SISTEMA DIÉDRICO II

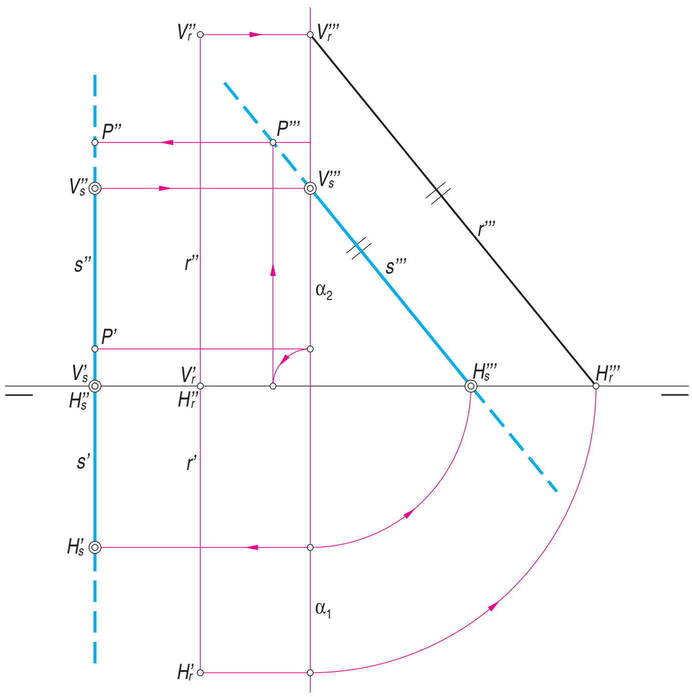
TEMA 9

Actividad 1

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta lo siguiente:

- *Dos rectas son paralelas en el espacio, si sus proyecciones sobre los dos planos de proyección también lo son.*

1. Sea el punto *P(P'-P")* y la recta *r(r'-r")* de perfil. Se toma un plano α_1-α_2 de perfil, y se halla la tercera proyección tanto del punto *P* como de la recta *r*. La proyección *r'''* corta a los planos de proyección en H_r''' y V_r'''.
2. Por *P'''* se traza s''', paralela a r''' y se obtienen las trazas H_s''' y V_s'''. La recta *s'-s''* pasa por *P'-P''* y es paralela a *r-r''* que se define por sus trazas H_s' y V_s''.



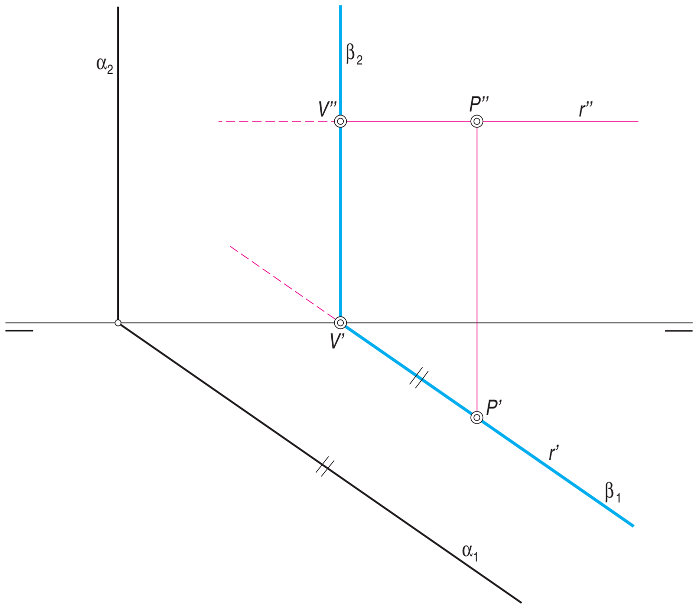
Actividad 2

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta lo siguiente:

- *Dos planos* $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ y $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$ *son paralelos en el espacio, si las trazas del mismo nombre también lo son.*

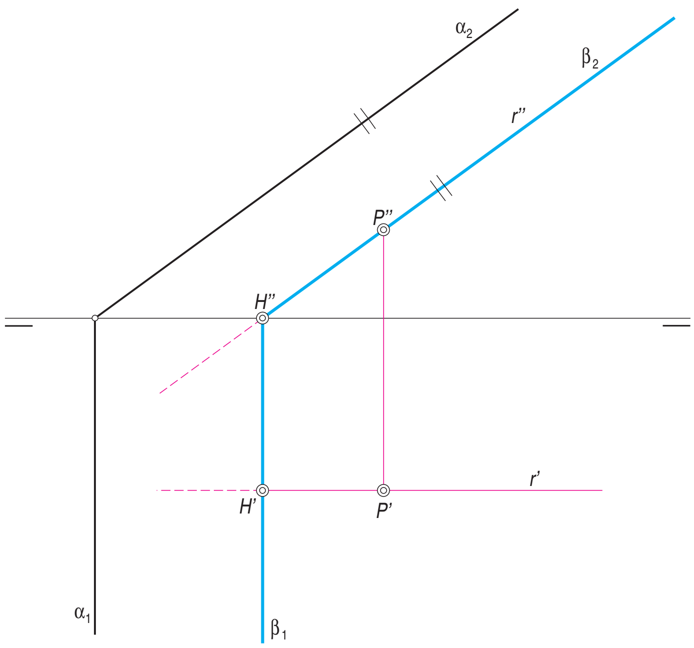
Actividad 2a: plano paralelo a un plano proyectante horizontal

1. Se dibuja el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ proyectante horizontal, y el punto *P(P'-P")*.
2. Por el punto dado *P(P'-P")*, se traza la horizontal *r(r'-r")*, siendo r' paralela a α_1.
3. La traza vertical de la recta *r* es el punto *V"* y por éste pasa la traza β_2, paralela a α_2.
4. La traza horizontal β_1 coincide con *r'*.



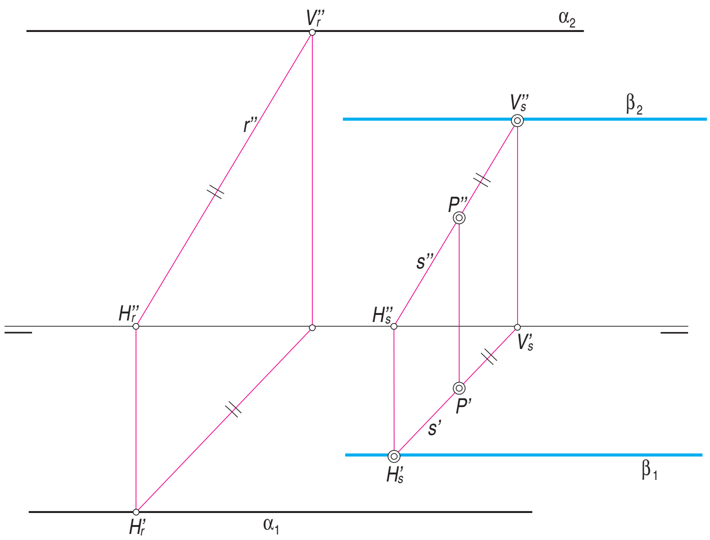
Actividad 2b: plano paralelo a un plano proyectante vertical

1. Se dibuja el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ proyectante vertical, y el punto *P(P'-P")*.
2. Por el punto dado *P(P'-P")*, se traza la frontal *r(r'-r")*, siendo *r"* paralela a α_2.
3. La traza horizontal de la recta *r* es el punto *H'* y por éste pasa la traza β_1, paralela a α_1.
4. La traza vertical β_2 coincide con *r''*.



Actividad 3

1. Se dibuja el plano $\alpha(\alpha_1-\alpha_2)$ paralelo a *L.T.*, y el punto *P(P'-P")*.
2. Se traza una recta oblicua *r(r'-r")* cualquiera contenida en el plano $\alpha(\alpha_1-\alpha_2)$.
3. Por el punto dado *P(P'-P")*, se traza la recta oblicua *s(s'-s")* paralela a la *r(r'-r")*, siendo *s'* paralela a *r'* y *s"* paralela a *r"*.
4. Se determinan las trazas $H_s(H_s'-H_s")$ y $V_s(V_s'-V_s")$ de la recta *s*.
5. Por la traza vertical $V_s"$ pasa la traza β_2, paralela a α_2, y por la traza horizontal H_s' la traza β_1, paralela a α_1.



Actividad 4

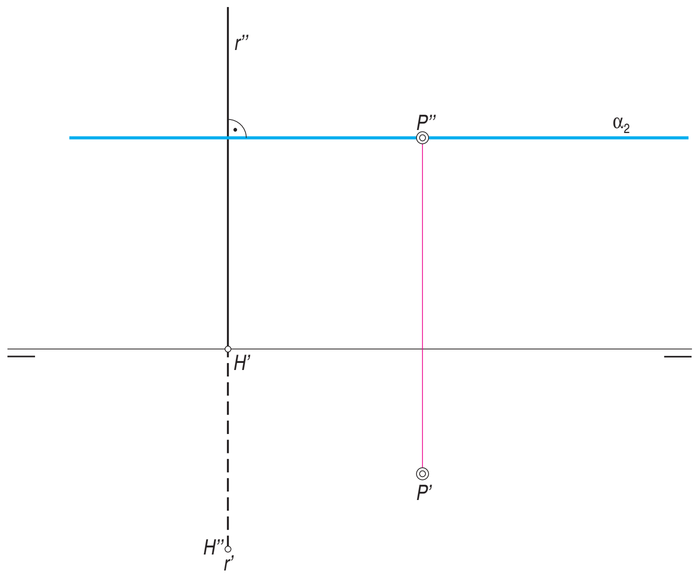
Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta los teoremas siguientes:

- *Si dos rectas* r *y* s *son perpendiculares en el espacio y una de ellas, la* s*, es paralela a un plano* β*, sobre el que se proyectan, las proyecciones de ambas son dos rectas* r' *y* s' *perpendiculares.*
- *Si una recta* r *es perpendicular a un plano* α*, la proyección* r' *de la recta sobre un plano (por ejemplo, el plano* H*) y la intersección del plano con el de proyección, traza* α_1*, son dos rectas perpendiculares.*

Actividad 4-1º: plano perpendicular a una recta vertical

El plano perpendicular a una recta vertical es uno paralelo al *PH* y, por lo tanto, sólo tiene traza vertical α_2, paralela a *L.T.*; por otro lado, se sabe, por el teorema enunciado anteriormente, que las trazas serán perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de la recta.

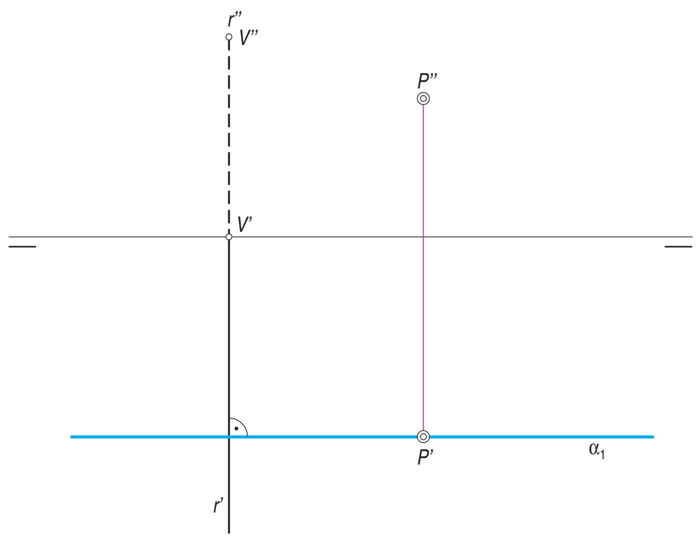
1. Se dibuja la recta *r(r'-r")* vertical, y el punto *P(P'-P")*; se determina la traza horizontal $H_r(H_r'-H_r")$ de la recta *r*.
2. Basta trazar por *P''* la traza α_2 paralela a *L.T.* ya que así el punto *P'-P''* pertenece al plano $\alpha(\alpha_2)$.



Actividad 4-2º: plano perpendicular a una recta perpendicular al plano vertical

El plano perpendicular a una recta perpendicular al plano vertical es uno paralelo al *PV* y, por lo tanto, sólo tiene traza horizontal α_1, paralela a *L.T.*; por otro lado, se sabe, por el teorema enunciado anteriormente, que las trazas serán perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de la recta.

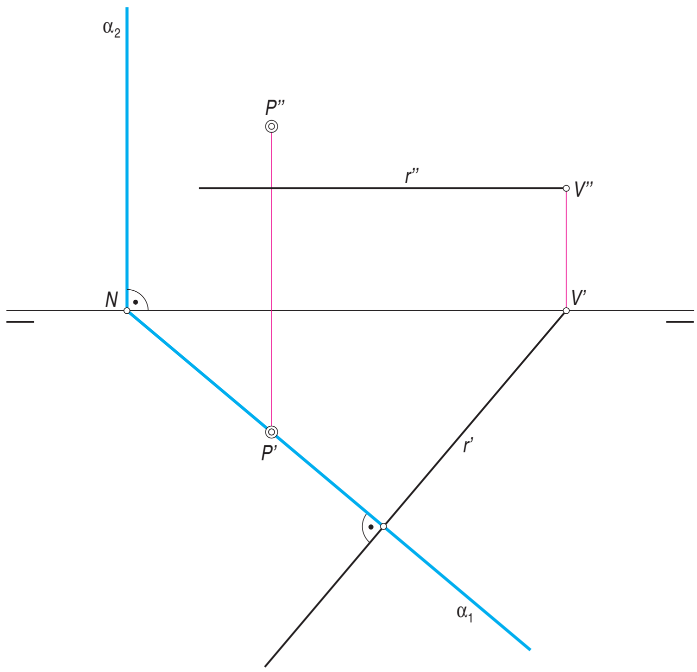
1. Se dibuja la recta *r(r'-r")* perpendicular al plano vertical, y el punto *P(P'-P")*.
2. Basta trazar por *P'* la traza α_1 paralela a *L.T.*, ya que así el punto *P'-P''* pertenece al plano $\alpha(\alpha_1)$.



Actividad 4-3º: plano perpendicular a una recta horizontal

El plano perpendicular a una recta horizontal es un plano proyectante horizontal y, por lo tanto, la traza horizontal α_1 contiene a *P'* y α_2 es perpendicular a *L.T.*; por otro lado, se sabe, por el teorema enunciado anteriormente, que las trazas serán perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de la recta.

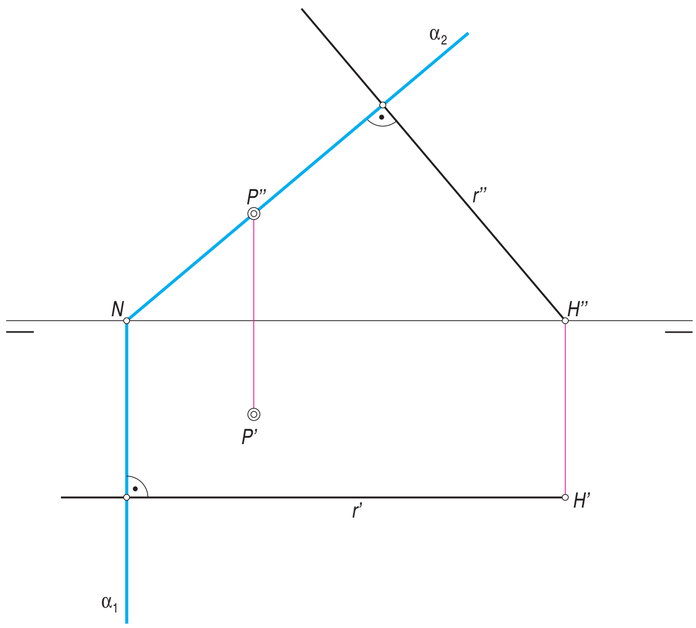
1. Se dibuja la recta *r(r'-r")* horizontal de plano, y el punto *P(P'-P")*.
2. Por *P'* pasa α_1 y es perpendicular a *r'*. La traza α_2 pasa por *N* y es perpendicular a la *L.T.* y por lo tanto a *r''*.



Actividad 4-4º: plano perpendicular a una recta frontal

El plano perpendicular a una recta frontal es un plano proyectante vertical cuya traza vertical α_2 contiene a *P"* y α_1 es perpendicular a *L.T.*; por otro lado, se sabe, por el teorema enunciado anteriormente, que las trazas serán perpendiculares a las de proyecciones del mismo nombre de la recta.

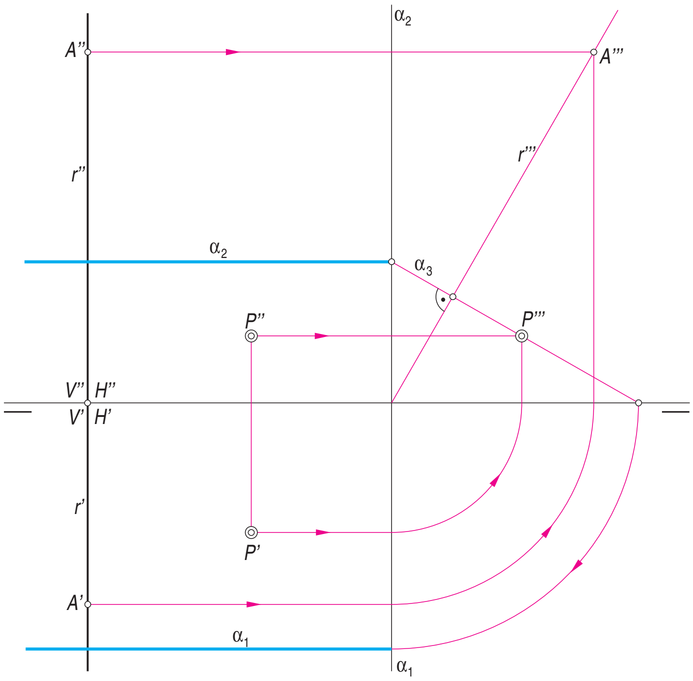
1. Se dibuja la recta *r(r'-r")* frontal de plano, y el punto *P(P'-P")*.
2. Por *P''* se traza α_2 perpendicular a *r''* y α_1 perpendicular a *r'*.



Actividad 4-5º: plano perpendicular a una recta de perfil que corta a la L.T.

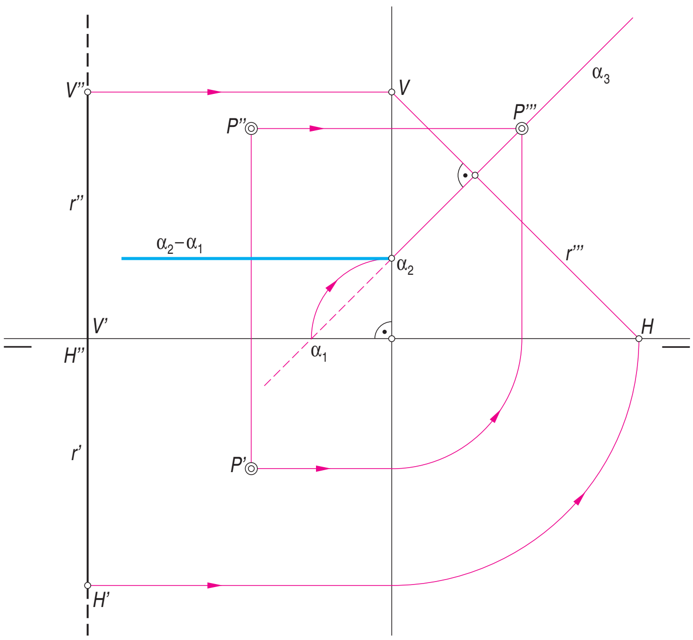
El plano perpendicular a una recta de perfil es un plano paralelo a la *L.T.* y, por lo tanto, las trazas α_1-α_2 son paralelas a la *L.T.*; por otro lado, se sabe, por el teorema enunciado anteriormente, que las trazas serán perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de la recta.

Se da la recta *r(r'-r'')* que es de perfil, corta a *L.T.* y está definida por el punto *A(A'-A'')*. También tenemos el punto *P(P'-P'')* por donde ha de pasar el plano perpendicular a *r*. Se pasa a tercera proyección el punto *A(A'-A'')* en *A'''*, la recta *r* en *r'''* y el punto *P(P'-P'')* en *P'''*. Por *P'''* se traza la perpendicular α_3 a *r'''* y obtenemos las trazas α_1 y α_2 del plano solución.



Actividad 4-6º: plano perpendicular a una recta de perfil que es perpendicular al primer bisector

Tenemos la recta *r(r'-r'')* de perfil y que es perpendicular al primer bisector por tener sus trazas *H'* y *V''* equidistantes de *L.T.* Tenemos también el punto *P(P'-P'')* por donde ha de pasar el plano α perpendicular a la recta *r*. Se pasa a tercera proyección la recta *r* en *r'''* y el punto *P* en *P'''*. Por *P'''* se traza la perpendicular a *r'''* y obtenemos α_3 que corta a los planos *H* y *V* en α_1 y α_2. Obsérvese que al devolver α_1 a proyecciones las dos trazas α_1 y α_2 coinciden, lo que indica que es un plano paralelo a *L.T.* y perpendicular al 2º bisector.



Actividad 5

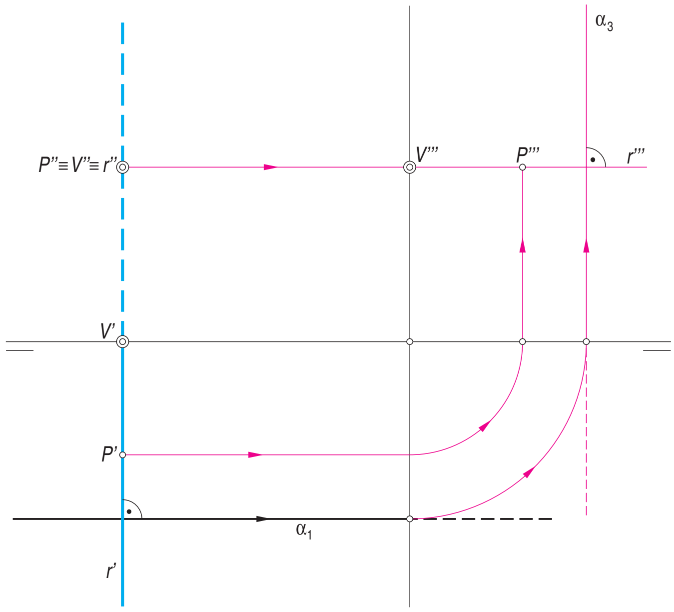
Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta los teoremas siguientes:

- *Si dos rectas* r *y* s *son perpendiculares en el espacio y una de ellas, la* s, *es paralela a un plano* β, *sobre el que se proyectan, las proyecciones de ambas rectas* r' *y* s' *son perpendiculares.*
- *Si una recta* r *es perpendicular a un plano* α, *la proyección* r' *de la recta sobre un plano (por ejemplo, el plano* H*) y la intersección del plano con el de proyección, traza* α_1, *son dos rectas perpendiculares.*

Actividad 5-1º: recta perpendicular a un plano frontal

La recta perpendicular a un plano frontal, es decir, paralelo al vertical, es una recta perpendicular al plano *V*, y, por lo tanto, sólo tiene traza vertical *V(V'-V")*; su proyección *r'* es perpendicular a *L.T.*, y *r"* es un punto; por otro lado, se sabe, que las trazas del plano serán perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de la recta.

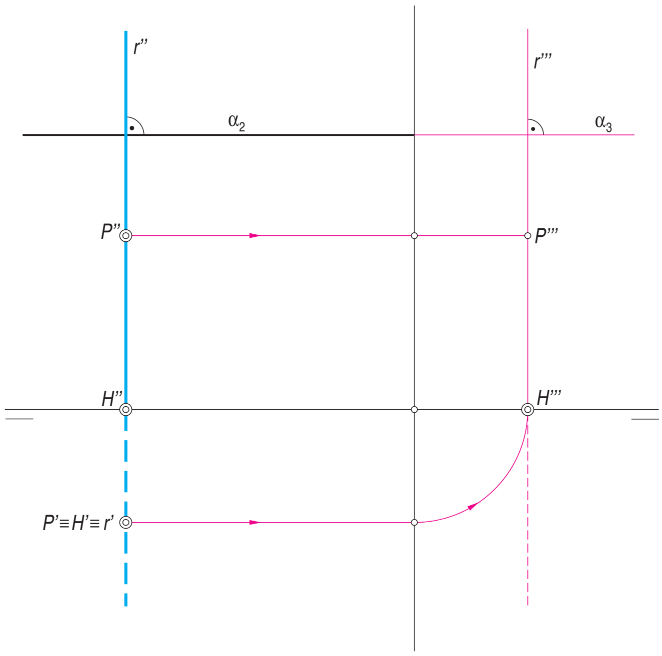
Tenemos el plano frontal $\alpha(\alpha_1)$ y el punto *P(P'-P'')*. La recta perpendicular por *P* a α tiene su proyección *r'* perpendicular a α_1 por *P'* y *r''* coincide con *P''* y con su traza vertical *V''*. En tercera proyección se aprecia con claridad el problema.



Actividad 5-2º: recta perpendicular a un plano horizontal

La recta perpendicular a un plano horizontal, es decir, paralelo al horizontal *H*, es una recta vertical o perpendicular al plano *H*, y, por lo tanto, sólo tiene traza horizontal *H(H'-H")*; su proyección *r"* es perpendicular a *L.T.*, y *r'* es un punto.

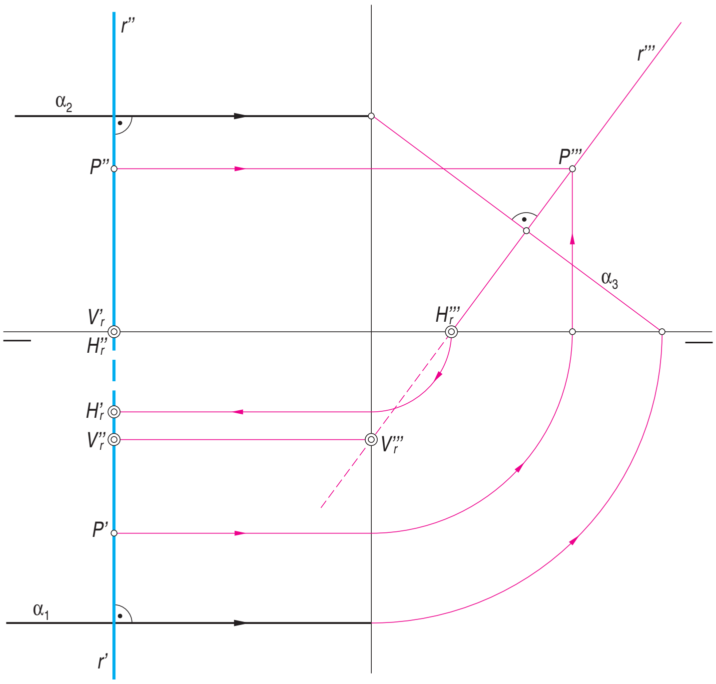
Tenemos el plano horizontal $\alpha(\alpha_2)$ y el punto *P(P'-P'')*. La recta perpendicular por *P* a α tiene su proyección *r''* perpendicular a α_2 por *P''* y *r'* coincide con *P'* y con su traza horizontal *H'*. En tercera proyección se aprecia con claridad el problema.



Actividad 5-3º: recta perpendicular a un plano paralelo a L.T.

La recta perpendicular a un plano paralelo a la *L.T.* es una recta de perfil.

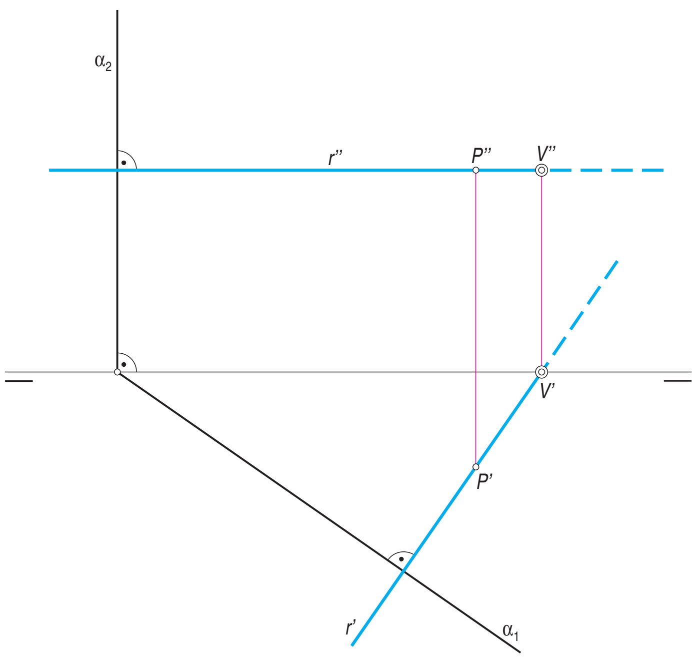
El problema se resuelve en la tercera proyección. Tenemos el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ paralelo a la *L.T.* y en α_3 en tercera proyección. Tenemos el punto *P(P'-P'')* que pasamos a *P'''*. Por *P'''* trazamos *r'''* perpendicular a α_3, obteniendo las trazas H'''_r y V'''_r que se devuelven a las proyecciones *r'-r''* en H'_r y V''_r. Como se ve la recta es de perfil (proyecciones confundidas pasando por *P'-P''* y perpendicular a α_1 y α_2). La única parte oculta es el segmento $H'_r\text{-}H''_r$.



Actividad 5-4º: recta perpendicular a un plano proyectante horizontal

La recta perpendicular a un plano proyectante horizontal es una recta horizontal de plano, y, por lo tanto, *r''* es paralela a la *L.T.*; por otro lado, se sabe, por el teorema enunciado anteriormente, que las trazas del plano serán perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de la recta.

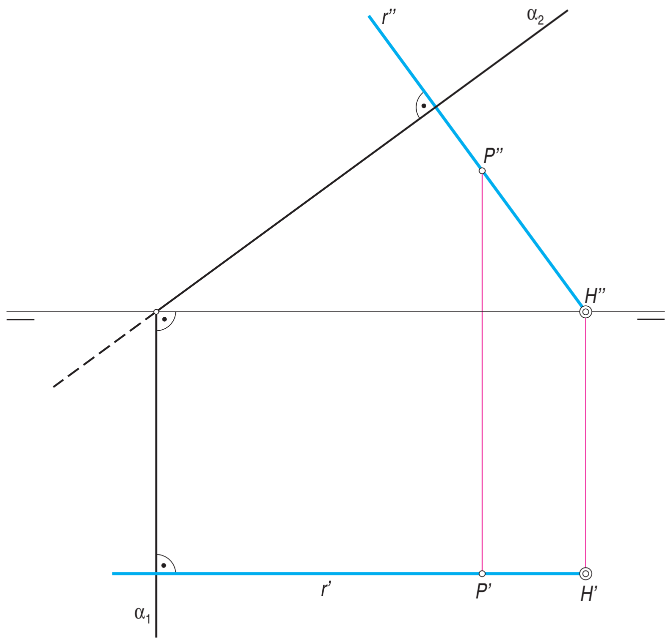
Sea el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ proyectante horizontal y el punto *P'-P''*. Por las proyecciones *P'-P''* trazamos las perpendiculares a las trazas α_1 y α_2 respectivamente y tenemos como solución la recta horizontal *r'-r''*.



Actividad 5-5º: recta perpendicular a un plano proyectante vertical

La recta perpendicular a un plano proyectante vertical es una recta frontal de plano, y, por lo tanto, *r'* es paralela a la *L.T.*

Tenemos el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ proyectante vertical y el punto *P'-P''*. Como en el ejercicio anterior por *P'* y *P''* se trazan las perpendiculares a α_1 y α_2 respectivamente obteniendo las proyecciones *r'* y *r''*.

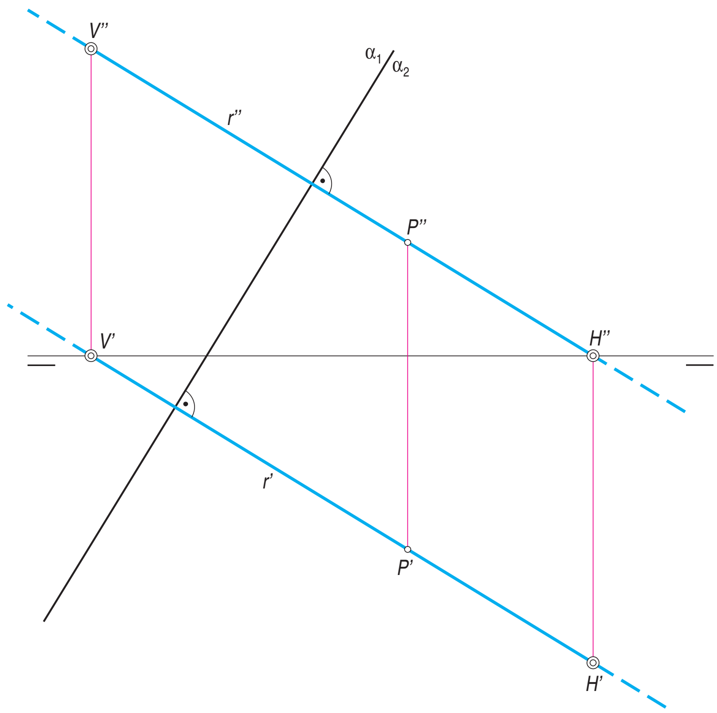


Actividad 5-6º: recta perpendicular a un plano perpendicular al segundo bisector

Las trazas de un plano perpendicular al segundo bisector están en línea recta.

La recta perpendicular a un plano perpendicular al segundo bisector es una recta oblicua, y, por lo tanto, tiene dos trazas, la vertical y la horizontal; por otro lado, se sabe, por el teorema enunciado anteriormente, que las trazas del plano serán perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de la recta.

Dado el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ y el punto *P(P'-P'')*, las proyecciones *r'-r''* de la recta perpendicular a α pasan por *P'* y *P''* y son perpendiculares a α_1 y α_2 respectivamente. Se indican las trazas de la recta.



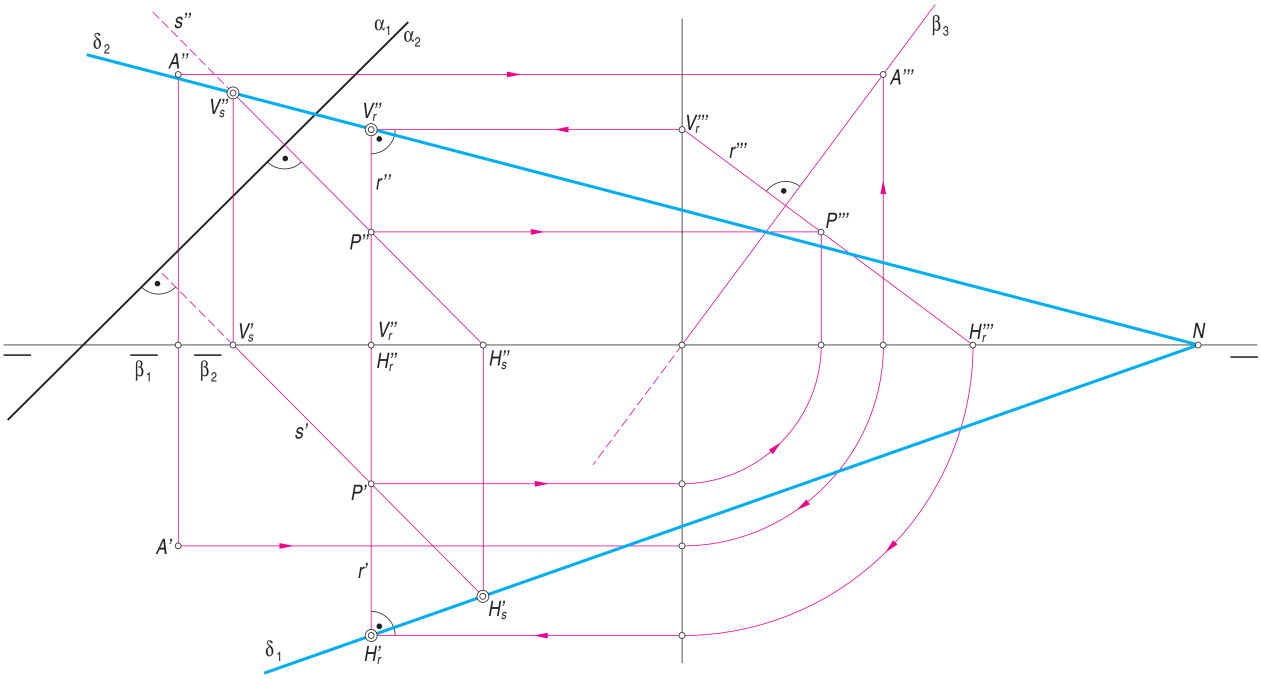
Actividad 6

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- *Dos planos son perpendiculares, cuando contiene, al menos, una recta que es perpendicular al otro.*
- *Dos rectas que pasan por un punto, es decir, que se cortan, forman un plano.*

Tenemos el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ perpendicular al 2º bisector, el plano $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$ que pasa por *L.T.* y por el punto *A(A'-A'')*. Hay que trazar por el punto *P(P'-P'')* dado, el plano perpendicular a α y β. Por *P* se traza la recta *s(s'-s'')* perpendicular a α y la recta *r(r'-r'')* perpendicular a β, lo que se hace en tercera proyección pasando por el punto *P'-P''* a *P'''* y el plano β a β_3 por medio del punto *A'''*.

Uniendo las trazas del mismo nombre H'_r-H'_s y V''_r-V''_s de las rectas *r* y *s* se tienen las trazas δ_1 y δ_2 del plano solución.



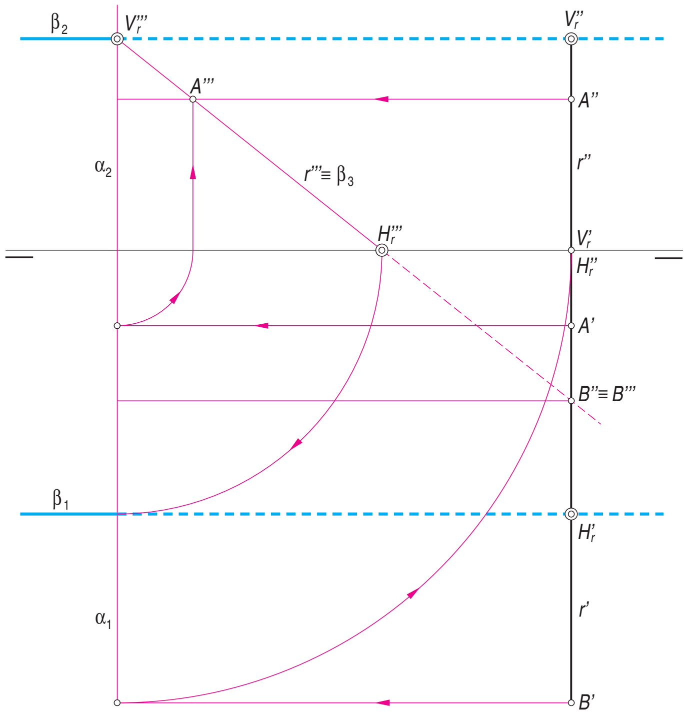
Actividad 7

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta lo siguiente:

- *Dos planos* $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ y $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$ *son paralelos en el espacio, si las trazas del mismo nombre también lo son.*

Actividad 7-1º: representar el plano paralelo a la línea de tierra que pasa por la recta

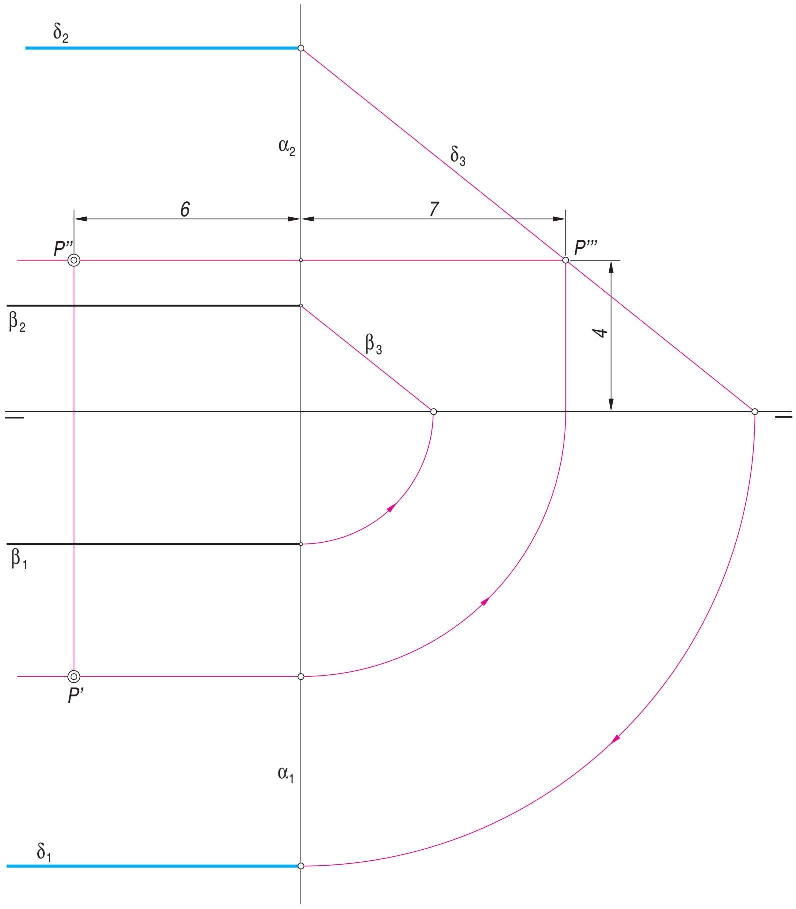
1. Se dibujan los puntos *A(A'-A''-A''')* y *B(B'-B''-B''')* y se traza la recta *r(r'-r''-r''')* que forman ...
2. Definimos las trazas horizontal *H(H'-H''-H''')* y vertical *V(V'-V''-V''')* de la recta *r*.
3. Como el plano solución ha de contener a *r* y ser paralelo a *L.T.*, basta trazar por H_r' y V_r'' las paralelas a *L.T.* y tendremos las trazas β_1 y β_2 del plano.



Actividad 7-2º: representar el plano paralelo a éste que pase por el punto *P(6,4,7)*

Partimos del plano (β_1-β_2 -β_3) obtenido del apartado anterior.

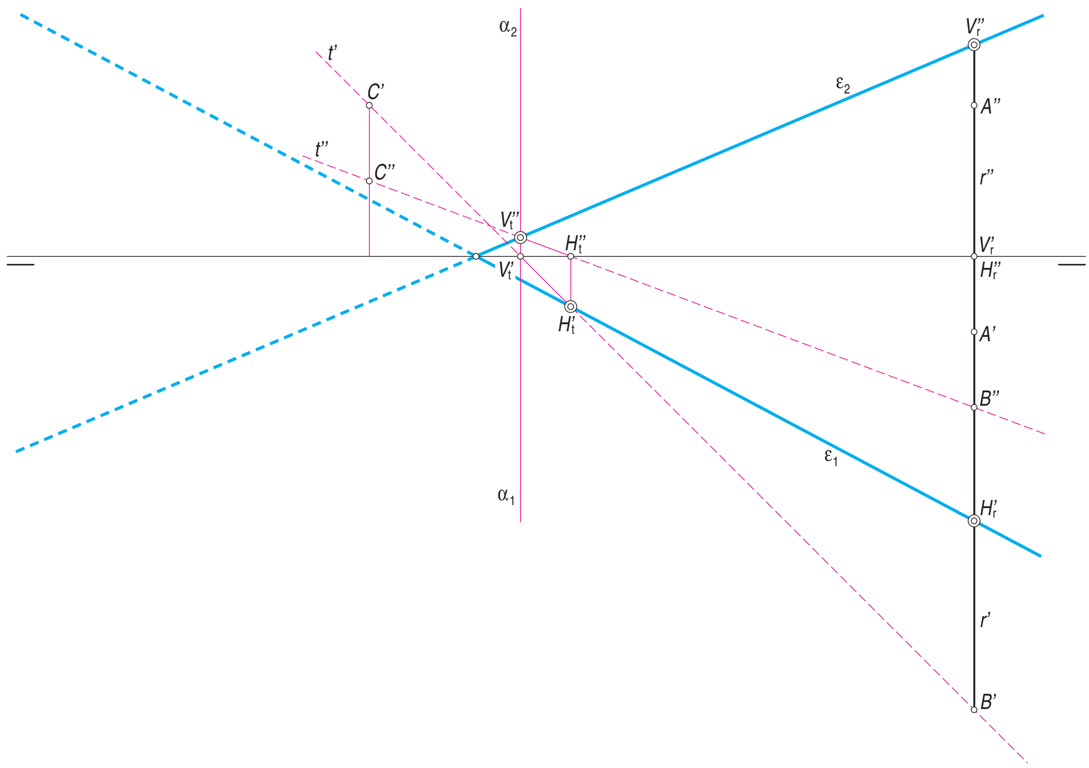
1. Se dibuja el punto *P(6,4,7)*.
2. Pasamos el punto a tercera proyección *P'''* y por *P'''* se traza el plano δ_3 paralelo a β_3 y se obtienen las trazas δ_1 y δ_2 del plano pedido.



Actividad 7-3º: representar el plano definido por la recta *AB* y el punto *C(2,1,-2)*

Partimos de los puntos *A* y *B* y de la recta *r(r'-r")* obtenidos en el apartado **7-1º**.

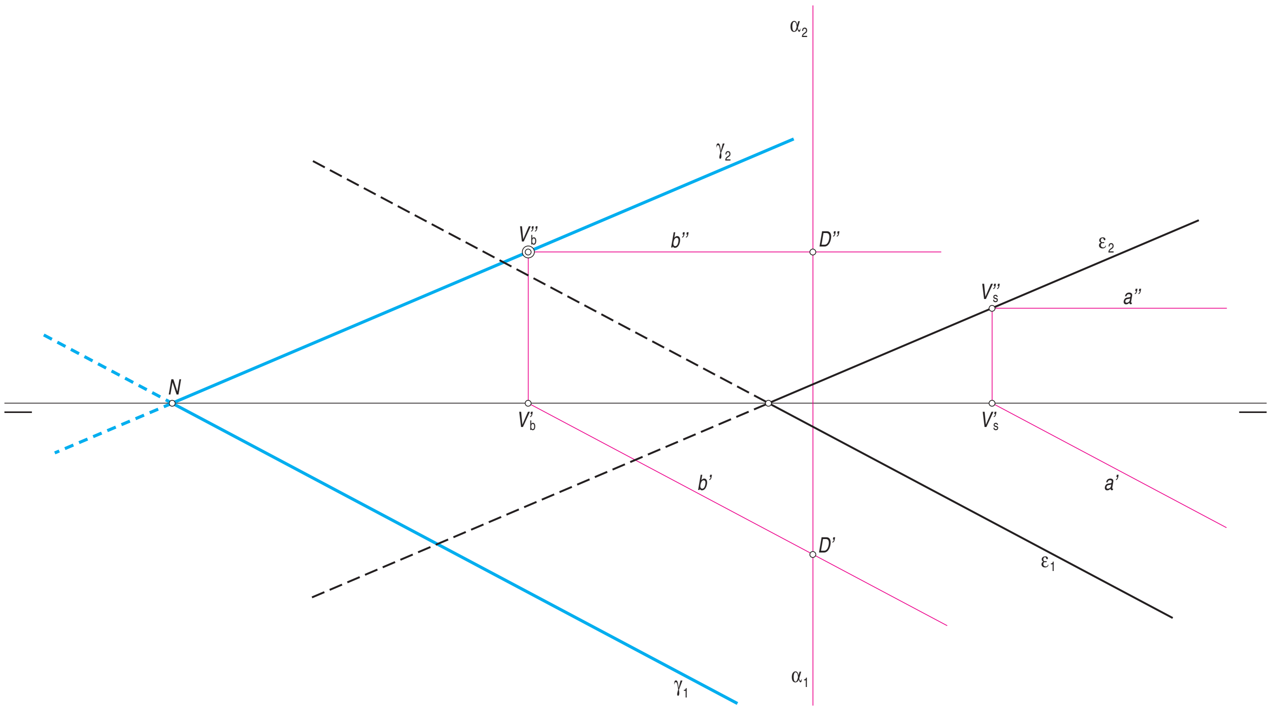
1. Se dibuja el punto *C(2,1,-2)*.
2. Se traza la recta *t(t'-t")* que pasa por los puntos *B(B'-B")* y *C(C'-C")*; se determinan sus trazas $H_t(H_t'\text{-}H_t'')$ y $V_t(V_t'\text{-}V_t'')$.
3. Uniendo las proyecciones respectivas de estas trazas $H_t'\text{-}H_r'$ y $V_t''\text{-}V_r''$ obtenemos las trazas (ε_1-ε_2) del plano solicitado.



Actividad 7-4º: trazar un plano paralelo a éste que pase por el punto *D(0,2,2)*

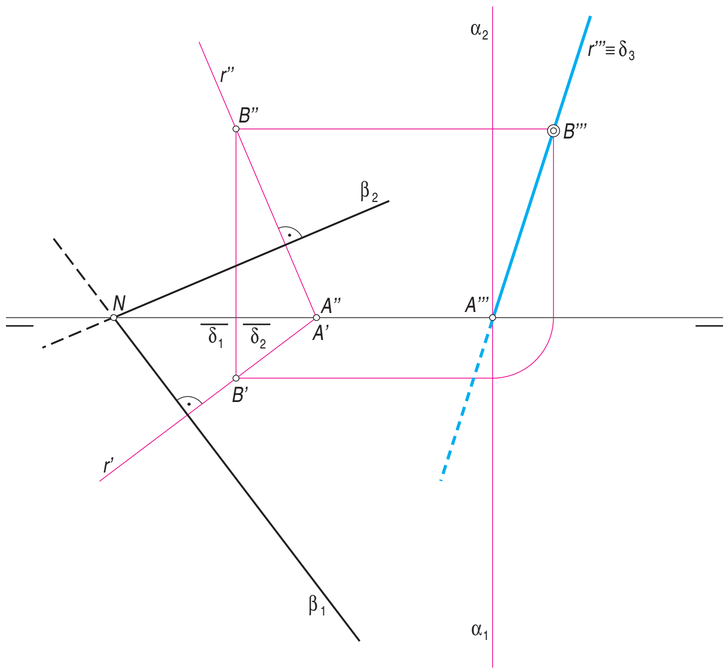
Partimos del plano $\varepsilon(\varepsilon_1-\varepsilon_2)$ obtenido en el apartado anterior.

1. Se dibuja el punto *D(0,2,2)*.
2. Se sitúa una recta horizontal de plano cualquiera *a(a'-a")* sobre el plano dado $\varepsilon(\varepsilon_1-\varepsilon_2)$.
3. Por el punto *D(D'-D")* se hace pasar la recta *b(b'-b")*, paralela a la *a(a'-a")*, y se determina su traza vertical $V_b(V_b'-V_b'')$.
4. Por la traza vertical V_b'' pasa la traza γ_2, paralela a ε_2, y por el punto *N*, donde la traza ε_2 corta a la *L.T.*, se dibuja la traza horizontal γ_1, paralela a ε_1.



Actividad 8

1. Se dibujan las trazas β_1-β_2 de un plano oblicuo cualquiera.
2. Sobre la *L.T.* se sitúa un punto *A(A'-A"-A''')* cualquiera.
3. Por cada proyección del punto se traza la recta perpendicular a la traza del mismo nombre del plano, así, por *A"*, *r"* perpendicular a β_2 y por *A'*, *r'* perpendicular a β_1.
4. Sobre esta recta *r(r'-r")*, se sitúa un punto *B(B'-B"-B''')* cualquiera, y se determina su proyección de perfil *B'''*.
5. Se dibujan las proyecciones (δ_1-δ_2-δ_3) del plano solución, teniendo en cuenta, que la proyección de perfil δ_3 debe contener a *r'''* y a *B'''*, y pasar por la *L.T.*



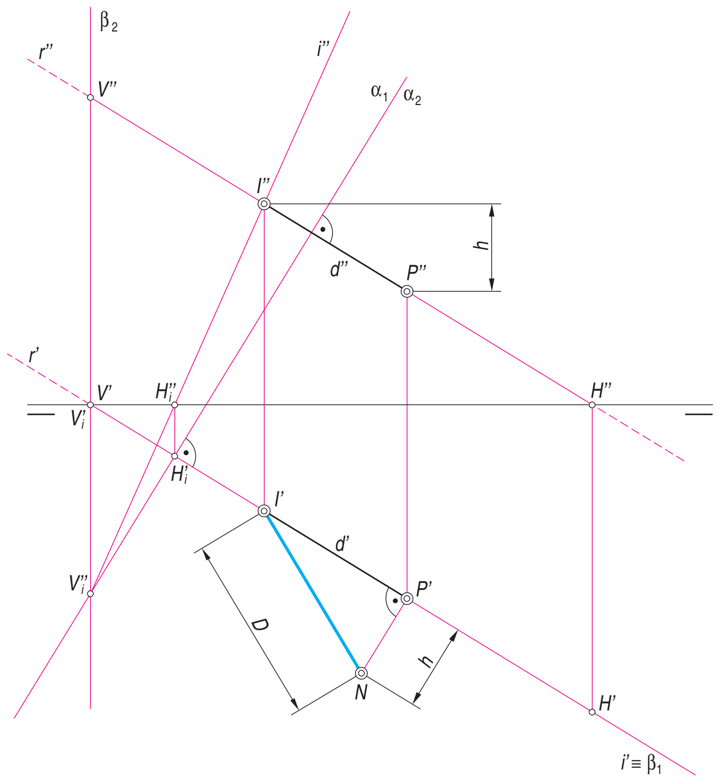
Actividad 9

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- *Todos los puntos del segundo bisector tienen las proyecciones confundidas, y las trazas de un plano perpendicular al segundo bisector están en línea recta.*
- *La distancia D de un punto P a un plano* α*, se determina trazando la perpendicular r por el punto P al plano dado; se halla el punto de intersección I de la recta y del plano y el segmento P-I es la distancia pedida.*
- *La intersección de una recta r'-r" con un plano es un punto que pertenece a ambos.*
- *Para hallar el punto de intersección de una recta r con un plano, se hace pasar por la recta un plano que la contenga, se halla la intersección de ambos planos, recta i, y esta recta corta a la r en el punto I, que es la intersección de la recta r con el plano dado.*

1. Representamos un plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ perpendicular al segundo bisector, y situamos un punto *P(P'-P")* en el primer diedro.
2. Por cada proyección del punto se traza la recta perpendicular a la traza del mismo nombre del plano, así, por *P'*, *r'* perpendicular a α_1, y por *P"*, *r"* perpendicular a α_2; se determinan las trazas horizontal *H(H'-H")* y vertical *V(V'-V")* de la recta *r*.
3. Se dibuja un plano auxiliar cualquiera que contenga a la recta, en este caso, el proyectante horizontal $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$.
4. Se determina la recta *i(i'-i")* de intersección del plano auxiliar $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$ con el plano dado $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$.
5. En la intersección de las proyecciones respectivas de esta recta *i* con la *r* obtenemos la proyección horizontal *I'(i'-r')* y vertical *I"(i"-r")* del punto de intersección *I* de la recta *r* con el plano dado.
6. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia son *I'-I"* y *P'-P"*, y la distancia es *d'-d"*. Por *P'* se traza la perpendicular a *d'* y sobre ella se lleva la diferencia de cotas *h*. El segmento *I'N* es *D*, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.

   También se puede tomar como cateto la proyección vertical *d"* y como otro cateto, la diferencia de los alejamientos de los dos puntos.

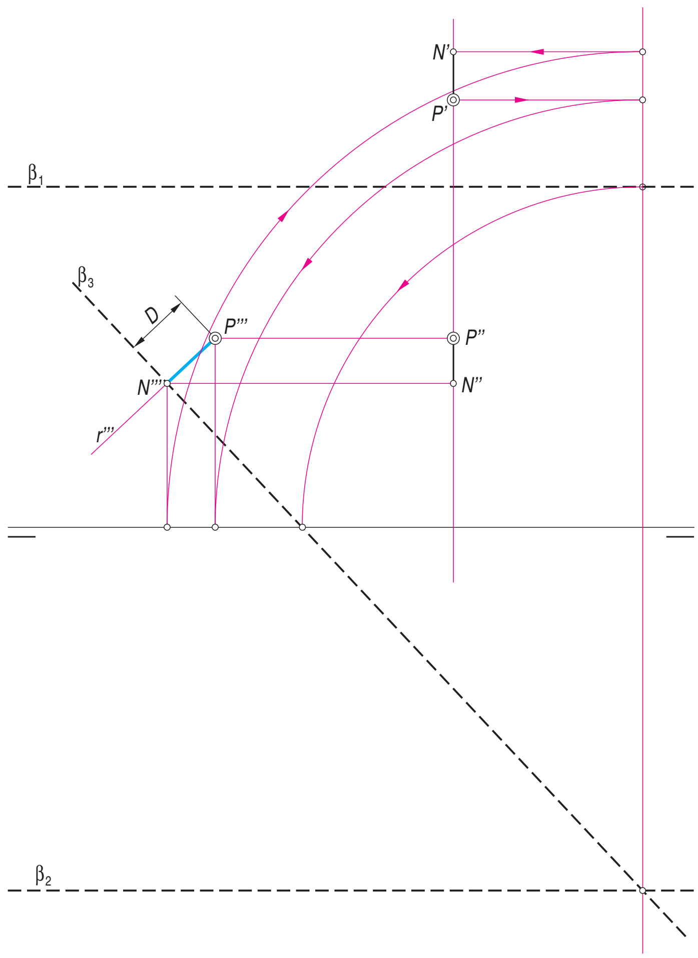


Actividad 10

1. Representamos un plano β(β$_1$-β$_2$-β$_3$) paralelo a la *L.T.*, y dibujamos un punto *P(P'-P''-P''')* situado en el segundo diedro.

2. La distancia se puede obtener directamente en verdadera magnitud sobre la tercera proyección.

   Se pasa el plano β a β$_3$ y el punto *P(P'-P'')* a *P'''*. Por *P'''* la recta *r'''* perpendicular a β$_3$ nos da el punto *N'''*. La distancia real es *D = P'''-N'''* y en proyecciones *P'N', P''-N''*.



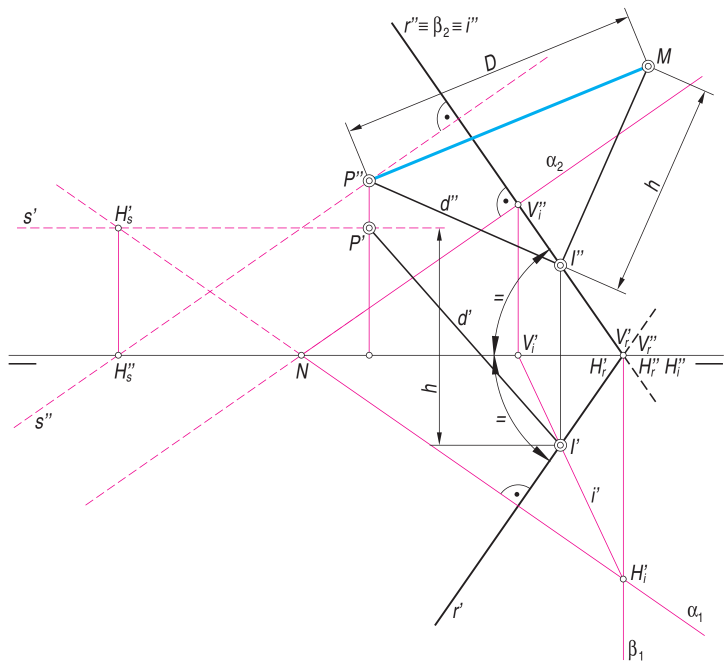
Actividad 11

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- *Las proyecciones* r' *y* r" *de una recta* r *contenida en el primer bisector forman el mismo ángulo con* L.T.
- *La distancia* D *de un punto* P *a una recta* r, *se determina trazando el plano* α *perpendicular a* r *por el punto* P*; se halla el punto de intersección* I *de la recta y del plano y el segmento* $\overline{P\text{-}I}$ *es la distancia pedida.*
- *La intersección de una recta* r'-r" *con un plano es un punto que pertenece a ambos.*
- *Para hallar el punto de intersección de una recta* r *con un plano, se hace pasar por la recta un plano que la contenga, se halla la intersección de ambos planos, recta* i, *y esta recta corta a la* r *en el punto* I, *que es la intersección de la recta* r *con el plano dado.*

1. Representamos la recta *r(r'-r")* y el punto *P(P'-P")* dados.
2. Por el punto *P(P'-P")* se traza el plano perpendicular a la recta *r(r'-r")*; para ello, por el punto dado *P(P'-P")*, se hace pasar una recta del plano que se busca y de la cual conocemos su dirección; esta recta puede ser una frontal *s(s'-s")*; *s'* pasa por *P'*, es paralela a *L.T.*, y *s"*, perpendicular a *r"*, pasa por *P"*.
3. Se halla la traza horizontal H_s' de la recta *s* y por este punto pasa la traza α_1, perpendicular a *r'*; por el punto *N*, intersección de α_1 con *L.T*, se traza α_2, perpendicular a *r"*.
4. Se halla el punto de intersección de la recta *r(r'-r")* con el plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$; para ello:
   - Se dibuja un plano cualquiera que contenga a la recta r, en este caso el proyectante vertical $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$.
   - Se determina la recta *i'-i"* de intersección de este plano con el $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$; la traza horizontal $H_i'\text{-}H_i''$ de la recta *i* es el punto de intersección de las trazas α_1 y β_1; la traza vertical $V_i'\text{-}V_i''$ de *i* es el punto de intersección de las trazas α_2 y β_2; uniendo las proyecciones respectivas de estas trazas obtenemos las proyecciones horizontal $i'(H_i'\text{-}V_i')$ y vertical $i''(H_i''\text{-}V_i'')$ de la recta intersección.
   - En la intersección de las proyecciones respectivas de esta recta *i* con la *r* obtenemos las proyecciones horizontales *I'(i'-r')* y verticales *I"(i"-r")* del punto *I(I'-I")* de intersección.
5. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia son *I'-I"* y *P'-P"*, y la distancia es *d'-d"*. Por *I"* se traza la perpendicular a *d"* y sobre ella se lleva la suma de alejamientos *h*. El segmento $\overline{P''M}$ es *D*, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.

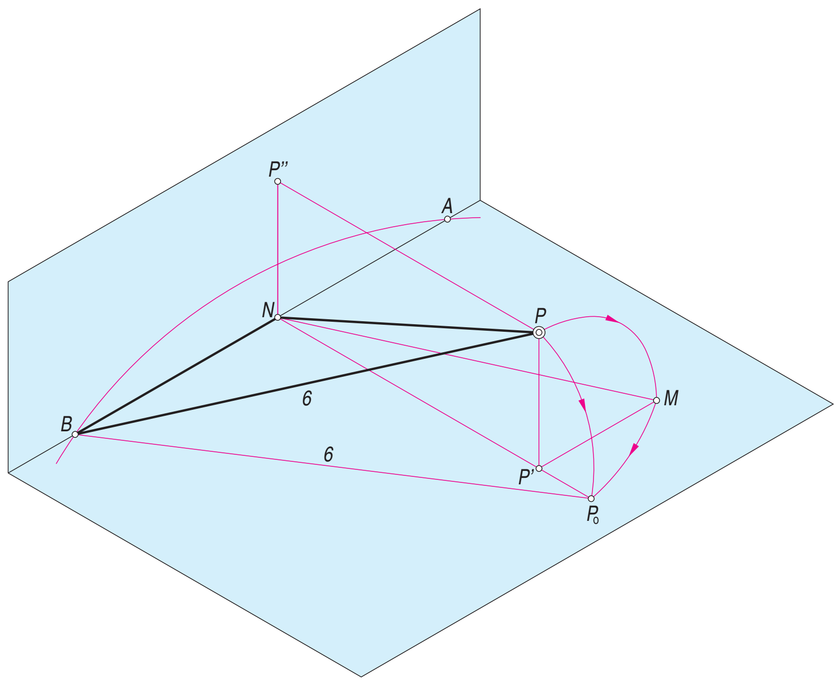
   También se puede tomar como cateto la proyección horizontal *d'* y como otro cateto, la diferencia de las cotas de los dos puntos.

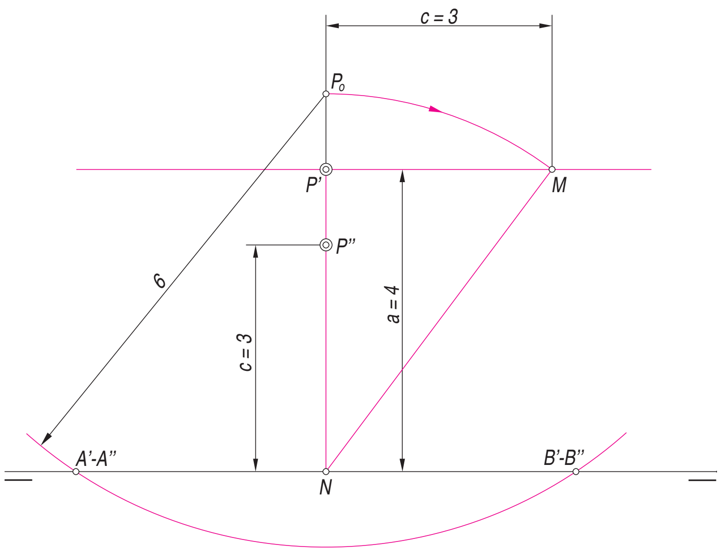


Actividad 12

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

1. *Obsérvese la figura del espacio. El triángulo* PNB *es el que hay que construir. Para ello se abate el punto* P *sobre el plano* H *en* P_o. *El cateto* PN *es igual a la hipotenusa* NM *del triángulo* MP'N.
2. Conociendo *NP* y la hipotenusa *PB* = *6* unidades, basta desde P_o cortar a la *L.T.* con radio igual a 6 unidades. Los puntos *A'-A''* y *B'-B''* son la solución.





Actividad 13

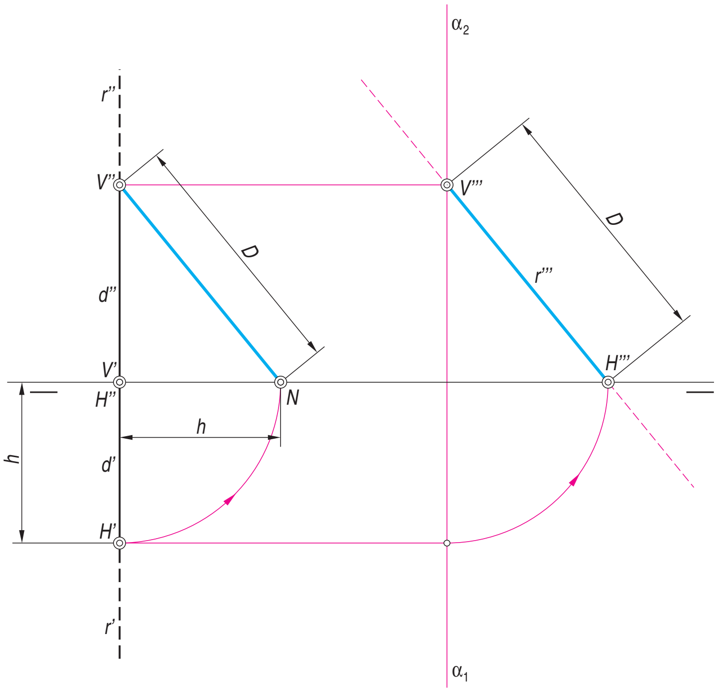
Actividad 13-1º: la recta queda definida por sus trazas

Primer método: utilizando el plano de perfil, es decir, las proyecciones de perfil.

1. Dibujar las trazas *H(H'-H''-H''')* y *V(V'-V''-V''')* de la recta de perfil *r*.
2. El segmento *H'''V'''* es *D*, verdadera magnitud de la recta de perfil *r* limitada por sus trazas *H* y *V*.

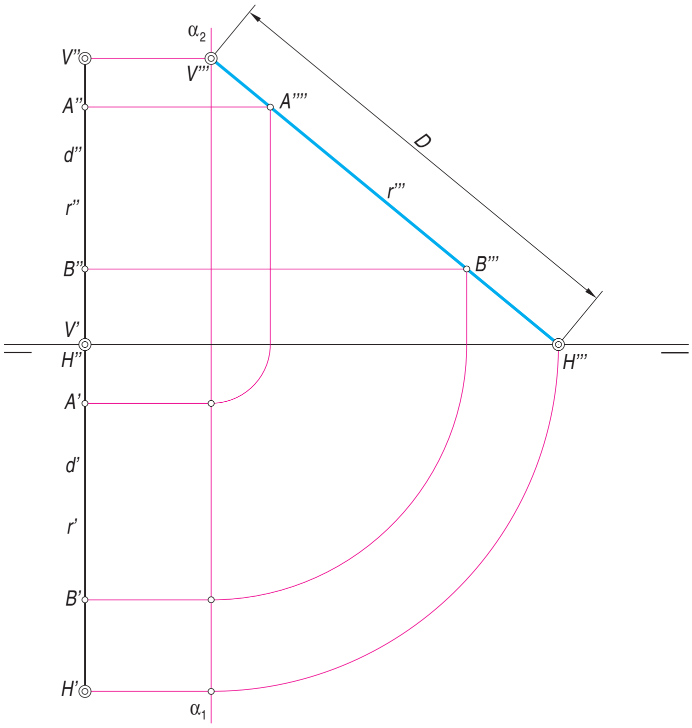
Segundo método: por medio de las proyecciones *d'* y *d''*.

1. Dibujar las trazas *H(H'-H'')* y *V(V'-V'')* y las proyecciones *r'-r''* de la recta de perfil *r*.
2. Se toma sobre *L.T.* a partir de *V'* el alejamiento *h* de *H'* y el segmento *NV''* es la distancia *D* en verdadera magnitud.



Actividad 13-2º: la recta queda definida por dos de sus puntos

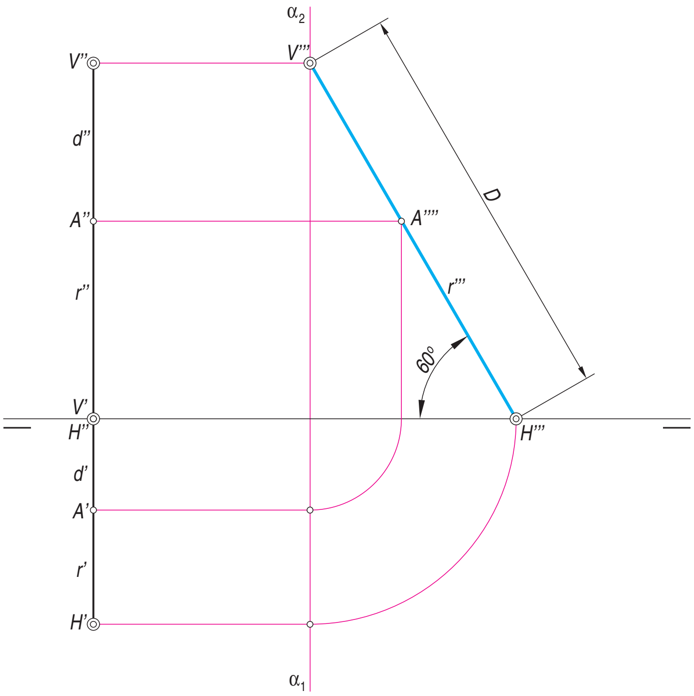
1. Dibujar los puntos *A(A'-A"-A''')* y *B(B'-B"-B''')* y la recta de perfil *r(r'-r"-r''')* que forman.
2. El segmento *H'''V'''* es *D*, verdadera magnitud de la recta de perfil *r* definida por los puntos *A* y *B* y limitada por sus trazas *H* y *V*.



Actividad 13-3º: la recta queda definida por uno de sus puntos y el ángulo que forma con uno de los planos de proyección

Sea el punto *A(A'-A"-A''')*, y la recta *r(r'-r"-r''')* que, pasando por *A*, forma 60º con el plano de proyección *H*.

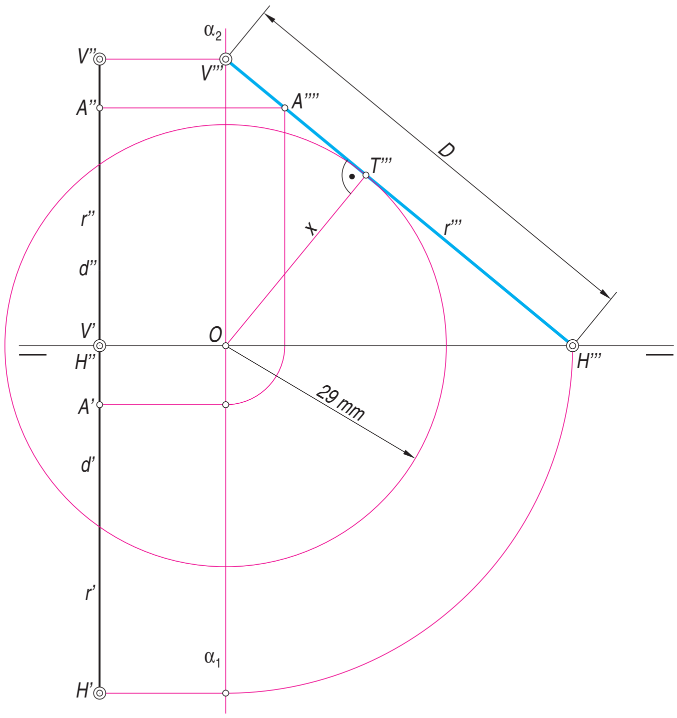
1. Dibujar el punto *A(A'-A"-A''')* y la proyección de perfil *r'''* que forma 60º con el plano *H.*
2. Determinamos *H'''* y *V'''*, puntos de intersección de *r'''* con el plano de perfil α_1-α_2, y definimos el resto de proyecciones. El segmento *H'''V'''* es *D*, verdadera magnitud de la recta de perfil r definida por el punto *A* y el ángulo de 60º con el plano horizontal y limitada por sus trazas *H* y *V*.



Actividad 13-4º: la recta queda definida por uno de sus puntos y la distancia de esta recta a *L.T.*

Sea el punto *A(A'-A''-A''')*, y la recta *r(r'-r''-r''')* que, pasando por *A*, dista de la *L.T.* el valor $x = 29$ *mm*.

1. Dibujar el punto *A(A'-A''-A''')*, y la circunferencia de radio 29 mm, y centro en *L.T.*, punto *O*.
2. Por *A'''* se traza la proyección *r'''*, tangente a la circunferencia de radio *x*, y obtenemos *H'''* y *V'''* trazas de la recta *r*.
3. El segmento *H'''V'''* es *D*, verdadera magnitud de la recta de perfil *r* definida por el punto *A* y la distancia a la *L.T.* y limitada por sus trazas *H* y *V*.



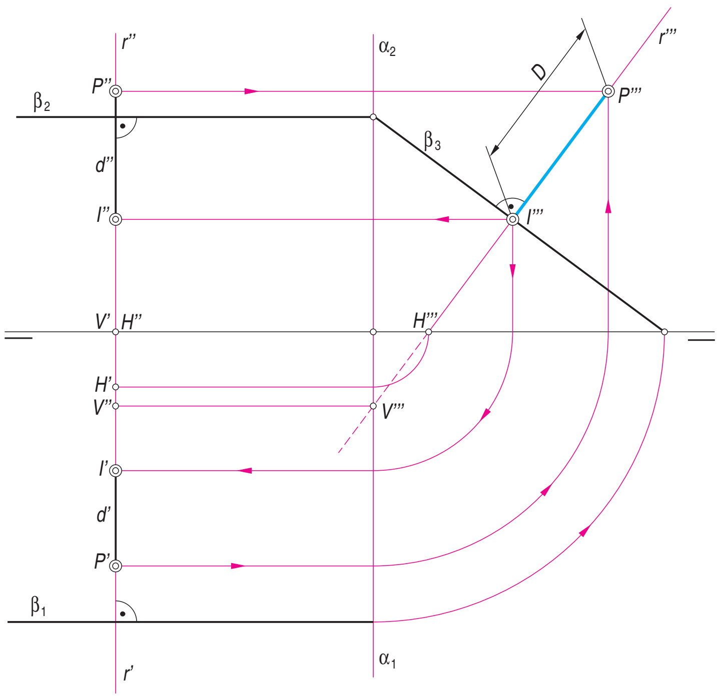
Actividad 14

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- *La distancia* D *de un punto* P *a un plano* β, *se determina trazando la perpendicular* r *por el punto* P *al plano dado; se halla el punto de intersección* I *de la recta y del plano y el segmento* $\overline{\text{P-I}}$ *es la distancia pedida.*
- *La intersección de una recta* r'-r" *con un plano es un punto que pertenece a ambos.*
- *Para hallar el punto de intersección de una recta* r *con un plano, se hace pasar por la recta un plano que la contenga, se halla la intersección de ambos planos, recta* i, *y esta recta corta a la* r *en el punto* I, *que es la intersección de la recta r con el plano dado.*
- *La proyección de una recta paralela al plano de proyección sobre la que se proyecta tiene la misma dimensión que la recta original.*

Actividad 14-1º: el plano es paralelo a la L.T.

1. Representamos un plano $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2\text{-}\beta_3)$ paralelo a la *L.T.* y dibujamos un punto *P(P'-P"-P''')* situado en el primer diedro.
2. Por cada proyección del punto se traza la recta perpendicular a la traza del mismo nombre del plano, así, por *P'*, *r'* perpendicular a β_1, por *P"*, *r"* perpendicular a β_2, y por *P"'*, *r"'* perpendicular a β_3.
3. En la intersección de la proyección *r'''* con β_3, se encuentra la proyección *I'''* del punto de intersección *I* de la recta *r* con el plano dado.
4. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia del punto al plano son *I'''* y *P'''*, y la verdadera magnitud entre ellos es el segmento $\overline{I'''\text{-}P'''} = D$, puesto que pertenecen a la proyección de perfil *r'''* de una recta paralela al plano de perfil del sistema, y, como se sabe, la proyección de una recta paralela al plano de proyección sobre la que se proyecta tiene la misma dimensión que la recta original.



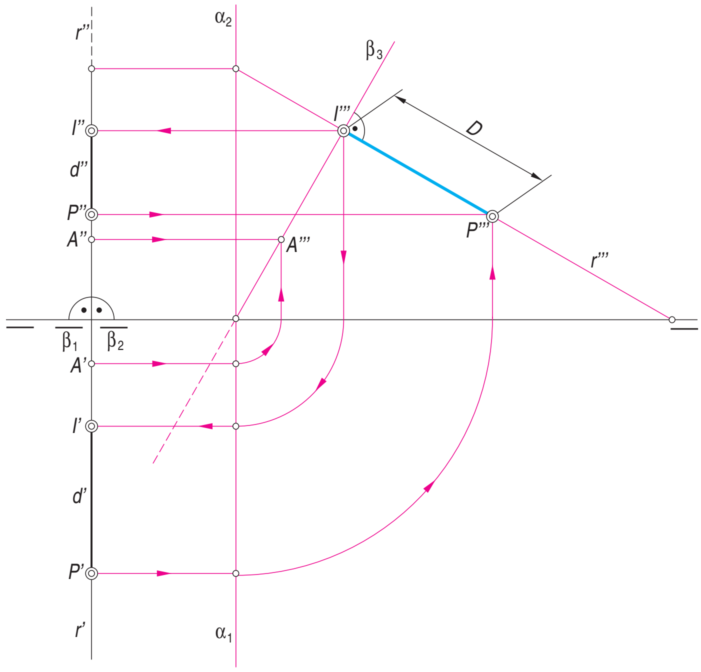
Actividad 14-2º: el plano está determinado por *L.T.* y un punto

1. Representamos el plano $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2\text{-}\beta_3)$ que pasa por *L.T.* y el punto *A(A'-A"-A''')*, y dibujamos un punto *P(P'-P"-P''')* situado en el primer diedro.

2º Por cada proyección del punto se traza la recta perpendicular a la traza del mismo nombre del plano, así, por *P'*, *r'* perpendicular a β_1, por *P"*, *r"* perpendicular a β_2, y por *P'''*, *r'''* perpendicular a β_3.

3º En la intersección de la proyección *r'''* con β_3, se encuentra la proyección *I'''* del punto de intersección *I* de la recta *r* con el plano dado.

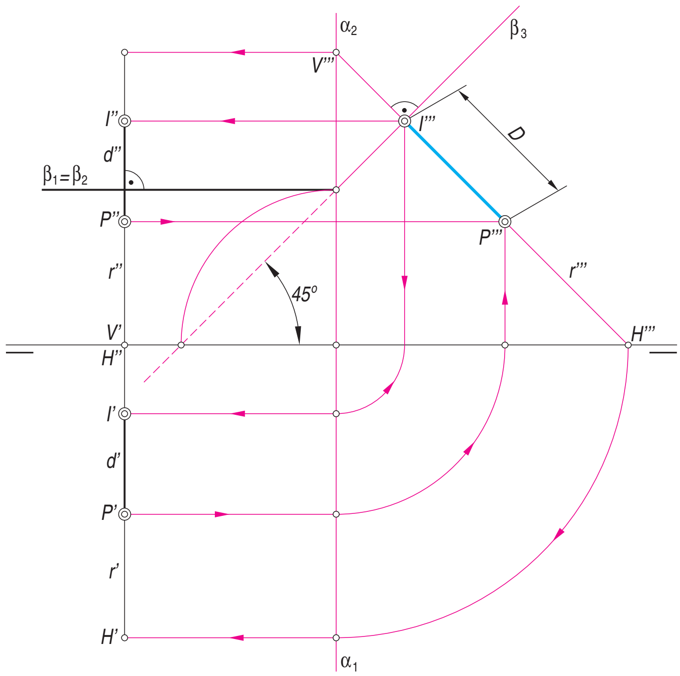
4º Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia del punto al plano son *I'''* y *P'''*, y la verdadera magnitud entre ellos es el segmento $\overline{I'''\text{-}P'''} = D$, puesto que pertenecen a la proyección de perfil *r'''* de una recta paralela al plano de perfil del sistema, y, como se sabe, la proyección de una recta paralela al plano de proyección sobre la que se proyecta tiene la misma dimensión que la recta original.



Actividad 14-3º: el plano tiene sus dos trazas en línea recta

Primer caso: se trata de un plano paralelo a la L.T. que, pasando por 1º, 2º y 3º diedros, es perpendicular al 2º bisector.

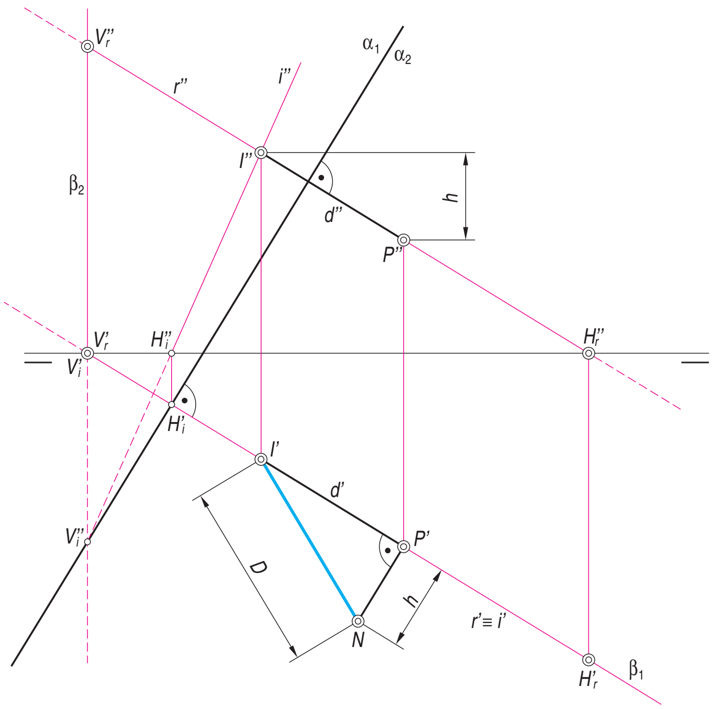
1. Representamos el plano $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2\text{-}\beta_3)$ que es paralelo a la *L.T.* y perpendicular al 2º bisector, y dibujamos un punto *P(P'-P"-P''')* situado en el primer diedro.
2. Por cada proyección del punto se traza la recta perpendicular a la traza del mismo nombre del plano, así, por *P'*, *r'* perpendicular a β_1, por *P"*, *r"* perpendicular a β_2, y por *P'''*, *r'''* perpendicular a β_3.
3. En la intersección de la proyección *r'''* con β_3, se encuentra la proyección *I'''* del punto de intersección *I* de la recta *r* con el plano dado.
4. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia del punto al plano son *I'''* y *P'''*, y la verdadera magnitud entre ellos es el segmento $\overline{I'''\text{-}P'''} = D$, puesto que pertenecen a la proyección de perfil *r'''* de una recta paralela al plano de perfil del sistema, y, como se sabe, la proyección de una recta paralela al plano de proyección sobre la que se proyecta tiene la misma dimensión que la recta original.



Segundo caso: se trata de un plano perpendicular al 2º bisector.

1. Representamos un plano $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$ perpendicular al segundo bisector, y situamos un punto *P(P'-P")* en el primer diedro.
2. Por cada proyección del punto se traza la recta perpendicular a la traza del mismo nombre del plano, así, por *P'*, *r'* perpendicular a α_1, y por *P"*, *r"* perpendicular a α_2; se determinan las trazas horizontal $H_r(H_r'\text{-}H_r'')$ y vertical $V_r(V_r'\text{-}V_r'')$ de la recta *r*.
3. Se dibuja un plano auxiliar cualquiera que contenga a la recta, en este caso, el proyectante horizontal $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$.
4. Se determina la recta *i(i'-i")* de intersección del plano auxiliar $\beta(\beta_1\text{-}\beta_2)$ con el plano dado $\alpha(\alpha_1\text{-}\alpha_2)$.
5. En la intersección de las proyecciones respectivas de esta recta *i* con la *r* obtenemos la proyección horizontal *I'(i'-r')* y vertical *I"(i"-r")* del punto de intersección *I* de la recta *r* con el plano dado.
6. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia son *I'-I"* y *P'-P"*, y la distancia es *d'-d"*. Por *P'* se traza la perpendicular a *d'* y sobre ella se lleva la diferencia de cotas *h*. El segmento $\overline{I'N}$ es *D*, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.

   También se puede tomar como cateto la proyección vertical *d"* y como otro cateto, la diferencia de los alejamientos de los dos puntos.



Actividad 15

Para resolver esta actividad, hemos de tener en cuenta las consideraciones siguientes:

- *La distancia* D *de un punto* P *a una recta* r, *se determina trazando el plano* α *perpendicular a* r *por el punto* P; *se halla el punto de intersección* I *de la recta y del plano y el segmento* $\overline{\text{P-I}}$ *es la distancia pedida.*
- *La intersección de una recta* r'-r" *con un plano es un punto que pertenece a ambos.*
- *Para hallar el punto de intersección de una recta* r *con un plano, se hace pasar por la recta un plano que la contenga, se halla la intersección de ambos planos, recta* i, *y esta recta corta a la* r *en el punto* I, *que es la intersección de la recta* r *con el plano dado.*
- *La proyección de una recta paralela al plano de proyección sobre la que se proyecta tiene la misma dimensión que la recta original.*

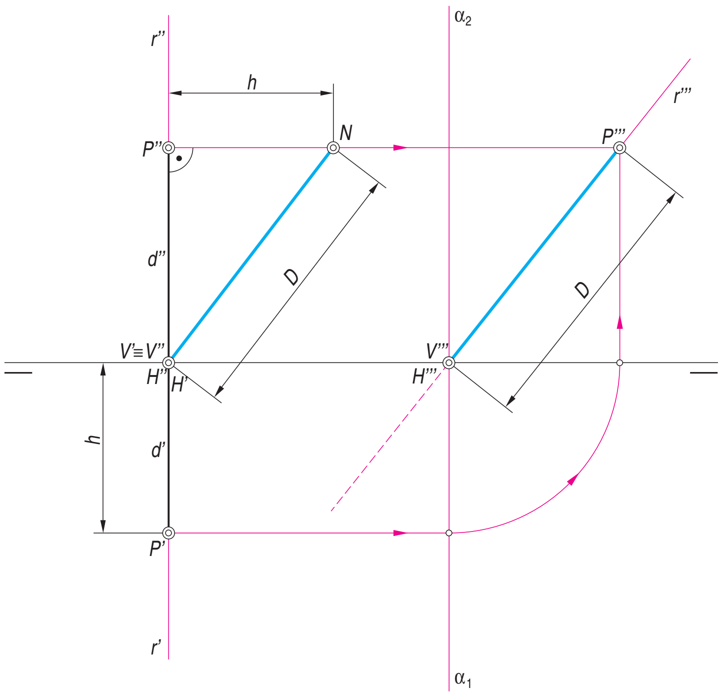
Actividad 15-1º: a la L.T.

Primer método: utilizando el plano de perfil, es decir, las proyecciones de perfil.

1. Dibujar el punto *P(P'-P"-P''')*.
2. Por este punto, se traza la recta *r(r'-r'-r"-r''')*, que corta a *L.T.* y es perpendicular a ella; se determinan las trazas *H(H'-H"-H''')* y *V(V'-V"-V''')* de la recta de perfil *r*.
3. El segmento *H'''P'''* es *D*, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.

Segundo método: por medio de las proyecciones *d'* y *d"*.

1. Dibujar el punto *P(P'-P")*.
2. Dibujar las trazas *H(H'-H")* y *V(V'-V")* y las proyecciones *r'-r"* de la recta de perfil *r*.
3. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia son *P'-P"* y *V'-V"*, y la distancia es *d'-d"*. Por *P"* se traza la perpendicular a *d"* y sobre ella se lleva la diferencia de alejamientos *h* = *H'P'*. El segmento *V"N* es *D*, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.



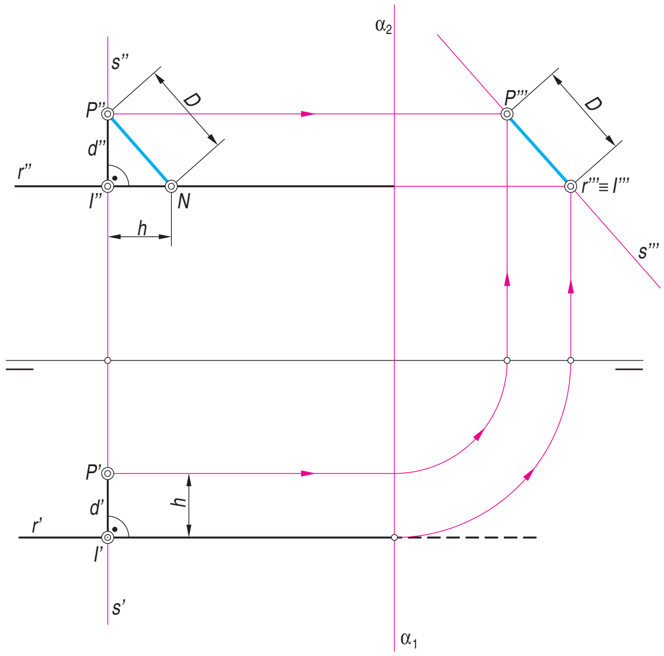
Actividad 15-2º: a una paralela a L.T.

Primer método: utilizando el plano de perfil, es decir, las proyecciones de perfil.

1. Dibujar el punto *P(P'-P"-P''')* y la recta *r(r'-r"-r''')*, paralela a *L.T.*
2. Por este punto, se traza la recta *s(s'-s"-s''')*, perpendicular a r; se determina el punto *I(I'-I"-I''')* de intersección de *r* con *i*.
3. El segmento $\overline{I'''P'''}$ es *D*, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.

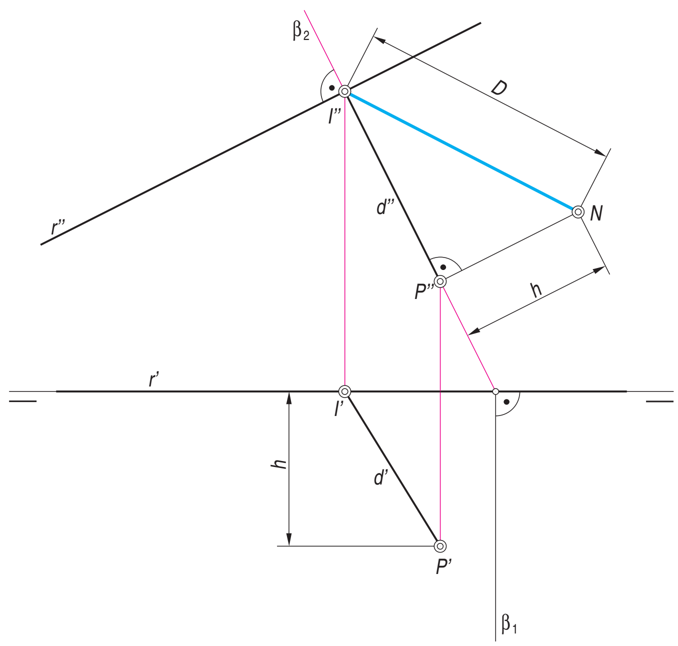
Segundo método: por medio de las proyecciones *d'* y *d"*.

1. Dibujar el punto *P(P'-P")* y la recta *r(r'-r")*, paralela a *L.T.*
2. Por este punto, se traza la recta *s(s'-s")*, perpendicular a *r*; se determina el punto *I(I'-I")* de intersección de *r* con *i*.
3. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia son *I'-I"* y *P'-P"*, y la distancia es *d'-d"*. Por *I"* se traza la perpendicular a *d"* y sobre ella se lleva la diferencia de alejamientos $h = I'P'$. El segmento $\overline{P"N}$ es D, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.



Actividad 15-3º: a una recta situada en el plano vertical

1. Dibujar el punto *P(P'-P")* y la recta *r(r'-r")*, situada en el plano vertical.
2. Por el punto *P* se traza el plano β_1-β_2, perpendicular a *r*, que es proyectante vertical; la traza β_2 pasa por *P''* y es perpendicular a *r''*.
3. El punto de intersección de *r* y β es *I'-I''*, estando *I'* en *L.T.*, es decir, en *r'*.
4. La distancia en proyecciones es *d'-d''* y en verdadera magnitud es *D*.



Actividad 15-4º: a una recta cualquiera

Tomamos una recta cualquiera, por ejemplo, la recta r(r'-r"), horizontal de plano.

1. Dibujar el punto *P(P'-P")* y la recta *r(r'-r")*, horizontal de plano; determinar su traza vertical $V_r(V_r'-V_r'')$.
2. Por el punto *P(P'-P")*, se traza el plano perpendicular a la recta *r(r'-r")*; para ello, por el punto dado *P(P'-P")*, se hace pasar una recta del plano que se busca y de la cual conocemos su dirección; esta recta puede ser la horizontal *s(s'-s")*; *s"* pasa por *P"* y es paralela a *L.T.*, y *s'*, perpendicular a *r'*, pasa por *P'*.
3. Se halla la traza vertical V_s'' de la recta *s* y por este punto pasa α_2, perpendicular a *r''*; por V_s' se traza α_1 perpendicular a *r'*.
4. Se halla el punto de intersección de la recta *r(r'-r")* con el plano $\alpha(\alpha_1-\alpha_2)$; para ello:
   - Se dibuja un plano cualquiera que contenga a la recta *r*, en este caso, el proyectante horizontal $\beta(\beta_1-\beta_2)$.
   - Se determina la recta *i'-i"* de intersección de este plano con el $\alpha(\alpha_1-\alpha_2)$; la recta intersección es una recta perpendicular al plano horizontal; la traza horizontal $H_i'-H_i''$ de la recta *i* es el punto de intersección de las trazas α_1 y β_1, su proyección horizontal *i'* es un punto que coincide con H_i', y su proyección vertical *i"*, perpendicular a *L.T.*, pasa por H_i''.
   - En la intersección de las proyecciones respectivas de esta recta *i* con la *r* obtenemos las proyecciones horizontales *I'(i'-r')* y verticales *I"(i"-r")* del punto *I(I'-I")* de intersección.
5. Las proyecciones de los puntos que permiten determinar la distancia son *I'-I"* y *P'-P"*, y la distancia es *d'-d"*. Por *P'*, se traza la perpendicular a *d'* y sobre ella se lleva la diferencia de cotas *h*. El segmento $\overline{I'N}$ es *D*, verdadera magnitud de la distancia en el espacio.

   También se puede tomar como cateto la proyección vertical *d"* y como otro cateto, la diferencia de los alejamientos de los dos puntos.