circular → *Movimiento circular*
  - Otras trayectorias curvas → *Movimiento parabólico, elíptico, curvilíneo, …*

Si nos fijamos en la velocidad de los móviles, podemos encontrar tres posibles situaciones que dan lugar a tres tipos de movimiento:

● **Movimiento uniforme**: Es aquel cuya velocidad es constante, es decir, no cambia con el tiempo. Si el movimiento es además rectilíneo, al no haber variación de la velocidad la aceleración es cero. En este caso, al movimiento rectilíneo uniforme se le suele abreviar con las siglas MRU. En el siguiente cuadro se representan los datos correspondientes a velocidad y tiempo para un ejemplo de MRU.

t (s)	0	1	2	3	4	5
V (m/s)	12	12	12	12	12	12

● **Movimiento uniformemente acelerado:** Es aquel cuya velocidad no es constante, sino que varía progresiva y regularmente con el tiempo. En este tipo de movimiento la aceleración que lleva es constante. Cuando la trayectoria es rectilínea se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Hay que tener en cuenta que la velocidad puede variar aumentando o disminuyendo con el tiempo. Cuando la velocidad va disminuyendo se suele llamar también movimiento rectilíneo uniformemente *retardado*. En estos tipos de movimiento, en intervalos iguales de tiempo, se producen incrementos iguales de velocidad.
En el siguiente cuadro se representan los datos correspondientes a velocidad y tiempo para un ejemplo de MRUA.

t (s)	0	1	2	3	4	5
V (m/s)	4	7	10	13	16	19

Se puede comprobar que cada segundo que pasa la velocidad del móvil aumenta en 3 m/s. Esto es lo mismo que decir que tiene una aceleración constante de +3 m/s^2. (¡Cuidado!, no hay que confundir aceleración constante con velocidad constante, pues en este tipo de movimientos la velocidad NO es constante). La aceleración hace referencia al cambio de velocidad.

En el siguiente cuadro se representan los datos correspondientes a un movimiento rectilíneo uniformemente retardado:

t (s)	0	1	2	3	4	5
V (m/s)	25	21	17	13	9	5

Se puede comprobar que cada segundo que pasa la velocidad del móvil disminuye en 4 m/s. Esto es lo mismo que decir que tiene una aceleración constante de - 4 m/s^2. El signo negativo indica que se trata de un movimiento retardado, pues la velocidad va disminuyendo conforme avanza el tiempo.

● **Movimiento acelerado (o retardado)**: Es aquel cuya velocidad varía con el tiempo pero la variación no es progresiva. La velocidad cambia sin regularidad. En intervalos iguales de tiempo NO se producen incrementos iguales de velocidad. En este tipo de movimientos ni la velocidad ni la aceleración son constantes. Se abrevia como MRA.
En el siguiente cuadro se representan los datos correspondientes a un movimiento acelerado (pero no uniformemente acelerado):

t (s)	0	1	2	3	4	5
V (m/s)	4	6	14	17	18	23

Recuerda

Movimiento rectilíneo uniforme (MRU) → Su velocidad no cambia con el tiempo:

V= constante
a = 0

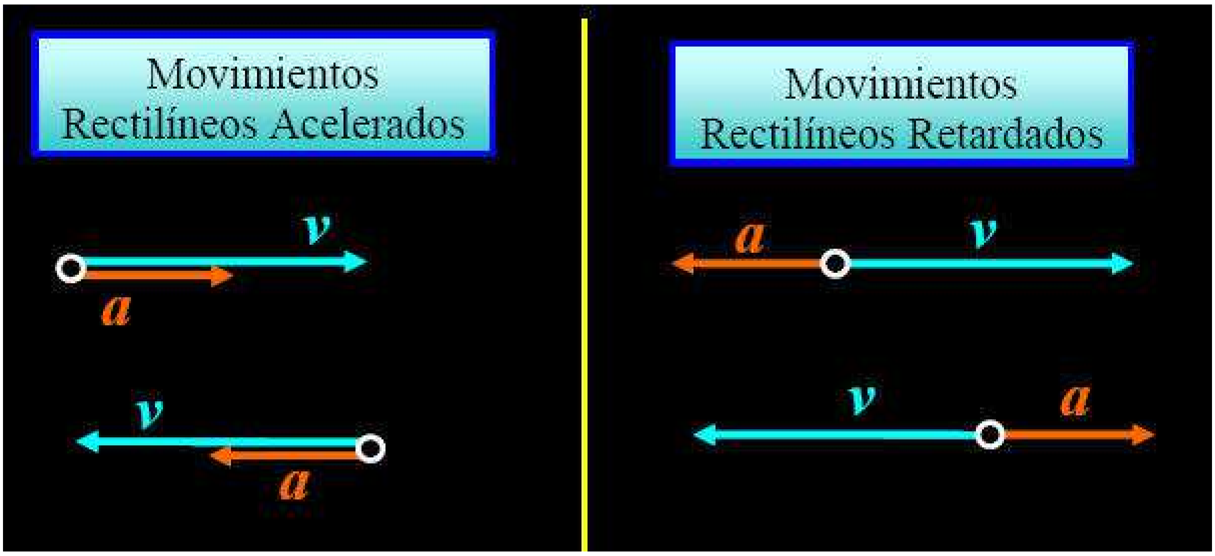
Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado/retardado (MRUA) → Su velocidad cambia progresiva y regularmente con el tiempo.

V ≠ constante
a = constante

Movimiento rectilíneo acelerado (MRA) → Su velocidad cambia a lo largo del tiempo pero no lo hace progresiva y regularmente.

V ≠ constante
a ≠ constante

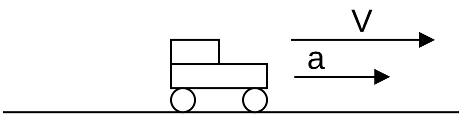
Desde el punto de vista vectorial, cabe indicar que los vectores velocidad y aceleración tienen igual dirección y sentido si se trata de movimientos rectilíneos acelerados y tienen la misma dirección pero sentidos contrarios si se trata de movimientos rectilíneos uniformemente retardados.
Recuerda que el objeto siempre se mueve en la dirección y sentido que indica el vector velocidad.



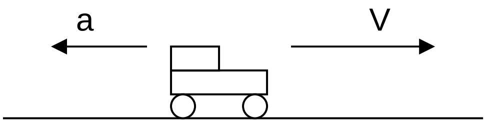
EJEMPLO

Dibuja los vectores velocidad (V) y aceleración (a) en los movimientos que se indican a continuación:

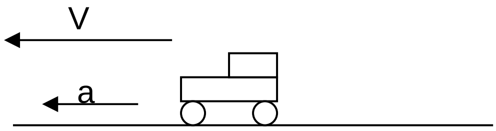
a) Un coche que se mueve hacia la derecha, acelerando.



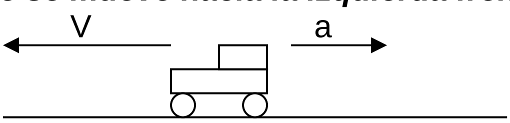
b) Un coche que se mueve hacia la derecha frenando.



c) Un coche que se mueve hacia la izquierda acelerando.



d) Un coche que se mueve hacia la izquierda frenando.



2.6 Estudio analítico y gráfico del movimiento rectilíneo uniforme (MRU).

Podríamos decir que se trata del tipo de movimiento más sencillo que puede llevar un objeto que se mueve. Sus principales características son:

- Trayectoria rectilínea.
- Velocidad constante (por lo tanto no tiene aceleración, a=0).
- En intervalos iguales de tiempo, el móvil recorre intervalos iguales de espacio.

Resulta intuitivo y sencillo de comprender que si un coche, por ejemplo, circula con una velocidad constante de 15 m/s, este coche recorre cada segundo 15 metros.
Del mismo modo, si un móvil cualquiera lleva velocidad constante y recorre 500 m en 50 segundos, podemos calcular su velocidad dividiendo el espacio recorrido entre el tiempo empleado:

$$v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{500}{50} = 10 \text{ m/s}$$

La ecuación que relaciona las magnitudes para este tipo de movimiento es la que define en sí misma el concepto de velocidad.

$$\boxed{v = \frac{\Delta e}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta e = v \cdot \Delta t \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta e}{v}}$$

El espacio recorrido por un móvil con MRU es directamente proporcional a la velocidad y al tiempo. Por ejemplo, si un coche circula con velocidad constante de 60 km/h, en 1 hora recorre 60 · 1 = 60 km
en 2 horas recorre 60 · 2 = 120 km
en 3 horas recorre 60 · 3 = 180 km
……..
En t horas recorre 60 · t km → $\Delta e = v \cdot \Delta t$

En las tablas siguientes se resumen los datos del movimiento para el coche anterior:

t (h)	0	1	2	3	4	5
V (km/h)	60	60	60	60	60	60

t (h)	0	1	2	3	4	5
e (km)	0	60	120	180	240	300

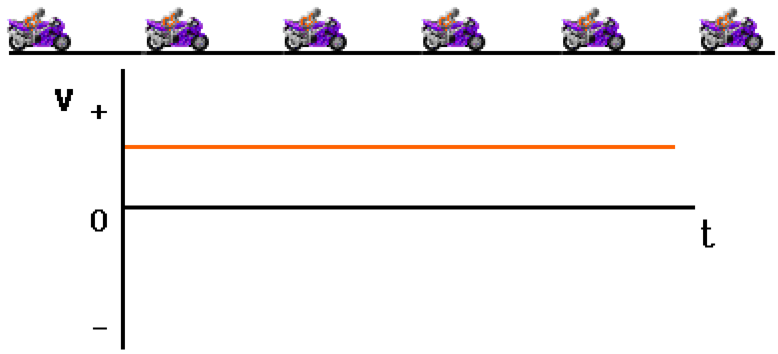
El estudio del MRU también se puede realizar mediante las gráficas de movimiento, en las que se representan cómo varían la con el tiempo, las diferentes magnitudes: espacio recorrido, velocidad y aceleración.

- **GRÁFICAS DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (MRU)**

Grafica velocidad – tiempo:

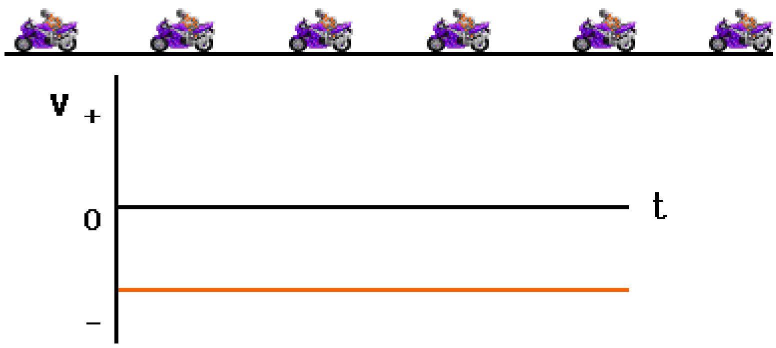
Como la velocidad no cambia con el tiempo, aunque el tiempo avanza siempre tiene el mismo valor. Por esta razón la gráfica velocidad – tiempo es una línea recta horizontal. Esta línea recta puede estar en los valores positivos si el movimiento es en el sentido positivo (hacia la derecha) o puede estar en valores negativos si el objeto se mueve en sentido negativo (hacia la izquierda).

Movimiento Rectilíneo Uniforme
Velocidad constante y positiva



Velocidad positiva porque se mueve hacia la derecha
Aceleración cero (velocidad constante).

Movimiento Rectilíneo Uniforme
Velocidad constante y negativa

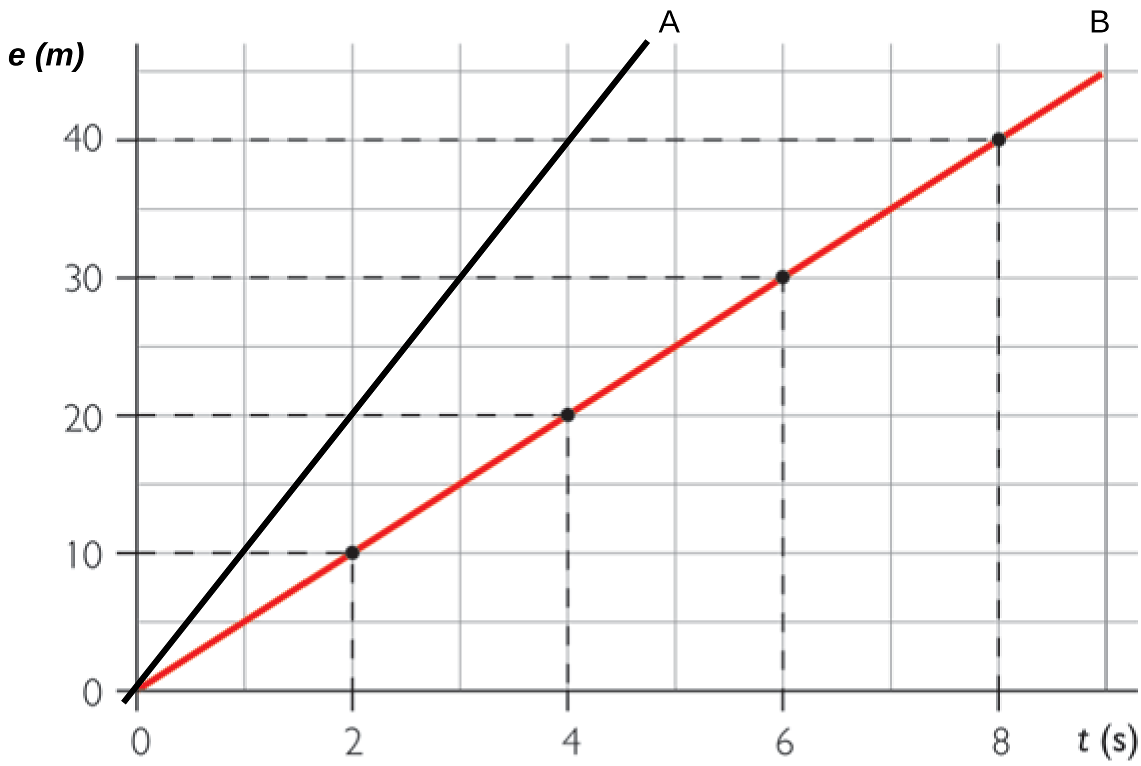


Velocidad negativa porque se mueve hacia la izquierda
Aceleraci�n cero (velocidad constante) .

Gráfica espacio - tiempo

Al estudiar el espacio recorrido por un móvil con MRU durante un intervalo de tiempo podemos comprobar que conforme pasa el tiempo, el espacio recorrido va aumentando proporcionalmente (doble tiempo → doble espacio; triple tiempo → triple espacio,…) La gráfica que corresponde a esta variación es una línea recta más o menos inclinada dependiendo del valor de la velocidad. Cuanto más inclinada está la recta e-t, esto significa que el móvil lleva más velocidad, pues recorre más espacio para un mismo intervalo de tiempo.

En la gráfica A siguiente vemos como cada segundo que transcurre el móvil recorre 10 metros (la velocidad es de 10 m/s). En la grafica B vemos como cada segundo que transcurre el móvil recorre 5 m (la velocidad es de 5 m/s). Se puede comprobar de esta forma que cuanto mayor es la velocidad, más inclinada está la recta espacio-tiempo.



Gráfica aceleración - tiempo

Por tratarse de un movimiento con velocidad constante, su aceleración es nula en todo momento. Por esta razón no cabe representar ninguna gráfica de aceleración – tiempo para el MRU.

2.7 Estudio analítico y gráfico del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

Este tipo de movimiento se caracteriza por:

- Su trayectoria es rectilínea.
- Su velocidad no es constante, pero cambia de forma progresiva y regular con el tiempo.
- Su aceleración es constante y puede ser positiva (si el móvil está acelerando) o negativa (si el móvil está frenando).

Cuando un móvil lleva un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado hay que tener en cuenta que el espacio que recorre en cada unidad de tiempo NO es igual. Supongamos un motorista que va acelerando. Puesto que cada vez va más rápido, durante un segundo recorre cada vez más espacio. Si hiciéramos fotografías al motorista con intervalo de 1 segundo entre cada foto encontraríamos una secuencia como la que se indica la imagen siguiente.

t = 0 t=1 s t=2 s t=3 s t=4 s t=5s

Esto representa una característica diferenciadora respecto del movimiento rectilíneo uniforme, en el que cada segundo, el móvil recorre el mismo espacio por ser su velocidad constante.

Cuando el móvil va frenando (por tanto lleva un movimiento rectilíneo uniformemente retardado), cada segundo que pasa recorre menos espacio, pudiendo llegar a detenerse.

t = 0 t=1 s t=2 s t=3 s t=4 s t=5 s

Teniendo en cuenta estas características del movimiento, podemos asegurar que el espacio recorrido por un móvil con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado o retardado no es directamente proporcional al tiempo, aunque, como veremos a continuación, sí que depende del tiempo.

En el estudio del MRUA, intervienen cuatro magnitudes físicas que están relacionadas entre sí. Dichas magnitudes son: espacio recorrido (e), velocidad (v), aceleración (a) y tiempo (t).

La aceleración, velocidad y tiempo están relacionadas entre sí en la propia fórmula que define la aceleración. A continuación se indican las ecuaciones características del MRUA.

- Ecuaciones del MRUA en las que interviene la magnitud tiempo:

- Para hallar la aceleración → $\boxed{a = \frac{V_f - V_0}{t}}$ (1)
- Para hallar la velocidad final → $\boxed{V_f = V_0 + a \cdot t}$
- Para hallar la velocidad inicial → $\boxed{V_0 = V_f - a \cdot t}$
- Para hallar el tiempo → $\boxed{t = \frac{V_f - V_0}{a}}$

Estas fórmulas son diferentes formas de expresar una <u>única ecuación</u> (1) en la que se han despejado cada una de las distintas magnitudes que intervienen.

- Para hallar el espacio recorrido → $\boxed{e = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}}$ (2)

La última expresión para hallar el espacio recorrido en un MRUA se puede demostrar empleando ciertas herramientas de cálculo matemático que quedan fuera de este nivel.

Al utilizar estas expresiones hay que tener en cuenta varias consideraciones:

- Todas las magnitudes deben estar expresadas en unidades del Sistema Internacional.
- El valor "t" se refiere al tiempo que dura el movimiento acelerado, es decir, el tiempo durante el cual el móvil está acelerando.
- Las expresiones son igualmente válidas para los movimientos uniformemente retardados, aunque en este caso, la aceleración sería negativa y esto haría cambiar algunos de los signos + que aparecen en las fórmulas por el signo - . Por ejemplo, para movimientos uniformemente retardados tendremos que:

$$V_f = V_0 - a \cdot t \qquad e = V_0 \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2}$$

- Ecuación del MRUA en la que NO interviene la magnitud tiempo:

Si en la ecuación anterior del espacio (2) se sustituye el tiempo por su valor despejado de la ecuación (1) y se opera y simplifica matemáticamente se llega a una expresión que relaciona entre sí espacio recorrido, velocidad final, velocidad inicial y aceleración. Se trata de una fórmula independiente del tiempo y cuya expresión matemática resulta ser:

$$\boxed{V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e}$$

Esta fórmula puede ser muy útil a la hora de resolver ejercicios de cálculo sobre MRUA en los que <u>no</u> aparece como dato conocido el tiempo.

EJEMPLO

Un coche circula por una autopista a 72 km/h y en un momento dado acelera durante 10 segundos hasta alcanzar la velocidad de 108 km/h. Calcula:

a) Aceleración que ha llevado el coche en la maniobra.
b) Espacio que ha recorrido el vehículo en ese tiempo en que está acelerando.

Los datos que nos aporta el ejercicio son:

V_0 = 72 km/h
V_f = 108 km/h
t = 10 s

Hemos de calcular:

Aceleración, → a ?

Espacio recorrido → e ?

En primer lugar, expresamos las unidades en el Sistema Internacional:

$$V_0 = 72\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000m}{1\cancel{km}}\cdot\frac{1\cancel{h}}{3600s} = \frac{72\cdot 1.000}{3.600} = 20\ m/s$$

$$V_f = 108\frac{\cancel{km}}{\cancel{h}}\cdot\frac{1000m}{1\cancel{km}}\cdot\frac{1\cancel{h}}{3600s} = \frac{108\cdot 1000}{3600} = 30\ m/s$$

a) Calculamos la aceleración:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{30-20}{10} = \frac{10}{10} = \mathbf{1\ m/s^2} \rightarrow \textit{Cada segundo ha aumentado la velocidad en 1 m/s}$$

b) Calculamos ahora el espacio recorrido mientras acelera:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{a\cdot t^2}{2} = 20\cdot 10 + \frac{1\cdot 10^2}{2} = 200 + 50 = \mathbf{250\ m.}$$

Recuerda

Las ecuaciones características de un MRUA son:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} \qquad e = V_0 \cdot t + \frac{a\cdot t^2}{2} \qquad V_f^{\,2} = V_0^{\,2} + 2\cdot a\cdot e$$

De ellas podemos despejar cualquier magnitud que se desee calcular si son conocidas las demás que aparecen en la fórmula. Si el movimiento es uniformemente retardado, el signo + que aparece en la segunda y tercera fórmula se cambia por el signo – debido al valor negativo de la aceleración.

EJEMPLO

***Un conductor circula a 144 km/h por un tramo recto de una autopista. En un instante dado se percata de que a 180 m por delante de él hay un atasco y los coches están parados en la calzada. Inmediatamente pisa el freno, y el vehículo se ve sometido a una aceleración de – 4 m/s². Realiza los cálculos necesarios y determina si chocará o no con los coches que están parados*.**

Para determinar si choca o no lo que debemos conocer es el espacio que recorre el vehículo mientras está frenando. Si para detenerse por completo (es decir, que su velocidad final sea cero), recorre más de 180 metros, la colisión será inevitable. Si consigue pararse en menos de 180 metros, la colisión no se producirá. Por tanto el objetivo del ejercicio es calcular el espacio o distancia que recorre mientras frena y ver si es mayor o menor de 180 m. Podemos comprobar que entre los datos que nos aporta el enunciado no está el tiempo que dura la frenada, sino el valor de la aceleración. Como el tiempo no es conocido, podemos aplicar la ecuación del MRUA independiente del tiempo: $V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$

<u>Los datos que nos aporta el ejercicio son</u>:

V_0 = 144 km/h
V_f = 0 km/h
a = - 4 m/s²

e = ? → Hay que calcularlo.

En primer lugar expresamos la velocidad inicial en unidades del S.I.

$$V_0 = 144 \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000m}{1\cancel{km}} \cdot \frac{1\cancel{h}}{3600s} = \frac{144 \cdot 1.000}{3.600} = 40 \ m/s$$

Ahora aplicamos la ecuación del movimiento y sustituimos los datos conocidos para hallar el espacio recorrido. Hay que tener en cuenta que la aceleración es negativa (como corresponde en un movimiento de frenado), por lo cual en la expresión general, al sustituir la aceleración por su valor, el signo positivo que aparece cambia por el signo negativo de la aceleración.

$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$ → $0^2 = 40^2 + 2 \cdot (-4) \cdot e$

$0 = 1600 - 8 \cdot e$

$8 \cdot e = 1600$

$e = \frac{1600}{8} = 200$ m. → Como necesita más de 180 m para detenerse la colisión sí que se produce.

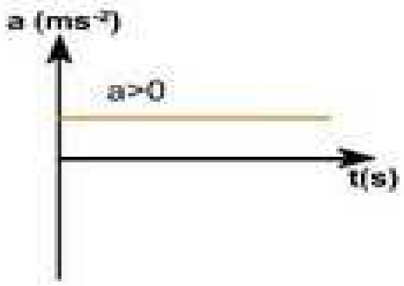
Este ejercicio nos permite reflexionar sobre la importancia de tres aspectos fundamentales durante la conducción de vehículos:

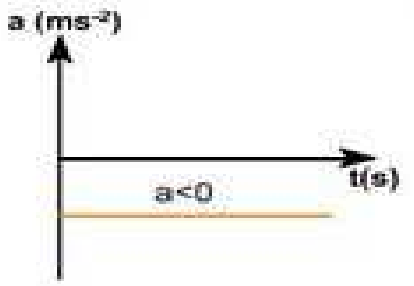
- La importancia de respetar los límites de velocidad.
- La importancia de guardar la distancia de separación con los vehículos que nos preceden.
- La importancia de mantener el buen estado de los frenos.

- **GRÁFICAS DEL MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO (MRUA).**

Gráfica aceleración – tiempo.

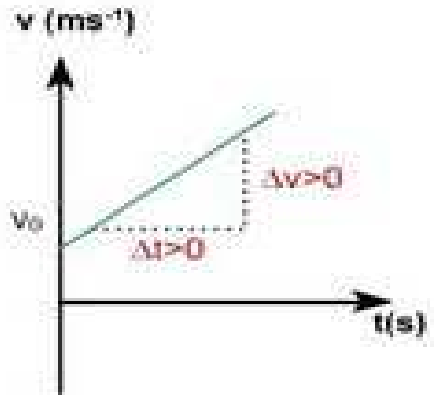
Como en el MRUA la aceleración es constante, es decir, no varía con el tiempo, su gráfica será una línea horizontal, situada en la parte positiva o negativa del eje, según el signo positivo o negativo de la aceleración. La gráfica de la izquierda corresponde a un móvil que está acelerando con un MRUA. La gráfica de la derecha corresponde a un móvil que está frenando con un MRUA (retardado).

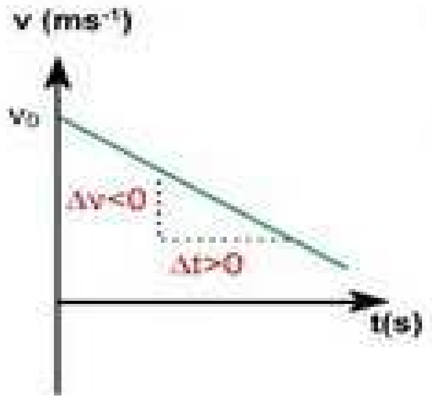




Gráfica velocidad - tiempo

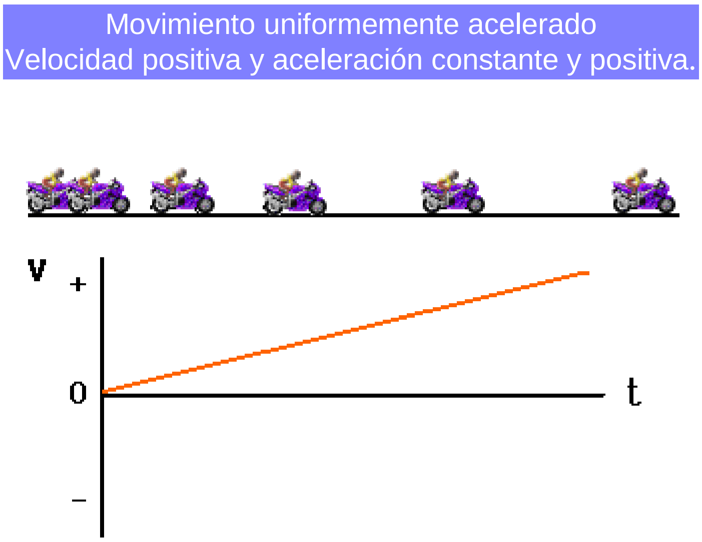
En este caso, la velocidad va cambiando progresivamente con el tiempo. Puede ir aumentando o disminuyendo a partir de un valor de velocidad inicial (V_0), pero en cualquier caso, la variación se produce de forma gradual y regularmente. La gráfica de la izquierda corresponde a un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, pues la velocidad aumenta con el tiempo. La gráfica de la derecha corresponde a un movimiento rectilíneo uniformemente retardado, pues la velocidad va disminuyendo con el tiempo. En este caso, en el instante en que la velocidad llegue a tomar el valor cero, el móvil se habrá parado.



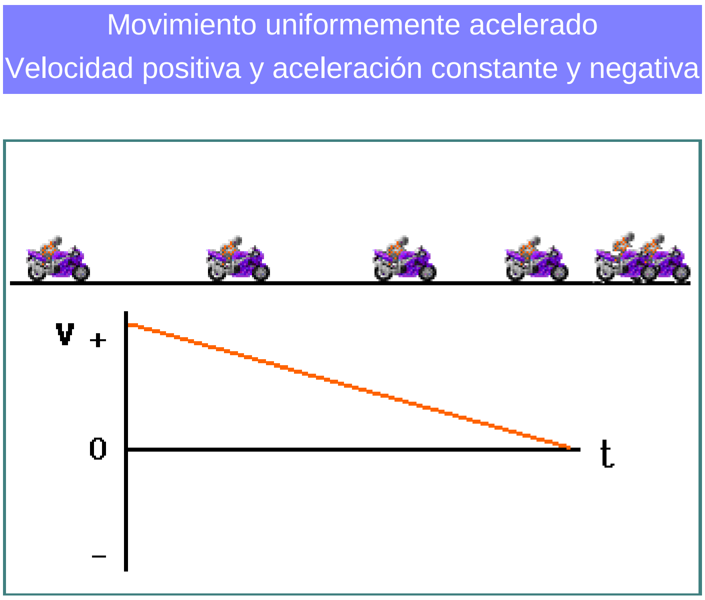


Cuanto mayor sea la inclinación de la recta, más rápidamente va cambiando la velocidad, o lo que es lo mismo, mayor es la aceleración. Así pues, la inclinación de la recta v-t nos da una idea del mayor o menor valor de la aceleración.

Observa los siguientes ejemplos:



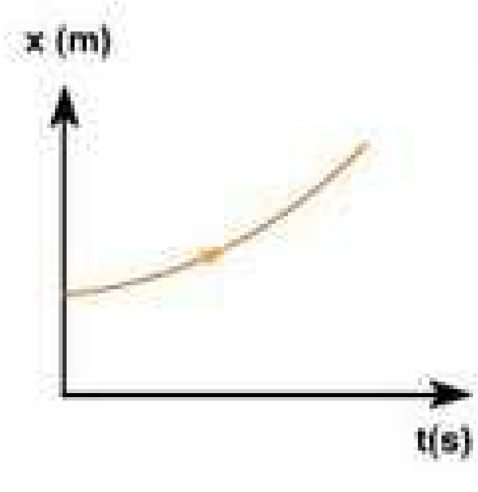
En este gráfico se observa como el motorista parte del reposo ($V_0=0$) y acelera con un MRUA, aumentando su velocidad regular y progresivamente con el tiempo. En este ejemplo se ha considerado el sentido de movimiento positivo hacia la derecha. Por esta razón, la recta aparece dibujad en la parte positiva de la gráfica.

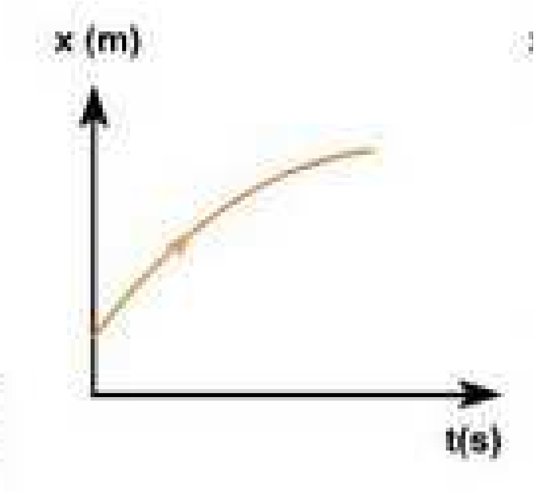


En este gráfico se observa como el motorista que inicialmente iba a una velocidad determinada, empieza a frenar uniformemente, de forma que su velocidad va disminuyendo progresivamente con el tiempo. Puesto que el movimiento es hacia la derecha, los valores de velocidad, aunque cada vez son menores, siguen siendo positivos, por lo que la recta aparece dibujada en la zona positiva de la gráfica. La aceleración es negativa por tratarse de un movimiento de frenado (retardado).

Gráfica espacio – tiempo.

El espacio recorrido durante un MRUA está relacionado con el tiempo mediante una expresión cuadrática, es decir, en la que el tiempo aparece elevado al cuadrado. Al hacer la representación gráfica del espacio frente al tiempo, se obtiene una curva llamada parábola. A continuación se representan las gráficas de espacio-tiempo para un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado y otro retardado.





Vamos a hacer un estudio más detallado de estas gráficas.

Supongamos un móvil que inicia un MRUA de forma que lleva una velocidad inicial de 2 m/s y su aceleración es de 2,5 m/s^2. Podemos construir una tabla de valores para calcular el espacio recorrido por el móvil en intervalos de 5 segundos, por ejemplo.

- **Al cabo de 5 s** el espacio recorrido será:

$e = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ → e = 2·5 + (2,5 · 5^2) / 2 → **e = 41,25 m**

- **Al cabo de 10 s**, el espacio recorrido será:

$e = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ → e = 2·10 + (2,5 · 10^2) / 2 → **e = 145 m**

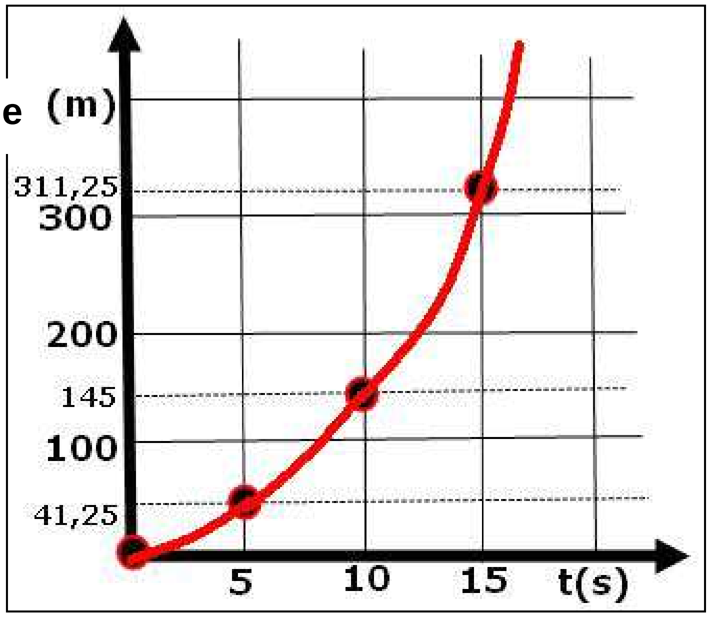
- **Al cabo de 15 s**, el espacio recorrido será:

$e = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ → e = 2·15 + (2,5 · 15^2) / 2 → **e = 311,25 m**

Como puedes ver, conforme pasa el tiempo, durante un mismo intervalo de 5 segundos el móvil recorre cada vez más metros, es decir, el espacio aumenta, varía, pero esta variación no es constante (aumenta más rápido a medida pasa el tiempo - lógico al estar el móvil va acelerando). Podemos escribir los datos anteriores como una pequeña tabla:

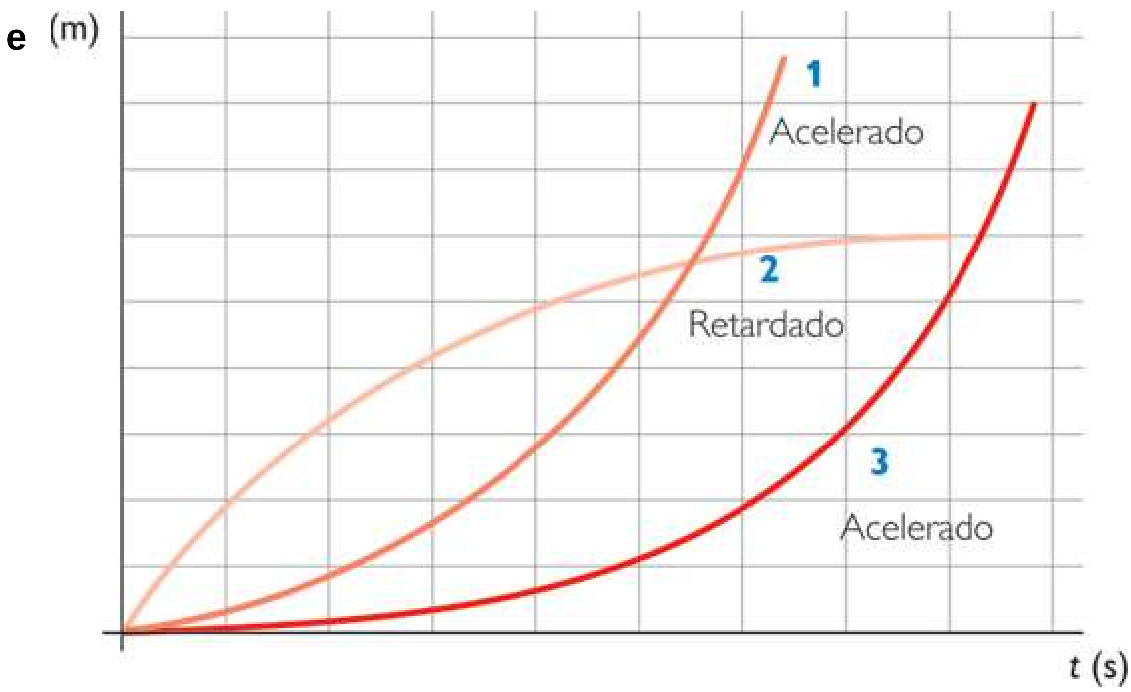
t (s)	**0**	**5**	**10**	**15**
s (m)	**0**	**41,25**	**145**	**311,25**

Al representar estos datos obtenemos la siguiente gráfica:



La línea que se obtiene es una parábola. Puesto que el móvil está acelerando, la parábola presenta una forma abierta hacia arriba. Es importante no confundir este tipo de gráfica con una trayectoria. Esa forma de gráfica NO significa que el móvil lleve una trayectoria curva (recuerda que estamos estudiando movimiento RECTILÍNEO uniformemente acelerado). La gráfica representa como va aumentando el espacio que recorre el móvil conforme pasa el tiempo, pero en su trayectoria rectilínea.

En los movimientos uniformemente retardados, el espacio recorrido en intervalos de tiempo iguales es cada vez más pequeño, por lo que la parábola que resulta al hacer la representación gráfica presenta una forma abierta hacia abajo.



A partir del estudio gráfico de los movimientos es posible realizar cálculos analíticos. A continuación se presentan varios ejemplos de cálculos sobre movimientos a partir de gráficas. Es importante observar qué tipo de gráfica es (velocidad-tiempo, espacio-tiempo, aceleración-tiempo) y qué forma tiene para determinar la clase de movimiento a la que se refiere

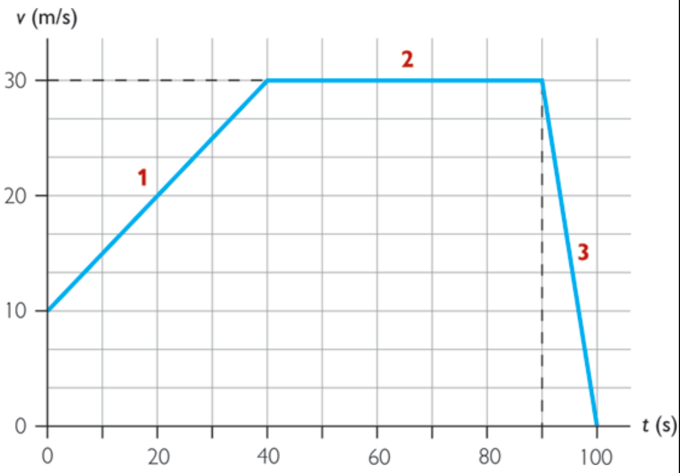
EJEMPLO

A partir de la información que se proporciona en la gráfica adjunta, indica:

- a) Tipo de movimiento que lleva el móvil en cada etapa, suponiendo que se mueve en línea recta.

- b) Aceleración en cada etapa.

- c) Espacio recorrido por el móvil en todo el periodo que se está moviendo.



En primer lugar observamos que se trata de una gráfica de velocidad tiempo, luego debemos de analizar la información teniendo presente cómo varía la velocidad en cada periodo de tiempo. Tambien comprobamos que todas las unidades corresponden al Sistema Internacional.

a) En la etapa número 1 vemos que al iniciar el estudio del movimiento de ese objeto (t=0) , éste ya llevaba una velocidad inicial de 10 m/s y durante 40 segundos la velocidad va aumentando hasta alcanzar el valor de 30 m/s. Por tanto, en esta etapa el objeto lleva un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado **(MRUA).**

   En la etapa número 2, el objeto mantiene la velocidad de 30 m/s constante durante un periodo de 50 segundos (desde el segundo 40 hasta el segundo 90). Puesto que la velocidad no varía, se trata de un movimiento rectilíneo uniforme **(MRU).**

   En la etapa número 3 el móvil frena de manera que en 10 segundos pasa de llevar una velocidad de 30 m/s a pararse (velocidad final cero). Se trata, pues, de un movimiento rectilíneo uniformemente retardado **(MRUR).**

b) Vamos a calcular la aceleración en cada etapa. Recordemos que $a = \frac{V_f - V_0}{t}$

   - **Aceleración de la etapa 1 →** $a_1 = \frac{30-10}{40} = 0{,}5$ m/s²

   (El valor del tiempo que aparece en la fórmula es el que corresponde a la duración de la etapa número 1, es decir 40 segundos).

   - **Aceleración de la etapa 2 →** Puesto que se trata de un movimiento rectilíneo uniforme, la velocidad no varía durante esta etapa y por tanto si no hay variación de velocidad no hay aceleración → $a_2 = 0$

   - **Aceleración de la etapa 3 →** $a_3 = \frac{0-30}{10} = -3$ m/s²

   (El valor del tiempo que aparece en la fórmula es el que corresponde a la duración de la etapa número 3, es decir 10 segundos). El signo negativo indica que se trata de un movimiento de retardado, es decir, el móvil va frenando en ese intervalo de tiempo.

c) Una vez que conocemos la aceleración en cada etapa y el tiempo que dura cada una podemos hallar el espacio recorrido en cada una de ellas.

- **Espacio recorrido durante la etapa 1** → Por tratarse de un MRUA deberemos aplicar la ecuación correspondiente:

$$e_1 = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 10 \cdot 40 + \frac{0{,}5 \cdot 40^2}{2} = 400 + 400 = 800 \text{ m}$$

- **Espacio recorrido durante la etapa 2** → Por tratarse de un MRU deberemos aplicar la ecuación correspondiente, teniendo en cuenta que durante esta etapa la velocidad es constante e igual a 30 m/s.

$$e_2 = V \cdot t = 30 \cdot 50 = 1.500 \text{ m.}$$

- **Espacio recorrido durante la etapa 3** → En esta etapa el móvil lleva un MRUR, es decir, lleva aceleración negativa. Deberemos aplicar la misma ecuación que en la etapa 1, pero incluyendo el signo negativo de la aceleración:

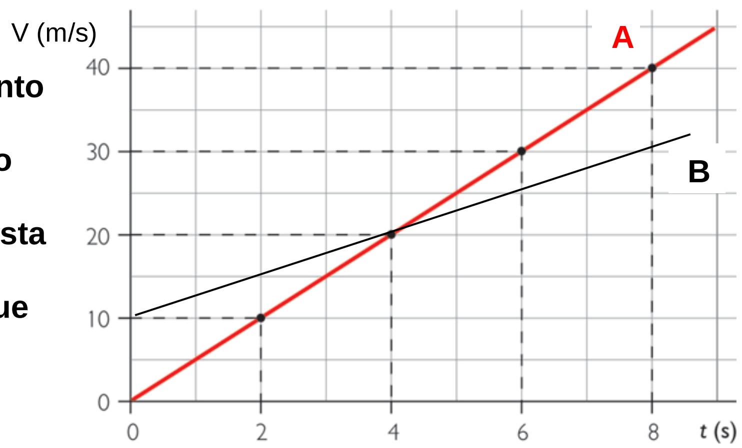
$$e_3 = V_0 \cdot t - \frac{a \cdot t^2}{2} = 30 \cdot 10 - \frac{3 \cdot 10^2}{2} = 300 - 150 = 150 \text{ m}$$

El espacio total que ha recorrido el móvil en todo el intervalo de tiempo (100 segundos) es la suma de los espacios recorridos en cada etapa:

e_{total} = 800 + 1500 + 150 = 2.450 m

EJEMPLO

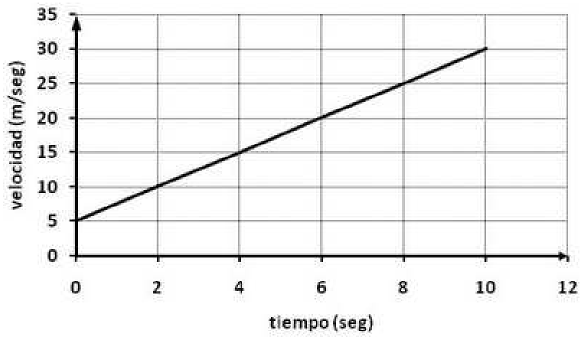
Observa la gráfica de movimiento referida a dos móviles A y B. Explica qué tipo de movimiento lleva cada uno y extrae toda la información que puedas a la vista de los datos que proporciona dicha gráfica. Supondremos que la trayectoria es rectilinea.



Se trata de una gráfica velocidad-tiempo y observamos que en ambos móviles la velocidad va aumentando progresivamente con el tiempo. Por esta razón podemos asegurar que los dos móviles llevan movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Cuando empieza el estudio de los movimientos, en el instante inicial t=0, el móvil A estaba en reposo (su velocidad inicial es cero), sin embargo el móvil B, ya llevaba una velocidad inicial de 10 m/s. También podemos observar que la recta del móvil A está más inclinada que la del móvil B. Esto significa que el móvil A varía su velocidad más rápidamente que el móvil B, por lo que lleva una mayor aceleración. A los 4 segundos de iniciado el movimiento, ambos móviles llevan la misma velocidad (20 m/s). Si en 4 segundos, el móvil A cambia su velocidad de 0 a 20 m/s, la aceleración que lleva es: a = (20 – 0) / 4 = **5 m/s²**. El móvil B cambia su velocidad en 4 segundos de 10 a 20 m/s, por lo que su aceleración es: a= (20 – 10) / 4 = **2,5 m/s²**. Como vemos, el móvil A lleva el doble de aceleración que el B.

EJEMPLO

Observa la gráfica de la figura y calcula el espacio que recorre el móvil en 10 segundos. Suponemos que la trayectoria del móvil es rectilínea.



Este ejercicio pretende que se extraiga toda la información necesaria para aplicar las ecuaciones correspondientes a partir de los valores que aparecen en la gráfica.

Podemos comprobar que la velocidad aumenta proporcionalmente con el tiempo, luego se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Para hallar el espacio recorrido en 10 segundos aplicaremos la fórmula del espacio en el MRUA.

$$e = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Según vemos en la gráfica, la velocidad inicial es V_0 = 5 m/s, el tiempo es t=10 s, pero no conocemos la aceleración, aunque podemos calcularla previamente. Como podemos observar en la gráfica, la velocidad del móvil varía desde 5 m/s hasta 30 m/s en 10 segundos. Con estos datos ya podemos calcular la aceleración:

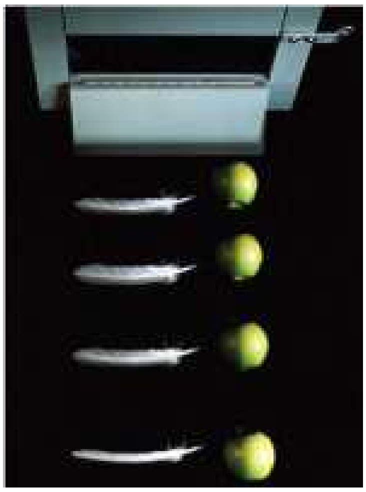
$$a = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{30-5}{10} = \frac{25}{10} = 2{,}5 \text{ m/s}^2$$

Ahora ya podemos sustituir todos los datos en la ecuación del espacio:

$$e = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 5 \cdot 10 + \frac{2{,}5 \cdot 10^2}{2} = 50 + 125 = \mathbf{175\ m.}$$

2.8 La caída libre y el tiro vertical.

La caída libre es el movimiento rectilíneo que describe un objeto que se deja caer libremente (sin velocidad inicial) desde una determinada altura debido a la acción de la gravedad terrestre. Como veremos en el siguiente tema, todos los cuerpos que se encuentran en la superficie terrestre son atraídos hacia el centro de la Tierra de forma que cuando se mueven en caída libre lo hacen de manera acelerada, es decir, durante la caída libre de un cuerpo en el vacío (sin rozamientos con el aire), la velocidad va aumentando progresivamente a razón de 9,8 m/s cada segundo. Esto equivale a decir que la aceleración en el movimiento de caída libre en la superficie terrestre vale 9,8 m/s^2. Este valor se conoce comúnmente como aceleración de la gravedad y se representa mediante la letra g ($g = 9{,}8\ m/s^2$). La aceleración de la gravedad siempre está dirigida hacia abajo (hacia el centro de la Tierra).



Un aspecto importante que hay que tener en cuenta es que la aceleración con la que caen todos los cuerpos en las proximidades de la superficie terrestre es la misma, independientemente de la masa del objeto que cae. Esto significa que una piedra o una pluma en el vacío caen con la misma aceleración. La observación cotidiana parece que contradice este hecho y según nuestra experiencia más evidente la piedra tarda menos en caer desde la misma altura que una pluma. No debemos olvidar que el aire produce un efecto de rozamiento en los cuerpos que caen que hace que los objetos en caída libre se frenen en mayor o menor medida. Pero en el vacío total, sin aire, la pluma y la piedra caerían exactamente con la misma aceleración g=9,8 m/s^2. La imagen que aparece junto a este párrafo es real y corresponde a la caída libre de una manzana y una pluma en una cámara en la que se ha hecho el vacío (se ha sacado todo el aire).

El valor de la gravedad varía con la distancia al centro de la Tierra y se hace menor cuanto más nos alejamos del centro. No obstante, para estudiar caída libre desde pequeñas alturas, el valor de la gravedad lo supondremos constante e igual a 9,8 m/s^2 y no tendremos en cuenta el rozamiento del aire (esto supone una limitación que desvirtúa un poco la realidad del movimiento pero simplifica el estudio para un nivel básico de conocimientos científicos como el que corresponde a este curso).

De acuerdo con lo visto hasta este momento, podemos decir que la caída libre es un ejemplo de *movimiento rectilíneo uniformemente acelerado*, por lo cual para su estudio analítico serán válidas todas las ecuaciones correspondientes al MRUA.

Es habitual utilizar una simbología específica para el estudio de la caída libre. Así, al espacio recorrido lo asociamos con el concepto de "altura" desde donde cae el objeto y la representamos con la letra "h" (¡Cuidado, pues la palabra altura no lleva h!). De la misma forma, al referirnos a la aceleración, empleamos el término g (gravedad). Además, la caída libre se caracteriza por iniciar el movimiento desde el reposo, es decir, la velocidad inicial del móvil es cero (V_0=0).

ECUACIONES DEL MRUA — ECUACIONES DE LA CAÍDA LIBRE

$V_f = V_0 + a \cdot t$ → $\boxed{V_f = g \cdot t}$ $(V_0 = 0 \; ; \; a = g)$

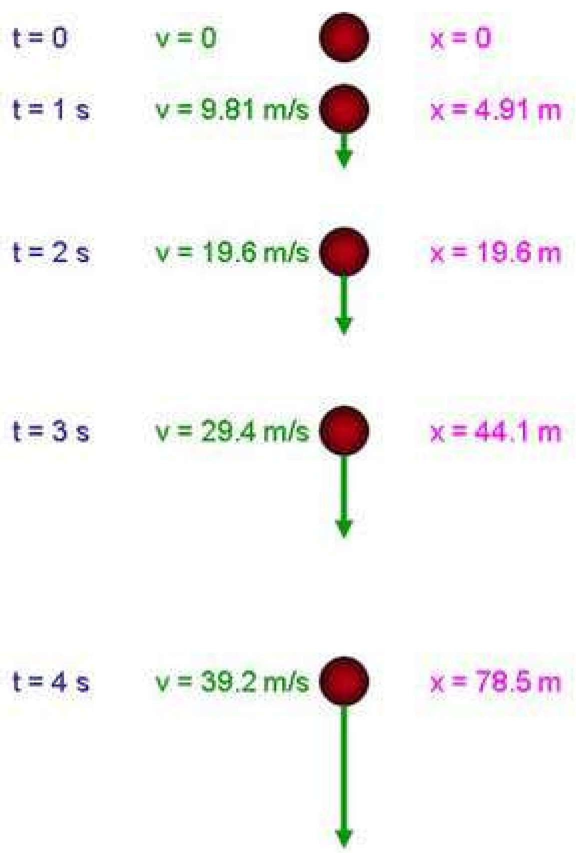
$e = V_0 \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2}$ → $\boxed{h = \dfrac{g \cdot t^2}{2}}$ $(e = h \; ; \; V_0 = 0 \; ; \; a = g)$

$V_f^2 = V_0^2 + 2 \cdot a \cdot e$ → $V_f^2 = 2 \cdot g \cdot h$

$\boxed{V_f = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}$ $(e = h \; ; \; V_0 = 0 \; ; \; a = g)$

Mediante la primera ecuación que aparece recuadrada podemos calcular la velocidad con que llega al suelo un objeto que cae libremente si conocemos el tiempo que está cayendo.
Mediante la segunda ecuación podemos calcular la altura desde la que cae un cuerpo libremente si sabemos el tiempo que dura la caída.
Mediante la tercera ecuación (no depende del tiempo) podemos calcular la velocidad con que llega al suelo un objeto que cae libremente desde una altura conocida.
En las tres ecuaciones el valor de la gravedad siempre es el mismo (g= 9,8 m/s^2) y la velocidad inicial no aparece porque, tal y como se ha indicado anteriormente, su valor es cero en la caída libre.

Supongamos que vamos a estudiar el movimiento de un objeto que dejamos caer libremente.Cuanto más tiempo esté cayendo el objeto o cuanto mayor sea la altura desde la que cae, con más velocidad final llegará al suelo. La velocidad final se entiende aquella que lleva el móvil justo en el instante en que choca contra el suelo. Obviamente, tras el choque, la velocidad puede ser cero, pero el objeto ya no está en caída libre. Por tratarse de un MRUA, cada segundo que pasa, el móvil que cae lleva más velocidad y por eso recorre cada vez más espacio durante un mismo intervalo de tiempo. Si hiciéramos fotografías a este objeto en caída libre con intervalos de 1 segundo entre una foto y otra obtendríamos un gráfico como el que se representa en la figura adjunta.

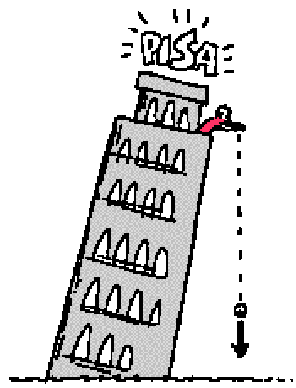


EJEMPLO

Se deja caer libremente una piedra desde lo alto de la torre inclinada de Pisa a 58 metros de altura. Calcula la velocidad con que llega al suelo y el tiempo que está cayendo.

De partida, ya conocemos que en el movimiento de caída libre, la aceleración es la correspondiente a la gravedad (g=9,8 m/s^2), la velocidad inicial es cero y el espacio recorrido durante la caída es la altura. Con estos datos podemos sustituir en las correspondientes ecuaciones:

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 58} = 33{,}72 \text{ m/s}$$



Podemos hallar el tiempo por dos vías diferentes, una vez que ya conocemos la velocidad con la que llega al suelo:

a) V = g · t → t = V / g → t = 33,72 / 9,8 = 3,44 s.

b) $h = \dfrac{g \cdot t^2}{2}$ → $58 = \dfrac{9{,}8 \cdot t^2}{2}$ → $t = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 58}{9{,}8}} = 3{,}44 \text{ s}$

EJEMPLO

Se ha medido el tiempo de caída libre de un objeto y ha resultado ser 4 s.

a) ¿Desde qué altura cayó?
b) ¿A qué altura del suelo se encontraba tras a los 2 primeros segundos de caída?

a) Para conocer la altura sabiendo el tiempo de caída basta con aplicar la fórmula del espacio:

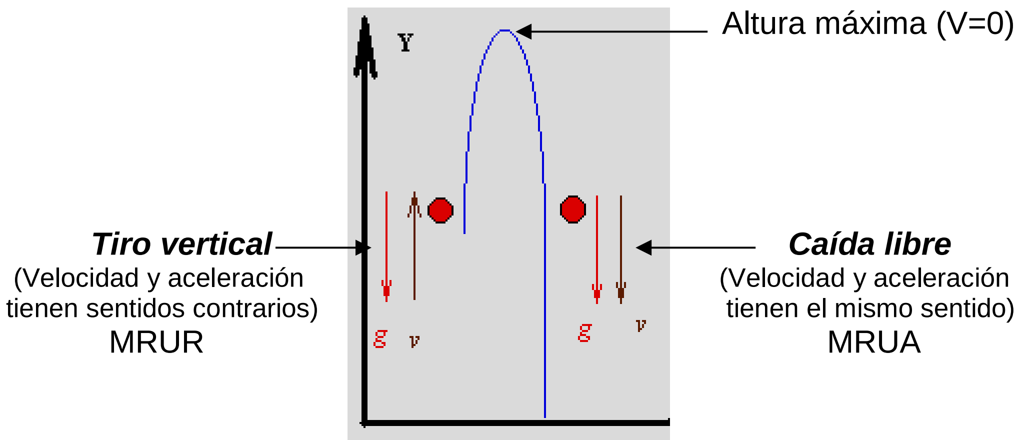
$$h = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{9{,}8 \cdot 4^2}{2} = 78{,}4 \text{ m}$$

b) Para saber la altura a la que se encuentra el objeto al cabo de 2 segundos, debemos calcular en primer lugar cuanta altura ha caído durante esos dos segundos y después restar a la altura total, esos metros que ya ha caído.

En los dos primeros segundos ha caído $h = \dfrac{9{,}8 \cdot 2^2}{2} = 19{,}6$ m, por tanto se encuentra a 78,4 -19,6 = 58,8 m del suelo.

Obsérvese que en la primera mitad del tiempo de caída no ha recorrido la mitad del espacio total, puesto que la caída libre **no es un MRU**. En la segunda mitad del tiempo de caída recorre más metros que en la primera, como **corresponde a un MRUA**.

El tiro vertical es el movimiento inverso a la caída libre, es decir, en vez de dejar caer un objeto desde una determinada altura, se lanza verticalmente hacia arriba comunicándole una velocidad inicial. En este caso, cuanto mayor sea la velocidad inicial con la que se lance el objeto, mayor será el espacio que recorra (o lo que es lo mismo, la altura que alcance). Lógicamente, conforme el objeto asciende, su velocidad va disminuyendo, pues la gravedad se opone al movimiento. Se trata, pues, de un movimiento rectilíneo uniformemente retardado. En el punto de máxima altura, hay un instante en el que la velocidad se hace cero (se para durante un instante). El movimiento puede continuar inmediatamente después empezando una caída libre desde la altura máxima alcanzada.



Las ecuaciones de este movimiento son las mismas que las de un movimiento rectilíneo uniformemente retardado, teniendo en cuenta que la aceleración es la correspondiente a la gravedad (con signo contrario a la velocidad inicial) y que en la altura máxima la velocidad final es cero (¡atención!, ahora la velocidad inicial no es cero, pues sin velocidad inicial el objeto no subiría. La velocidad que se hace cero es la velocidad final del recorrido en la altura máxima alcanzada).

EJEMPLO

Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 29,4 m/s. Calcula el tiempo que está subiendo y la altura máxima que alcanza.

Para resolver este ejercicio aplicamos las ecuaciones del MRUR, teniendo en cuenta que la aceleración negativa que actúa es la gravedad y que en la altura máxima la velocidad final es cero.

$V_f = V_0 - g \cdot t$ → $0 = 29{,}4 - 9{,}8 \cdot t$ → $t = 29{,}4 / 98 = 3$ segundos.

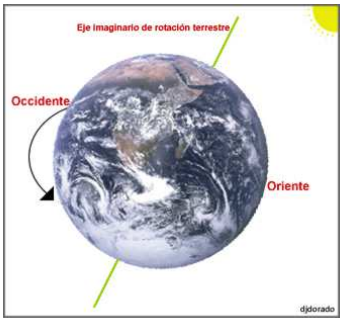
La pelota está subiendo durante 3 segundos. En ese tiempo, la altura máxima alcanzada será el espacio recorrido:

$$e = V_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} \rightarrow e = 29{,}4 \cdot 3 - \frac{9{,}8 \cdot 3^2}{2} = 44{,}1 \text{ m}$$

No hay que olvidar que en este ejemplo (como en los anteriores) no se consideran los efectos de rozamiento de aire.

2.9 Estudio elemental del movimiento circular uniforme

Los engranajes, las ruedas, los cd, las agujas de un reloj, una noria, un tiovivo, la rotación de la Tierra, las aspas de un ventilador,… son algunos ejemplos de los movimientos circulares que nos rodean; En este punto de introducción a este tipo de movimiento sólo vamos a estudiar los más sencillos: los movimientos circulares uniformes (los que transcurren a un ritmo constante o lo que es lo mismo, con *velocidad angular* constante).



Son numerosos los movimientos circulares que podemos observar cotidianamente. En estas imágenes se muestran algunos de ellos.

Un movimiento circular uniforme es aquel que realiza un móvil cuando la trayectoria que describe es una circunferencia y gira con velocidad constante..

La rapidez con la que un móvil gira en un movimiento circular se conoce con el nombre de velocidad angular y para medirla, lo más sencillo es expresar las vueltas o revoluciones que da el objeto en una unidad de tiempo.

Por ejemplo: Una noria que da 2 vueltas en un minuto podemos decir que lleva una velocidad angular de 2 revoluciones por minuto (= 2 rpm).

Si conocemos cuántas vueltas da, por segundo o por minuto, nos podemos hacer una idea de cómo va de rápido. En ocasiones se utiliza la palabra **"revolución"** como sinónimo de **"vuelta",** por lo que es habitual expresar la rapidez de un MCU en: r.p.h. (revoluciones por hora), r.p.m. (revoluciones por minuto) o r.p.s. (revoluciones por segundo).

Rph → Revoluciones o vueltas que da en una hora el cuerpo que gira.
rpm → Revoluciones o vueltas que da en un minuto el cuerpo que gira.
rps → Revoluciones o vueltas que da en un segundo el cuerpo que gira.

También podemos usar los grados referidos al ángulo de giro, teniendo en cuenta que una vuelta completa (o revolución) son 360º. Por ejemplo, el segundero de un reloj da una vuelta en un minuto, podemos decir que su velocidad angular es 1 rpm o también 360 º por minuto. Esta última unidad no es muy habitual.

EJEMPLOS

1. ¿Cuánto tiempo tarda en dar una vuelta completa la manecilla del segundero de un reloj? ¿Cuál es su velocidad angular en rpm?

El segundero da una vuelta cada minuto luego su velocidad angular es 1 rpm

2. ¿Cuál es la velocidad angular del minutero (la aguja larga) de un reloj?

El minutero da una vuelta cada hora, por lo que su velocidad angular es de 1 revolución por hora (rph). En un minuto girará la sesentava parte de una revolución, por lo que su velocidad angular en revoluciones por minuto será 1/60 rpm.

3. ¿Cuántas vueltas da en un segundo la manecilla del segundero de un reloj?

Si tarda un minuto en dar una vuelta, en un segundo dará un sesentavo de vuelta, es decir, 1/60 vueltas.

4.- Las aspas de un ventilador giran a 240 rpm. ¿Cuántas vueltas da en 10 segundos? ¿Y en media hora?

240 rpm significa que da 240 vueltas en 1 minuto, por lo que en un segundo dará 240/60 = 4 vueltas y en 10 segundos, por tanto dará 40 vueltas.

En media hora dará 240 rev/min x 30 min = 7200 vueltas.

5.- Calcula la velocidad angular de rotación terrestre en rph

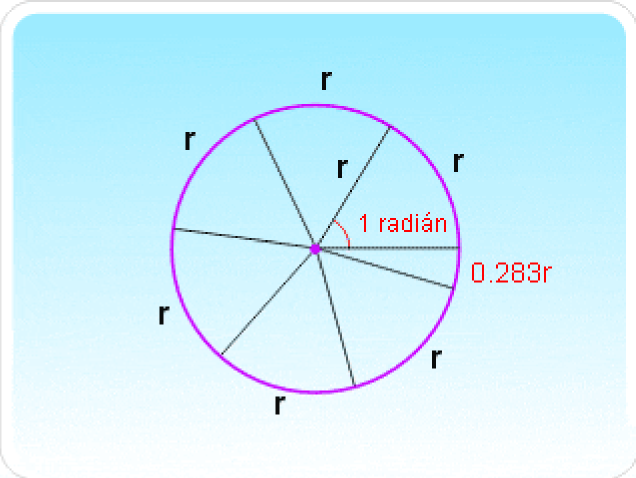
La Tierra gira sobre sí misma dando una vuelta cada 24 horas→ 1 revolución en 24 horas, entonces en una hora describe 1/24 de revolución → 1/24 rph

En el Sistema Internacional, la unidad para medir la velocidad angular es el radián/ segundo, abreviadamente rad/s. A continuación se definirá de forma elemental el concepto de radián.

EL CONCEPTO DE RADIÁN

El radián es la unidad de medida de ángulos del Sistema Internacional. Hasta ahora, las medidas de los ángulos las solíamos expresar en grados (un ángulo recto mide 90º, por ejemplo). Pues otra unidad de medida es el radián. Pero ¿qué es un radián?

Imagina una circunferencia cualquiera de radio r. Sabemos que su longitud viene dada por la fórmula $L = 2 \cdot \pi \cdot r$. Imagina ahora que la longitud de la circunferencia la dividiéramos en trozos de longitud igual a la medida del radio. Cada uno de esos trozos abarcará un arco de circunferencia (un ángulo). Pues ese ángulo cuyo arco mide lo mismo que el radio es a lo que se le llama radián.



En el dibujo del margen se representa la circunferencia dividida en arcos de longitud r. El ángulo que abarca un arco de longitud r es el radián.

¿Cuántos trozos de longitud r caben en la longitud total de la circunferencia? Pues basta con hacer una sencilla división. Tenemos que dividir la longitud total 2·π·r entre lo que mide cada trozo, es decir, entre r. Al hacer esta división obtenemos que en una circunferencia completa caben 2·π radianes.

Nº radianes en una circunferencia = $\frac{2\pi \cdot r}{r} = 2\pi$

Si en una circunferencia completa hay 2π (= 6,28) radianes, un radián, expresado en grados, equivale a 360 / 6,28 = 57,32 º

RECUERDA

Un **radián** es un ángulo de circunferencia cuyo arco mide lo mismo que el radio.

Una circunferencia completa equivale a 360º o lo que es lo mismo 2π radianes (= 2· 3,14 = 6,28 radianes).

Así pues, ahora podemos expresar la medida de los ángulos de dos formas: en grados o en radianes. La relación entre ambos es la que acabamos de ver:

360º ------→ 2π radianes (una circunferencia completa)
180º ------→ π radianes (media circunferencia)
90º ------→ π/2 radianes (un cuarto de circunferencia)
60º ------→ π/3 radianes
45º ------→ π/4 radianes
30º ------→ π/6 radianes.

Ahora podemos decir que si un objeto describe un movimiento circular y da una vuelta por minuto, su velocidad angular es 1 rpm o también 2 π rad/ minuto.

Recuerda

Cada vuelta que dé un objeto que esté girando equivale a un ángulo recorrido de 2π radianes.

ESPACIO LINEAL RECORRIDO POR UN MOVIL QUE GIRA

Cada vuelta completa que da un móvil que describe un movimiento circular recorre, en términos lineales, una longitud igual a la longitud de la circunferencia del radio correspondiente.

$$\mathbf{L = 2 \cdot \pi \cdot R}$$

EJEMPLOS

- En una noria de 20 m de radio, cada vuelta que da un viajero recorre L= 2 · 3,14 · 20 = 125,6 m.
- Cada vuelta que da la rueda de un coche de radio 40 cm, el coche avanza una distancia igual a la longitud de la rueda L = 2 · 3,14 · 0,40 = 2,512 m.
- Una persona que esté en el Ecuador terrestre recorre cada día (es decir, por cada vuelta que da la Tierra) una distancia de L = 2 · 3,14 · 6370 = 40.003,6 km.
  (El valor 6370 km corresponde al radio de la Tierra en el Ecuador).

  Por cierto si esos 40.003,6 km los recorre en 24 horas, la velocidad media que lleva un habitante del Ecuador de la Tierra debido al movimiento de rotación sería 40.003,6 km / 24 h = 1.666,82 km/h (¡!)

PERIODO Y FRECUENCIA DE UN MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME.

PERIODO (Se simboliza con la letra T): Es el tiempo que tarda un móvil que gira en dar una vuelta completa. Como tiempo que es, el periodo se mide en segundos (en el Sistema Internacional).

EJEMPLOS

- Si cuerpo gira y tarda 5 segundos en dar una vuelta, su periodo es T=5 seg.

- Si un objeto gira a 10 rpm significa que da 10 vueltas en 1 minuto, por lo que el tiempo que tarda en dar una vuelta será 1/10 de minuto = 0,1 minuto, es decir, 6 segundos. En este caso el periodo será T = 6 segundos.

- Si un objeto gira a 50 rps quiere decir que da 50 vueltas en 1 segundo, luego en dar una vuelta tardará 1/50 segundos (T=0,02 segundos).

- Si un tiovivo da 5 vueltas en un minuto, en dar una vuelta tardará 12 segundos, por lo que el periodo de ese tiovivo será T = 12 segundos.

FRECUENCIA (Se simboliza con la letra *f*) : Es el número de vueltas o revoluciones completas que da un móvil en una unidad de tiempo. En principio, la unidad de tiempo puede ser cualquiera, pero trabajando en el Sistema Internacional, se utilizará como unidad de referencia el segundo.

Cuando un cuerpo describe 1 revolución en 1 segundo se dice que su frecuencia es 1 hertzio.

1 hertzio (Hz) = 1 vuelta /segundo.

La frecuencia de un movimiento circular equivale a su velocidad angular.

EJEMPLOS

- Si un objeto gira a 120 rpm , quiere decir que da 120 vueltas en un minuto, luego en 1 segundo dará 120/60 = 2 vueltas. Su frecuencia será *f*= 2 Hz

- Si una noria da 5 vueltas en un minuto, en un segundo habrá dado 5/60 = 0,0833 vueltas, luego su frecuencia será *f* = 0,0833 Hz.

- El segundero de un reloj da una vuelta por minuto, luego en un segundo dará 1/60 de vuelta. Es decir, su frecuencia será *f*= 1/60 Hz

UNIDAD 2 FICHA DE TRABAJO 1

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

A.1 El movimiento es un fenómeno que está continuamente produciéndose en la naturaleza y también en nuestro entorno más cotidiano. Intenta definir el concepto de *movimiento.*

A.2. ¿Por qué es fundamental al estudiar el movimiento establecer de antemano cuál es el sistema de referencia?

A.3. ¿Qué quiere decir que el movimiento es un concepto relativo?

A.4. Explica razonadamente si una farola de la calle está en movimiento o en reposo.

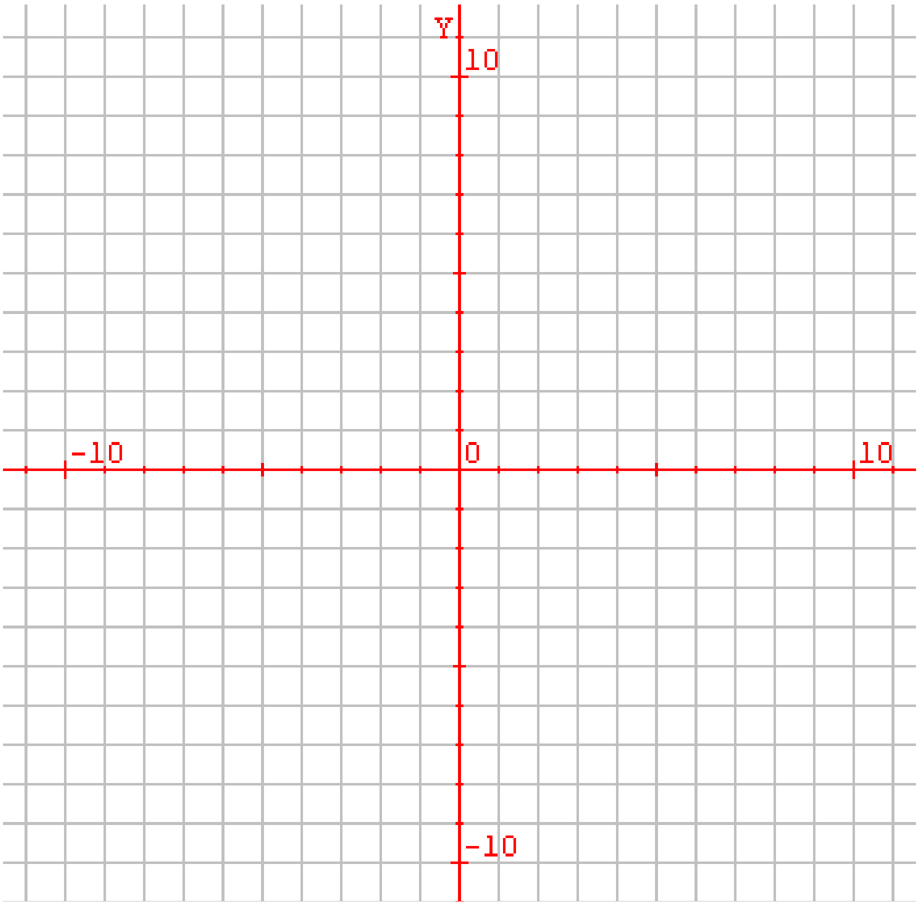
A.5. Completa las siguientes definiciones:

a) El lugar que ocupa un objeto en un instante dado respecto de un sistema de referencia determinado se llama __________________

b) El conjunto de todas las posiciones que ha ocupado un móvil a lo largo de su recorrido se llama __________________

c) La distancia en línea recta que separa la posición inicial y final de un móvil se llama _______________

A.6. Sitúa en el siguiente sistema de referencia cartesiano las posiciones que se indican al margen. Supondremos que todas las coordenadas están expresadas en metros. Cada división de los ejes representa una unidad.



A (6, 9)

B (3, -5)

C (0, -10)

D (-4, -8)

E (9,0)

F (-3, 7)

G (0,5)

H (7, -3)

I (-1, 0)

J (-2, -3)

A.7. Indica qué tipo de trayectoria llevan los siguientes objetos a lo largo de su movimiento:

- Un balón que se lanza de una patada desde el punto de penalti: ________________

- Un piedra que cae libremente desde una cierta altura: __________________

- Un pasajero en una noria en movimiento: _________________

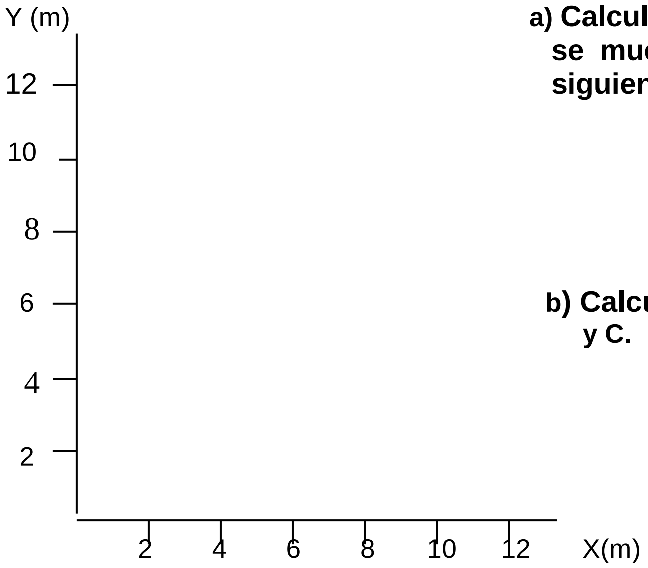
- Un coche de fórmula 1 en un circuito a lo largo de una vuelta: _________________

- La Tierra en su movimiento de traslación entorno al Sol: ___________________

- Un muchacho que desliza sobre un tobogán sin curvas: ____________________

- Una persona que asciende por una pequeña escalera de caracol: _______________

A.8.- 1º) Sitúa en el sistema de referencia siguiente las posiciones: A (2,10) B (2,0) C (10,0)



a) Calcula el espacio recorrido por un móvil que se mueve desde A hasta B y luego hasta C siguiendo trayectorias rectilíneas.

b) Calcula el desplazamiento realizado entre A y C.

A.9. Calcula el <u>espacio que ha recorrido</u> y el <u>desplazamiento realizado</u> por una persona que sube a una noria de 20 m de diámetro y realiza los siguientes movimientos:

a) Da una vuelta completa y se para en el mismo punto del que partió.

b) Da una vuelta y media (se para en el punto diametralmente opuesto al que partió).

c) Da diez vueltas completas y se para en el mismo punto del que partió.

A.10. Un representante de productos de joyería parte de su casa en Orihuela y realiza el siguiente recorrido: De Orihuela a Torrevieja, de Torrevieja a Alicante y de Alicante a Murcia. Calcula el espacio total recorrido y el desplazamiento realizado desde que salió de Orihuela hasta que llegó a Murcia.

DATOS:

Distancias kilométricas: Orihuela -Torrevieja → 28 km
Torrevieja - Alicante → 57 km
Alicante - Murcia → 80 km
Orihuela – Murcia → 24 km

A.11. ¿Pueden coincidir en algún caso el espacio total recorrido y el desplazamiento realizado por un móvil?

A.12. ¿Puede un objeto haber recorrido 500 m y no haberse desplazado nada?

A.13.- ¿Crees que el desplazamiento realizado por un móvil entre dos puntos depende de la trayectoria seguida? Razona la respuesta.

A.14.- ¿Crees que el espacio recorrido por un móvil al ir de un punto a otro depende de la trayectoria seguida? Razona la respuesta.

UNIDAD 2 FICHA DE TRABAJO 2

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

A.1. Define el concepto de velocidad de un móvil. ¿Cuál es la unidad de velocidad en el Sistema Internacional? Cita otras unidades de velocidad.

A.2. Explica qué significa que la velocidad es directamente proporcional al desplazamiento e inversamente proporcional al tiempo.

A.3.- Explica cómo se calcula la velocidad media que ha llevado un móvil cuando ha realizado un determinado desplazamiento.

A.4. Un coche ha recorrido una distancia de 144 km en 2 horas. ¿Cuál ha sido su velocidad media? Expresa el resultado en km/h y en m/s.

A.5.- Si decimos que un móvil ha llevado una velocidad media de 80 km/h en un trayecto determinado ¿significa este dato que ha ido en todo momento con esa velocidad? Razona la respuesta.

A.6. Un coche A recorre 60 km en 45 minutos y otro B recorre 180 m en 6 segundos.
a) Calcula la velocidad media de cada uno e indica cuál va más rápido.
b) ¿Cuánto tiempo tardaría el coche B en recorrer 3 km?

A.7. El AVE recorre los 620 km que hay entre Madrid y Barcelona en 2 h y 30 minutos. ¿Cuál es la velocidad media del AVE en ese trayecto, en km/h?

A.8. Un transportista sale a las 10:00 de su origen y tras recorrer 120 km se detiene a las 11:30 a tomar un café. Está parado durante 15 minutos y a continuación reanuda la marcha. Cuando son las 14:15 llega a su destino, tras recorrer 200 km después de hacer la parada.

a) Calcula, en km/h, la velocidad media del primer tramo del recorrido (desde el principio hasta la parada) y la del segundo tramo (desde que reanuda la marcha tras la parada hasta el final del trayecto).

b) Calcula la velocidad media global de todo el trayecto.

A.9. La familia Álvarez de Madrid inicia sus vacaciones de verano y decide ir a Santander en coche a pasar unos días. Para ello toman la Nacional I, como corresponde. A las 10:00 de la mañana se encuentran justo en el kilómetro 23 de la autopista. A las 13:45 pasan justo por el kilómetro 398 de la misma carretera. ¿Cuál ha sido su velocidad media?

A.10. Los nuevos radares de la DGT están fabricados para medir la velocidad media de los vehículos que circulan por tramos de carretera de longitud determinada. Uno de estos tramos es un túnel en el que la velocidad máxima permitida es de 90 km/h. El túnel mide 2500 m de largo. Anastasio Gálvez conduce su coche y atraviesa el túnel en un minuto y medio. ¿Le caerá una multa a Anastasio por exceso de velocidad?.

A.11. ¿Qué es la velocidad instantánea?

A.12. Si en un momento dado, miramos el cuentakilómetros de un coche y vemos que marca una velocidad de 85 km/h, ¿este dato se refiere a una velocidad media o instantánea?

A.13. Expresa las siguientes velocidades en m/s

Velocidad del sonido en el aire: 1224 Km/h

Velocidad de la luz en el vacío: 300.000 km/s

A.14. Define el concepto de aceleración de un móvil. Indica cuál es su unidad en el Sistema Internacional

A.15. Explica el significado de la fórmula $a = \frac{V_f - V_0}{t}$

A.16 ¿Qué quiere decir que la aceleración es directamente proporcional a la variación de la velocidad e inversamente proporcional al tiempo?

A.17. Un coche de carreras circula por una recta con una velocidad <u>constante</u> de 250 km/h. ¿Es correcto decir que ese coche va muy acelerado?

A.18. Si la aceleración de un móvil es cero, ¿significa que está necesariamente en reposo? Razona la respuesta.

A.19. ¿Qué significa que la aceleración de un móvil es 2 m/s^2?

A.20. ¿Qué significa que la aceleración de un móvil es - 3 m/s^2?

A.21. En una competición de atletismo, un corredor es capaz de pasar de 0 a 8 m/s de velocidad en 1,6 segundos. ¿Cuál es la aceleración que ha llevado?

A.22. Según dice la publicidad de un modelo de coche, éste es capaz de pasar de 0 a 108 km/h en tan sólo 8 segundos. ¿Cuál es su aceleración, en m/s^2?

A.23. Un tren circula a 18 km/h y en un instante dado adquiere una aceleración de 2 m/s^2. Si mantiene esta aceleración durante 15 segundos ¿qué velocidad final alcanzará el tren?

A.24. Un avión comercial Airbus 340 debe alcanzar una velocidad mínima de 324 km/h para iniciar la maniobra de despegue. Si parte del reposo y los motores le comunican una aceleración constante de 1 m/s^2, ¿cuánto tiempo debe rodar por la pista para alcanzar dicha velocidad?

A.25. Felipe circula a 90 km/h de velocidad y ante un semáforo próximo empieza a frenar hasta que su velocidad se reduce a 9 km/h en 10 segundos. ¿Cuál ha sido la aceleración que llevado Felipe durante la frenada? ¿Qué velocidad llevaba al cabo de 3 segundos de empezar a frenar?

A.26. Los movimientos rectilíneos se pueden clasificar en tres tipos generales:

- **Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)**
- **Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) / retardado(MRUR)**
- **Movimiento rectilíneo acelerado (MRA),**

A continuación se indican algunas características de diversos movimientos. Indica a qué tipo de de movimiento corresponde cada una:

a) Su velocidad aumenta progresiva y regularmente con el tiempo: ____________________

b) Su aceleración es cero: ___________________________

c) La velocidad varía con el tiempo pero sin regularidad en sus variaciones: _____________

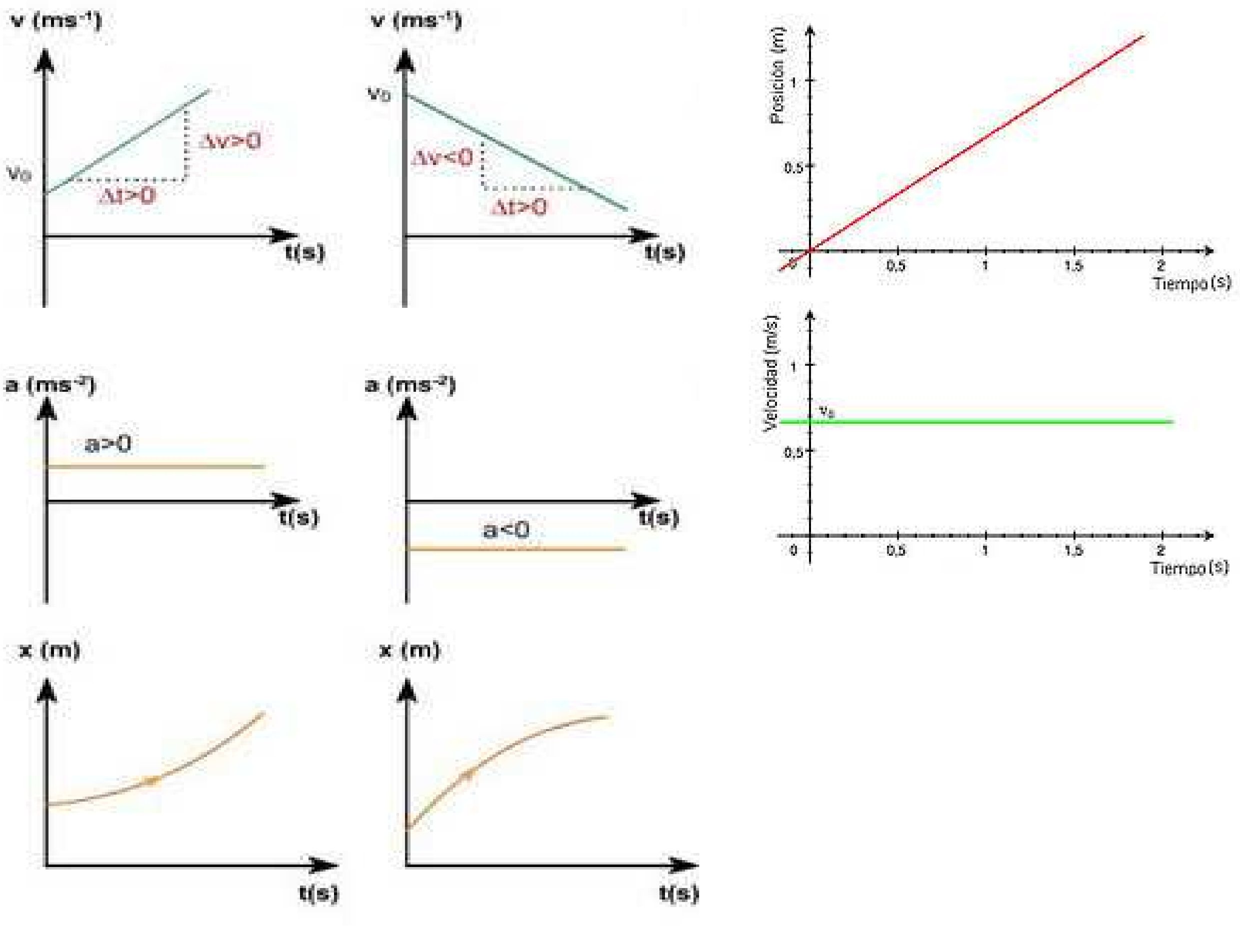
d) La aceleración es constante y positiva: _______________________________

e) La aceleración es constante y negativa: ___________________________

f) Su velocidad es constante a lo largo del tiempo: ______________________

g) Su velocidad disminuye progresiva y regularmente con el tiempo: ___________________

A.27. A continuación se muestran algunas gráficas de movimiento. Indica a qué tipo de movimiento corresponde cada una (MRU, MRUA o MRUR)



A.28. A continuación se presentan tres tablas de datos referidas a la velocidad a lo largo de 9 segundos de tres móviles A, B y C. Observa detenidamente estas tablas e indica qué tipo de movimiento lleva cada uno de esos objetos y su aceleración.

Móvil A → Tipo de movimiento: ______________________________ Aceleración: _______

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V (m/s)	30	28	26	24	22	20	18	16	14	12

Móvil B → Tipo de movimiento: ______________________________ Aceleración: ________

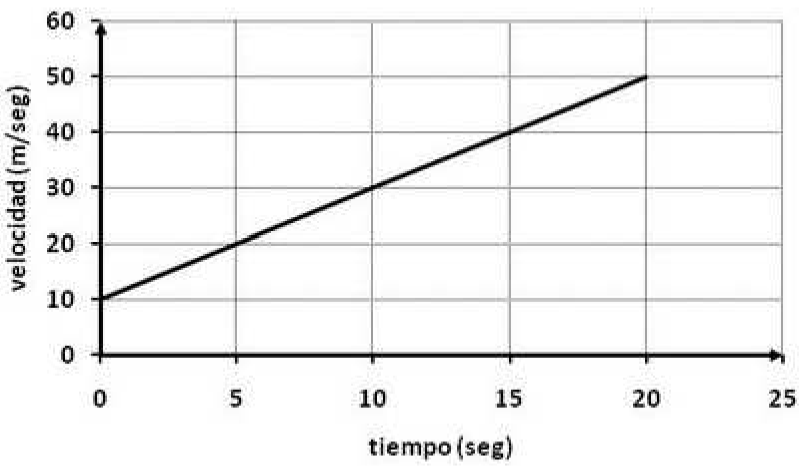
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V (m/s)	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31

Móvil C → Tipo de movimiento: _____________________________ Aceleración: ________

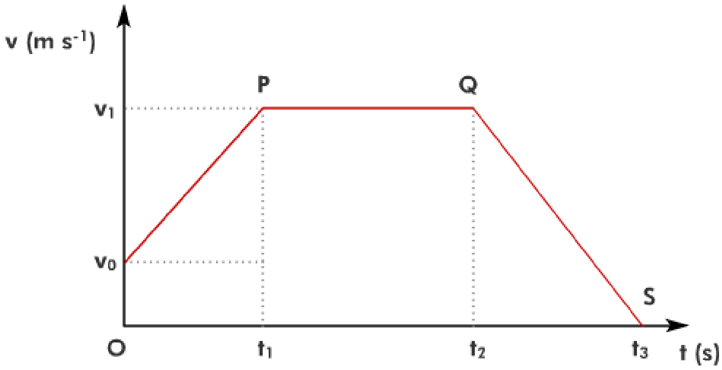
t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V (m/s)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

A.29. Observa la gráfica de movimiento siguiente.

Indica qué tipo de movimiento lleva el objeto al que corresponde dicha gráfica y calcula la aceleración y el espacio recorrido por el móvil al cabo de 20 segundos.

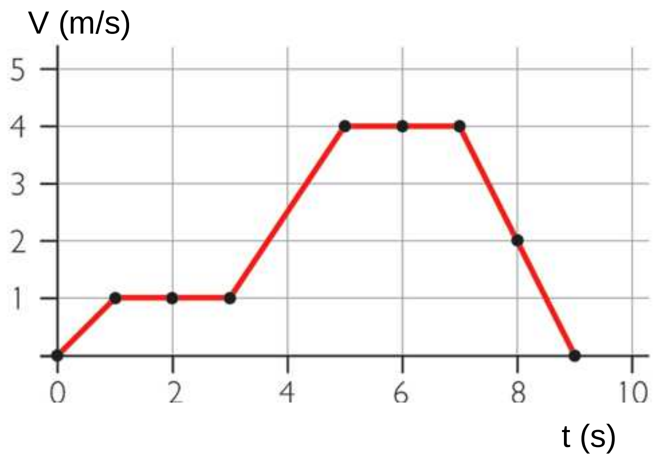


A.30. Describe el movimiento que realiza un objeto a la vista de la siguiente gráfica:



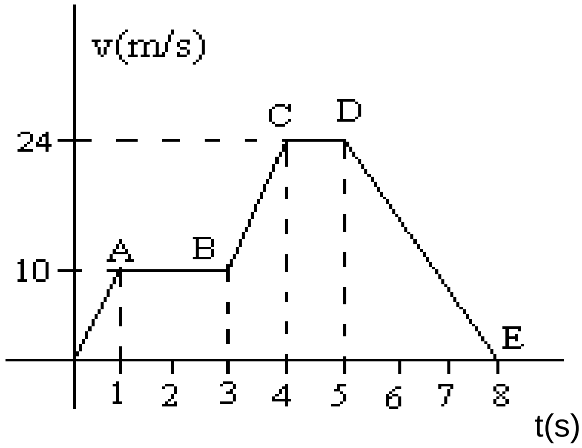
A.31. Observa la gráfica de movimiento siguiente e indica:

a) **Tipo de movimiento del objeto en cada una de las etapas.**
b) **La aceleración en cada etapa.**
c) **El espacio total recorrido por el móvil en los 9 segundos.**

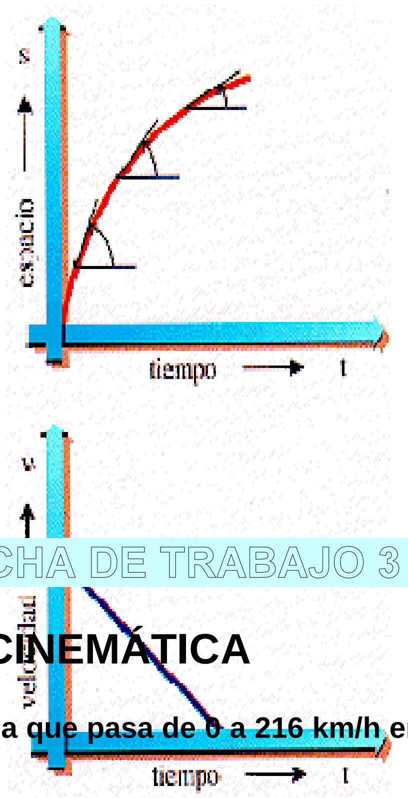


A.32. Observa la gráfica de movimiento siguiente e indica:

- **d) Tipo de movimiento del objeto en cada una de las etapas.**
- **e) La aceleración en cada etapa.**
- **f) El espacio total recorrido por el móvil en los 9 segundos**



A.33. Observa las gráfica siguientes y explica razonadamente a qué tipo de movimiento corresponden (ambas gráficas corresponden al mismo tipo de movimiento).



UNIDAD 2 FICHA DE TRABAJO 3

ESTUDIO DEL MOVIMIENTO. CINEMÁTICA

A.1. Un coche de fórmula 1 acelera en una recta de forma que pasa de 0 a 216 km/h en 12 segundos. Calcula:

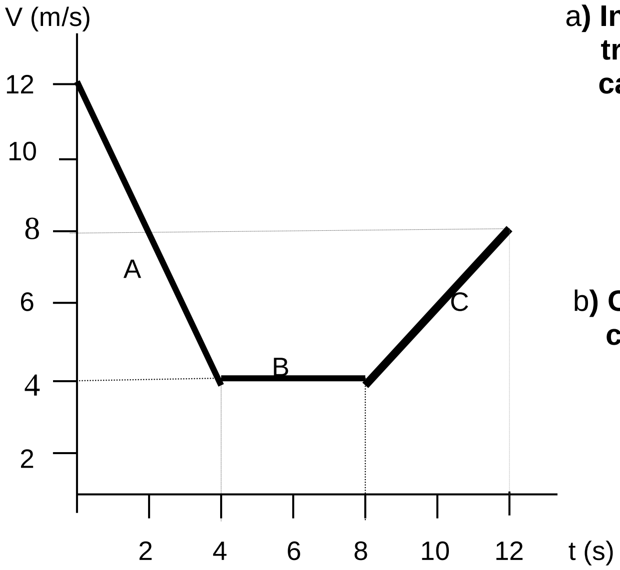
a) La aceleración que ha llevado el coche.
b) El espacio que ha recorrido durante el tiempo que está acelerando.

A.2. Un tren AVE circula a 162 km/h cuando empieza a frenar al acercarse a una estación. La aceleración durante la frenada es – 0,5 m/s^2. Calcula:
a) El tiempo que tarda el tren en detenerse por completo.
b) El espacio recorrido mientras frena.

A.3. Los frenos de un coche pueden comunicarle una aceleración máxima de frenado de - 5 m/s^2. Un conductor circula a 30 m/s de velocidad. En un instante dado se percata de que a 50 m hay un obstáculo insalvable en la carretera y pisa el freno a fondo. ¿Chocará con el obstáculo o se parará antes de la colisión?.

A.4. ¿Qué aceleración debe llevar un motorista para que consiga acelerar de 10 a 30 m/s de velocidad recorriendo un espacio de 100 m? ¿Cuánto tiempo tarda en hacer esa maniobra?

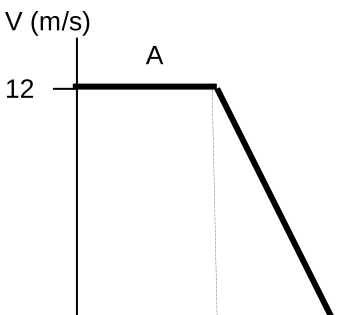
A.5. La siguiente gráfica v – t corresponde a un objeto que se mueve en línea recta.



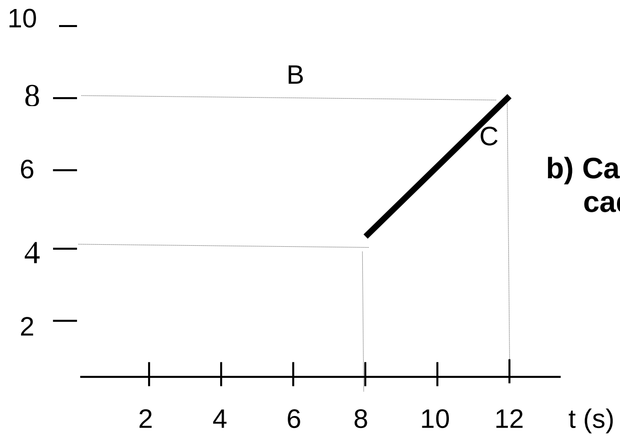
a**) Indica qué tipo de movimiento lleva en cada tramo (A, B y C) y calcula la aceleración en cada uno de esos tramos.**

b**) Calcula el espacio recorrido por el móvil en cada uno de los tramos y en total.**

A.6. La siguiente gráfica v – t corresponde a un objeto que se mueve en línea recta.



a) Indica qué tipo de movimiento lleva en cada tramo (A, B y C) y calcula la aceleración en cada uno de esos tramos.



b) Calcula el espacio recorrido por el móvil en cada uno de los tramos y en total.

A.7. Se deja caer libremente un objeto desde una altura de 36 m. Calcula:
a) Tiempo que tarda en chocar contra el suelo.
b) Velocidad con la que llega al suelo.

A.8.- Se deja caer un objeto desde una cierta altura y se comprueba que tarda 4 segundos en llegar al suelo.
a) ¿Con qué velocidad llegó al suelo?
b) ¿Desde qué altura cayó?

A.9.- Se deja caer libremente un objeto desde una cierta altura y se comprueba que llega al suelo con una velocidad de 29,4 m/s.
a) ¿Cuánto tiempo estuvo cayendo?
b) ¿Desde qué altura cayó?

A.10. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 20 m/s. Calcula:
a) Altura máxima que alcanza.
b) Tiempo que tarda en alcanzar la altura máxima.

A.11. Se lanza verticalmente una piedra y se comprueba que tarda 5 segundos en alcanzar a altura máxima.
a) ¿Con qué velocidad inicial se lanzó?
b) ¿Qué altura máxima alcanzó?

A.12. ¿Con qué velocidad inicial hay que lanzar verticalmente una piedra para que alcance una altura máxima de 50 m?

A.13. Un coche sale de Alicante hacia Madrid con una velocidad media de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de Madrid hacia Alicante por la misma carretera con una velocidad media de 110 km/h.
a) ¿Cuánto tiempo tardarán en cruzarse?
b) ¿A qué distancia de Alicante se cruzarán?

A.14. Un disco CD gira con una velocidad de 500 rpm.
a) ¿Cuántas vueltas da en una hora?
b) ¿Cuánto tiempo tarda en dar 100 vueltas?
c) ¿Cuál es su periodo?

A.15. Un pasajero de una noria ha dado 32 vueltas en 8 minutos. Calcula:
a) El periodo del movimiento circular.
b) La frecuencia del mismo movimiento.
c) Los metros lineales recorridos en las 32 vueltas si el radio de la noria es de 12 m.

A.16. La rueda de un coche tiene 30 cm de radio y gira a un ritmo constante de 300 rpm. Calcula:

a) **¿Cuántas vueltas da en un segundo?**
b) **¿Cuál es el periodo del movimiento circular de la rueda?**

c) **¿Cuántos metros habrá recorrido el coche en 10 minutos, si mantiene dicho ritmo constante?**

A.17. Alfonsito se sube a un tiovivo a una distancia de 5 m del eje de giro. Una vez que la atracción mantiene su velocidad, se comprueba que da una vuelta en 15 segundos. Con estos datos responde o calcula:

a) ¿Cuánto vale el periodo del movimiento circular?

b) ¿Cuál es la velocidad del tiovivo en rpm?

c) ¿Cuántas vueltas habrá dado Alfonsito en los 6 minutos que dura la atracción en marcha?

d) ¿Cuántos metros lineales ha recorrido el muchacho teniendo en cuenta todas las vueltas que ha dado en esos 6 minutos?

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD 2

1.- Un móvil describe una trayectoria rectilínea. En la siguiente tabla se indica cómo varía el espacio recorrido por ese móvil con el tiempo. Indica qué tipo de movimiento lleva dicho objeto.

Tiempo (s)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Espacio (m)	**0**	**8**	**16**	**24**	**32**	**40**

a) Movimiento rectilíneo uniforme
b) Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado
c) Movimiento rectilíneo uniformemente retardado
d) Faltan datos para saber el tipo de movimiento.

2.- Un tren, inicialmente en reposo, parte de la estación con una aceleración de 0,5 m/s^2. ¿Qué velocidad llevará al cabo de <u>un minuto</u> de iniciar la marcha?

a) 10 m/s b) 0,5 m/s c) 20 m/s d) 30 m/s

3. El tren del ejercicio anterior habrá recorrido durante ese minuto que está acelerando un espacio igual a:

a) 500 m b) 360 m c) 900 m d) Otro resultado: ____________

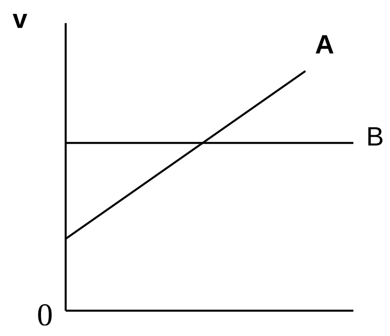
4.- Una maceta cae libremente desde un balcón que se encuentra a 40 m de altura. Si no tenemos en cuenta el rozamiento con el aire, ¿con qué velocidad chocará contra el suelo? Considerar el valor de la aceleración de la gravedad g = 9,8 m/s^2

a) 28 m/s b) 20 m/s c) 15 m/s d) Otro resultado: ___________

5º) A) La caída libre es un movimiento rectilíneo uniforme.
B) En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado la velocidad varía lo mismo en intervalos iguales de tiempo.

a) La afirmación A es cierta y la B es falsa.
b) La afirmación A es falsa y la B es cierta.
c) Las dos afirmaciones son falsas.
d) Las dos afirmaciones son ciertas.

6.- En la grafica siguiente se comparan los movimientos de dos objetos que llamaremos A y B. A la vista de dicha gráfica indica cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA (sólo una es falsa)?



gráfica A

a) El móvil A lleva aceleración distinta de cero.

b) El móvil A ya lleva velocidad en el instante inicial.

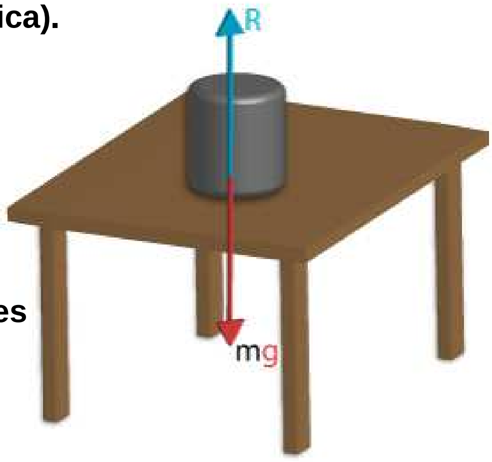
c) El móvil B lleva un movimiento rectilíneo uniforme.

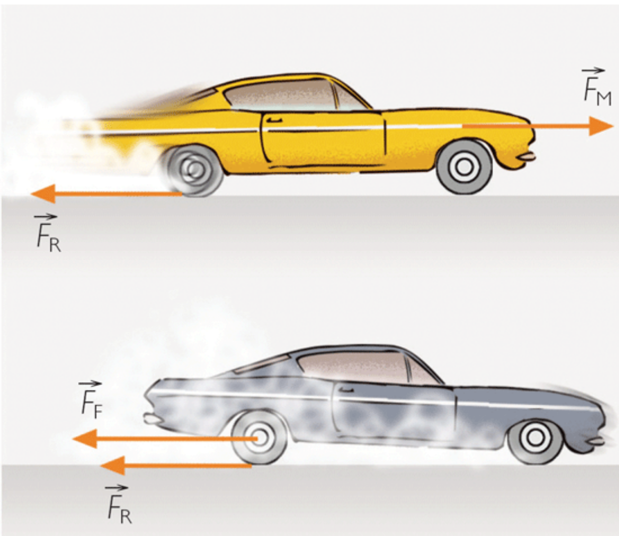
d) El móvil B está en reposo.

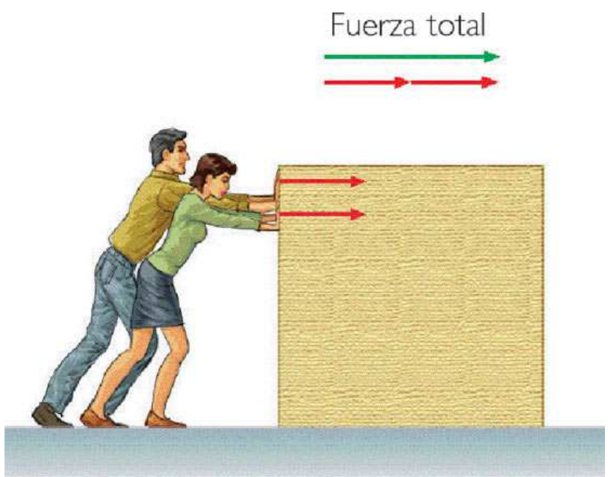
7. Un coche pasa de 10 a 20 m/s de velocidad en 5 segundos. Su aceleración es:

a) 2 m/s^2 b) 4 m/s^2 c) 0 d) 10 m/s^2

UNIDAD 3: LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS







UNIDAD 3 : LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS

3.1. Introducción

En la unidad anterior hemos estudiado los movimientos desde un punto de vista cinemático, es decir, sólo se describía cómo se movían los cuerpos (de forma rectilínea, circular, uniforme, acelerado,…) pero no se hacía referencia alguna a la causa que producía el movimiento. Este aspecto del movimiento lo estudia la parte de la física que llamamos *dinámica*.

Recuerda

CINEMÁTICA : Es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin atender a las causas que lo provocan. La cinemática, en términos generales daría respuesta a la pregunta : *"¿cómo se mueven los cuerpos?"*

DINÁMICA: Es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos atendiendo a las causas que lo provocan (que son las fuerzas). La dinámica, en términos generales daría respuesta a la pregunta: *"¿Por qué se mueven los cuerpos?*

En esta unidad estudiaremos el movimiento desde el punto de vista de las fuerzas que lo provocan. Hemos de tener en cuenta que si un objeto está en reposo y queremos que empiece a moverse, necesariamente debemos ejercer sobre él una fuerza. De la misma manera, si un objeto está en movimiento y queremos que se pare, también deberemos ejercer sobre él una fuerza (que sea opuesta a la dirección del movimiento). Incluso, si un objeto ya se está moviendo con velocidad constante y queremos que acelere, aumentando su velocidad, también debemos ejercer sobre el objeto una fuerza (en este caso en el mismo sentido que el movimiento).

Por tanto, las fuerzas son las causas que modifican el estado de reposo o movimiento de un cuerpo. Pero las fuerzas también pueden producir otro efecto sobre los objetos (independientemente de que modifiquen su reposo o movimiento). Este otro efecto es la deformación. Por ejemplo, si sobre un folio ejercemos una fuerza suficiente lo podemos convertir en una "bola" de papel. Hemos provocado la deformación del cuerpo. Si sobre un muelle hacemos una fuerza suficiente éste se alarga o encoge (en definitiva, se deforma).

Teniendo en cuenta lo anterior, ya podemos proponer una definición de fuerza:

Recuerda

FUERZA : Es toda causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo o de deformarlo.

Las magnitudes físicas, se pueden clasificar en dos grandes grupos:

MAGNITUDES ESCALARES:

Son aquellas que para quedar perfectamente definidas sólo necesitan de un valor numérico y su unidad. No requieren especificaciones sobre dirección, sentido ni punto de aplicación.
Son magnitudes escalares la masa, el volumen, la longitud, el tiempo y la temperatura.
Por ejemplo. Si decimos que la temperatura en el aula es de 22 ºC todos nos hacemos una idea de lo que queremos decir, sin necesidad de especificar 22 ºC hacia la derecha ni hacia la izquierda…..
Si decimos que la duración de una película es de 2 horas no necesitamos especificar ni derecha, izquierda ni hacia arriba ni hacia abajo. Basta con decir el valor numérico y su unidad para que la magnitud quede perfectamente establecida. La temperatura y el tiempo son magnitudes escalares.

MAGNITUDES VECTORIALES:

Son aquellas que para quedar perfectamente definidas necesitamos conocer, además del valor numérico y su unidad, la dirección, el sentido y el punto de aplicación sobre el objeto. Son magnitudes vectoriales el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y la fuerza.

Vamos a centrarnos en las fuerzas. Las acciones que se ejercen sobre un cuerpo, además de ser más o menos intensas (valor o **módulo** de la fuerza) son ejercidas según una **dirección**: paralelamente al plano, perpendicularmente a éste, formando un ángulo de 30^0… y en determinado **sentido**: hacia la derecha, hacia la izquierda, hacia arriba, hacia abajo… Por estas razones las fuerzas para estar correctamente definidas tienen que darnos información sobre su valor (módulo) dirección y sentido. Por eso se representan mediante flechas (**vectores**).

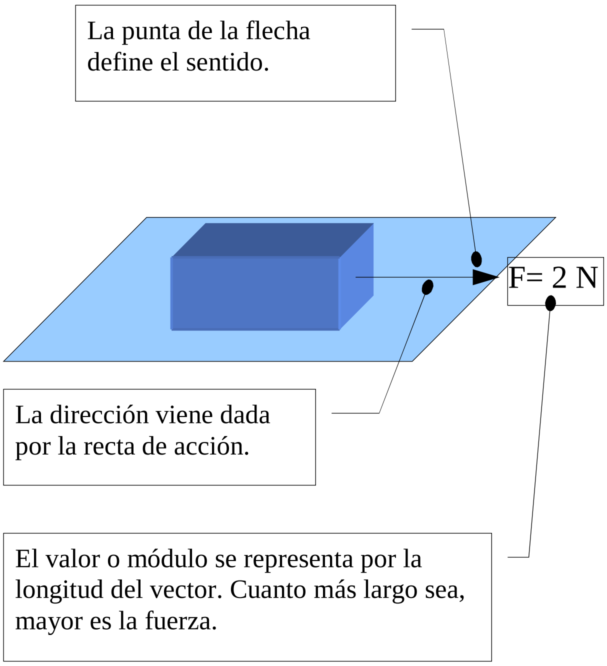


Fig. 1 – La fuerza como magnitud vectorial

Las fuerzas pueden actuar sobre los cuerpos de dos formas:

- A distancia (como las fuerzas magnéticas, eléctricas o gravitatorias).

- Por contacto (como el rozamiento, las fuerzas aplicadas directamente sobre los objetos, etc.) En este caso, cuando el contacto cesa sobre el objeto, la fuerza deja de actuar.

Las fuerzas siempre son el resultado de una interacción entre dos cuerpos o sistemas. Por ejemplo, cuando tiramos del carro de la compra, están interactuando dos sistemas: el carrito y la persona. El carro “nota” que alguien tira de él y la persona “nota” como si el carrito, a su vez, tirara de la persona en sentido contrario.

3.3 Unidades de fuerza

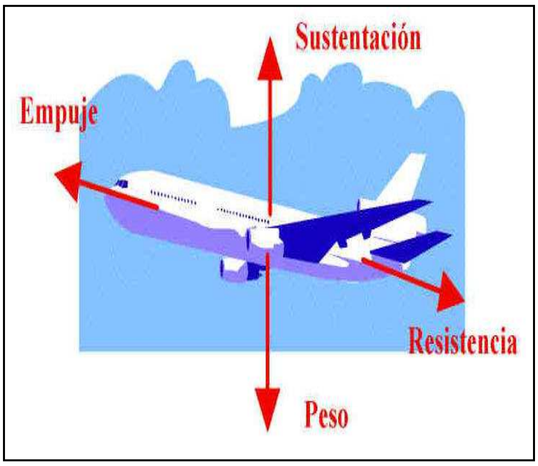
La unidad de fuerza en el Sistema Internacional de Unidades es el **Newton.** Para hacernos una idea de cuanta fuerza es un Newton conviene tener en cuenta que para mantener sobre la mano en reposo una masa de 1 kg (por ejemplo, 1 kg de arroz) necesitamos hacer una fuerza de 9,8 N. Luego, aproximadamente, 1 N sería la fuerza que debemos hacer para mantener en reposo sobre la mano cualquier objeto de unos 100 g de masa.

Se conocen otras unidades de fuerza pero son menos utilizadas:

La dina (D)	(1 N = 100.000 dinas)
El kilopondio (Kp)	(1 Kp = 9,8 N)

Recuerda

La fuerza es una magnitud vectorial cuya unidad en el Sistema Internacional es el Newton. .



Para medir las fuerzas se utiliza un instrumento llamado **dinamómetro**. En la figura 3 se muestra un dinamómetro sencillo que consiste básicamente en un muelle dentro de una carcasa graduada. El alargamiento del muelle es proporcional a la fuerza que actúa sobre él.

Fig. 2. Esquema de las fuerzas que actúan sobre un avión en vuelo.

Fig. 3 Dinamómetro

3.4. Fuerza Resultante (ΣF)

Resulta evidente que sobre un cuerpo pueden actuar varias fuerzas a la vez como resultado de diversas interacciones. Cuando esto sucede, puede resultar necesario calcula la fuerza "neta" o fuerza resultante que actúa sobre ese cuerpo. Debe quedar claro que la fuerza resultante no es otra fuerza más que actúa sobre dicho objeto, sino una fuerza que equivaldría por sí sola a todas las demás y que por tanto produciría sobre el objeto el mismo efecto que el conjunto de todas las fuerzas a las que equivale. En términos generales, la fuerza resultante ΣF será la suma (vectorialmente hablando) de todas las fuerzas que actúan sobre el objeto.

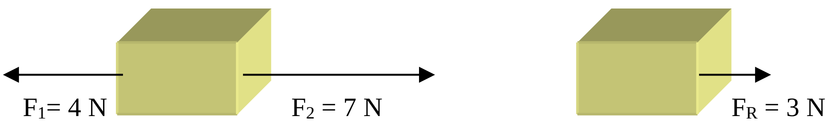
Recuerda

La fuerza resultante (ΣF) es una fuerza que equivale a todo el conjunto de fuerzas que actúan sobre un cuerpo y que produciría sobre dicho cuerpo el mismo efecto que todas aquellas fuerzas que actúan sobre él.

Como las fuerzas pueden actuar en distinto sentido y dirección se pueden presentar varios casos a la hora de calcular la resultante:

- **Fuerzas con la misma dirección y sentido**: se suman los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y sentido y su módulo es la suma de los módulos de las fuerzas que actúan.

- **Fuerzas de la misma dirección y sentido contrario**: se restan los módulos. La fuerza resultante tiene la misma dirección y su sentido viene dado por el sentido de la fuerza de mayor módulo.



- **Fuerzas perpendiculares** (forman un ángulo de 90 º). La fuerza resultante tiene la misma dirección que la diagonal del paralelogramo de fuerzas que forman las dos fuerzas perpendiculares y su módulo se calcula por aplicación del Teorema de Pitágoras

3.5. Equilibrio de fuerzas.

Cuando la fuerza resultante de todas las que actúan sobre un cuerpo es cero (y suponiendo el cuerpo como un objeto puntual), decimos que dicho cuerpo se encuentra en equilibrio. Por tanto podemos decir que la condición para que exista equilibrio en un cuerpo es que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el es cero ($\sum F = 0$). Por ejemplo, una copa que permanece en reposo sobre la mesa presenta sobre ella una resultante de fuerzas nula, por lo que podemos decir que está en equilibrio. Una lámpara que cuelga del techo también está en equilibrio, porque la fuerza resultante sobre ella es cero.

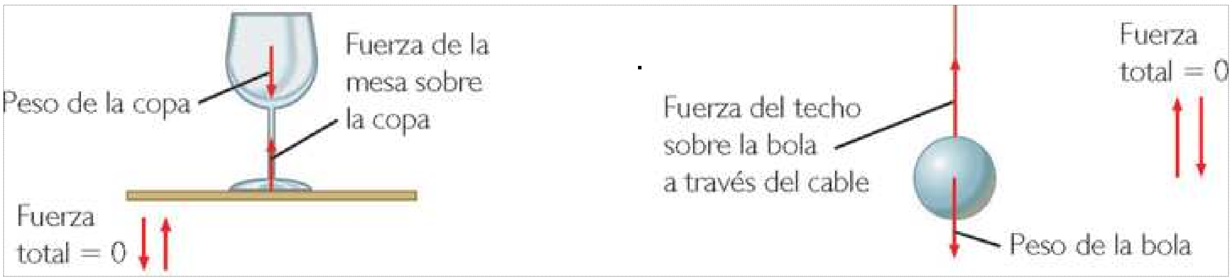


Fig. 4. Un copa sobre la mesa o una lámpara que cuelga en reposo son ejemplos de cuerpos en equilibrio.

Si en algún momento se rompe el equilibrio de fuerzas, el cuerpo evolucionará de manera espontánea intentando recuperar un nuevo estado de equilibrio.

3.6. LAS LEYES DE NEWTON

Las **Leyes de Newton** son tres principios a partir de los cuales se explican la mayor parte de los problemas planteados por la dinámica, en particular, aquellos relativos al movimiento de los cuerpos. Fueron enunciadas en 1687 por Isaac Newton, probablemente el científico más importante de la historia de las ciencias. Es importante señalar que para entender bien las leyes de Newton debemos tener claro el concepto de masa. La masa de un objeto es la medida de la cantidad de materia que lo forma. Su unidad en el Sistema Internacional es el Kilogramo. Resulta evidente que si un objeto está formado por el doble de cantidad de materia que otro, tendrá doble masa. La masa es una propiedad general de la materia y en tanto que exista un cuerpo material éste tendrá masa. Más adelante veremos que no es lo mismo la masa que el peso.

Figura 5. Isaac Newton (1643-1727)

Recuerda

La masa es la magnitud física que indica la cantidad de materia que constituye un cuerpo. Su unidad en el sistema fundamental es el kilogramo. El instrumento para medir la masa es la balanza.

3.6.1. Primera Ley de Newton o Ley de Inercia.

Vamos a introducir el enunciado de esta ley partiendo de un ejemplo sencillo y cotidiano.

Supongamos un coche que está parado en la calle. La tendencia natural que tiene el coche es a mantener el estado de reposo indefinidamente hasta que no haya alguna fuerza externa que lo modifique. Por otra parte podemos imaginar que si ese coche estuviera en marcha y levantáramos el pie del acelerador, éste seguiría moviéndose indefinidamente en línea recta y con velocidad constante (por supuesto en ausencia total de rozamientos). Para que el vehículo se detuviera debería actuar sobre el coche una fuerza en sentido contrario al del movimiento (esto el lo que ocurre realmente con el rozamiento y es por esta razón por la que se acaba deteniendo del vehículo). Esto supone que un objeto puede mantener la tendencia a moverse durante un tiempo mientras no haya una fuerza opuesta que lo pare. Esa tendencia natural a mantener el estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme se llama **inercia**. La primera ley de Newton la podemos enunciar de la siguiente manera:

Recuerda

Primera ley de Newton (o Ley de Inercia): Todo cuerpo tiene tendencia a mantener su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme mientras no haya una fuerza que lo altere.

La inercia es un fenómeno que se manifiesta de forma evidente en los cuerpos en movimiento. Por ejemplo, cuando vamos en un coche a una determinada velocidad y

frena bruscamente, tenemos tendencia (por inercia) a mantener el estado de movimiento que llevábamos. Por esta razón tendemos a salir lanzados hacia delante, intentando mantener el movimiento que llevábamos antes de la frenada.
De la misma manera, si un camión acelera bruscamente desde el reposo, la carga que lleva en el remolque tiende (por inercia) a intentar continuar con el estado de reposo que tenía antes del acelerón, y por tanto la carga se "resiste" a avanzar en la misma medida que el camión. El resultado es que (si el rozamiento no lo impide) la carga se desplaza hacia atrás en el remolque. Otro ejemplo cotidiano del concepto de inercia lo podemos encontrar en una persona que circula en bicicleta por una carretera horizontal. Si en un momento dado deja de pedalear, seguirá moviéndose durante un tiempo por inercia. Si al final acaba parándose es debido al rozamiento del aire y contra el suelo. En ausencia total de rozamientos seguiría moviéndose indefinidamente en línea recta y con velocidad constante hasta que actuara alguna fuerza que lo frenara.

Figura 6: Ejemplos cotidianos donde se manifiesta la inercia.

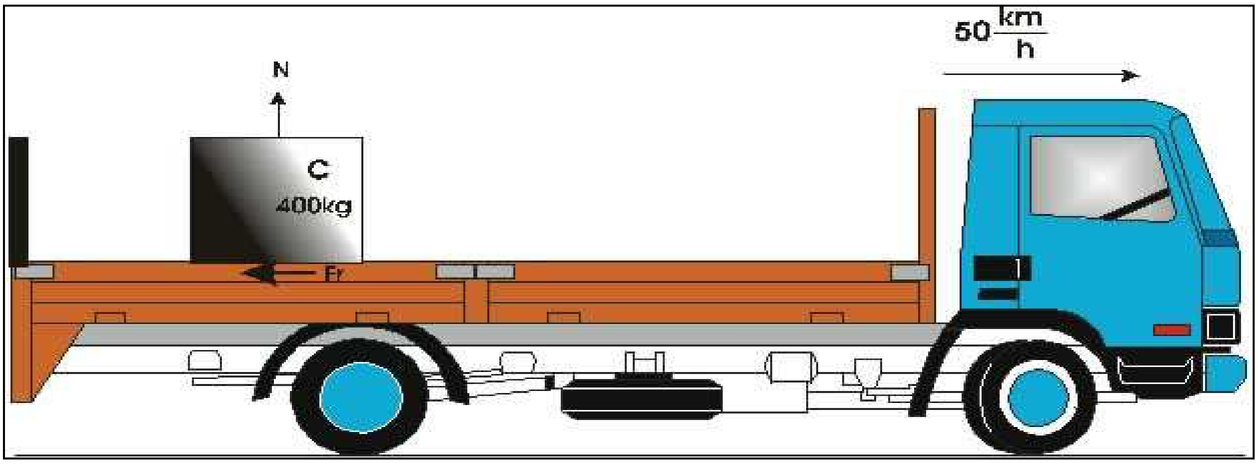


Figura 7. Ejemplo cotidiano donde se manifiesta la inercia. Si el camión acelera bruscamente, el bloque tiende a desplazarse hacia atrás. Si frena bruscamente el bloque tiende (por inercia) a desplazarse hacia delante. El hecho de que el bloque llegue a moverse realmente o no dependerá del valor de la fuerza de rozamiento.

La Primera Ley de Newton permite extraer una interesante conclusión. Si sobre un cuerpo la resultante de las fuerzas que actúa es cero, el objeto puede encontrarse en una de estas dos situaciones:

- En reposo (y tiende a seguir así indefinidamente, por inercia).
- Con movimiento rectilíneo uniforme (velocidad constante, tendiendo a mantener este movimiento indefinidamente, por inercia).

Recuerda

Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula ($\Sigma F=0$), el objeto tenderá a permanecer en reposo si ya estaba en reposo y tenderá a moverse con MRU si ya estaba en movimiento.

$(\Sigma F=0) \rightarrow$ Implica
- Reposo (si el objeto ya estaba en reposo)
- MRU (si el objeto ya estaba en movimiento)

Observa que siempre decimos que la fuerza resultante sea cero. Esto no es lo mismo que decir que no actúan fuerzas sobre el objeto. Sobre un cuerpo pueden actuar muchas fuerzas pero su resultante puede ser cero. En este caso sería incorrecto decir que sobre ese cuerpo no actúan fuerzas.

Es habitual que se identifique la resultante de fuerzas nula exclusivamente con una situación de reposo. Esto no es cierto, pues un objeto puede estar moviéndose con un MRU y la resultante de fuerzas sobre él también sería cero. Luego conviene aclarar lo siguiente:

Recuerda

Un cuerpo en reposo implica resultante de fuerzas nula ($\Sigma F=0$) sobre el cuerpo, pero una resultante de fuerzas nula no implica necesariamente reposo (podría estar en MRU).

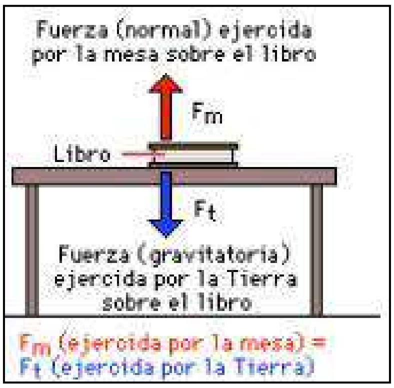


Figura 8: Sobre un libro en reposo apoyado en la superficie de una mesa actúan dos fuerzas de igual valor y de sentidos contrarios. El libro "nota" la fuerza de atracción de la Tierra (el peso) dirigida hacia abajo. Por otra parte el libro también "nota" una fuerza que le hace la mesa hacia arriba y que le impide caer al suelo. Como ambas fuerzas son iguales y de sentido contrario, su resultante es cero ($\Sigma F=0$), por tanto el libro permanecerá en reposo indefinidamente mientras no actúe una fuerza externa que modifique esta situación.

Para acabar este apartado sobre la Primera Ley de Newton es importante destacar que la inercia como tal concepto no debe entenderse como una magnitud. La inercia no es una fuerza ni cualquier otra magnitud, y, por tanto, tampoco tiene unidad. Es sólo una tendencia natural de los cuerpos referida a su estado de reposo o movimiento. La inercia de alguna manera indica la “resistencia natural” que opone un cuerpo a cambiar su estado de reposo o movimiento. Ten en cuenta que en el lenguaje de cotidiano de la calle, cuando una persona hace siempre las mismas tareas repetitivamente, como si fuera una rutina, a veces se dice que esa persona hace las cosas “por inercia”, e incluso cuesta romper esa rutina.

Una vez aclarado el concepto de inercia, podemos relacionarlo con el concepto de masa. Con más precisión podemos decir que la **masa** es una medida de la **inercia de un cuerpo**. Cuanta más masa tenga un cuerpo, es más difícil cambiar su estado de movimiento. Es más difícil hacer que comience a moverse partiendo del reposo, o detenerlo cuando se mueve, o hacer que se mueva hacia los lados saliéndose de su trayectoria recta. Un camión tiene mucha más inercia que una pelota de tenis que se mueva a la misma velocidad, siendo mucho más difícil cambiar el estado de movimiento del camión que el de la pelota.

3.6.2. La Segunda Ley de Newton. Ley Fundamental de la Dinámica.

En la primera ley de Newton hemos visto qué le ocurre a un cuerpo cuando sobre él, la resultante de las fuerzas que actúan es nula (permanece en reposo o con MRU). Pero ¿qué ocurre si la resultante de las fuerzas que actúan no es nula. Igual que hemos hecho con la primera ley, vamos a introducir la segunda con un ejemplo sencillo.

Supongamos que nuestro coche no arranca y decidimos empujarlo. Para ello hacemos una fuerza constante neta hacia la derecha (por ejemplo) sobre el coche. Si la fuerza es suficientemente grande, el coche comenzará a moverse desde el reposo. Mientras que la fuerza esté actuando, el coche se irá moviendo cada vez más rápido (es decir, con una aceleración). Esto ya nos proporciona una pista de qué es lo que sucede cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es constante y no nula. El móvil adquiere un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA). Si dejáramos de empujar, el coche seguiría moviéndose durante un tiempo (por inercia) y al final acabaría por pararse debido a la oposición de las fuerzas de rozamiento.

Recuerda

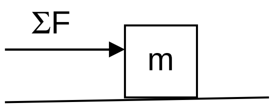
Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es constante y <u>no es nula</u> ($\Sigma F \neq 0$) , el cuerpo adquiere un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, MRUA (o retardado, MRUR)

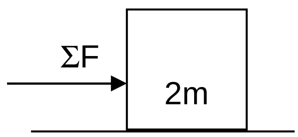
Fig 9: Cuando empujamos un coche con una fuerza constante, el coche empieza a moverse con un MRUA. La aceleración que

adquiere el coche es proporcional a la fuerza que hacemos. Al principio debemos hacer una fuerza mayor para vencer a las fuerzas de rozamiento. Una vez en movimiento, si conseguimos hacer una fuerza igual y de sentido contrario al rozamiento, lograremos que el vehículo se mueva con velocidad constante, pues en este caso $\Sigma F = 0$.

Newton comprobó que cuando sobre un mismo objeto aplicaba fuerzas de diferentes valores, la aceleración que adquiría el objeto era directamente proporcional a la fuerza aplicada. Es decir, si empujamos el coche de nuestro ejemplo con una fuerza resultante "F", la aceleración que adquiere es "a". Si aplicamos el doble de fuerza ("2F"), la aceleración que adquiere también es el doble ("2a"). Si aplicamos una fuerza diez veces mayor ("10 F"), la aceleración también será diez veces mayor ("10 a").

Por otra parte, también comprobó que aplicando la misma fuerza resultante sobre diferentes masas, los objetos adquirían diferentes aceleraciones. Pudo concluir que la aceleración que adquirían los cuerpos era inversamente proporcional a sus masas, es decir, a doble masa, la aceleración que adquirían los cuerpos era la mitad (por supuesto para el mismo valor de fuerza resultante). En el siguiente esquema se representa esta situación. El objeto de la derecha se movería con la mitad de aceleración que el de la izquierda, debido a que la misma fuerza actúa sobre el doble de masa.





Esto es fácil de entender si suponemos que empujamos con la misma fuerza a un coche pequeño y a otro mayor (de masa el doble). En este caso el coche de menor masa acelerará más (justo el doble) que el coche de mayor masa.

Con todos estos argumentos Newton enunció la Segunda Ley, cuya trascendencia en el estudio de movimientos resultó fundamental desde el siglo XVII hasta nuestros días y constituye la base de la llamada Mecánica Clásica.

La segunda ley de Newton la podríamos enunciar de la siguiente forma:

Recuerda

Segunda Ley de Newton o Ley Fundamental de la Dinámica: Cuando sobre un objeto actúa una fuerza resultante constante y no nula ($\Sigma F \neq 0$), éste adquiere un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, da manera que la aceleración resulta ser directamente proporcional a la fuerza resultante e inversamente proporcional a la masa del objeto.

$$\Sigma F = m \cdot a$$

m = Masa del objeto.
a = Aceleración que adquiere el objeto.

A partir de la expresión anterior podemos realizar cálculos numéricos:

- Podemos calcular la aceleración que adquiere un móvil sabiendo la fuerza resultante que actúa sobre él y conociendo su masa. ($a = \Sigma F / m$)
- Podemos calcular la masa de un objeto sabiendo la fuerza resultante que actúa sobre él y la aceleración con la que se mueve. ($m = \Sigma F / a$)
- Podemos calcular la fuerza resultante sabiendo la masa y la aceleración del móvil ($\Sigma F = m \cdot a$).

Además, a partir de la fórmula $\Sigma F = m \cdot a$ también podemos definir el newton como unidad de fuerza. Un newton es la fuerza que aplicada a una masa de 1 kg le comunica una aceleración de 1 m/s^2.

$$1\ N = 1\ kg \cdot 1\ m/s^2$$

3.6.3. La tercera Ley de Newton. Ley de acción y reacción.

La tercera ley de Newton establece que todas las fuerzas son el resultado de interacciones entre cuerpos. Por ejemplo imaginemos a una persona que empuja a una pared. La pared "nota" que algo le empuja hacia la derecha con una fuerza F. La persona "nota" como si la pared le empujara a él hacia la izquierda. Cuanto más fuertemente empuje a la pared, más fuertemente empujará la pared a la persona en sentido contrario.

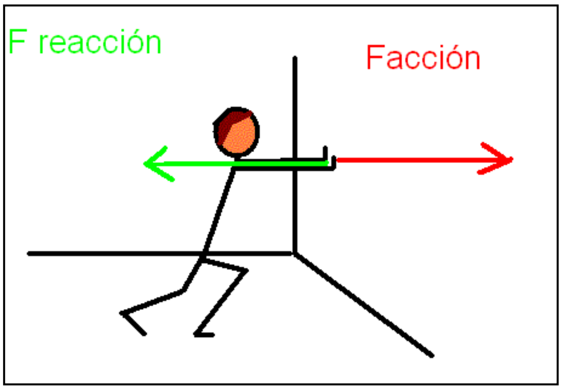


Fig. 10. Experimento para comprobar la tercera ley de Newton (Acción- Reacción).

Figura 11.

Imaginemos ahora dos muchachos subidos en sus monopatines uno frente al otro sus palmas de las manos juntas y los brazos encogidos. Cuando extiendan sus brazos y se empujen mutuamente cada uno empezará a moverse en sentido opuesto al otro. ¿Quién ha empujado a quien? Los dos se han empujado. Uno recibe la fuerza que hace el otro y viceversa. Las fuerzas que actúan sobre cada uno de los muchachos son iguales y de sentido contrario. Son las llamadas fuerzas de acción y de reacción (ver la figura 11).

Podemos imaginar también lo que sucede cuando estamos sobre una pequeña barca cerca de la orilla y saltamos desde la barca hacia la orilla. Al tomar impulso, nuestros pies empujan a la barca hacia atrás mientras que la barca nos empuja hacia adelante y permite que consigamos alcanzar la orilla.

Figura 12. Ejemplo de las fuerzas de acción y reacción.

Incluso si desde la barca empujamos con un remo al poste del embarcadero podemos observar como el poste "nota" una fuerza hacia la izquierda y la barca "nota" un fuerza hacia la derecha que le hace el poste a través del remo. Esta fuerza es la responsable de que la barca se mueva hacia la derecha (figura 12).

Si pensamos en dos imanes también podemos comprobar la tercera ley de Newton. En este caso intervienen fuerzas magnéticas que actúan a distancia (sin contacto directo). Supongamos que los imanes se enfrentan por los polos del mismo tipo. La fuerza que actúa sobre ambos es de repulsión. Pero ¿qué imán es el que pone de manifiesto la fuerza repulsiva? Lógicamente son los dos imanes que interaccionan mutuamente. (fuerzas de acción y reacción).
Está claro que un solo imán nunca pondría de manifiesto la fuerza de repulsión. Se necesita la presencia de otro imán para que la fuerza se manifieste. Está claro, pues, que las fuerzas son siempre resultado de interacción entre cuerpos.

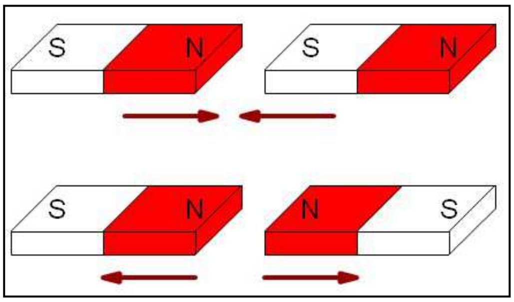


Fig. 13 Las fuerzas de atracción o repulsión entre imanes también son una demostración de las fuerzas como resultado de interacción entre dos cuerpos.

La interacción entre dos cuerpos A y B se traduce en dos fuerzas: la que el cuerpo A ejerce sobre el cuerpo B y la que el cuerpo B ejerce sobre el A.

Mientras que el concepto de interacción requiere un sujeto doble (A y B interaccionan), el concepto de fuerza sitúa a uno de los cuerpos como sujeto y al otro como objeto: A actúa sobre B y B actúa sobre A.

A nuestro alrededor se están aplicando fuerzas constantemente. Unas veces actúan durante un brevísimo espacio de tiempo, en este caso se denominan **instantáneas**, y otras, en cambio, son **permanentes** (por ejemplo, la fuerza peso).

En cualquier caso, nunca puede haber una fuerza aplicada sobre un cuerpo si no hay otro que se la proporciona. Es decir, **las fuerzas son el resultado de la interacción entre dos o más cuerpos**.

Debe quedar claro que las fuerzas de acción y reacción son fuerzas del mismo valor numérico pero de sentido contrario <u>y actúan sobre distintos cuerpos</u> (una sobre cada uno de los cuerpos que interaccionan). Las fuerzas de acción y reacción no se anulan entre sí porque no actúan sobre el mismo cuerpo.

Recuerda

Tercera Ley de Newton o Ley de Acción y Reacción: Todas las fuerzas son el resultado de la interacción mutua de, al menos, dos cuerpos o sistemas, de manera que a toda fuerza de acción le corresponde otra fuerza de reacción.
Estas fuerzas son iguales y de sentido contrario, pero están aplicadas una sobre cada uno de los cuerpos que interaccionan.

La tercera ley de Newton puede extenderse al conjunto del universo y de esta forma podemos decir, por ejemplo, que la Tierra y la Luna se atraen mutuamente con la misma fuerza. Esta atracción es la responsable de que la Luna esté continuamente girando en torno a la Tierra. De la misma forma, El Sol y la Tierra se atraen mutuamente y con la misma fuerza. En este caso, la Tierra es la que gira en torno al Sol (el cuerpo de menor masa gira en torno al de mayor masa).

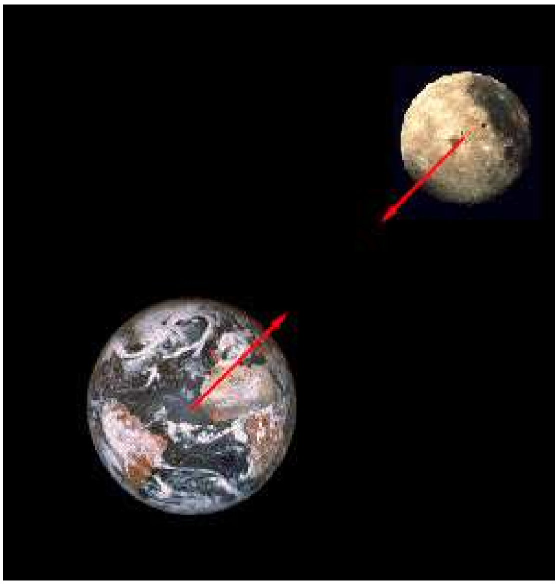
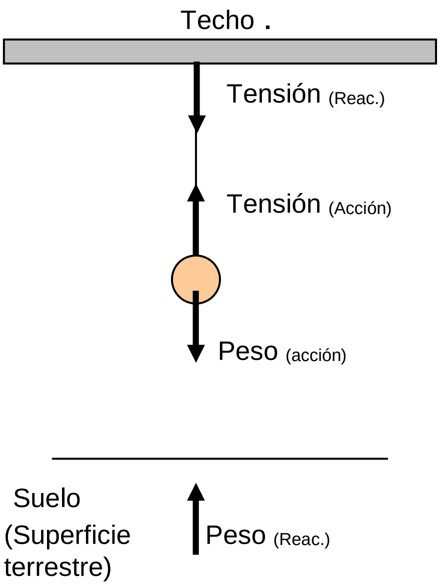


Fig. 14. La Tierra y la Luna se atraen mutuamente con la misma fuerza. (acción y reacción).

Es un error muy común pensar que, aunque la Tierra y el Sol se atraen mutuamente, el Sol , por ser más grande, atrae a la Tierra con más fuerza que la Tierra al Sol. Eso es completamente falso.
La fuerza de atracción es la misma en ambos casos, lo que ocurre es que dicha fuerza de atracción se manifiesta de forma más evidente en el cuerpo de masa más pequeña (por eso es la Tierra la que gira en torno al Sol y no al revés).

A modo de ejemplo vamos a identificar los pares de fuerzas de acción y reacción que actúan sobre una lámpara en reposo que cuelga del techo.



Si nos fijamos en la lámpara observamos que sobre ella actúan dos fuerzas, que son el resultado de dos interacciones. Por un lado la fuerza peso es el resultado de la interacción de la lámpara con la Tierra. Por otro lado la fuerza Tensión es el resultado de la interacción de la lámpara con el techo. Sobre la lámpara ambas fuerzas actúan en sentido contrario y tienen el mismo valor. Por esta razón, se anulan entre sí y al ser la resultante nula la lámpara permanece en reposo. Es importante tener claro que <u>peso y tensión no son entre sí la acción y la reacción</u> pues ambas fuerzas no pertenecen a la misma interacción.

La interacción entre el techo y la lámpara produce la fuerza que llamamos tensión (el cable está "tenso"). La lámpara "nota" que algo le tira hacia arriba (acción) e impide que se caiga. Ese "algo" es obviamente el techo a través del cable. A su vez, el techo “nota” que algo le tira hacia abajo (reacción). Ese “algo” es la lámpara. Las dos Tensiones constituyen un el par de acción-reacción, una de ellas aplicada sobre la lámpara y otra aplicada sobre el techo, tal y como se representa en la figura anterior.

La interacción entre la lámpara y la Tierra produce la fuerza que llamamos peso. La lámpara “nota” que la Tierra tira de ella hacia abajo (acción). A su vez la lámpara también tira de la Tierra hacia arriba (reacción). Evidentemente, la fuerza con la que la lámpara tira de la Tierra produce sobre la Tierra un efecto despreciable dada la diferencia tan enorme que hay entre la masas de la Tierra y de la lámpara. Por esta razón, observamos que si se corta el cable, es la lámpara la que cae hacia la Tierra y no la Tierra la que sube hacia la lámpara.

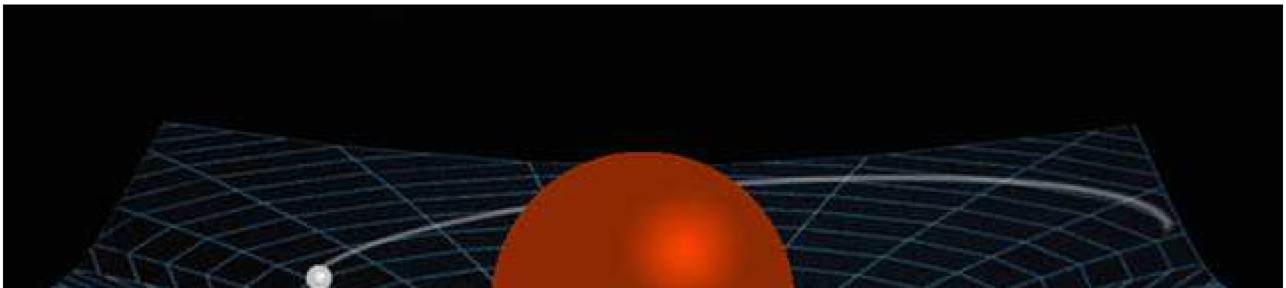
Las reacciones de las fuerzas peso y tensión que actúan sobre la lámpara están aplicadas sobre el techo sobre la Tierra. Por esta razón si estamos estudiando únicamente las fuerzas que actúan sobre la lámpara, no nos fijaremos en estas reacciones cuyos puntos de aplicación están fuera de la lámpara.

3.6.4. La Ley de Gravitación Universal.

Podemos considerar esta ley como la generalización a todo el Universo de la Ley de Acción-Reacción. Newton planteó la existencia de las fuerzas como resultado de interacciones mutuas entre cuerpos. En el caso de las fuerzas gravitatorias resultaba muy evidente que la Tierra atraía a todos los cuerpos que estaban a su alrededor (recordemos el clásico ejemplo de la manzana de Newton). Este gran científico propuso que, de la misma forma que la Tierra atrae a todos los cuerpos en su superficie, también atraería a los cuerpos más alejados, teniendo en cuenta que la magnitud de la fuerza de atracción mutua debería depender de lo grande que fueran las masas y de las distancias que las separaban.

En general, cualquier masa crea a su alrededor una zona de influencia que provoca la aparición de fuerzas de atracción cuando alguna otra masa queda dentro de esta zona de influencia (campo gravitatorio, Fig. 15). De alguna manera, una masa crea a su alrededor una zona de perturbación tanto más intensa cuanto más grande sea la masa. Cuando hablamos de masas muy grandes (del orden de la masa de planetas y estrellas) la intensidad del campo gravitatorio que crean a su alrededor es suficiente para que aparezcan de forma muy evidente las fuerzas de atracción sobre cualquier otra masa que quede dentro de dicho campo. En la mecánica clásica, la fuerza gravitatoria es una acción a distancia que, de manera muy aproximada, podemos suponer se transmite de forma instantánea, sin necesitar de ningún medio material para ello y se manifiesta permanentemente.

Ciertamente, una persona también crea a su alrededor un ínfimo campo gravitatorio pero su intensidad es tan pequeña que las fuerzas que provoca sobre los objetos que tiene alrededor es absolutamente despreciable.



Fig

Fig. 15. De la misma forma que una masa sobre una red elástica crea a su alrededor una zona de deformación tal que otra pequeña masa en esta zona caería sobre la masa mayor, podemos imaginar que en el Universo una masa crea a su alrededor un campo gravitatorio en el que cualquier objeto que se situara en dicho campo sería atraído por la masa que crea el campo.

Newton fue capaz de calcular la relación de proporcionalidad de la fuerza gravitatoria con las masas y la distancia entre ambas y enunció la Ley de Gravitación Universal de la siguiente forma:

Recuerda

Ley de Gravitación Universal: Todos los cuerpos en el Universo se atraen mutuamente con una fuerza que es directamente proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Esta ley se puede expresar matemáticamente como: $$Fuerza = G\frac{m_1 m_2}{d^2}$$

- En esta fórmula m_1 y m_2 son las masas de los cuerpos que se atraen (en kilogramos).
- d es la distancia en metros que separa los centros de los dos cuerpos que se atraen.
- G es la Constante de Gravitación Universal cuyo valor es $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N m^2 / kg^2.

El valor de G es tan pequeño, que si las masas m_1 y/o m_2 no son suficientemente grandes, el valor de la fuerza de atracción que resulta es muy pequeño (inapreciable). Por ejemplo, dos personas de 70 y 80 kg respectivamente que se encuentren a 1 metro de distancia se atraen gravitacionalmente hablando con una fuerza

$$Fuerza = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 70 \cdot 80}{1^2} = 0{,}0000003735 \text{ N}$$

Ese valor tan pequeño de la fuerza gravitatoria es absolutamente inapreciable.

Pero ¿qué sucede si en vez calcular la fuerza de atracción entre dos personas a partir de la Ley de Gravitación Universal, quisiéramos calcular la fuerza de atracción entre la Tierra y una persona que está sobre la superficie terrestre?.

En este caso debemos saber los siguientes datos:

- Masa de la Tierra: $5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
- Masa de la persona : 80 kg
- Distancia entre los centros de los cuerpos (desde centro de la Tierra hasta el centro de la persona en la superficie terrestre)= Radio de la Tierra = $6{,}37 \cdot 10^{6}$ metros

Si sustituimos estos valores en la formula anterior obtenemos:

$$Fuerza = G\frac{m_1 m_2}{d^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 80}{(6{,}37 \cdot 10^{6})^{2}} = 784 \text{ N}$$

Evidentemente, en este caso, la fuerza de atracción mutua sí que resulta apreciable. La persona es atraída por la Tierra (y viceversa) con una fuerza de 784 N. Esta fuerza es la que “mantiene a la persona con los pies en el suelo” y como podrás suponer, esta fuerza es el peso de la persona.

Para calcular la fuerza con que la Tierra atrae a cualquier objeto de masa m en su superficie bastaría con cambiar en la fórmula anterior, la masa de la persona por la masa del objeto en cuestión. Todos los demás datos seguirían siendo los mismos. De hecho, si resolvemos la operación para todos los valores que aparecen en la fórmula, considerando, en general, el valor m para la masa del objeto encontramos el siguiente resultado:

$$\text{Fuerza} = \underbrace{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot}{(6{,}37 \cdot 10^{6})^{2}}}_{9{,}8} . \text{ m} = 9{,}8 \cdot \text{m}$$

Es decir, la Tierra atrae a cualquier objeto de masa m que esté en su superfice con una fuerza igual a $F = 9.8 \cdot m$. Esta fuerza es el peso del objeto.

El valor 9,8 es justamente el valor de la gravedad terrestre “g”. Si nos fijamos en los datos que hemos utilizado para hallar el valor de g, observaremos que son la constante de Gravitación Universal, la masa de la Tierra y el radio terrestre. Si quisiéramos calcular el valor de la gravedad en la superficie de otro planeta, bastaría con cambiar en la fórmula los datos de masa y radio correspondientes a los de dicho planeta. Concretamente, en la superficie terrestre una masa de 1 kilogramo es atraída por la Tierra con una fuerza de 9,8 N.

3.7. ALGUNAS FUERZAS COTIDIANAS DE INTERÉS

3.7.1. La fuerza peso (P)

Como hemos visto en el apartado anterior, la Tierra atrae a todos los cuerpos que se encuentran en su superficie y en general, dentro de su campo gravitatorio. Nos referiremos al concepto de peso para los cuerpos sobre la superficie terrestre. El valor del peso de un objeto es directamente proporcional a su masa (m) y al valor de la gravedad (g) en el lugar donde se encuentra.
Cuanto mayor es la masa del objeto, mayor es su peso. De la misma forma, cuanto mayor es la gravedad del lugar también es mayor su peso. De acuerdo con esta relación, podemos calcular el peso de los cuerpos como:

$$\mathbf{P = m \cdot g}$$

No debemos olvidar, que el peso es una fuerza y por tanto se mide en Newton. Es un error muy común hablar del peso en kilogramos. Desde el punto de vista científico es una incorrección importante. Por ejemplo, si decimos que una persona pesa 70 kilogramos (aunque todos entendemos lo que quiere decir) es un error del mismo tipo que si decimos que la longitud de una mesa es de 2 horas. ¿Cómo deberíamos decirlo correctamente? Pues deberíamos decir que una persona tiene una masa de 70 kg. Si queremos hablar correctamente de peso deberíamos decir que una persona pesa 686 N (P=70 x 9,8 = 686 N).

Conviene tener claro que peso y masa no es lo mismo, tal y como ya señalamos anteriormente. Todos los objetos, por el simple hecho de existir tienen masa, es decir, están formados por una cantidad mayor o menor de materia, independientemente de que pesen o no. Un objeto muy lejos de cualquier campo gravitatorio podemos suponer que no pesa pues la gravedad en esa zona sería prácticamente cero. Esto no significa que no tenga masa. Lo que es cierto, es que, una vez ubicados en un lugar concreto (por ejemplo, la superficie terrestre), la gravedad tendrá un valor determinado y cuanto mayor sea la masa del objeto mayor será su peso.

Recuerda

Peso: Es la fuerza con que la Tierra atrae a todos los cuerpos que se encuentra sobre ella o situados dentro de su campo gravitatorio.
- El peso se calcula multiplicando la masa del objeto por el valor de la gravedad del lugar: $P = m \cdot g$
- El peso se mide en Newtons (como fuerza que es).

3.7.2. La fuerza de rozamiento (Fr)

El rozamiento es un fenómeno cotidiano que se manifiesta continuamente a nuestro alrededor. A veces, sus efectos son indeseables, pues supone pérdidas de energía, calentamiento entre piezas (en motores, por ejemplo), desgastes, etc. Pero no debemos olvidar que gracias al rozamiento, las ruedas de los coches pueden girar y permiten el avance del vehículo (si no existiera el rozamiento, el coche no avanzaría, baste recordar el problema que se origina con las placas de hielo en la carretera. En este caso, el mínimo rozamiento origina la pérdida de control sobre la dirección del movimiento). También, gracias al rozamiento entre el suelo y los zapatos podemos avanzar al andar. Del mismo modo, el rozamiento es el fundamento del mecanismo de actuación de los paracaídas y así podríamos seguir dando muchos más ejemplos de los efectos del rozamiento.

El rozamiento se manifiesta de forma evidente cuando un cuerpo se mueve en contacto directo con otro o bien dentro de un fluido (líquido o gas). Si lanzamos una caja deslizando sobre el suelo, observaremos que se acaba deteniendo debido al rozamiento. Si un coche en marcha se deja en punto muerto seguirá avanzando durante un tiempo por inercia, pero acabará parándose debido al rozamiento con el suelo y con el aire.

La fuerza de rozamiento será mayor o menor dependiendo de lo pulidas que sean las superficies en contacto. Cuanto más lisas y pulidas sean las superficies menor será la fuerza de rozamiento. Cuanto más rugosas e irregulares sean las superficies, la fuerza de rozamiento será mayor. Esta fuerza debe determinar experimentalmente para cada caso, pero este tipo de determinaciones queda fuera de los objetivos de este curso.

Figura 16. Al intentar deslizar un objeto sobre una superficie se manifiesta la fuerza de rozamiento en sentido opuesto al sentido del movimiento. Según el grado de rugosidad de las superficies en contacto la fuerza de rozamiento será mayor o menor. La persona debe conseguir vencer la fuerza de rozamiento para lograr que el armario se desplace.

La fuerza de rozamiento que actúa sobre cuerpos en movimiento se debe dibujar en sentido contrario al movimiento, pues es una fuerza de oposición, que actúa “frenando” el móvil.

3.7.3 La fuerza Normal (N)

Se le da el nombre genérico de fuerza normal a toda aquella fuerza que actúa sobre un objeto que está apoyado sobre la superficie de otro, como resultado de la interacción mutua ente el objeto y la superficie de apoyo. Si pensamos en un libro apoyado en reposo sobre la superficie de una mesa, debemos tener claro que al menos actúan sobre el libro dos fuerzas que se contrarrestan entre sí. Sobre el libro actúa la fuerza peso dirigida hacia el centro de la Tierra (debida a la atracción que la Tierra ejerce sobre el libro), pero si el libro está en reposo, eso significa que la fuerza peso debe estar contrarrestada por otra fuerza para que la resultante sea nula. Esa fuerza es la que la mesa "le hace" al libro hacia arriba por el simple hecho de estar apoyado sobre ella. Esta fuerza es que llamamos normal. Si "imaginariamente" la mesa desapareciera, la normal desaparecería, pues ya no estaría el libro apoyado en nada. Lógicamente, sólo actuaría sobre el libro la fuerza peso y ésta sería la responsable de que el libro cayera hacia el suelo.

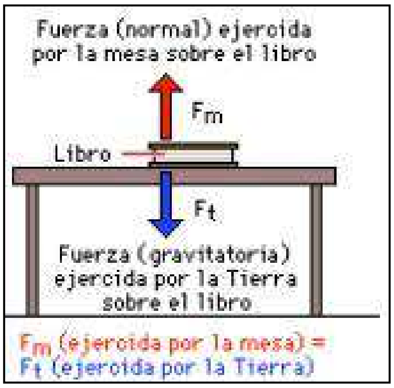


Fig. 17 Fuerzas que actúan sobre un libro en reposo que apoya sobre una mesa.

En la figura 17, se representan las dos fuerzas que actúa sobre el libro (ten en cuenta que lo que en el dibujo aparece como Fm es lo que se llama fuerza normal).

Una característica de la fuerza normal es que siempre actúa en la dirección perpendicular a la superficie de apoyo.

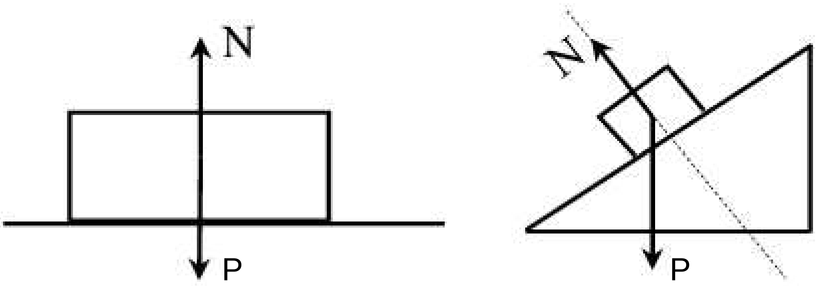


Fig. 18. La fuerza normal tiene la dirección perpendicular a la superficie sobre la que se apoya el cuerpo. En un plano inclinado, el peso y la normal **no** están en la misma dirección ni tienen el mismo valor numérico.

Debe quedar claro que la fuerza normal y el peso no necesariamente tienen que ser siempre iguales. Esto ocurre si el objeto descansa sobre una superficie horizontal. Pero si la superficie fuera inclinada como se representa en la figura 18, el peso y la normal ya no son iguales ni están en la misma dirección. La normal es perpendicular a la superficie de apoyo, pero el peso siempre irá dirigido hacia abajo (el centro de la Tierra). En el plano inclinado se aprecia como la resultante de las dos fuerzas no es nula y por ello el objeto no está en equilibrio y, en ausencia total de rozamientos, tiende a bajar por el plano, (bajo la acción de la fuerza resultante).

3.7.4. La Tensión (T)

Tensión es el nombre genérico que se da las fuerzas que actúan sobre cuerpos que están colgados o suspendidos mediante cables, cuerdas o enganches en general. Cuando una lámpara cuelga del techo, éste interacciona con la lámpara (digamos que “tira de la lámpara” hacia arriba a través de la cadena/cable que la sujeta. La cadena solo es el soporte por el que se transmite la fuerza. De hecho, es común decir que la cadena/cable está “tensa” cuando ésta transmite alguna fuerza.
Si analizamos las fuerzas que actúan sobre una lámpara que cuelga en reposo, observamos que son dos: por una parte el peso de la lámpara (como siempre dirigido hacia el centro de la Tierra) y por otra parte la tensión del cable que la sujeta al techo. Si la lámpara permanece en reposo es porque está en equilibrio de fuerzas, es decir que la tensión y el peso se anulan mutuamente. Si imaginariamente “cortamos” el cable que sujeta la lámpara, desaparece la interacción con el techo y sólo actuaría la fuerza peso, que sería la responsable de que la lámpara cayera hacia el suelo. En el apartado correspondiente a la tercera ley de Newton ya se comentó con más detalle este ejemplo.

Recuerda

- La fuerza normal (N) actúa sobre cuerpos que están apoyados en una superficie y es perpendicular a dicha superficie.

- La tensión (T) es una fuerza que actúa sobre objetos colgados, mediante cables, cuerdas o enganches.

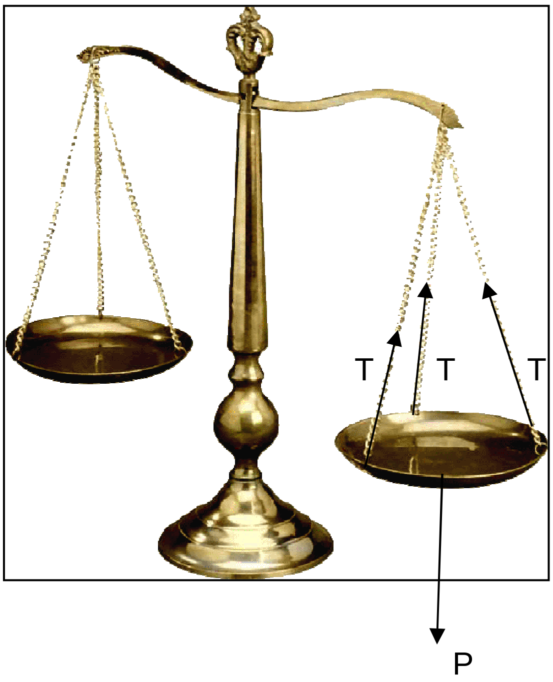
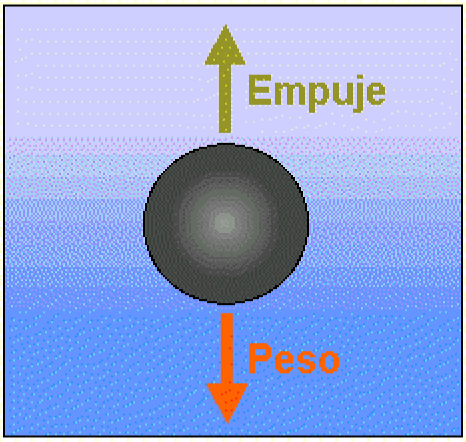


Fig. 19. En la imagen se representan las fuerzas que actúan sobre las cadenillas que sujetan los platos de una balanza. Sobre cada una de las cadenillas actúa la fuerza que llamamos tensión.

3.7.5. La fuerza de empuje. Principio de Arquímedes

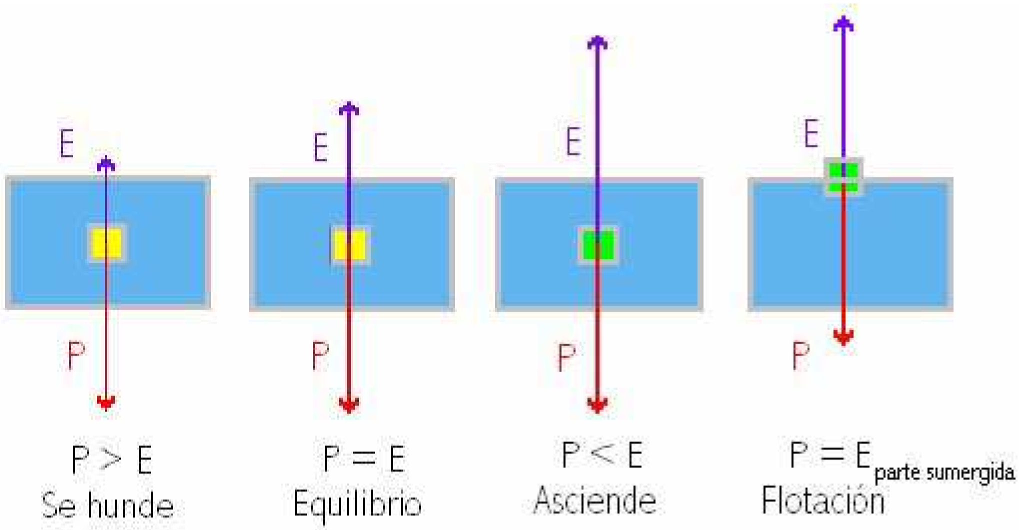
Seguramente habrás comprobado alguna vez que cuando te introduces en el agua en una piscina, en el mar etc. parece que "pesas menos". No debes confundirte. Tu peso es el mismo dentro que fuera del agua ($P = m \cdot g$), lo que ocurre es que al sumergirte actúa una fuerza que contrarresta total o parcialmente al peso. Esta fuerza que actúa sobre los cuerpos sumergidos en fluidos (líquidos o gases) es la que llamamos **fuerza de empuje (E).** La fuerza de empuje actúa sobre todos los cuerpos que están sumergidos en fluidos y tiene sentido vertical y hacia arriba (por esta razón contrarresta al peso, que tiene sentido hacia el centro de la Tierra, como ya sabes). El peso "aparente" de los cuerpos sumergidos es la resultante de las dos fuerzas que actúan en sentidos contrarios: $\sum F = P - E$.



El **empuje** es la fuerza hacia arriba que experimenta un objeto cuando se lo sumerge en un líquido. Esta fuerza depende del volumen del objeto sumergido:
- si su peso es menor que el empuje, flotará.
- si su peso es mayor que el empuje, se hundirá.

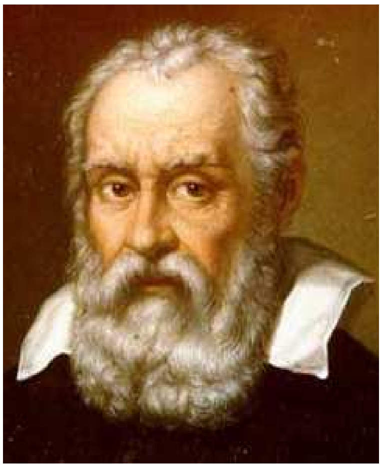
Al comparar el valor del peso con el valor de la fuerza empuje se pueden dar tres posibilidades:

a) Si la **fuerza peso es mayor que el empuje**, la resultante tiene sentido hacia abajo, por tanto el objeto **se hunde.** Es lo que ocurre por ejemplo cuando una piedra cae al agua.
b) Si la **fuerza peso es menor que el empuje**, la resultante tiene sentido hacia arriba, por lo que el objeto **ascenderá con aceleración** dentro del fluido. Es lo que sucede si sumergimos un balón a una cierta profundidad bajo el agua y lo soltamos. Comprobamos que se mueve hacia arriba con aceleración apreciable.
c) Si la fuerza **peso es igual al empuje**, el objeto se encontraría en **equilibrio** y no se hundirá ni ascenderá. Es el caso de un submarino que permanece bajo el agua en reposo.

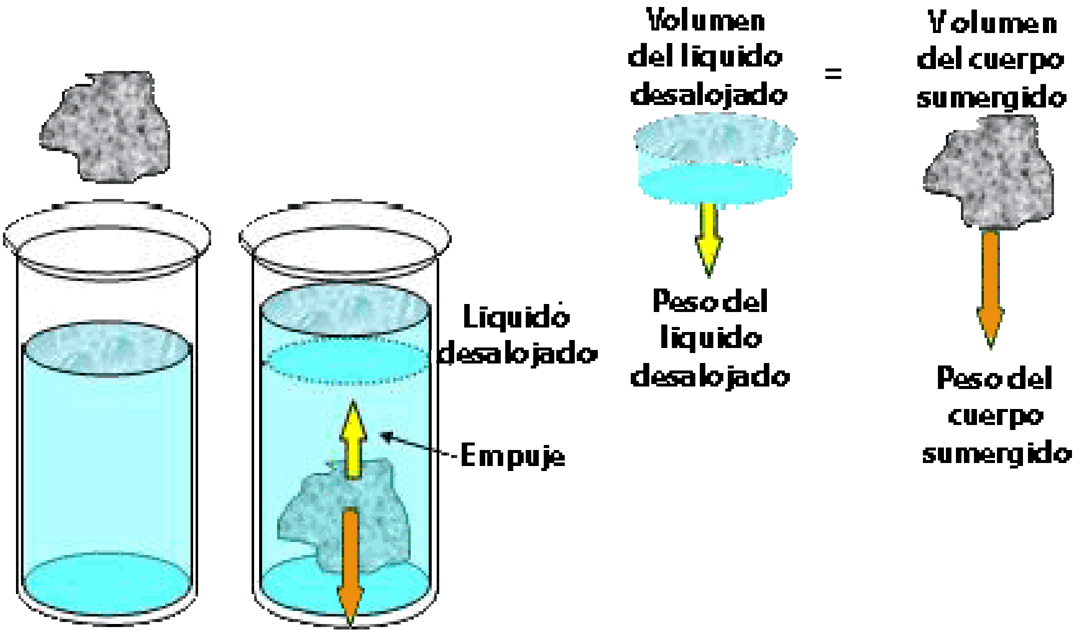


Cuando un objeto permanece flotando en la superficie de un fluido siempre tiene una parte sumergida, que es la responsable de que actúe una fuerza de empuje tal que iguale al peso del objeto, para que se mantenga en equilibrio.

Como habrás observado**, el hecho de que un objeto flote o se hunda no depende únicamente de que pese mucho o poco, sino de comparar su peso con el empuje que recibe**. Por este motivo debes intentar evitar hacer razonamientos erróneos del tipo *" los cuerpos que pesan mucho se hunden y los que pesan poco flotan"*. Piensa por ejemplo, que una pequeña piedrecilla que pesa muy poco se hunde y sin embargo un gran transatlántico que pesa muchísimo flota.



La fuerza del empuje fue estudiada desde la antigüedad siendo **Arquímedes**, hacia el año 230 antes de Cristo, el que dedujo cómo calcular el valor de dicha fuerza. Arquímedes comprobó que la fuerza de empuje tenía el mismo valor que el peso del fluido que se desaloja cuando se sumerge un objeto.
Al sumergir un objeto en agua (por ejemplo), éste objeto desplaza una cantidad de agua que equivale al volumen de la parte sumergida de dicho objeto. Ese volumen de agua desplazado tiene un peso. Pues Arquímedes comprobó que el empuje recibido por el objeto sumergido era igual a lo que pesaba el fluido desalojado. Esto constituye el famoso principio de Arquímedes.



RECUERDA

La fuerza de empuje actúa sobre todos los cuerpos sumergidos en un fluido (líquido y gas) y actúa siempre en sentido vertical hacia arriba.

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES:

Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta una fuerza de empuje vertical y hacia arriba igual al peso del fluido desalojado.

La fuerza de empuje es igual al peso de fluido desalojado, por tanto cuanto más pese el fluido desalojado mayor será el empuje. El fluido desalojado pesará más cuanto más denso sea el fluido. Por eso un mismo objeto puede hundirse en un líquido pero flotar en otro. Cuanto más denso sea el líquido, más empuje recibe el objeto sumergido y puede flotar con más facilidad.
Una bola de acero se hunde en el agua pero flota en el mercurio, ya que el mercurio es mucho más denso que el agua. En la imagen de la derecha puedes observar como una bola de acero flota en un vaso que contiene mercurio. Por esta misma razón quizás habrás notado que se flota mejor en el agua del mar que en el agua de una piscina. Recuerda que el agua del mar es un poquito más densa que el agua de la piscina debido a la gran cantidad de sales que contiene.

8. ACTIVIDADES RESUELTAS Y COMENTADAS

8.1. Cuestiones

1.- En dinámica, ¿cuándo decimos que un cuerpo puntual está en equilibrio?

Un cuerpo puntual está en equilibrio cuando la fuerza resultante que actúa sobre él es nula ($\Sigma F=0$).

2.- "Todo objeto en equilibrio está necesariamente en reposo". ¿Es cierta esta afirmación?

No es cierta, porque un objeto puede estar en equilibrio de fuerzas y llevar un movimiento rectilíneo uniforme (MRU). En este caso se estaría moviendo. Evidentemente, si un cuerpo permanece en reposo también está en equilibrio pero el concepto de equilibrio no implica necesariamente reposo.

3.- Un ciclista circula por una carretera recta y horizontal a una velocidad de 20 km/h. En un instante dado deja de pedalear y se mantiene sobre la bicicleta. Describe lo que sucede a partir del instante en que deja de pedalear en los casos siguientes:
a) Si tenemos en cuenta los rozamientos con el suelo y el aire.
b) Si no existiera rozamiento alguno (ausencia total de rozamientos).

a) Justo después de dejar de pedalear, el ciclista seguirá moviéndose por inercia durante un tiempo. Puesto que hay rozamiento que se opone al movimiento, la velocidad del ciclista irá disminuyendo, se irá frenando el movimiento y acabará parándose al cabo de un cierto tiempo. Esto es lo que realmente ocurre en la situación planteada.
b) La situación que se plantea en este apartado es ideal, puesto que en la realidad no podemos obviar los rozamientos. No obstante, en ese hipotético caso, al no existir fuerza de rozamiento que se oponga al movimiento, el ciclista seguiría moviéndose por inercia y mantendría constante la velocidad de 20 km/h indefinidamente, hasta que actuara alguna otra fuerza que lo acelerara o lo frenara. Este sería un claro ejemplo de aplicación de la Primera ley de Newton (Ley de Inercia): todo cuerpo en movimiento tiende a mantener un MRU mientras no haya una fuerza que lo altere.

4.- Explica, con razonamientos físicos, para qué sirven los cinturones de seguridad de los coches.

Al frenar bruscamente, el pasajero del coche tiene tendencia, por inercia, a mantener el estado de movimiento que llevaba previamente. Por esta razón tiende a salir lanzado hacia delante, intentando mantener la velocidad que llevaba. El cinturón sujeta al pasajero al asiento, de forma que impide que salga lanzado hacia la parte delantera del vehículo.

5.- Explica qué sucede y por qué con los pasajeros que viajan de pie en un autobús urbano cuando el conductor arranca bruscamente desde el reposo al ponerse verde un semáforo.

Mientras el autobús está parado en el semáforo los pasajeros están en reposo. Cuando el autobús arranca bruscamente, se rompe el equilibrio, pero la tendencia inicial de los viajeros es a intentar mantener, por inercia, el estado de reposo que previamente tenían y por eso se van hacia "atrás" respecto a la marcha. Obviamente, por estar sobre el suelo del autobús, éste "arrastra" consigo a los viajeros y cuando estabilice su velocidad volverán a la situación de equilibrio.

6.- ¿Qué sucede cuando sobre un cuerpo de masa "m" actúa durante un tiempo una fuerza resultante constante y no nula, ΣF?

Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es constante y **no** nula, este cuerpo se moverá con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), teniendo en cuenta que la aceleración que adquiere es directamente proporcional a la fuerza resultante que está actuando e inversamente proporcional a la masa.

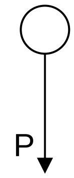
$$a = \frac{\sum F}{m} \quad \rightarrow \quad \Sigma F = m \cdot a$$

Este ejercicio plantea, básicamente, el enunciado de la Segunda Ley de Newton.

7.- Dibuja esquemáticamente las fuerzas que intervienen sobre los siguientes objetos:

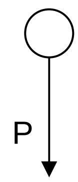
a) *Una piedra lanzada verticalmente hacia arriba mientras está subiendo, sin tener en cuenta los rozamientos con el aire.*

En este caso, mientras la piedra está subiendo la única fuerza que actúa es su peso, puesto que no hay rozamiento. Es un error muy habitual dibujar una fuerza hacia arriba, lo cual es absolutamente injustificado. Mientras sube la piedra libremente no hay nada que "tire" hacia arriba de la piedra. Ésta sube por la inercia que se le provocó en el impulso inicial del lanzamiento. No debemos olvidar que la fuerza peso siempre está dirigida hacia el centro de la Tierra, independientemente de cómo se mueva el objeto.



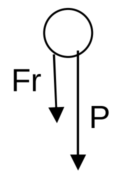
b) *Una piedra en caída libre, sin tener en cuenta los rozamientos con el aire.*

Si no tenemos en cuenta los rozamientos, la situación es análoga al ejercicio anterior. Sólo actúa la fuerza peso. La diferencia es que mientras el movimiento sea hacia arriba, la fuerza peso se opone al movimiento y por eso se va frenando (retardado). En la caída libre la fuerza peso tiene el mismo sentido que el movimiento y por esta razón va acelerando.



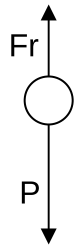
c) *Una piedra lanzada verticalmente <u>hacia arriba</u> mientras está subiendo, teniendo en cuenta la fuerza de rozamiento con el aire.*

En este caso actúan dos fuerzas: el peso y la fuerza de rozamiento. La fuerza de rozamiento (Fr) siempre se opone al sentido del movimiento, luego si la piedra está subiendo, la Fr está dirigida hacia abajo. El peso, como siempre, también estará dirigido hacia abajo.



d) *Una piedra en caída libre, teniendo en cuenta la fuerza de rozamiento con el aire.*

En este caso actúan las mismas fuerzas que en el apartado anterior, lo que ocurre es que al ser una caída libre, el sentido del movimiento es hacia abajo, por lo que la Fr actuará en sentido contrario, es decir hacia arriba, provocando que la piedra caiga con una aceleración menor que la correspondiente a la caída en el vacío.

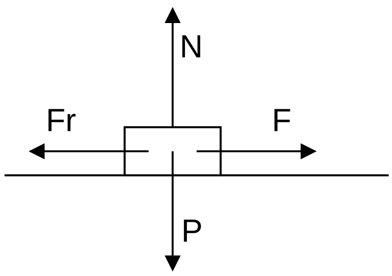


8.- Dibuja esquemáticamente las fuerzas que intervienen sobre los siguientes objetos:

a) *<u>Un trineo arrastrado sobre la nieve por una superficie horizontal.</u>*

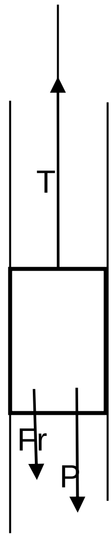
En este caso, sobre el trineo actúan cuatro fuerzas:

- El peso (P), dirigida hacia el centro de la Tierra.
- Por estar el trineo apoyado sobre una superficie actúa la fuerza normal (N), perpendicular a dicha superficie.
- La fuerza (F) que arrastra el trineo, supongamos que hacia la derecha, por ejemplo. Ésta sería la fuerza que realiza la persona o animal que tira del trineo.
- La fuerza de rozamiento, en sentido contrario al movimiento.



Por tratarse de una superficie horizontal (no inclinada), la fuerza peso y la normal tienen el mismo valor numérico pero sentidos contrarios. Se anulan entre sí. Para que el trineo consiga moverse, se debe aplicar en prinicipio una fuerza F algo mayor que la fuerza de rozamiento Fr, pues si el trineo está inicialmente en reposo y la fuerza F no es capaz de vencer los rozamientos, el trineo tenderá a seguir en reposo (por inercia). Una vez que el trineo ya está moviéndose, si queremos que avance con velocidad constante, deberemos hacer una fuerza igual a la fuerza de rozamiento. De esta forma, la resultante total de las fuerzas sobre el trineo será nula y éste avanzará con MRU, tal y como establece la Primera Ley de Newton. En conclusión, la persona o animal que tira del trineo, una vez en movimiento, debe hacer continuamente una fuerza F para contrarrestar la fuerza de rozamiento.

b) *Una cabina de ascensor mientras sube con velocidad Constante, teniendo en cuenta las fuerzas de rozamiento*.



Supondremos esquemáticamente que el ascensor consta de Una cabina y un cable que la sujeta. Además, al moverse, la Cabina roza con las guías laterales por las que se desplaza.

En este caso tenemos tres fuerzas:

- El peso (P), dirigida hacia el centro de la Tierra.
- La Tensión (T) del cable del que cuelga la cabina. Esta fuerza es la responsable de que el ascensor suba. Por tanto está dirigida hacia arriba.
- La fuerza de rozamiento (Fr) dirigida hacia abajo, en sentido contrario al movimiento.

Mientras el ascensor sube con velocidad constante la tensión debe ser igual a la suma del peso y de la fuerza de rozamiento para que la resultante sea nula y se consiga mantener el MRU.

c) *Un niño que desliza por un tobogán (teniendo en cuenta el rozamiento)*

Mientras es niño desliza hacia abajo por el tobogán actúan sobre él tres fuerzas:

- El peso, como siempre, dirigido verticalmente hacia el centro de la Tierra.
- La fuerza normal, por estar apoyado sobre la superficie del plano inclinado. Esta fuerza es perpendicular a la superficie del plano.
- La fuerza de rozamiento, que se opone al sentido del movimiento.

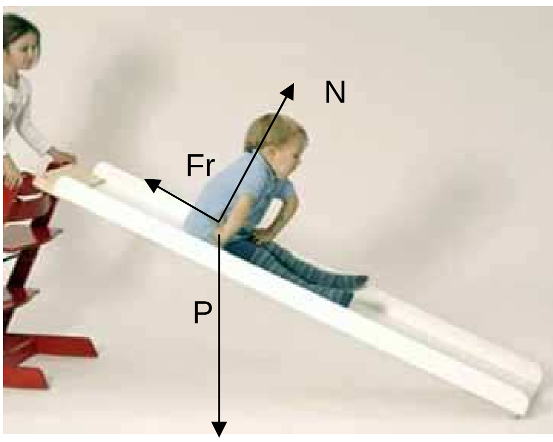


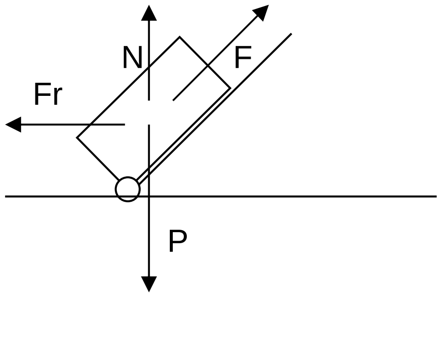
Fig. 20. Fuerzas que actúan sobre un muchacho que desciende por un tobogán.

La resultante de esas tres fuerzas es la responsable del movimiento del muchacho. Si no existiera la fuerza de rozamiento, el niño descendería con aceleración constante. La fuerza de rozamiento es la responsable de que el niño se mueva con MRU.

c) *Un carrito de la compra arrastrado hacia la derecha.*

Sobre el carrito actúa cuatro fuerzas:

- El peso (P).
- La normal (N), por estar apoyado sobre una superficie. Se dibuja perpendicular a la superficie.
- La fuerza F que ejerce la persona que tira del carrito.
- La fuerza de rozamiento (Fr), como siempre en sentido contrario al movimiento.



9.- A partir de la ecuación fundamental de la dinámica (2ª ley de Newton), define el Newton como unidad de fuerza.

El Newton es la unidad de fuerza del Sistema Internacional. Si observamos la ecuación fundamental de la dinámica que establece la Segunda Ley de Newton,

$\Sigma F = m \cdot a \quad \rightarrow \quad 1\ N = 1\ Kg \cdot 1\ m/s^2$

Esta relación la podemos describir como una definición de la siguiente manera:

1 Newton es la fuerza que aplicada a 1 kg de masa le produce una aceleración de 1 m/s^2

10.- Explica, con argumentos científicos, lo que sucede y por qué cuando un cazador, con su escopeta de cartuchos apoyada en el hombro, dispara el arma.

Al disparar el arma se produce una combustión instantánea de la pólvora y se generan gases de la combustión, que al intentar escapar empujan al cartucho y le obligan a salir por el cañón de la escopeta. Pero en virtud de la tercera ley de Newton (acción-reacción), en la misma medida que los cartuchos son empujados a salir hacia adelante (acción), también los gases son empujados hacia atrás por los propios cartuchos mientras salen (reacción), provocando el retroceso de la escopeta y el consiguiente “empujón” hacia atrás que experimenta el propio cazador.

11.- Explica las diferencias entre los conceptos peso y masa.

Aunque es muy frecuente confundir estos conceptos, debe quedar claro que son magnitudes diferentes.
La masa es una propiedad general de cada cuerpo relacionada con la cantidad de materia que lo constituye. Cada cuerpo es, esencialmente, como un “trozo” de materia. Cuanta más materia forme parte del cuerpo, su masa será mayor. La masa no depende de la posición que tenga el cuerpo respecto de la Tierra (más cerca o lejos del centro). Aunque no existiera gravedad en un lugar, un cuerpo, por el hecho de existir ya tiene masa. La unidad de masa en el S.I. es el kilogramo.
El peso es la fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos. Esta fuerza depende de la masa del objeto y de la distancia entre el objeto y el centro de la Tierra. Los cuerpos pesan cuando están dentro de un campo gravitatorio creado por un planeta o estrella (en general, cerca de cuerpos de enorme masa). La gravedad de un lugar es una medida de lo intenso que es el campo gravitatorio en dicho lugar. En la superficie terrestre la gravedad vale 9,8 N / kg (o m/s^2). En un lugar hipotético en donde no existiera gravedad, un objeto no pesaría nada, pero sí que tendría masa. El peso, como fuerza que es debe medirse en Newton. De hecho, 1 kg de masa pesa 9,8 N.
($P = m \cdot g = 1 \cdot 9{,}8 = 9{,}8\ N$)

La confusión entre ambas magnitudes se produce por la siguiente razón:

En la superficie terrestre, la gravedad prácticamente siempre tiene el mismo valor ($g= 9,8\ m/s^2$). Además, el peso de los objetos es directamente proporcional a su masa (recordemos la fórmula $P= m \cdot g$). Entonces, cuanto mayor es la masa de un objeto, mayor es su peso. Realmente, cuando utilizamos la balanza, lo que estamos midiendo es el peso de los objetos. El propio instrumento está calibrado de manera que cada 9,8 N de fuerza que mide, lo identifica con una masa de 1 kg. (cada 19,6 N de peso corresponden a 2 kg de masa y así sucesivamente…). Como la balanza ofrece resultados en kilogramos (aunque internamente mide Newton), de ahí surge la confusión.

12.- Indica si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas:

a) Un astronauta en la superficie de la Luna y en la superficie de la Tierra tiene la misma masa.

Esta afirmación es cierta. La masa no depende del lugar del espacio en el que se encuentre el objeto.

b) Un astronauta en la superficie de la Luna y en la superficie de la Tierra pesan lo mismo.

Esta afirmación es falsa, porque en la superficie lunar, la gravedad es menor que en la Tierra (concretamente $g= 1,6\ m/s^2$, es decir, más o menos la sexta parte que en la Tierra), por lo que el astronauta en la Luna pesará menos (aproximadamente la sexta parte que en la Tierra).

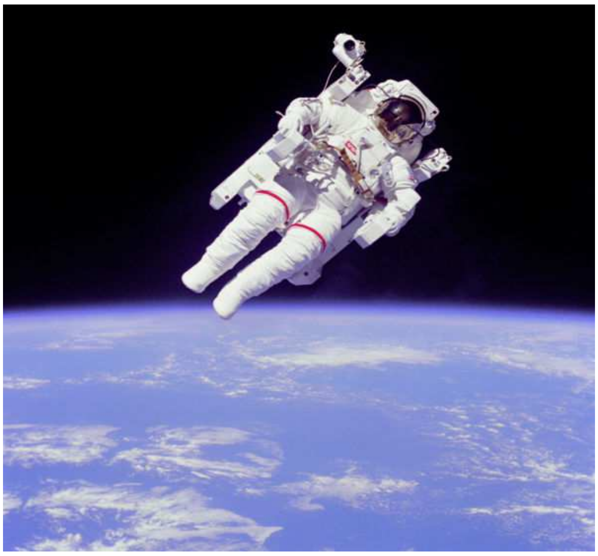


Fig. 21. Cuanto más alejado del centro de la Tierra se encuentra un objeto, su peso es menor debido a que la gravedad es menor, pero su masa no varía.

13.- ¿Es correcta desde el punto de vista científico la afirmación *“yo peso 70 kilogramos”*?

Esa afirmación no es correcta desde el punto de vista científico, aunque todo el mundo pueda entender perfectamente su significado. Lo correcto sería decir “*mi masa es de 70 kg*”. No se debe utilizar la unidad kilogramo para referirse a un peso (el error es tan gordo -científicamente hablando- como decir que una película dura 2 “grados centígrados”, por ejemplo).Si quiero decir mi peso tendré que utilizar como unidad los Newton y para saber realmente el peso debo calcularlo multiplicando la masa por la gravedad:

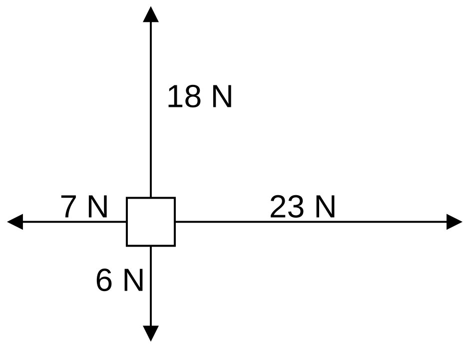
$$P = m \cdot g = 70 \cdot 9,8 = 686\ N.$$

Resumiendo: serían correctas las dos formas siguientes:

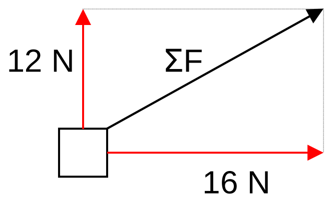
- Mi masa es 70 kg
- Yo peso 686 N.

8.2. Problemas

1.- Calcula la resultante de las fuerzas que actúan sobre el siguiente objeto:



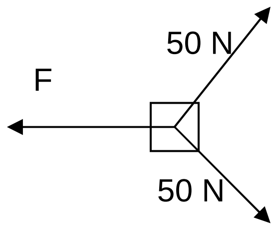
Para hallar la resultante total primero hallaremos las resultantes parciales según las direcciones vertical y horizontal. Del esquema se deduce que horizontalmente la resultante es Una fuerza de 16 N hacia la derecha. Verticalmente, la resultante es una fuerza de 12 N hacia arriba. Para hallar la resultante total aplicamos el Teorema de Pitágoras con estos valores obtenidos.



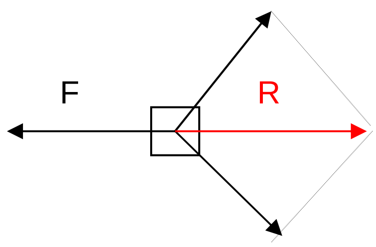
$\sum F = \sqrt{12^2 + 16^2}$ = 20 N.

La dirección de la resultante viene dada por la diagonal del paralelogramo que determinan las fuerzas angulares.

2.- Calcula cuánto tiene que valer la fuerza F de la siguiente figura para que el objeto esté en equilibrio (obsérvese que las fuerzas de 50 N son perpendiculares:



Las fuerzas perpendiculares tendrán una resultante que estará en la misma dirección pero en sentido contrario que la fuerza F. Para que el objeto esté en equilibrio, ambas fuerzas deben anularse, por lo que deben tener el mismo valor numérico. Por esta razón, la fuerza F debe valer lo mismo que la resultante de las fuerzas angulares (R).



$R = \sqrt{50^2 + 50^2}$ = 70,71 N

Si la fuerza F vale 70,71 N el objeto estará en equilibrio, ya que ΣF = 0.

3.- Calcula el peso de los siguientes objetos (considera g= 9,8 m/s^2):

(No hay que olvidar que al trabajar las fórmulas de dinámica, las masas deben ir expresadas en kilogramos para que el resultado de la fuerza peso se obtenga en Newtons).

a) Una hormiga cuya masa es de 20 mg

$P = m \cdot g = 0{,}00002 \cdot 9{,}8 = 0{,}000196$ N

b) Un camión de 30 toneladas.

$P = m \cdot g = 30.000 \cdot 9{,}8 = 294.000$ N

c) *Un bocadillo de 100 g de masa.*

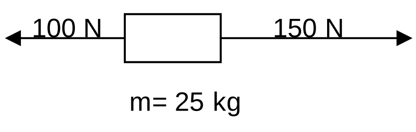
$P = m \cdot g = 0{,}1 \cdot 9{,}8 = 0{,}98$ N

4.- Observa la siguiente tabla en la que se recogen los valores de la aceleración de la gravedad en la superficie de diversos planetas y calcula el peso de un astronauta de 70 kg de masa cuando se situara en la superficie de cada uno de esos planetas:

	Mercurio	Venus	Tierra	Marte	Júpiter	Saturno	Urano	Neptuno
Gravedad (m/s^2)	3,70	8,87	9,80	3,71	23,12	8,96	8,69	11
Peso (N)	259,0	620,9	686,0	259,7	1618,4	627,2	608,3	770,0

Los valores del peso se han calculado multiplicando la masa (70 kg) por los diferentes valores de la gravedad en cada planeta.

5.- a) Calcula con qué aceleración se moverá el objeto que aparece en la siguiente figura, sabiendo que su masa es 25 kg.
b) Si el objeto estaba inicialmente en reposo cuando empezaron a actuar las fuerzas, halla la velocidad final que llevará al cabo de 20 segundos.



Como la resultante de las fuerzas que actúan no es nula, el objeto se moverá con aceleración constante (MRUA) , tal y como establece la Segunda Ley de Newton.

a) Aplicamos la ecuación de la Segunda Ley, teniendo en cuenta que las unidades ya están en el Sistema Internacional:

$$\sum F = m \cdot a$$

$$150 - 100 = 25 \cdot a \rightarrow 50 = 25\,a \rightarrow \boxed{a = \frac{50}{25} = 2 \ \text{m/s}^2}$$

b) Una vez que conocemos la aceleración, y sabiendo que el objeto partió del reposo, podemos calcular la velocidad a los 20 segundos con la ecuación del MRUA:

$V_f = V_0 + a \cdot t = 0 + 2 \cdot 20 = 40$ m/s $\boxed{V = 40 \text{ m/s}}$

6.- Un camión de 10 toneladas circula a 72 km/h. ¿Qué fuerza deben ejercer los frenos de ese camión para conseguir que se detenga en 5 segundos?

m = 10 T = 10.000 Kg

$V_0 = 72 \dfrac{km}{h} = 72 \dfrac{1000m}{1km} \cdot \dfrac{1h}{3600s} = 20 \dfrac{m}{s}$

$V_f = 0$

t= 5 s

En el ejercicio se plantea cuál debe ser la fuerza resultante que debe actuar sobre el camión para conseguir que se detenga en 10 segundos. Se trata de un ejercicio de aplicación de la 2ª Ley de Newton: $\sum F = m \cdot a$

En principio no conocemos la aceleración, pero con los datos del enunciado podemos calcularla a partir de la ecuación del MRUA:

$$a = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{0 - 20}{5} = -4 \frac{m}{s^2}$$

Una vez que sabemos la aceleración, aplicamos la ecuación de la 2ª Ley:

$\sum F = m \cdot a \rightarrow \sum F = 10.000 \cdot (-4) = -40 \cdot 000$ N. $\boxed{\sum F = -40.000 \text{ N}}$

El signo negativo nos indica que se trata de una fuerza de oposición al movimiento. Si suponemos que el camión se mueve hacia la derecha, la fuerza de los frenos debe actuar hacia la izquierda.

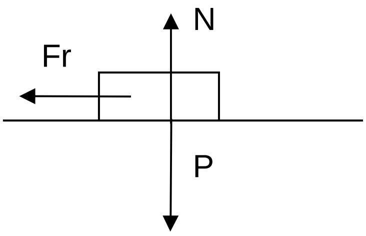
7.- Una caja de zapatos de 1 kg de masa se encuentra sobre la superficie del suelo de una habitación. Supongamos que damos una patada a la caja y que con este impulso inicial le comunicamos una velocidad inicial de 10 m/s. Tras la patada, la caja comienza a deslizar por el suelo y mientras se está moviendo actúa una fuerza de rozamiento de 5 N.

a) Dibuja todas las fuerzas que actúa sobre la caja mientras está deslizando y calcula sus correspondientes valores.

b) Calcula la aceleración con la que se mueve la caja y el tiempo que tarda en pararse.

c)Halla es espacio que recorre la caja hasta que se para.

a) Tras recibir el impulso inicial, la caja empieza a moverse deslizando por el suelo en línea recta. Las fuerzas que actúan, una vez que ya está moviéndose, (supongamos que se mueve hacia la derecha) son las siguientes:



- El peso, dirigido hacia el centro de la Tierra. Su valor es $P = m \cdot g = 1 \cdot 9,8 = 9,8$ N
- La Normal, ya que la caja se encuentra apoyada sobre una superficie horizontal. Por esta razón, su valor es igual que el peso, aunque la normal siempre tiene la dirección perpendicular al plano sobre el que se apoya el objeto.N = 9,8 N.

- La fuerza de rozamiento. Esta fuerza está dirigida en sentido contrario al movimiento, es decir, en nuestro caso, hacia la izquierda. Su valor ya nos lo da el propio enunciado: Fr = 5 .

  Puesto que P y N son fuerzas que tienen el mismo valor numérico y sentidos contrarios, se anulan entre sí y la resultante total de las fuerzas es únicamente la fuerza de rozamiento (∑F = Fr = - 5 N).

  El objeto se mueve bajo una fuerza de rozamiento de 5 N que se opone al moviento y que es la responsable de que la caja acabe parándose. Mientras la caja se mueve, lo hace por inercia, pero al cabo de un tiempo acabará parándose debido a la presencia del rozamiento.

  Es un error habitual dibujar una fuerza hacia la derecha mientras el objeto se está moviendo, confundiendo de esta forma los conceptos de fuerza y velocidad. Si pensamos en la caja del problema, tras la patada no hay ninguna fuerza que “empuje” o “tire” de la caja hacia la derecha. Si se mueve en ese sentido es debido a la inercia, pero no debido a la acción de fuerza alguna.

b) Como ya sabemos el valor de la fuerza resultante ((∑F = Fr = - 5 N) y también conocemos la masa de la caja (1 kg), la aceleración la podemos calcular a partir de la fórmula de la Segunda Ley:

$$\sum F = m \cdot a \rightarrow -5 = 1 \cdot a \rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

Para saber el tiempo que tarda en pararse aplicamos la ecuación del MRUA:

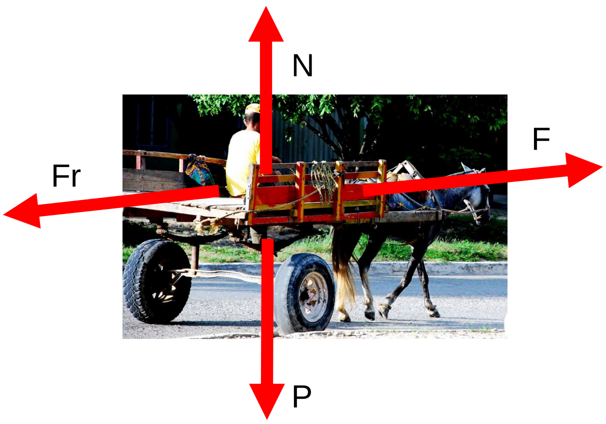
$$t = \frac{V_f - V_0}{a} = \frac{0-10}{-5} = 2 \text{ s.}$$

Debido a los rozamientos, la caja se acaba parando dos segundos después de recibir la patada.

c) Para hallar el espacio que recorre la caja hasta pararse debemos aplicar la ecuación del espacio para un MRUA (retardado, en este caso).

$$e = V_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} = 10 \cdot 2 + \frac{(-5)\cdot 2^2}{2} = 20 - 10 = 10 \text{ m}$$

8.- Una mula tira de un carro cuya masa es 400 kg. La fuerza de rozamiento vale 600 N. Sabiendo que el carro se mueve hacia la derecha con velocidad constante, dibuja todas las fuerzas que actúan sobre el carro y halla el valor de cada una de ellas.



Sobre el carro actúan cuatro fuerzas:
- El peso:
  P = m · g = 400 · 9,8= 3920 N
- La Normal (de igual valor que el peso pero en sentido contrario, perpendicular a la superficie del suelo). N = 3920 N
- La Fuerza de Rozamiento, en sentido contrario al movimiento.

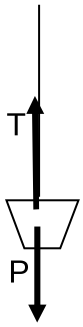
  El valor de la Fr nos lo da el

propio enunciado Fr = 600 N.

- La fuerza que hace la mula, responsable del avance del carro. Puesto que el carro avanza con velocidad constante, la resultante de las fuerzas debe ser nula. Como la fuerza normal y el peso se anulan entre sí, para que la resultante sea nula, deben anularse también la fuerza F y la fuerza de rozamiento. Por tanto, la mula debe hacer una fuerza tal que iguale al rozamiento, es decir, F=600 N, en sentido contrario al rozamiento.

9.- Dibuja y calcula el valor de las fuerzas que actúan sobre un cubo de agua de 10 kg de masas que es elevado mediante una cuerda desde el fondo de un pozo, en los siguientes casos:

a) Cuando el cubo asciende con velocidad constante.
b) Cuando el cubo empieza a subir partiendo del reposo con una aceleración de 1 m/s^2.



a) Sobre el cubo actúan dos fuerzas mientras se mueve (sin considerar rozamientos):

- El peso, hacia el centro de la Tierra. P = m · g = 10 · 9,8= 98 N
- La Tensión, que es la fuerza que a través de la cuerda realiza quien tira del cubo. Cuando el cubo sube con velocidad constante, la resultante de las fuerzas debe ser cero, según establece la primera ley de Newton. En este caso, si la resultante es cero la tensión y el peso deben tener el mismo valor numérico. Por tanto T= 98 N.

P = 98 N
T = 98 N

b) Cuando el cubo sube con aceleración, la resultante ya no es cero. Para que el cubo suba con aceleración, la tensión debe ser mayor que el peso durante el periodo en el que está acelerando. La resultante será T – P (se restan por tener sentido contrario).

$$\sum F = m \cdot a \rightarrow T - P = m \cdot a$$

Como el peso es conocido (98 N), y también conocemos la masa (10 kg) y la aceleración (1 m/s^2), podemos calcular el valor de la fuerza Tensión:

$$T - 98 = 10 \cdot 1 \rightarrow T = 98 + 10 = 108 \text{ N.}$$

P = 98 N
T = 108 N

Como vemos, la tensión es mayor que el peso para que el cubo ascienda con aceleración.

10.- Un coche de 1200 kg de masa acelera desde 36 km/h hasta 108 km/h en 10 segundos. Después, mantiene la velocidad y continúa con movimiento rectilíneo uniforme. Calcula la <u>fuerza resultante</u> que actúa sobre el coche mientras está acelerando y cuando va con velocidad constante.

m = 1200 kg

V_0 = 36 km/h = 10 m/s

V_f = 108 km/h = 30 m/s

t = 10 s

En este problema, debemos expresar los datos en el Sistema Internacional.

Nos piden que calculemos la fuerza resultante que actúa sobre el coche mientras acelera. Para ello aplicaremos la ecuación de la Segunda Ley Newton: $\sum F = m \cdot a$

Al intentar sustituir los datos en la citada ecuación comprobamos que no tenemos el valor de la aceleración, pero tenemos datos suficientes para calcularla a partir de la ecuación del MRUA:

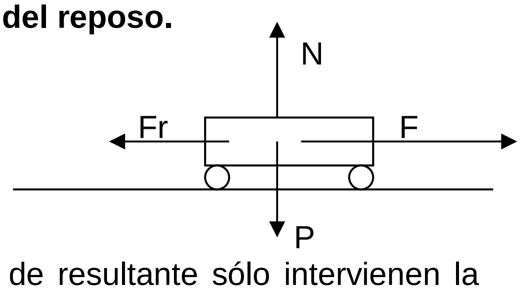
$a = \frac{V_f - V_0}{t} = \frac{30-10}{10} = 2 m/s^2$ → Una vez que conocemos la aceleración, ya podemos aplicar la Segunda Ley de Newton.

$\sum F = m \cdot a$ → $\sum F = 1200 \cdot 2 = 2.400$ N $\boxed{\sum F = 2400 \text{ N}}$

Cuando el coche circula con velocidad constante (MRU), la aceleración que lleva es nula (a = 0) , por lo que al aplicar la ecuación de la Segunda Ley obtenemos que:

$\sum F = m \cdot a = 1200 \cdot 0 = 0$ → $\boxed{\sum F = 0}$ Este resultado es el que cabe esperar de acuerdo con la primera ley de Newton.

11.- Una locomotora tira de un tren de 100 Toneladas con una fuerza de 10^6 N durante 60 segundos. Si la fuerza de rozamiento total que actúa sobre el tren es de 950.000 N, calcula la aceleración con la que se moverá el tren y la velocidad que alcanzará en ese tiempo si partió del reposo.



Este es un problema de aplicación directa de la ecuación de la Segunda Ley de Newton.
Debemos expresar la unidades en el Sistema Internacional.
Sobre el tren actúan cuatro fuerzas, pero como el peso y la normal se anulan entre sí, a efectos de resultante sólo intervienen la fuerza que hace la locomotora (F) y la fuerza de rozamiento (Fr).

$\sum F = m \cdot a$ → $F - Fr = m \cdot a$ → $1000000 - 950.000 = 100.000 \cdot a$

$a = \frac{50.000}{100.000} = 0{,}5 m/s^2$

a = 0,5 m/s^2
V_f = 30 m/s

$V_f = V_0 + a \cdot t = 0 + 0{,}5 \cdot 60 = 30$ m/s .

UNIDAD 3 FICHA DE TRABAJO 1

LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS

1. ¿Cómo podemos definir el concepto de fuerza? ¿Qué instrumento se utiliza para medir las fuerzas?

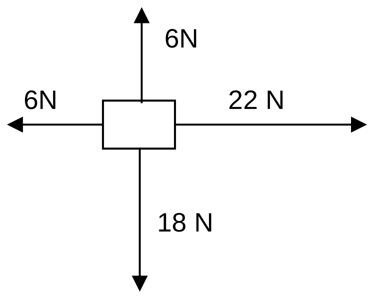
2. Cita la unidad de fuerza del Sistema Internacional y, al menos, otras dos unidades de fuerza.

3. Cuando decimos que la fuerza resultante es nula ¿significa esta afirmación que sobre dicho cuerpo no actúan fuerzas? Razona la respuesta.

4. ¿Qué quiere decir que la fuerza es una magnitud vectorial?

5. La masa, ¿es una magnitud vectorial? ¿Por qué?

6. Calcula la resultante de las fuerzas que actúan sobre el objeto de la figura.



7. Escribe el enunciado de la Primera Ley de Newton.

8. ¿Qué es la inercia? Pon algún ejemplo cotidiano en donde se ponga de manifiesto la inercia

9. Explica razonadamente y con argumentos científicos qué ocurre cuando, tras darse un impulso inicial suficiente, un muchacho se sube sobre un monopatín.

10. Imagina que una persona intrépida y con poca cabeza decidiera bajarse de un tren en marcha. Describe qué le ocurriría a esa persona al poner el pie en el suelo y por qué.

11. Comenta razonadamente si la siguiente afirmación es cierta a falsa:
"Si un objeto se mueve en línea recta y con velocidad constante es porque la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula".

12. ¿Cuándo se dice que un objeto está en equilibrio?

UNIDAD 3 FICHA DE TRABAJO 2

LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS

1. Escribe el enunciado y la ecuación correspondiente a la Segunda Ley de Newton y la fórmula matemática que la resume.

2. Un objeto A tiene el doble de masa que otro B. Si empujamos con la misma fuerza a los dos objetos, ¿cuál se moverá con más aceleración? ¿Qué relación existe entre las aceleraciones con las que se moverán ambos objetos?

3. Si la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es constante y no nula ¿qué tipo de movimiento llevará ese cuerpo?

4. Escribe el enunciado de la Tercera Ley de Newton.

5. Comenta razonadamente si la siguiente afirmación es cierta o falsa:
“La Tierra y la Luna se atraen mutuamente, pero como la Tierra tiene más masa que la Luna, es la Tierra la que atrae con más fuerza a la Luna.”

6. Completa el siguiente cuadro referido a las diferencias entre los conceptos de peso y masa:

	Masa	**Peso**
Definición		
Unidad(SI)		
¿Con qué aparato se mide?		
¿Es una propiedad características de los cuerpos?		
¿De qué depende?		

7. Completa el siguiente cuadro a partir de los datos que en él se indican: (La primera fila se da resuelta, a modo de ejemplo)

PESO (Newtons)	MASA (Kilogramos)	GRAVEDAD (m/s^2)
60	6	10
	12	6,5
120	10	
300		15
	70	1,6
400	80	
600		4

8. a) ¿Puede un objeto de 100 kg de masa no pesar nada? Razona la respuesta.
b) ¿Puede un objeto de 100 kg de masa situado en la superficie terrestre no pesar nada? Razona la respuesta.

9. Explica, con argumentos científicos como actúa un paracaídas en relación al movimiento que provoca en el paracaidista. Dibuja las fuerzas que actúan sobre un paracaidista mientras está cayendo con el paracaídas abierto y con velocidad constante.

10. Dibuja las fuerzas que actúan sobre los siguientes objetos (sólo hay que dibujar las fuerzas que actúan sobre los objetos subrayados):

a) Un jarrón sobre una mesa.

b) Un atleta que cuelga en reposo agarrado a una anilla.

c) Un remolque que es arrastrado horizontalmente por un tractor sobre una carretera horizontal (con rozamiento).

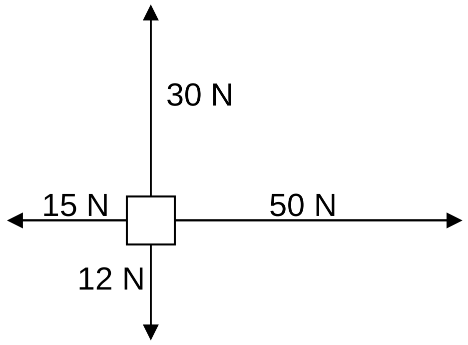
d) Un armario que es empujado por una persona y deslizado por una superficie horizontal con rozamiento.

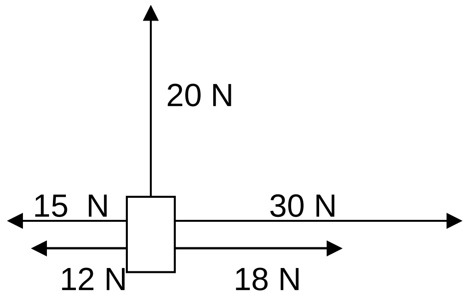
11. ¿Cuándo actúa sobre un objeto la que llamamos fuerza Normal? ¿Y la Tensión?

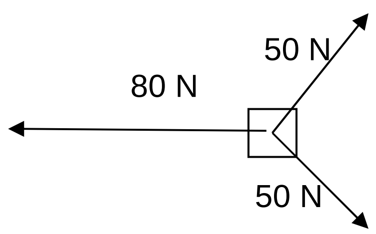
UNIDAD 3 FICHA DE TRABAJO 3

LAS FUERZAS Y LOS MOVIMIENTOS

1. Calcula la fuerza resultante que actúa sobre los siguientes objetos:





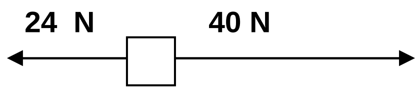


2. Una persona pesa en la Tierra 784 N. Calcula cuánto pesaría en la Luna y en Marte. (Datos: $g_{Luna} = 1,6\ m/s^2$; $g_{Marte} = 3,71\ m/s^2$; $g_{Tierra} = 9,8\ m/s^2$)

3.- Calcula qué fuerza resultante debe actuar sobre un coche de 1500 kg de masa para conseguir que dicho vehículo acelere de 0 a 72 km/h en 8 segundos.

4.- Calcula la fuerza resultante que debe actuar sobre el coche del ejercicio anterior que circula a 72 km/h para conseguir que se pare en 5 segundos.

5.- Sobre el objeto de la figura de 8 kg de masa actúan las fuerzas que se indican. Calcula la aceleración con la que se moverá el objeto y la velocidad que alcanzará si las fuerzas actúan durante 10 segundos y el objeto estaba inicialmente en reposo.



(Sugerencia: para resolver los problemas siguientes es conveniente en todos los casos realizar un pequeño dibujo a modo de esquema señalando todas las fuerzas que intervienen en cada caso.)

6.- Un paracaidista tiene una masa de 100 kg (el conjunto persona + paracaídas). Calcula cuanto vale la fuerza de rozamiento que opone el aire durante la caída mientras desciende con velocidad constante.

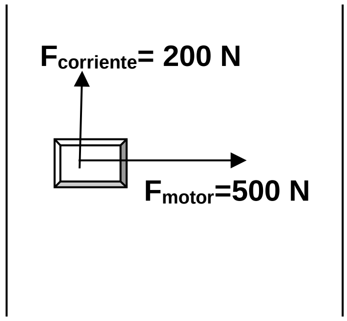
7.- Empujamos un coche de 1100 kg, inicialmente en reposo, de manera que conseguimos que la <u>fuerza resultante</u> sobre el coche sea de 220 N.
a) ¿Con qué aceleración se moverá el coche?
b) ¿Qué velocidad alcanzará el coche si lo empujamos durante 10 segundos?
c) Si la persona que empuja realiza una fuerza de 300 N ¿Cuánto vale la fuerza de rozamiento que actúa sobre el coche?

8.- Calcula la fuerza con la que debemos tirar de la cuerda para subir un cubo de agua de masa 20 kg en los siguientes casos:
a) Si queremos que el cubo suba con velocidad constante.
b) Si queremos que el cubo suba con una aceleración de 0,5 m/s^2

9.- Un muchacho toma impulso y se monta sobre un monopatín. La masa del conjunto es de 50 kg. Gracias al impulso consigue una velocidad inicial de 5 m/s. A partir de ese instante el muchacho se mueve por inercia sobre una superficie horizontal. La fuerza de rozamiento que se opone al movimiento vale 50 N. Calcula:
a) Aceleración que actúa sobre el muchacho .
b) Tiempo que tarda en pararse.
c) Espacio que recorre hasta que se para.

10.- Calcula qué fuerza hacia arriba debemos hacer con la mano para sostener sobre la palma un libro de 2 kg de masa.

11.- Una lancha motora pretende atravesar un río perpendicularmente a la orilla. La lancha con persona tiene una masa de 600 kg. El motor hace una fuerza de 500 N perpendicular a la orilla, pero la corriente empuja a la barca con una fuerza de 200 N paralela a la orilla. Calcula con qué aceleración se moverá la barca mientras cruza el río y en qué dirección.



12.- Un objeto de 10 kg de masa se mueve con aceleración de 0,5 m/s^2. ¿Cuánto vale la fuerza resultante que actúa sobre dicho objeto?

13.- Explica razonadamente por qué una piedra de 10 g de masa se hunde en el agua y un barco de 1000 toneladas flota.

14.- Escribe el enunciado del principio de Arquímedes.

15.- Razona por qué asciende un globo aerostático.

CUESTIONARIO DE AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD 3

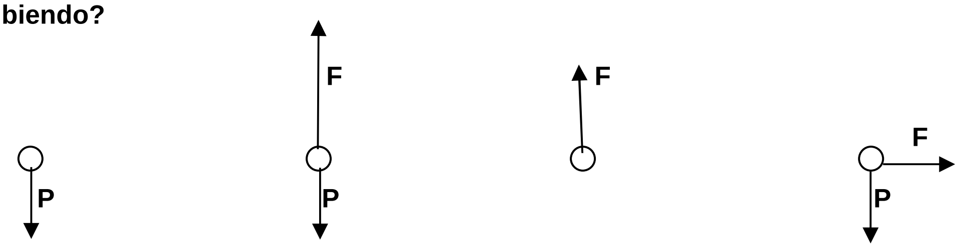
1.- Sobre un objeto actúan dos fuerzas de 20 N hacia la derecha y dos fuerzas de 15 N hacia la izquierda. La resultante de las fuerzas que actúan sobre el objeto vale:

a) 10 N hacia la izquierda b) 20 N hacia la derecha
c) 15 N hacia la izquierda d) 10 N hacia la derecha

2.- "*Las fuerzas son el resultado de la interacción entre dos cuerpos, de forma que a toda fuerza de acción le corresponde otra de reacción, igual y de sentido contrario*". Este enunciado corresponde a:

a) La Primera Ley de Newton. b) La segunda Ley de Newton.
c) La Tercera Ley de Newton. d) La Ley de Gravitación Universal.

3.- Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota <u>en el vacío</u>. ¿Cuál de los siguientes esquemas representa correctamente las fuerzas que actúan sobre la pelota mientras que está subiendo?



a) b) c) d)

4.- La gravedad en la superficie de la Luna es la sexta parte que en la superficie terrestre. Si un astronauta en la superficie de la Luna pesa 180 N ¿cuánto pesa ese astronauta en el Tierra?

a) 180 N b) 1080 N c) 30 N d) Otro resultado: ____________

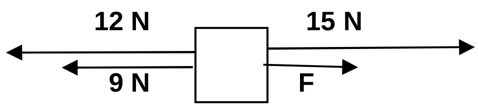
5.- ¿Qué nombre recibe la tendencia natural que manifiestan todos los cuerpos para mantener su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme mientras no actúe una fuerza que lo altere?

a) Inercia b) Tensión c) Normal d) Rozamiento

6.- A) Cuando un cuerpo se mueve en línea recta con velocidad constante la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula.
B) La unidad de peso en el Sistema Internacional es el Kilogramo.

a) La afirmación A es cierta y la B es falsa. b) La afirmación A es falsa y la B es cierta.
c) Las dos afirmaciones son falsas. d) Las dos afirmaciones son ciertas.

7.- Observa el esquema de fuerzas que actúan sobre el cuerpo de la figura. ¿Qué valor debe tener la fuerza F para que el objeto permanezca en reposo?



a) 4 N c) 8 N
b) 5 N d) Otro valor: _______

8.- "*Cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es constante y no nula, éste se mueve con una aceleración que es directamente proporcional a la fuerza resultante e inversamente proporcional a su masa*". Este enunciado corresponde a:

a) La Primera Ley de Newton. b) La segunda Ley de Newton.
c) La Tercera Ley de Newton. d) La Ley de Gravitación Universal.

9.- En una jugada de bolos, lanzamos la bola por la superficie horizontal de manera que se mueve en línea recta (supongamos hacia la derecha). Teniendo en cuenta el rozamiento existente, ¿cuál de los siguientes esquemas representa correctamente las fuerzas que actúan sobre la bola mientras avanza sobre la superficie?

a) b) c) d)

10.- El peso de un objeto es 98 N. ¿Qué masa tiene dicho objeto?

a) 10 kg b) 1 kg c) 98 kg d) 0,5 kg

11.- Si la Tierra y la Luna se atraen mutuamente, ¿quién atrae con más fuerza?

a) La Tierra atrae con más fuerza a la Luna b) La Luna atrae con más fuerza a la Tierra
c) Ambas se atraen con la misma fuerza d) La Tierra y la Luna no se atraen mutuamente.

12.- A) Si un objeto está en reposo es porque sobre él no actúa ninguna fuerza.
B) Una persona puede pesar 600 N.

a) La afirmación A es falsa y la B es cierta. b) La afirmación A es cierta y la B es falsa.
c) Las dos afirmaciones son falsas. d) Las dos afirmaciones son ciertas.