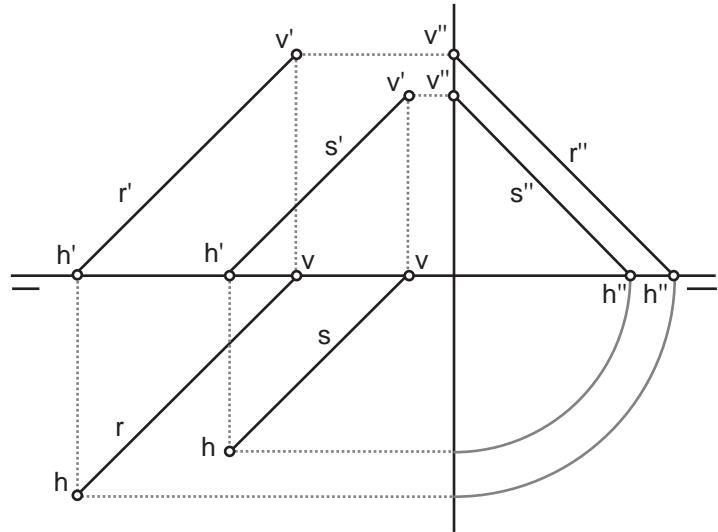
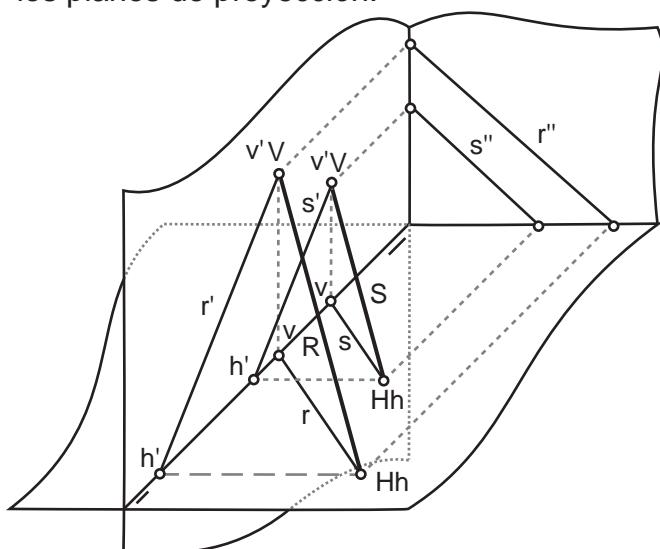
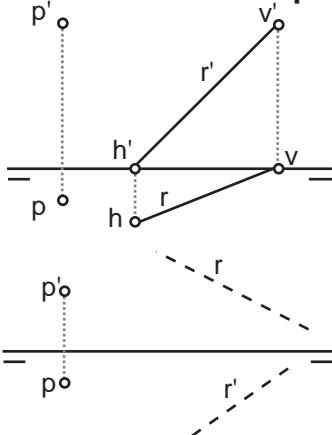


PARALELISMO RECTA RECTA

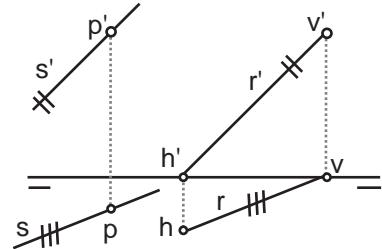
Dos rectas paralelas en el espacio son también paralelas en proyecciones. Si dos rectas son paralelas en el espacio sus proyecciones verticales también lo son, así como sus proyecciones horizontales o tercera proyección. También serán paralelas al verlas abatidas sobre alguno de los planos de proyección.



Trazar una recta S paralela a R por el punto P

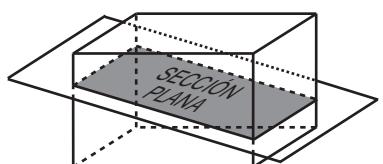


Simplemente tenemos que trazar por la proyección horizontal del punto una recta paralela a la proyección horizontal de la recta y una recta paralela a la proyección vertical de la recta por la proyección vertical del punto.

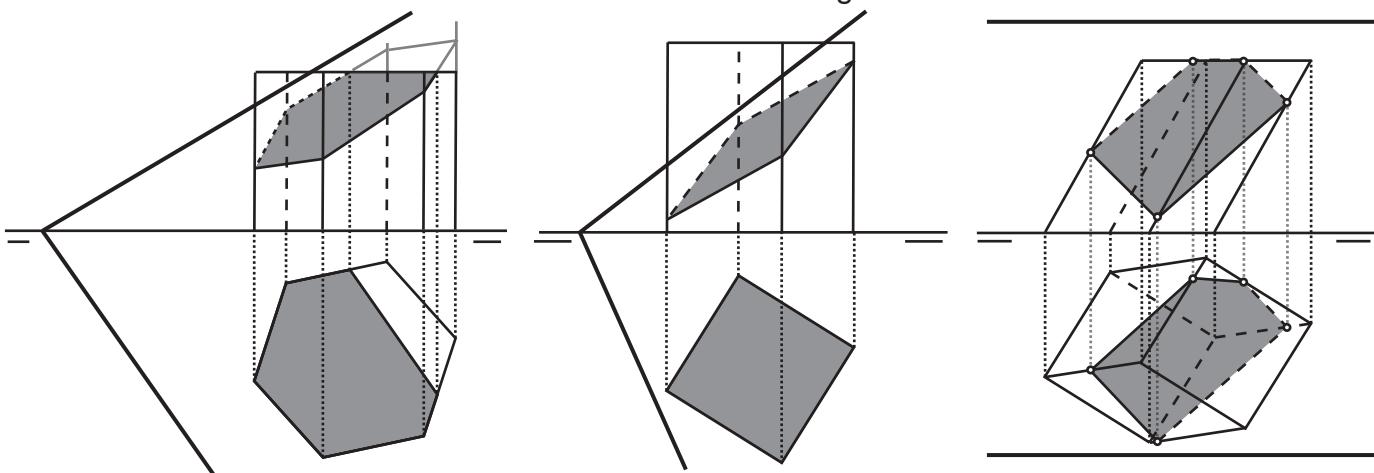


A la izquierda vemos un caso con el que hemos de tener cuidado, ya que la parte que nos enseñan de la recta y el punto no se encuentran en el mismo cuadrante con lo que el paralelismo se muestra de forma invertida al ejercicio anterior. No obstante este sigue exactamente las mismas pautas.

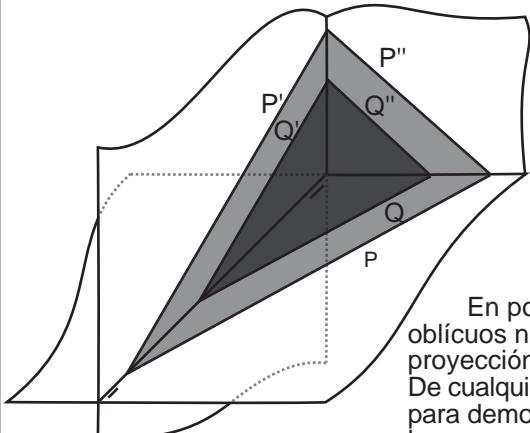
Paralelismo de los lados de las secciones en prismas o poliedros seccionados por planos.



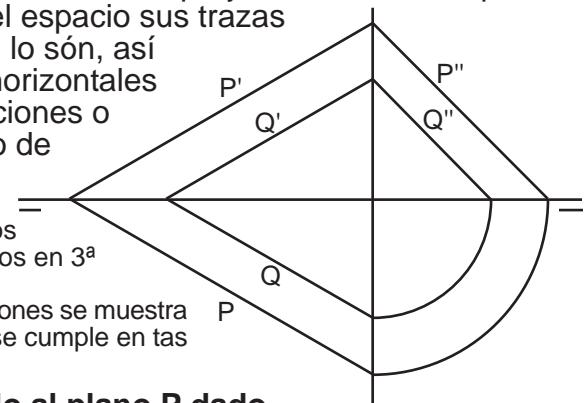
Cuando nos encontramos con un prisma o poliedro que tiene como bases o caras opuestas un polígono que contiene lados paralelos y este prisma o poliedro es seccionado por un plano, los lados de la sección conservan el paralelismo que tienen los lados opuestos o bases contenidas en planos a los que pertenece los lados de la sección. Observemos algunos casos.



PARALELISMO PLANO-PLANO

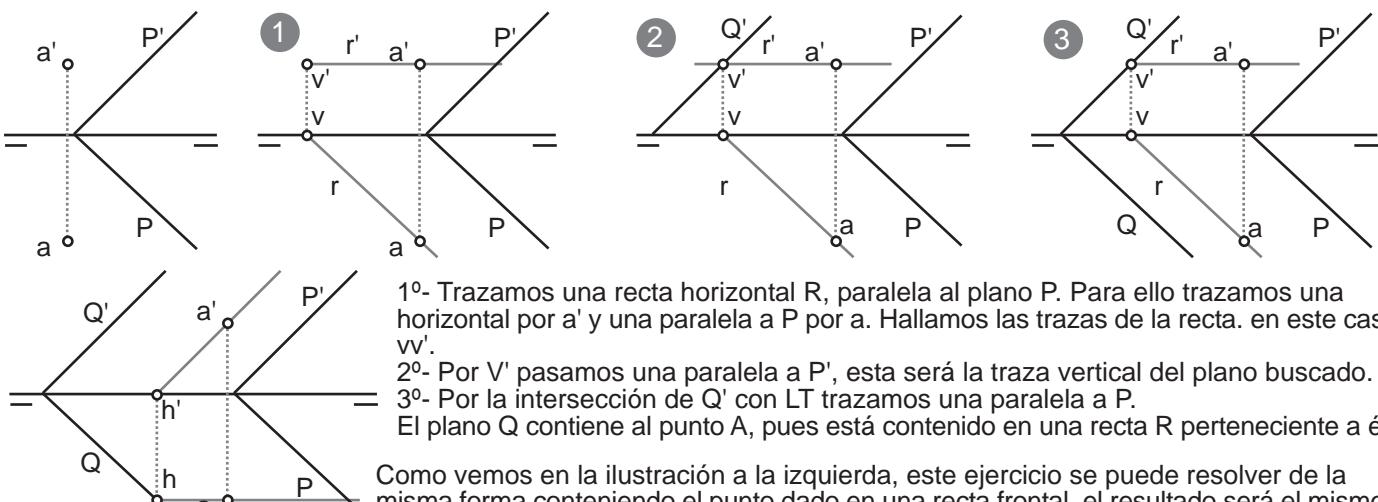


Dos planos paralelos en el espacio tienen tambien sus trazas paralelas en cualquiera de sus proyecciones. Si dos planos son paralelos en el espacio sus trazas verticales tambien lo son, así como sus trazas horizontales o tercera proyección o trazas en un plano de perfil auxiliar.



En pocas ocasiones los planos oblicuos necesitan ser representados en 3^a proyección.
De cualquier modo en estas ilustraciones se muestra para demostrar que el paralelismo se cumple en las proyecciones.

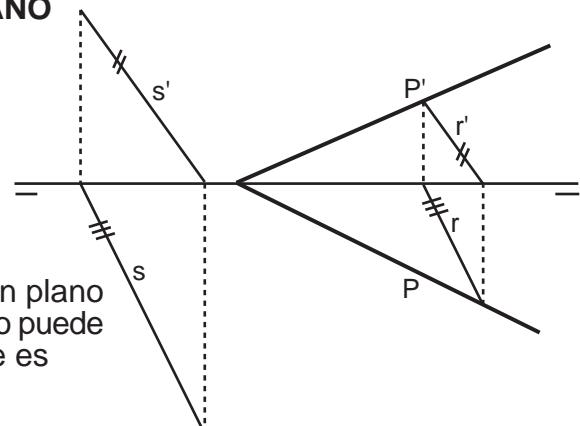
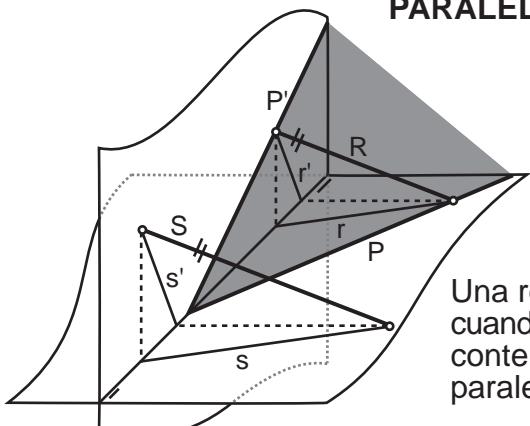
Trazar un plano Q, que contenga al punto A y paralelo al plano P dado



1º- Trazamos una recta horizontal R, paralela al plano P. Para ello trazamos una horizontal por a' y una paralela a P por a. Hallamos las trazas de la recta. en este caso vv'.
2º- Por V' pasamos una paralela a P', esta será la traza vertical del plano buscado.
3º- Por la intersección de Q' con LT trazamos una paralela a P.
El plano Q contiene al punto A, pues está contenido en una recta R perteneciente a él.

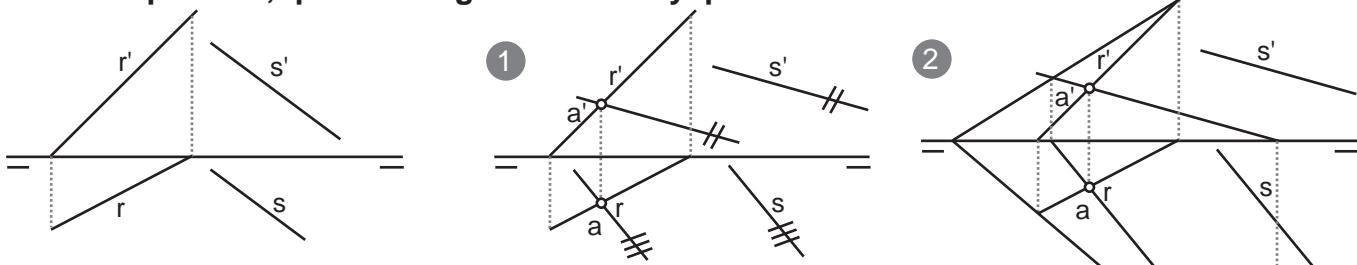
Como vemos en la ilustración a la izquierda, este ejercicio se puede resolver de la misma forma conteniendo el punto dado en una recta frontal. el resultado será el mismo.

PARALELISMO RECTA-PLANO



Una recta es paralela a un plano cuando el plano contiene, o puede contener, a una recta que es paralela a la primera.

Trazar un plano Q, que contenga a la recta r y paralelo a la recta s



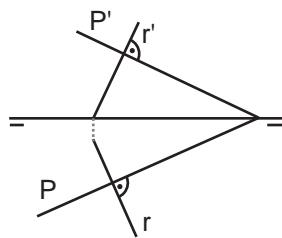
1º- Elegimos un punto A sobre la recta r y pasamos por él una recta paralela a S.

2º- Contenemos las dos rectas que se cortan en A en un plano.

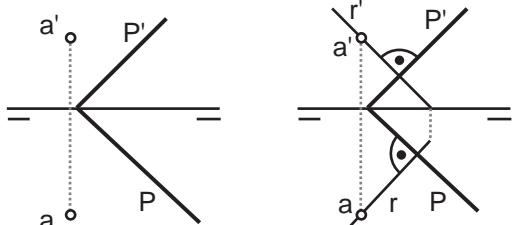
El plano trazado contiene una recta paralela a S y por lo tanto es paralelo a ella.

PERPENDICULARIDAD RECTA-PLANO

Una recta perpendicular a un plano tiene su proyección vertical perpendicular a la traza vertical del plano y su proyección horizontal perpendicular a la traza horizontal del plano. Para que la perpendicularidad en el espacio se cumpla la perpendicularidad entre trazas del plano y proyecciones de la recta se debe de dar en ambos planos de proyección.



Trazar una recta R, perpendicular al plano P, por un punto A exterior a P.



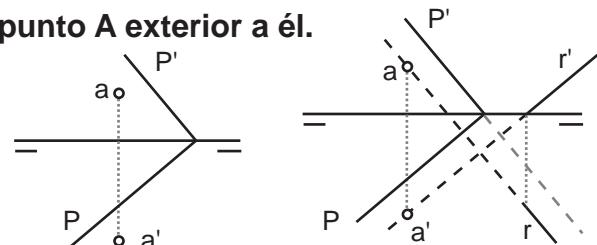
El problema no tiene ninguna complicación.

Se trata de hacer pasar por el punto (en ambas proyecciones) una recta perpendicular a las trazas del plano.

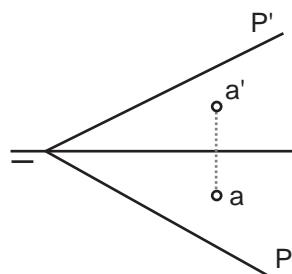
Trazar una recta R, perpendicular al plano P por un punto A exterior a él.

Si bien este caso no presenta complicaciones si que necesitamos prestar atención ya que el punto no se encuentra en el primer cuadrante y sería un error trazar la perpendicularidad con las proyecciones cambiadas.

Del mismo modo, aunque más extraño todavía, podrían presentarse las trazas ocultas de un plano.

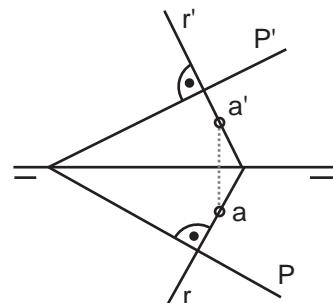


Trazar una recta R, perpendicular al plano P por un punto A perteneciente a él.



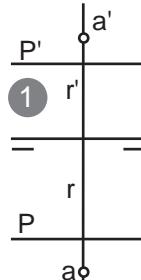
Este problema tampoco tiene ninguna complicación. Se trata de proceder igual que en el anterior, con la única diferencia de que esta vez el punto se encuentra contenido en el plano.

Este problema tiene especial importancia ya que en multitud de ocasiones nos encontraremos con ejercicios que nos piden construir un prisma o una pirámide rectos (eje o aristas perpendiculares a la base) a partir de un polígono contenido en un plano

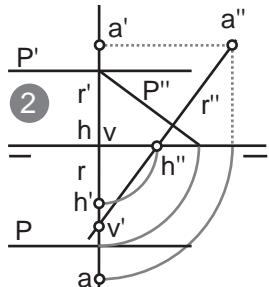


Trazar una recta R que pase por A y sea perpendicular al plano P. Determinar sus trazas y su visibilidad.

1º- Las proyecciones de la recta serán, como siempre, perpendiculares a las trazas del plano, así que podemos trazar las proyecciones de la recta. Pero esta no queda definida si no lo hacemos con dos puntos, lo haremos con sus dos trazas como nos pide el enunciado.

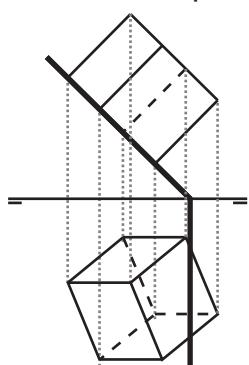


2º- Para determinar las trazas de la recta necesitamos su tercera proyección que obtenemos, en este caso a partir del abatimiento de un plano de perfil que contiene a la recta y al punto A. Una vez determinadas las trazas en 3ª proyección podemos llevarlas a proyecciones vertical y horizontal.



Observemos algunos casos de prismas o pirámides cuyas bases están apoyadas en planos distintos a los de proyección. Se trata de polígonos (las bases) contenidos en planos de cuyos vértices parten rectas (aristas) perpendiculares al plano sobre el cual se apoyan los poliedros.

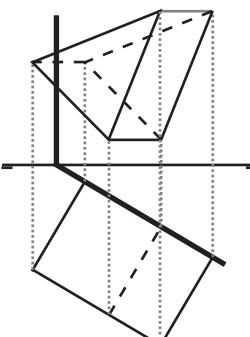
A la derecha vemos un cubo apoyado sobre un plano proyectante vertical.



Vemos como todas las aristas que parten de la base, sobre el plano cumplen la perpendicularidad con las trazas del plano

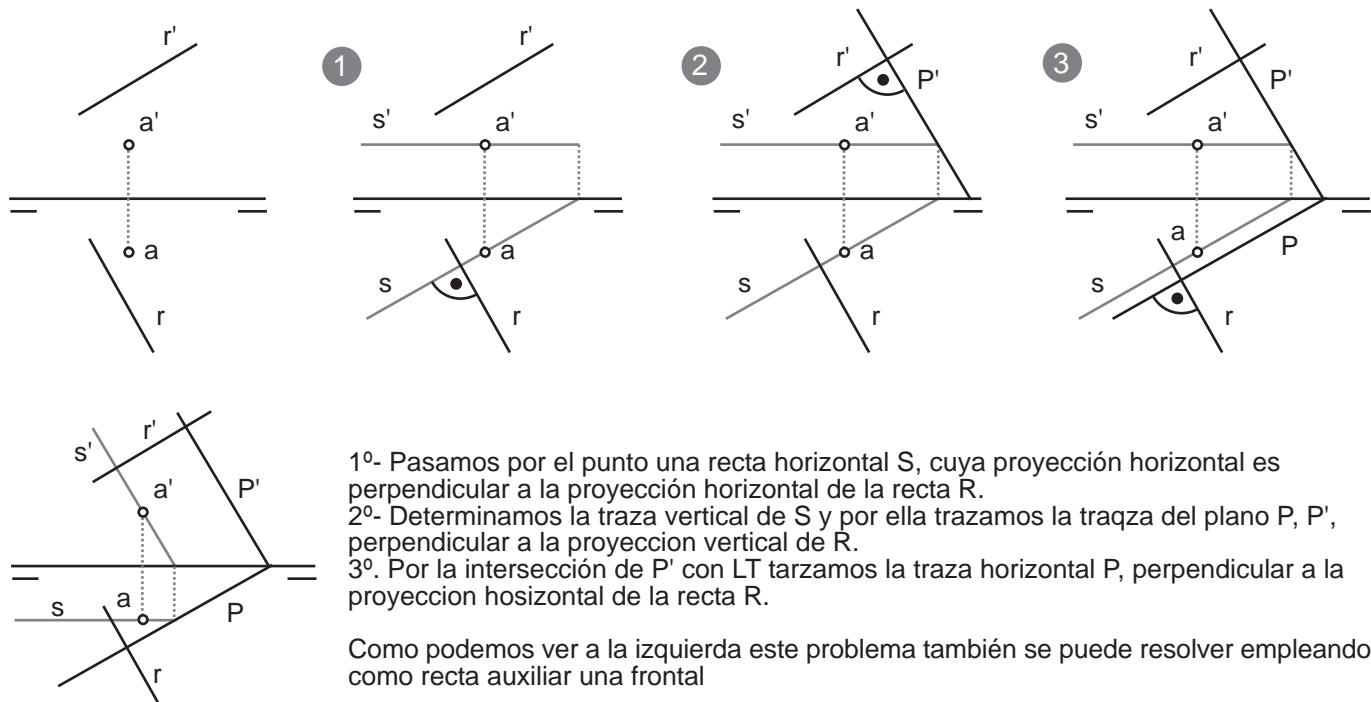
A la derecha vemos un prisma de base triangular apoyado sobre un plano proyectante horizontal

También podemos apreciar como todas las aristas que parten de la base triangular, contenida en el plano, cumplen la perpendicularidad con las trazas del plano



PERPENDICULARIDAD RECTA-PLANO

Trazar un plano P perpendicular a la recta R y que contenga al punto Adado.



1º- Pasamos por el punto una recta horizontal S, cuya proyección horizontal es perpendicular a la proyección horizontal de la recta R.

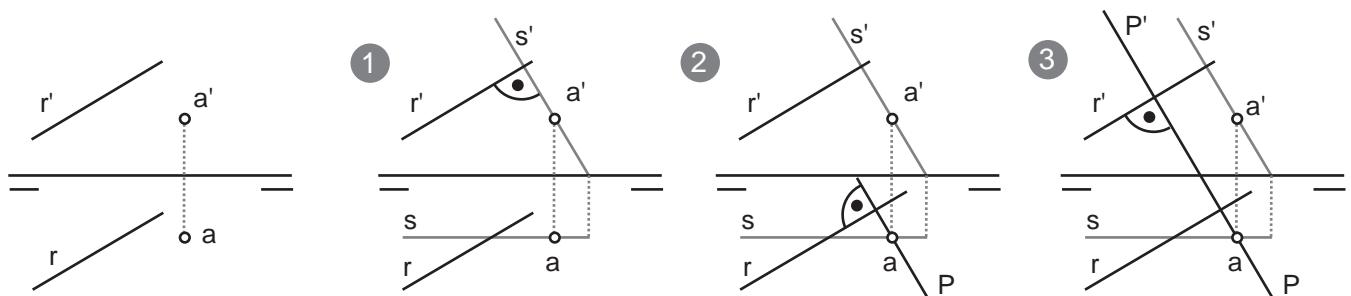
2º- Determinamos la traza vertical de S y por ella trazamos la traza del plano P, P', perpendicular a la proyección vertical de R.

3º- Por la intersección de P' con LT trazamos la traza horizontal P, perpendicular a la proyección horizontal de la recta R.

Como podemos ver a la izquierda este problema también se puede resolver empleando como recta auxiliar una frontal

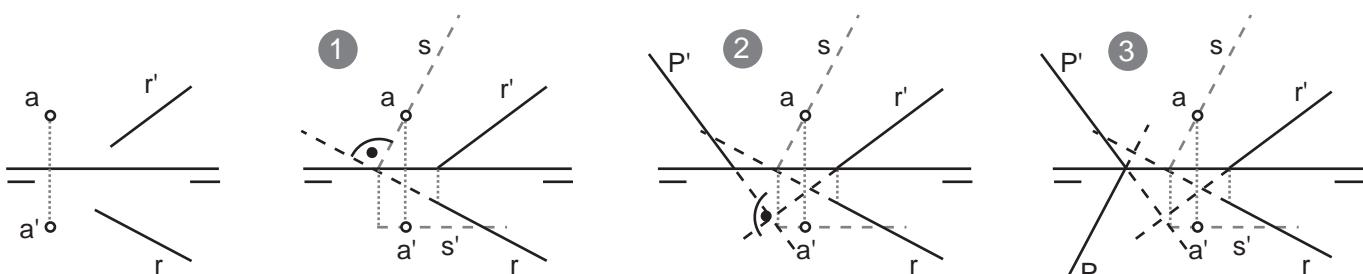
Trazar un plano P perpendicular a la recta R y que contenga al punto Adado.

El problema es el mismo y los pasos a seguir también. Esta vez hemos llevado a cabo el mismo procedimiento pero pasando por el punto una recta frontal. La peculiaridad del ejercicio reside en el paralelismo de ambas proyecciones de la recta dada, esto va a provocar que las trazas del plano estén alineadas, lo cual es poco frecuente.



Trazar un plano P perpendicular a la recta R y que contenga al punto A dado.

Nos seguimos encontrando con el mismo enunciado, pero este caso va a tener una apariencia mucho más complicada. Pero en realidad el método es exactamente igual que en los dos anteriores casos.

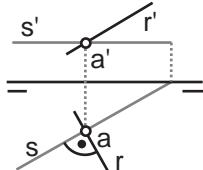


En el sistema diédrico, al contrario de lo que sucede con el paralelismo, dos rectas o dos planos perpendiculares, sus trazas (para los planos) o sus proyecciones (para las rectas) no guardan relación especial entre sí.

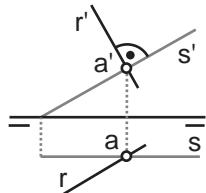
Si en diédrico las proyecciones homónimas de dos rectas son perpendiculares, estas rectas no tienen por qué ser perpendiculares en el espacio; y si las trazas homónimas de dos planos son perpendiculares, tampoco significa que ambos planos sean perpendiculares.

PERPENDICULARIDAD RECTA-RECTA

Generalmente las proyecciones vertical y horizontal de dos rectas perpendiculares en el espacio serán oblicuas. Sólo si una de las dos rectas es paralela a uno de los planos de proyección se observará en proyecciones la perpendicularidad en dicha proyección.



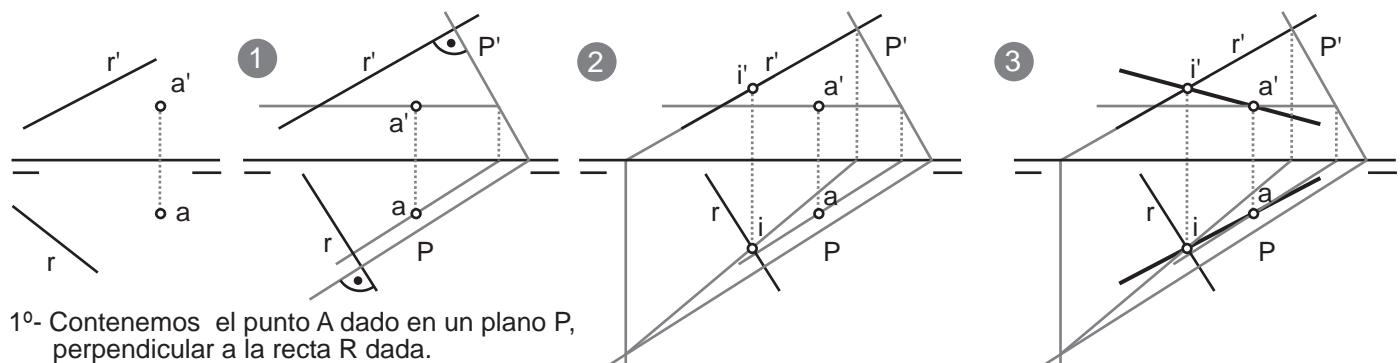
A la izquierda vemos una recta horizontal S que es perpendicular por el punto A a una recta oblicua R. La perpendicularidad se observa en la proyección horizontal.



A la derecha vemos una recta frontal perpendicular por el punto A a una recta oblicua R. La perpendicularidad se observa en la proyección vertical de las rectas.

Si las rectas no cumplen ningún paralelismo con respecto a ningún plano de proyección la perpendicularidad ya no se observa directamente en proyecciones.

Trazar por el punto A una recta S perpendicular a la recta R dada.



1º- Contenemos el punto A dado en un plano P, perpendicular a la recta R dada.

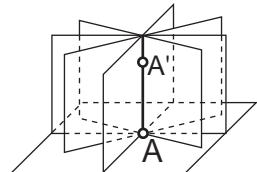
2º- Hallamos la intersección, i-i', de la recta R con el plano P.

3º- La recta definida por el punto A dado y la intersección I es perpendicular a la recta R y pasa por el punto A dado.

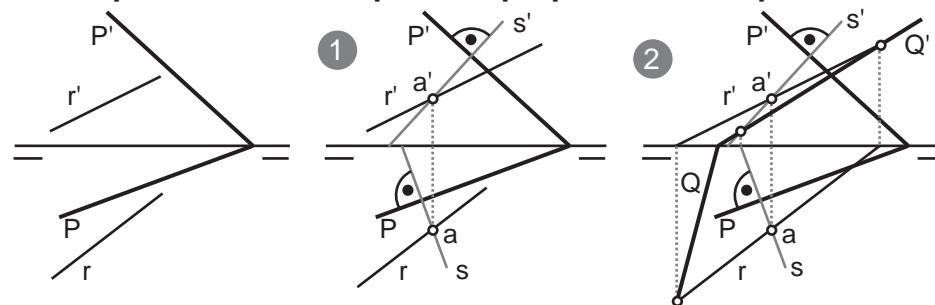
PERPENDICULARIDAD PLANO-PLANO

Un plano es perpendicular a otro si contiene o puede contener una recta perpendicular al otro plano.

Por un punto A, perteneciente a un plano P, o por A' exterior a él, pueden trazarse infinitos planos perpendiculares



Trazar por la recta R un plano Q perpendicular al plano P dado.

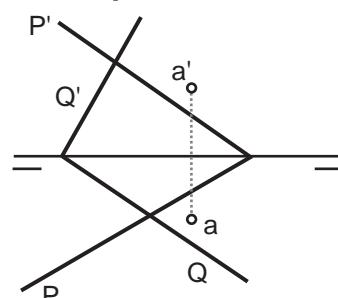


1º- Elegimos un punto perteneciente a la recta A. A partir de él trazamos una recta S perpendicular al plano P.

2º- Las rectas S y R definen el plano Q con sus trazas (tres de ellas al menos).

Q contiene a S y a R. S es perpendicular a P y por ello Q también.

Por un punto A dado trazar un plano T perpendicular a los planos P y Q dados.



1º- Hallamos la recta intersección entre los planos P y Q dados.

2º- Trazamos el plano T que contiene al punto A perpendicular a la recta intersección entre P y Q.

T es perpendicular a la recta intersección entre P y Q, que pertenece a ambos planos, por lo tanto T es perpendicular a P y Q.

