APUNTES DE PROCESOS E INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS

GES II

UNIDAD DIDÁCTICA 2

Fracciones. Proporcionalidad

Educación de adultos

Unidad Didáctica 2. Fracciones. Proporcionalidad

Con los números enteros no podemos medir cantidades más pequeñas que la unidad. Cuando trazamos las diagonales de un cuadrado de lado 1 cm observamos que dichas diagonales miden una cantidad que está entre 1 cm y 2 cm. Por ello, necesitamos ampliar el conjunto de números enteros.

1. Números racionales

Una fracción es una división entre dos números enteros, teniendo en cuenta que el divisor no puede ser el número cero. Se denota por:

$$\frac{a}{b}$$

Al número *a* se le llama ***numerador*** y al número *b* se le llama ***denominador***.

Si el numerador es menor que el denominador, la fracción es menor que la unidad, y se llama ***fracción propia***.

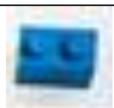
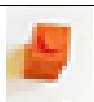
Si el numerador es mayor que el denominador, la fracción es mayor que la unidad, y se llama ***fracción impropia***.

Los números enteros también se pueden expresar como fracción, por ejemplo:

$$6 = \frac{12}{2} = \frac{6}{1}$$

El conjunto de todas las fracciones se llama ***conjunto de números racionales*** y se designa por $\mathbb{Q}$.

Observa la interpretación geométrica:

				
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{4}$

2. Fracciones equivalentes

Si el numerador y el denominador de una fracción se pueden dividir por un mismo número, al hacerlo diremos que hemos simplificado o reducido la fracción. La nueva fracción que se obtiene es equivalente a la primera, pues ambas representan el mismo número racional.

Cuando una fracción tiene el denominador positivo y no se puede reducir más porque el numerador y el denominador son primos entre sí, diremos que es ***irreducible***.

Dos fracciones se llaman ***equivalentes*** cuando al simplificarlas dan lugar a la misma fracción irreducible.

Propiedad: Dos fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si y sólo si

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Ejemplo:

- Simplifica la fracción $\frac{15}{200}$

Solución. Dividimos numerador y denominador por 5:

$$\frac{15}{200} = \frac{3}{40}$$

- Halla una fracción equivalente a $\frac{15}{200}$ por ***amplificación***, es decir, multiplicando numerador y denominador por un mismo número.

Solución. Multiplicamos numerador y denominador por 3. Puedes elegir otro número, pero una vez elegido, has de multiplicar el numerador y el denominador por ese número.

$$\frac{15}{200} = \frac{45}{600}$$

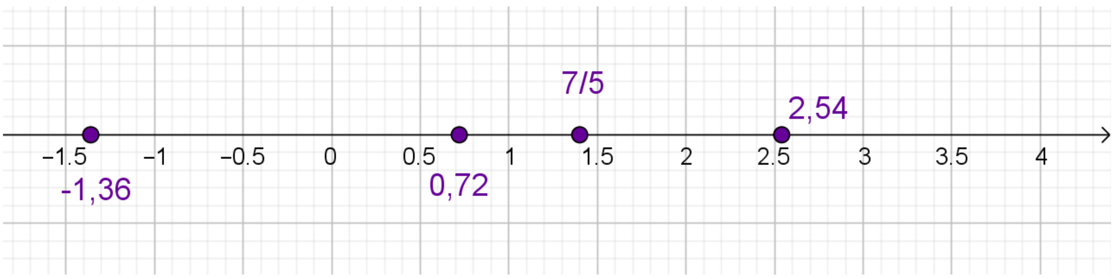
Ejercicios

1. Simplifica las siguientes fracciones:

$a)\ \frac{80}{60}$	$b)\ \frac{10}{14}$	$c)\ \frac{150}{250}$	$d)\ \frac{90}{120}$
e) $\frac{21}{7}$	f) $\frac{60}{180}$	g) $\frac{1500}{1200}$	h) $\frac{500}{2500}$

3. Representación en la recta

Las fracciones se pueden representar en la recta numérica. Para obtener su posición podemos hacer la división entre el numerador y el denominador y obtener el decimal y también podemos utilizar el teorema de tales (ver tema de geometría).



Ejercicios

2. Representa, aproximadamente, sobre una recta:

$$\frac{4}{6}, \frac{-4}{6}, \frac{3}{4}, \frac{18}{5}$$

4. Reducción a común denominador

Reducir dos o más fracciones a común denominador consiste en encontrar otras fracciones equivalentes a las primeras que tengan el mismo denominador.

El denominador común puede ser un múltiplo cualquiera de todos los denominadores. Por ejemplo podemos tomar el producto de todos los denominadores y también el m.c.m. de los denominadores. Es preferible tomar el m.c.m. por ser el menor múltiplo común no nulo de los denominadores.

Ejemplo:

Reduce a común denominador las fracciones

$$\frac{3}{4}, \frac{-5}{3}, \frac{1}{6}, \frac{-1}{2}$$

Solución

El m.c.m. de los denominadores es 12.

$\frac{3}{4} = \frac{\mathbf{9}}{12}$	$\frac{-5}{3} = \frac{\mathbf{-20}}{12}$	$\frac{1}{6} = \frac{\mathbf{2}}{12}$	$\frac{-1}{2} = \frac{\mathbf{-6}}{12}$
El número 9 resulta de dividir 12 entre el denominador **4** y multiplicar por el numerador **3.**	El número -20 resulta de dividir 12 entre el denominador **3** y multiplicar por el numerador **-5**.	El número 2 resulta de dividir 12 entre el denominador **6** y multiplicar por el numerador **1**.	El número -6 resulta de dividir 12 entre el denominador **2** y multiplicar por el numerador **-1**.

Ejercicios

3. Reduce a común denominador las fracciones:

$$\frac{11}{6}, \frac{5}{4}, \frac{2}{5}$$

4. Reduce a común denominador las fracciones:

$$\frac{-7}{6}, \frac{8}{9}, \frac{5}{12}$$

5. Ordena de mayor a menor estas fracciones:

$$\frac{7}{12}, \frac{4}{6}, \frac{5}{9}, \frac{3}{4}, \frac{13}{18}$$

5. Operaciones con fracciones

Suma de fracciones con igual denominador

Para sumar fracciones con el mismo denominador, se suman sus numeradores y se mantiene el denominador.

Ejemplo:

Calcula la suma

$$\frac{45}{60}+\frac{48}{60}+\frac{50}{60}$$

Solución

$$\frac{45}{60}+\frac{48}{60}+\frac{50}{60}=\frac{45+48+50}{60}=\frac{143}{60}$$

Ejercicios

6. Calcula:

$$\frac{10}{9}+\frac{5}{9}+\frac{3}{9}$$

Suma de fracciones con distinto denominador

Para sumar fracciones con distinto denominador, en primer lugar, hallamos fracciones equivalentes a las dadas que tengan el mismo denominador y después, sumamos los nuevos numeradores manteniendo el denominador común.

Ejemplo:
Calcula la suma:

$$\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$$

Solución. El m.c.m. de los denominadores es 60,

$$\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{45}{60}+\frac{48}{60}+\frac{50}{60}=\frac{45+48+50}{60}=\frac{143}{60}$$

Ejercicios

7. Calcula:

$$\frac{11}{9}+\frac{5}{4}+\frac{2}{5}$$

Ejemplo:
Calcula la suma:

$$\frac{3}{4}+5$$

Solución. Escribiendo 5 como $\frac{5}{1}$,

$$\frac{3}{4}+5=\frac{3}{4}+\frac{5}{1}=\frac{3}{4}+\frac{20}{4}=\frac{23}{4}$$

Ejercicios

8. Calcula:

$a)\ \frac{1}{9}+6$ $\qquad$ $b)\ 4+\frac{3}{2}$

Resta de fracciones

El cálculo de la resta se hace de la misma forma que la suma teniendo en cuenta los signos de los números enteros que intervienen.

Ejemplo:
Calcula:

$$\frac{3}{4}-\frac{4}{5}+\frac{5}{6}$$

Solución. El m.c.m. de los denominadores es 60,

$$\frac{3}{4}-\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{45}{60}-\frac{48}{60}+\frac{50}{60}=\frac{45-48+50}{60}=\frac{47}{60}$$

Ejercicios

9. Calcula:

$a)\ \frac{1}{30}-\frac{1}{45}$

$b)\ \frac{11}{30}-\frac{3}{40}-\frac{7}{60}$

Producto de fracciones

El producto de dos fracciones es otra fracción cuyo denominador es el producto de sus denominadores y cuyo numerador es el producto de sus numeradores.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Ejemplo:
Calcula:

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}$$

Solución

$$\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$$

La fracción $\frac{5}{8}$ se obtiene simplificando la fracción $\frac{15}{24}$.

Ejercicios

10. Calcula y simplifica:

$a)\ \frac{2}{3}\cdot\frac{-3}{5}$

$b)\ \frac{11}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{10}$

Cociente de fracciones:

La inversa de la fracción no nula $\frac{a}{b}$ es la fracción $\frac{b}{a}$ porque $\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{a}=1$

El cociente de dos fracciones es el producto de la primera por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

Ejemplo:
Calcula:

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}:\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$$

Solución.

$$\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}:\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}=\frac{\mathbf{35}}{\mathbf{8}}$$

En la división de fracciones, multiplicamos en cruz.

Ejercicios

11. Calcula y simplifica:

$a)\ \frac{5}{3}:\frac{11}{5}$ $b)\ 7:\frac{4}{3}$ $c)\ \frac{4}{3}:7$

Operaciones combinadas con fracciones:

Cuando aparecen varias operaciones y también paréntesis entre fracciones tenemos que aplicar la jerarquía de las operaciones.

Ejercicios

12. Calcula y simplifica:

$a)\ \dfrac{\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-1\right)}{\frac{3}{4}+1}$ $b)\ \left(\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\right):\frac{7}{5}$

6. Potencias de fracciones. Propiedades

La potencia de base una fracción $\frac{a}{b}$ y exponente un número natural n distinto de cero es el número racional que resulta de multiplicar la fracción $\frac{a}{b}$ por sí misma n veces, es decir,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ \dots\cdot\frac{a}{b}}_{n\ veces}$$

Cuando la base es distinta de cero, entonces

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0:=1$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{4}}\right)^{\mathbf{2}}=\frac{\mathbf{49}}{\mathbf{16}}$$

$$\left(\frac{45}{11}\right)^0 = 1$$

La potencia de base una fracción no nula $\frac{a}{b}$ y exponente -*n* siendo *n* un número natural distinto de cero es el número racional que resulta de calcular la fracción inversa de $\left(\frac{a}{b}\right)^n$, es decir,

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\underbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\ \ldots\cdot\frac{a}{b}}_{n\ veces}} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplos:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \frac{64}{125}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{81}{16}$$

Propiedades de las potencias con base una fracción no nula y exponente entero

- Potencia de un cociente: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- Producto de potencias con la misma base: $\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$
- Cociente de potencias con la misma base: $\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$
- Potencia de un producto $\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^m$
- Potencia de base otra potencia $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$

Ejercicios

13. Expresa como potencia de base 10 el resultado de la operación:
$0{,}0\ 000\ 001 : 10\ 000\ 000\ 000$

14. Expresa con una sola fracción irreducible:

$a)\ \frac{2^3}{2^4}$ $\quad b)\ 2^{-1}$ $\quad c)\ \frac{a^2}{a^6}$ $\quad d)\ x^{-1}\cdot y^{-2}$

$e)\ \frac{x^2\cdot y^4}{x^3\cdot y^6}$ $\quad f)\ (2\cdot a^2\cdot b)^{-2}$ $\quad g)\ \left(\frac{2}{5}\right)^2 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ $\quad h)\ \left[\left(\frac{1}{3}\right)^3\right]^2$

15. Reduce a un solo número racional:

$a)\ \left(\frac{1}{3}\right)^2$ $\quad b)\ \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ $\quad c)\ \left(\frac{-1}{3}\right)^{-2}$

$d)\ \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}\right)^5$ $\quad e)\ \left(\frac{1}{2}\right)^5\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^5$ $\quad f)\ \left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3$

7. Decimales y fracciones. Números irracionales

Para obtener la expresión decimal de una fracción, se efectúa la división entre el numerador y el denominador. El cociente puede ser:

Cociente	***Ejemplos***	
Número entero	$\frac{72}{9}=8$=8,0	Cociente entero
Decimal exacto	$\frac{197}{40}=4{,}925$	Cociente decimal exacto
Decimal periódico puro	$\frac{11}{3}=3{,}666\cdots=3{,}\hat{6}$	Hay una o varias cifras decimales que se repiten indefinidamente. Estas cifras que se repiten se llaman periodo.
Decimal periódico mixto	$\frac{87}{66}=1{,}3181818\cdots=1{,}3\widehat{18}$	Hay una o varias cifras decimales detrás de la coma que no forman parte del periodo.

Sabías que…

Una fracción irreducible cuyo denominador solo tenga los divisores primos 2 y 5 da lugar a un decimal exacto y en el caso de que tenga otros divisores primos dará lugar a un decimal periódico.

Ejercicios

16. Calcula la expresión decimal de las siguientes fracciones:

$a)\ \frac{10}{3}$ $\quad b)\ \frac{3}{7}$ $\quad c)\ \frac{8}{6}$

17. Sin hacer la división, di si estas fracciones darán lugar a decimales exactos o periódicos.

$a)\ \frac{313}{500}$ $\quad b)\ \frac{122}{150}$ $\quad c)\ \frac{505}{1024}$

Números irracionales

Existen números decimales que no son exactos ni periódicos a estos números se les llama números irracionales. Tienen infinitas cifras decimales que no son periódicas y no se pueden expresar como un cociente de dos enteros.

Son irracionales: $\pi, \sqrt{2}, e, \cdots$

Observa que no todas las raíces de números enteros son irracionales. Por ejemplo, $\sqrt{4}$ =2 es un número entero.

Sabías que…

El inteligentísimo y brillante Mr. Spock, de la serie futurista Star Trek, consiguió salvar a la tripulación de la maldad de una diabólica computadora. Le ordenó que calculara el valor de π, y como este es irracional, la computadora se quedó presa del proceso y…ellos escaparon.

Sabías que…

El número aúreo $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618\cdots$ es un irracional.

Más información en:

https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_%C3%A1ureo

https://es.wikipedia.org/wiki/Sucesi%C3%B3n_de_Fibonacci

8. Proporcionalidad y porcentajes. Repartos

Una *razón* es el cociente indicado de dos números que corresponden a valores de diferentes magnitudes:

$$\frac{a}{b}$$

Una *proporción* es una igualdad de dos razones:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Por su colocación, los números *a* y *d* se llaman *extremos* y los números *b* y *c medios*.

En una proporción se cumple que el producto de extremos es igual al producto de medios.

Dos magnitudes son *directamente proporcionales* con razón de proporcionalidad *k* cuando el cociente $\frac{a}{b}$ es siempre igual a k.

Observa, que en este caso al aumentar una magnitud también aumenta el valor de la otra.

$$\frac{a}{b} = k$$

Dos magnitudes son *inversamente proporcionales* con razón de proporcionalidad *k* cuando el producto $a \cdot b$ es siembre igual a k.

$$a \cdot b = k$$

Observa que al aumentar el valor de una disminuye el valor de la otra.

Ejemplos:
El peso es directamente proporcional a la masa.

En un movimiento rectilíneo y uniforme el espacio recorrido es directamente proporcional a la velocidad.

En un movimiento rectilíneo y uniforme el tiempo empleado es inversamente proporcional a la velocidad.

En una factura de compra de patatas el precio total es directamente proporcional al número de kilogramos que se han comprado.

9. Regla de tres simple directa e inversa

***Problema 1*. Para transportar 240000 litros de cerveza se necesitan 16 camiones cisterna. ¿Cuántos camiones se necesitarán para transportar 630000?**

Solución. A más volumen de cerveza, más camiones. Es evidente que se trata de una proporcionalidad **directa**.

En el método de la regla de tres tenemos que colocar en cada columna los valores de una misma magnitud.

$$\left.\begin{array}{lcc} 240\,000\ litros & ------\rightarrow & 16\ camiones \\ 630\,000\ litros & ------\rightarrow & x \end{array}\right\}$$

Como la relación entre litros y camiones es constante, la ecuación que tenemos que plantear es:

$$\frac{240\,000}{16} = \frac{630\,000}{x}$$

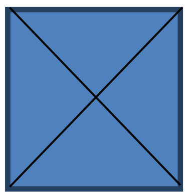
Es equivalente a plantear:

$$\frac{240\,000}{630\,000} = \frac{16}{x}$$

Basta con recordar que en una proporción, el producto de medios es igual al producto de extremos.

Ahora aplicamos la regla del cuadrado y sus diagonales para despejar *x*. Los números que están en la misma diagonal se multiplican y el número que está en la diagonal de la *x* pasa a dividir.

$x = \frac{16 \cdot 630\,000}{240\,000};$



$$x = 42\ camiones$$

También podemos calcular los litros que puede llevar un camión y después dividir el total de litros que se tienen que transportar por la capacidad de un camión. Este método se llama reducción a la unidad de la magnitud.

En este caso,

$$240\,000:16 = 15\,000 \; litros \; caben \; en \; cada \; camión$$

$$630\,000:15\,000 = 42 \; camiones \; se \; necesitan$$

¿Cuál es la constante de proporcionalidad entre litros y camiones?

La respuesta es 15 000.

***Problema 2*. Seis pintores tardan 8 días en pintar una casa. ¿Cuánto tardarán 4 pintores en realizar la misma tarea?**

Solución. A menos pintores, más tiempo. Se trata de una proporcionalidad **inversa**.

Planteamos el problema con el esquema de regla de tres.

$$\left.\begin{array}{lcc} 6 \; pintores & ------\rightarrow & 8 \; días \\ 4 \; pintores & ------\rightarrow & x \end{array}\right\}$$

El producto del número de pintores por el número de días es constante.

Por lo tanto, la ecuación que tenemos que plantear es

$$\frac{4}{6} = \frac{8}{x}$$

Esta ecuación es equivalente a, $\underbrace{4 \cdot x}_{pintores \; por \; días} = \overbrace{6 \cdot 8}^{pintores \; por \; días}$

Por lo tanto, $x = \frac{6 \cdot 8}{4}; x = 12 \; días.$

Ejercicios

18. El dueño de una copistería ha abonado una factura de 2010 € por un pedido de 75 cajas de folios. ¿A cuánto ascenderá la factura de un segundo pedido de 51 cajas? ¿Cuántas cajas recibirá en un tercer pedido que genera una factura de 1876 €?

19. Cinco carpinteros necesitan 42 días para entarimar un suelo. ¿Cuántos carpinteros serán necesarios si se desea hacer el trabajo en 30 días?

20. Un coche, a 85 km/h, tarda tres horas y dieciocho minutos en realizar el viaje de ida entre dos ciudades. ¿Cuánto tardará en el viaje de vuelta si aumenta su velocidad a 110 km/h?

10. Repartos proporcionales directos.

En los problemas de repartos tenemos una cantidad que tenemos que repartir con unas condiciones.

Los repartos directamente proporcionales a unas cantidades iniciales se resuelven de la siguiente forma:

1. Se suman los valores iniciales

2. Se divide la cantidad a repartir entre el resultado del paso 1.
3. Se multiplica cada valor inicial por el resultado del paso 2.

La suma de los valores obtenidos en 3 da la cantidad a repartir.

Ejemplo:

Dos hermanas juntan sus ahorros de 2,4 y 3,6 €, respectivamente, para comprar un paquete de piezas de construcción. El paquete contiene 240 piezas. ¿Cómo deben repartirse las piezas de forma justa?

Solución.

Se suman los valores iniciales	$2{,}4 + 3{,}6 = 6$
Se divide 240 entre 6	$\frac{240}{6} = 40$
Se multiplican los valores iniciales por 40	$2{,}4 \cdot 40 = 96\ piezas$ $3{,}6 \cdot 40 = 144\ piezas$
Comprobación: 96+144= 120 piezas	

Ejercicios

21. Los dos camareros de un restaurante se reparten un bote con 720 € de propina de forma proporcional al número de días que han trabajado, que han sido respectivamente 60 y 100 días. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

22. Un equipo de fotógrafos formado por 4 fotógrafos cobró 3360 euros. Del reportaje, 70 fotos eran del primer fotógrafo, 170 del segundo, 230 del tercero y 90 del cuarto. ¿Qué cantidad de euros le corresponde a cada uno? ¿Cuánto vale cada foto?

23. Modeliza algebraicamente el problema del reparto proporcional directo.

Indicación.

Sea M la cantidad a repartir directamente proporcional a las cantidades a, b, c.

Sean x, y, z las cantidades que corresponden a cada uno entonces se tiene:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{M}{a+b+c}$$

Completa: La constante de proporcionalidad es ___________

Las cantidades que corresponden a cada uno son__________

____

11. La fracción como operador

En este apartado calculamos la fracción de una cantidad.

Ejemplo:

- Calcula los $\frac{4}{5}$ de 750 €.

Solución $\frac{4}{5} \cdot 750 = \frac{4 \cdot 750}{5} = 600\ €$

También se puede calcular la fracción de una fracción.

- Calcula los $\frac{2}{5}$ de los $\frac{3}{5}$ de 750 €.

Solución

Equivale a calcular los $\frac{6}{25}$ de 750 €, ya que,

$$\frac{2}{5}\ de\ \left(\frac{3}{5}\ de\ 750\right) = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5} \cdot 750\right) = \frac{2 \cdot 3 \cdot 750}{5 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 750}{25} = 180\ €$$

Ejercicios

24. En una clase de 33 estudiantes, los $\frac{6}{11}$ son chicas, ¿cuántos chicos hay?

25. Dos corredores de un maratón de 42 km han realizado ya $\frac{1}{3}$ de la carrera. Beben agua y después corren $\frac{2}{5}$ y vuelven a beber agua. ¿Cuántos km han recorrido antes de beber agua por primera vez? ¿Cuántos kilómetros han recorrido después de beber agua por primera vez y antes de beber agua por segunda vez? ¿Cuántos km les quedan después de haber bebido agua dos veces?

12. Cálculo de la fracción que queda

Todas las fracciones en que se divide un todo suman 1.

Ejemplo:

Marta camina hacia la estación de metro. Ha recorrido $\frac{2}{9}$ partes. ¿Qué fracción le queda por recorrer?

Solución

Para tener 9 partes de 9, es decir, $\frac{9}{9}$ le faltan 7 partes de 9. Por tanto, le quedan $\frac{7}{9}$.

Observa que $1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$.

Además, $\underbrace{\frac{2}{9}}_{recorrido} + \underbrace{\frac{7}{9}}_{por\ recorrer} = 1$

Sabías que…

La herencia y el Cadí.

La herencia de tres hermanos consistía en 17 camellos que se debían repartir de la siguiente forma: al mayor le correspondía la mitad, al mediano la tercera parte y al menor la novena parte.

Como no podían partir ningún camello, acudieron al Cadí para que los ayudara a resolver el problema. El Cadí tomó uno de sus camellos y lo añadió a la herencia. Ahora había 18 camellos que se repartieron así:

mayor $\frac{18}{2} = 9\ camellos$, mediano $\frac{18}{3} = 6\ camellos$ y menor $\frac{18}{9} = 2\ camellos$

Se han repartido 17 camellos y ha sobrado el del Cadí. ¿Podrías explicar qué ha pasado?

Ejercicios

26. Tres amigos crean una empresa de reparto. Cada uno aporta un dinero. El primero pone $\frac{1}{5}$ del total y el segundo, $\frac{2}{7}$ partes. ¿Qué parte de la empresa posee el tercer socio?

27. Lola realiza $\frac{4}{5}$ partes de un viaje en avión, los $\frac{7}{8}$ del resto en tren y la última parte en metro. ¿Qué parte del trayecto ha recorrido en metro?

13. Cálculo del total a partir de la fracción

En ciertos problemas se conoce la parte que representa una fracción dada y se pide el cálculo de la cantidad total.

Ejemplo:

Marta llena un bidón de vino hasta sus $\frac{4}{5}$ partes. Si ha utilizado 200 litros, ¿cuál es la capacidad total del bidón?

Solución

En cada franja hay 50 litros. Por tanto, la capacidad total es de 250 litros.

50 litros
50 litros
50 litros
50 litros

También se puede plantear el problema con una ecuación. Llamamos x a la capacidad total. Entonces,

$$\frac{4}{5}\ de\ x = 200$$

De aquí, $x = \frac{200 \cdot 5}{4}$, y realizando los cálculos tenemos, $x = 250\ litros$.

Ejercicios

28. Los $\frac{2}{7}$ de los alumnos de la escuela llevan gafas para ver de cerca. Si llevan gafas 64 alumnos, ¿cuántos alumnos hay en total?

29. Juan ha gastado las $\frac{3}{5}$ partes del dinero que tenía ahorrado y le quedan 1800 euros. ¿Cuánto tenía?

30. Elabora un método gráfico para resolver el problema anterior.

31. Unos amigos se han propuesto realizar un tramo del camino de Santiago. El primer día recorren $\frac{3}{12}$ del trayecto, el segundo día $\frac{4}{6}$, y dejan los últimos 30 km para el tercer día. ¿Cuántos kilómetros han recorrido en total?

14. Porcentajes

Porcentaje mediante regla de tres.

Cuando tenemos 100 unidades y r de ellas tienen una cierta propiedad decimos que el ***r***% tienen dicha propiedad.

Ahora, si tenemos una cantidad ***T,*** ¿cuántas tienen esa propiedad?

Planteamos la regla de tres

$$\left.\begin{array}{ccc} Parte & & Total \\ r & ------\rightarrow & 100 \\ p & ------\rightarrow & T \end{array}\right\}$$

Las magnitudes parte y total son directamente proporcionales porque el cociente entre la parte y el total es constante. Observa que a mayor parte mayor total.

De donde deducimos que el ***r***% de una cantidad T se calcula mediante la fórmula:

$$p = \frac{T \cdot r}{100}$$

Porcentaje como fracción de una cantidad. Observa que $\frac{r}{100}$ de la cantidad ***T*** es igual al ***r***% de dicha cantidad.

Ejercicios

32. El 30 % de los clientes de un gimnasio son menores de 25 años. Si el gimnasio tiene 360 clientes, ¿cuántos clientes menores de 25 años tiene el gimnasio?

33. De 600 personas encuestadas, 400 dicen que comen fruta todos los días. ¿Qué porcentaje representan?

34. Lucas ha comprado muebles para su casa. Ha pagado 500 euros que supone el 48% del total que cuestan. ¿Cuál es el precio total de los muebles?

35. El censo electoral de una población es de 11000 personas. Si el 22 % son personas jubiladas. ¿Cuántas personas jubiladas hay?

36. Maite cose 195 vestidos de muñeca al día. Al acabar el día, 5 de los vestidos presenta algún defecto. ¿Qué porcentaje de vestidos presenta algún defecto?

15. Aumentos Porcentuales

Aumentar el ***r***% una cantidad ***C*** significa realizar el siguiente cálculo:

$$C + el\ r\%\ de\ C$$

Observa que si ***C*** es igual a una unidad entonces el resultado del cálculo anterior es:

$$1+\frac{r}{100}$$

A este número se le llama índice de variación para un aumento del *r%*.

Por lo tanto, para aumentar el ***r***% una cantidad ***C*** podemos multiplicar dicha cantidad por el índice de variación, es decir:

$$C_a = C \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right)$$

Ejemplos:

El precio de un libro es de 32 euros. A este precio hay que añadirle el 7% de IVA. ¿Cuál es el precio final?

Resolución mediante la fórmula:

Datos: r=7; C=32 . Nos piden la cantidad final

$C_a = 32 \cdot \left(1+\frac{7}{100}\right)$=34,24

Planteamiento mediante regla de tres.

$$\left.\begin{array}{ccc} Sin\ IVA & & Con\ IVA \\ 100 & ------\rightarrow & 107 \\ 32 & ------\rightarrow & C_a \end{array}\right\} C_a = \frac{32\cdot 107}{100} = 34{,}24$$

Planteamiento como fracción de una cantidad.

$$C_a \ es\ el\ \frac{107}{100}\ de\ 32$$

Un ordenador cuesta con el IVA (21%) incluido 472 €. ¿Cuánto cuesta sin IVA?

Planteamiento mediante la fórmula

Datos: r=21; C_a=472. Aquí nos piden la cantidad.

$$472 = C \cdot \left(1+\frac{21}{100}\right)$$

Ahora, despeja C y termina el ejercicio

Planteamiento con regla de tres

$$\left.\begin{array}{ccc} Sin\ IVA & & Con\ IVA \\ 100 & ------\rightarrow & 121 \\ C & ------\rightarrow & 472 \end{array}\right\} C = \frac{472\cdot 100}{121} = 390{,}08$$

Planteamiento como cálculo del Total a partir de conocer la parte.

Sabemos que el $\frac{121}{100}$ de una cantidad C es 472. De donde, la cantidad $C = \frac{472\cdot 100}{121}$

Ejercicios

37. Completa

r	$1+\frac{r}{100}$
1	
40	
16	
8	
50	
100	
200	
25	

Ejemplos:

De una superficie edificada de 750 m^2 se ha pasado a una superficie edificada de 1200 m^2. ¿Cuál es el porcentaje de crecimiento que ha habido?

Planteamiento mediante la fórmula

Datos C=750 m^2; C_a=1200 m^2. Nos piden r.

$$1200 = 750 \cdot \left(1+\frac{r}{100}\right) \Rightarrow \frac{1200}{750} = 1+\frac{r}{100}$$

Como $\frac{1200}{750}$ es igual a 1,6 entonces r=60

Planteamiento mediante regla de tres

$$\left.\begin{array}{ccc} \mathit{Cantidad} & & \mathit{Cantidad\ aumentada} \\ 750 & ------\rightarrow & 1200 \\ 100 & ------\rightarrow & x \end{array}\right\} x = \frac{1200 \cdot 100}{750} = 160$$

Por lo tanto el porcentaje es del 60%

Ejercicios

38. El precio de un portátil que costaba 610 €, ha subido el 14%. ¿Cuánto cuesta ahora?

39. Al subir el precio de unos botas de piel un 15 %, el precio final es ahora de 92 euros. ¿Cuál era el precio inicial?

40. Al aumentar el precio de una tablet ha pasado de 350 a 364 €. ¿Qué tanto por ciento ha subido?

41. Se prevé una subida del aceite de oliva virgen extra del 8 %. Si ahora cuesta 4,5 €/l, ¿cuánto costará con la subida?

16. Disminuciones Porcentuales

Disminuir el ***r***% una cantidad ***C*** significa realizar el siguiente cálculo:

$$C - el\ r\%\ de\ C$$

Observa que si C es igual a una unidad entonces el resultado del cálculo anterior es:

$$1 - \frac{r}{100}$$

A este número se le llama índice de variación para una disminución del *r%*.

Por lo tanto, para disminuir el ***r***% a una cantidad ***C*** podemos multiplicar dicha cantidad por el índice de variación, es decir:

$$C_d = C \cdot \left(1 - \frac{r}{100}\right)$$

Ejemplos:

El precio de un libro es de 32 euros. Si tiene una rebaja del 7%, ¿cuál es el precio final?

Planteamiento mediante la fórmula

Datos: r=7; C=32. Nos piden la cantidad disminuida

$C_d = 32 \cdot \left(1 - \frac{7}{100}\right)$ =29,76

Planteamiento mediante regla de tres.

$$\left.\begin{matrix} Precio & & Precio\ Descontado \\ 100 & ------\rightarrow & 93 \\ 32 & ------\rightarrow & C_d \end{matrix}\right\} C_d = \frac{32 \cdot 93}{100} = 29{,}76$$

Planteamiento como fracción de una cantidad.

$$C_d\ es\ el\ \frac{93}{100}\ de\ 32$$

Un ordenador cuesta con una rebaja del 15% incluido 540 €. ¿Cuánto cuesta sin rebaja?

Planteamiento mediante la fórmula

Datos: r=15; C_d=540. Aquí nos piden la cantidad C.

$$540 = C \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right)$$

Despejando, nos queda $C = \frac{540 \cdot 100}{85}$=635,29

Planteamiento mediante regla de tres

$$\left.\begin{matrix} Precio & & Precio\ Descontado \\ 100 & ------\rightarrow & 85 \\ C & ------\rightarrow & 540 \end{matrix}\right\} C = \frac{540 \cdot 100}{85} = 635{,}29$$

Planteamiento como cálculo del Total a partir de conocer la parte

$$\frac{85}{100}\ de\ una\ cantidad\ C\ es\ igual\ a\ 540$$

Ejercicios

42. Completa

r	$1-\frac{r}{100}$
1	
40	
16	
8	
50	
100	
20	
25	

Un vestido de fiesta que costaba 240 €, cuesta en rebajas 168 €. ¿Qué porcentaje de descuento han hecho?

Planteamiento mediante la fórmula:

Datos C=240 €; C_d=168 €. Nos piden r.

$$168 = 240 \cdot \left(1-\frac{r}{100}\right) \Rightarrow \frac{168}{240} = 1-\frac{r}{100}$$

Como $\frac{168}{240}$ es igual a 0,7 entonces r=30

Planteamiento mediante regla de tres:

$$\left.\begin{array}{ccc} Precio & & Descuento \\ 100 & ------\rightarrow & r \\ 240 & ------\rightarrow & 240-168 \end{array}\right\} x = \frac{72\cdot 100}{240} = 30$$

Planteamiento con fracciones

$$\frac{r}{100}\ de\ 240\ es\ 72$$

Ejercicios

43. El precio de un ordenador que costaba 500 € ha sido rebajado un 15 %. ¿Cuánto cuesta ahora?

44. El precio de un vestido está rebajado un 20%. El precio rebajado es ahora de 36 euros. ¿Cuál era el precio antes de la rebaja?

45. Un televisor que costaba 950 € ha sido rebajado a 874 €. ¿Qué tanto por ciento de rebaja tiene?

46. Se prevé una bajada del precio del salmón ahumado para el año que viene del 4 %. Si la marca de salmón que compra Eugenio cuesta 10,5 €/kg ahora, ¿cuánto costará cuando lo rebajen?

Ejercicios finales

47. Calcula y simplifica:

$$a)\ \frac{4}{5}+\frac{5}{10}-\frac{1}{15} \qquad b)\ \frac{4}{3}\cdot\frac{3}{10} \qquad c)\ \frac{7}{5}:\frac{3}{10}$$

$$d)\ \frac{956789}{78}\cdot\frac{78}{956789} \qquad e)\ \frac{123468}{67}\cdot\frac{134}{123468} \qquad f)\ \frac{4}{5}-\frac{6}{5}+\frac{8}{5}$$

48. Calcula paso a paso y simplifica:

$$\frac{\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{9}\right)+13\cdot\left(\frac{2}{3}-1\right)^2}{\frac{1}{3}-1}$$

49. El sueldo mensual de un representante de telefonía móvil consta de una parte fija de 500 € más un 8% del dinero de las ventas que formalice.
a) Si durante un mes ha vendido 108 móviles a un precio por unidad de 240 €, ¿cuánto le corresponde cobrar dicho mes?
b) Si su sueldo durante un mes ha sido 2600 €, ¿a cuánto asciende el importe de las ventas realizadas durante dicho mes?

50. Una herencia de 2970 € se reparte entre tres nietos en partes directamente proporcionales a sus edades que son 12, 11 y 10 años.

51. Una mezcla de queso está compuesta por 5/8 de queso de vaca, 5/24 de queso de cabra y el resto de queso de oveja.
a) ¿Qué parte de queso de oveja tiene la mezcla?
b) Si de queso de oveja tiene 50 gramos, ¿qué cantidad hay de los otros tipos de queso?

52. Aumenta 1 euro el 2 por ciento. Disminuye la cantidad resultante el 2 por ciento. ¿Queda un euro?

53. Una factura con IVA incluido asciende a 350,9 euros. Si el impuesto que se aplica es del 21%, calcula el valor de la factura sin IVA.

54. En una granja, 48 conejos consumen 240 kg de alfalfa en 36 días. ¿Cuántos días pueden comer 6 conejos con 240 kg de alfalfa?

55. Tres socios pusieron 2, 3 y 6 millones, respectivamente, para crear una empresa.
a) ¿Qué parte de las ganancias corresponderá a cada uno?
b) Si las ganancias del primer año fueron de 75900€, ¿cuánto corresponderá a cada uno?

56. Plantea:
a) Un problema que se resuelva mediante una regla de tres simple directa.
b) Un problema que se resuelva mediante una regla de tres simple inversa.

57. En un almacén rebajan el 21 % el tercer viernes del mes y descuentan el IVA aplicado el cuarto viernes del mes. ¿Cuándo resultará más barata la compra?

Autoevaluación

1. El resultado de

$$\frac{98745}{75}\cdot\frac{75}{98745},\qquad \frac{456}{23}:\frac{456}{23}\qquad \text{y}\qquad \frac{4}{11}+\frac{6}{11}+\frac{1}{11}\quad \text{es}$$

a) Dan valores diferentes

b) 1

c) La primera y la segunda dan 1 pero la tercera no da 1

d) La última da 11/33.

2. El resultado de $\left(\frac{6}{7}-\frac{4}{3}\right)^2$ es:

a) $\frac{100}{441}$ b) $\frac{-100}{441}$ c) $\frac{4}{100}$ d) $\frac{4}{441}$

3. Si expresamos la fracción $\frac{2}{7}$ como número decimal, el tipo de decimal que resulta es:

a) decimal exacto

b) decimal periódico puro

c) decimal periódico mixto

d) decimal no exacto y no periódico.

4. Calcular el 7 % de una cantidad es equivalente a calcular los $\frac{7}{100}$ de la cantidad y también a multiplicar por 0,07 dicha cantidad.

a) Verdadero b) Falso

5. Una factura con IVA incluido asciende a 435,6 euros. Si el impuesto que se aplica es del 21%, calcula el valor de la factura sin IVA.

a) 344,124 b) 414,6 c) 527,076 d) 360

6. Tres socios pusieron 12, 15 y 13 millones de euros, respectivamente, para crear una empresa. ¿Qué fracción de las ganancias corresponderá a cada uno?

a) $\frac{3}{10},\frac{3}{8}\,y\,\frac{13}{40}$ b) $\frac{1}{12},\frac{1}{15}\,y\,\frac{1}{13}$ c) $\frac{12}{100},\frac{13}{100}\,y\,\frac{15}{100}$ d) Ninguna de las anteriores

7. Aumenta la cantidad de 150 euros el 2%. Disminuye el resultado obtenido el 2%. ¿Quedan 150 euros?

a) Sí, queda lo mismo. b) No, el resultado es 149,94 €.

8. Un televisor que costaba 400 euros ha sido rebajado a 388 euros. ¿Qué tanto por ciento de rebaja tiene?

a) 4 % b) 12 % c) 3 % d) 9%

9. Un coche realiza un viaje y consume la sexta parte de la gasolina que lleva y al final del trayecto todavía le quedan 25 litros en el depósito. ¿Cuántos litros llevaba al iniciar el recorrido?

a) 31 litros b) 41 litros c) 28 litros d) 30 litros

10. En una granja, 8 conejos consumen 100 kg de alfalfa en 6 días. ¿Cuántos días pueden comer 16 conejos con 300 kg de alfalfa?

a) 3 días b) 9 días c) 12 días d) 4 días

Solucionario Actividades

1.

a) $\frac{80}{60}=\frac{4}{3}$	b) $\frac{10}{14}=\frac{5}{7}$	c) $\frac{150}{250}=\frac{3}{5}$	d) $\frac{90}{120}=\frac{3}{4}$
e) $\frac{21}{7}=3$	f) $\frac{60}{180}=\frac{1}{3}$	g) $\frac{1500}{1200}=\frac{5}{4}$	h) $\frac{500}{2500}=\frac{1}{5}$

2.

3. $\frac{110}{60},\frac{75}{60},\frac{24}{60}$

4. $\frac{-42}{36},\frac{32}{36},\frac{15}{36}$

5. $\frac{7}{12}=\frac{21}{36},\frac{4}{6}=\frac{24}{36},\frac{5}{9}=\frac{20}{36},\frac{3}{4}=\frac{27}{36},\frac{13}{18}=\frac{26}{36}$

$$\frac{20}{36}<\frac{21}{36}<\frac{24}{36}<\frac{26}{36}<\frac{27}{36}$$

6. $\frac{10}{9}+\frac{5}{9}+\frac{3}{9}=\frac{18}{9}=2$

7. $\frac{11}{9}+\frac{5}{4}+\frac{2}{5}=\frac{220}{180}+\frac{225}{180}+\frac{72}{180}=\frac{517}{180}$

8. a)$\frac{55}{9}$ $b)\frac{11}{2}$

9. $a)\frac{1}{30}-\frac{1}{45}=\frac{3}{90}-\frac{2}{90}=\frac{1}{90}$ $\quad b)\frac{11}{30}-\frac{3}{40}-\frac{7}{60}=\frac{44}{120}-\frac{9}{120}-\frac{14}{120}=\frac{21}{120}=\frac{7}{40}$

10.

$a)\ \frac{2}{3}\cdot\frac{-3}{5}=\frac{-6}{15}=\frac{-2}{5}$ $\quad b)\ \frac{11}{6}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{10}=\frac{165}{240}=\frac{11}{16}$

11. $a)\ \frac{25}{33}\ \ b)\frac{21}{4}\ \ c)\frac{4}{21}$

12. $a)\ \frac{\frac{1}{2}-\left(\frac{3}{4}-1\right)}{\frac{3}{4}+1}=\frac{\frac{1}{2}-\left(\frac{-1}{4}\right)}{\frac{7}{4}}=\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{3}{7}$

$b)\ \left(\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\right):\frac{7}{5}=\frac{-2}{15}:\frac{7}{5}=\frac{-10}{105}=\frac{-2}{21}$

13. 10^{-17}

14. $a)\frac{1}{2}\ \ b)\frac{1}{2}\ \ c)\ \frac{1}{a^4}\ \ d)\frac{1}{xy^2}\ \ e)\frac{1}{xy^2}\ \ f)\frac{1}{4a^4b^2}\ \ g)\frac{8}{125}\ \ h)\frac{1}{729}$

15. $a)\frac{1}{9}\ \ b)9\ \ c)\ 9\ \ d)\frac{1}{100000}\ \ e)\frac{1}{100000}\ \ f)\frac{32}{243}$

16. $a)3,\hat{3}\ \ b)0,4\widehat{28571}\ \ c)\ 1,\hat{3}$

17. $a)\ 500=5^3\cdot 2^2\rightarrow decimal\ exacto$

$b)\ 150=3\cdot 5^2\cdot 2\rightarrow decimal\ periódico$

$c)\ 1024 = 2^{10} \rightarrow decimal\ exacto$

18. Las magnitudes *total de la factura* y *cajas* son directamente proporcionales. Podemos plantear una regla de tres simple directa. La factura de 51 cajas asciende a 1366,8€. La factura del tercer pedido corresponde a 70 cajas.

19. Las magnitudes *número de carpinteros* y *días* son inversamente proporcionales. Podemos plantear una regla de tres simple inversa y obtenemos que el número de carpinteros es 7.

20. Las magnitudes *velocidad* y *tiempo* son inversamente proporcionales. Planteamos una regla de tres inversa, teniendo en cuenta que, 3h 18 min=198 min y obtenemos la ecuación, $\frac{110}{85} = \frac{198}{t}$ (t, el tiempo en minutos), cuya solución es t=153 min= 2h 33 min.

21. El primero recibe 270 € y el segundo 450 €.

22. 420 €, 1020 €, 1380€ y 540 € respectivamente. Cada foto vale 6 €.

23. Sea M la cantidad a repartir directamente proporcional a las cantidades a, b, c.
Sean x, y, z las cantidades que corresponden a cada uno entonces se tiene:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = \frac{M}{a+b+c}$$

La constante de proporcionalidad es:

$$\frac{M}{a+b+c}$$

Las cantidades que corresponden a cada uno son:

$$x = a \cdot \frac{M}{a+b+c};\quad y = b \cdot \frac{M}{a+b+c}\ ;\quad z = c \cdot \frac{M}{a+b+c}$$

24. $\frac{6}{11}\ de\ 33 = 18$ son chicas. Por tanto, hay 15 chicos.

25. $\frac{1}{3}\ de\ 42\ km = 14\ km;\ \frac{2}{5}\ de\ 42\ km = 16{,}8\ km.$ Quedan 11,2 km.

26. $\frac{1}{5} + \frac{2}{7} = \frac{17}{35}$ es la fracción de los dos primeros.
Por lo tanto, el tercero tiene la fracción $\frac{18}{35}$.

27. Después de recorrer $\frac{4}{5}$ queda $\frac{1}{5}$. Calculamos $\frac{7}{8}\ de\ \frac{1}{5}$, y resulta la fracción $\frac{7}{40}$

$$\underbrace{\frac{4}{5}}_{avión} + \underbrace{\frac{7}{40}}_{tren} = \frac{39}{40}$$

Así pues, en metro realiza $\frac{1}{40}$ del total.

28. $\frac{2}{7} de\ x = 64 \rightarrow x = 224$

29. Como ha gastado $\frac{3}{5}$, le quedan $\frac{2}{5}$ de lo que tenía. Sea x, el dinero que tenía.
$\frac{2}{5} de\ x = 1800$ €. Por lo tanto, $x = 4500$ €.

30. Dos franjas de cinco corresponden a 1800 €. Ahora, $900 \cdot 5 = 4500$€, que es el dinero que tenía al principio.

900 €
900 €

31. Calculamos la fracción recorrida en las dos primeras etapas, $\frac{3}{12} + \frac{4}{6} = \frac{11}{12}$. Sea x la distancia total. Entonces, $\frac{1}{12}\ de\ x = 30$. De donde deducimos, $x = 360\ km$.

32. 30% de 360=108 clientes menores de 25 años.

33. $\frac{r \cdot 600}{100} = 400 \rightarrow r = 66{,}67$

34. Sea x el precio de los muebles. $\frac{48 \cdot x}{100} = 500 \rightarrow x = 1041{,}67$ €

35. 22 % de 11000=2420 personas jubiladas.

36. $\frac{r \cdot 195}{100} = 5 \rightarrow r = 2{,}56$

37.

r	$1 + \frac{r}{100}$
1	$1 + \frac{1}{100} = 1{,}01$
40	$1 + \frac{40}{100} = 0{,}4$
16	$1 + \frac{16}{100} = 1{,}16$
8	$1 + \frac{8}{100} = 1{,}08$
50	$1 + \frac{50}{100} = 1{,}5$
100	$1 + \frac{100}{100} = 2$
200	$1 + \frac{200}{100} = 3$
25	$1 + \frac{25}{100} = 1{,}25$

38. 695,4 €.

39. 80 €.

40. 4 %.

41. 4,86 €/l.

42.

r	$1 - \frac{r}{100}$
1	$1 - \frac{1}{100} = 0{,}99$

40	$1-\frac{40}{100}=0,6$
16	$1-\frac{16}{100}=0,84$
8	$1-\frac{8}{100}=0,92$
50	$1-\frac{50}{100}=0,5$
100	$1-\frac{100}{100}=0$
20	$1-\frac{20}{100}=0,8$
25	$1-\frac{25}{100}=0,75$

43. 425 €

44. 45 €

45. 8 %

46. 10,08 €/kg

47. $a)\ \frac{37}{30} \quad b)\frac{2}{5} \quad c)\frac{14}{3} \quad d)1 \quad e)2 \quad f)\frac{6}{5}$

48. $\frac{\frac{5}{9}+13\cdot\left(\frac{-1}{3}\right)^2}{\frac{-2}{3}}=\frac{\frac{5}{9}+13\cdot\frac{1}{9}}{\frac{-2}{3}}=\frac{2}{\frac{-2}{3}}=-3$

49. $a)\ Sueldo=500+8\%\ de\ 108\cdot 240=2573{,}6\ €$
$b)\ \frac{8\cdot Ventas}{100}=2600-500 \quad \rightarrow\ Ventas=26250\ €$

50. Sean x, y, z las cantidades que reciben los nietos de edades 12, 11, 10, respectivamente. La cantidad que corresponde por año es $\frac{2970}{12+11+10}=90$ €. De aquí,
$x=12\cdot 90=1080$ €, $\quad y=11\cdot 90=990$ €, $\quad z=10\cdot 90=900$ €

51. $a)\ \frac{5}{8}+\frac{5}{24}=\frac{20}{24}\rightarrow La\ fracción\ de\ queso\ de\ oveja\ es\ \frac{4}{24}$
$b)\ \frac{4}{24}\ de\ x=50\ g$, donde x es la cantidad en gramos total de queso. Por tanto,
$x=300\ g$.
De vaca hay $\frac{5}{8}\ de\ 300=187{,}5\ g$ y de cabra, $\frac{5}{24}\ de\ 300=62{,}5\ g$.

52. 1 € aumentado el 2% queda en 1,02 €. Esta cantidad disminuida el 2 % queda en 0,996 €.

53. 290 €

54. Las magnitudes *número de conejos* y *días* son inversamente proporcionales.
Se pueden alimentar 288 días.

55. $a)\ \frac{2}{11},\frac{3}{11},\frac{6}{11}$, respectivamente.
$b)\ \frac{2}{11}de\ 75900=13800$ €, $\frac{3}{11}de\ 75900=20700$ €, $\frac{6}{11}de\ 75900=41400$ €, respectivamente.

56. Ver ejemplos de la unidad.

57. Sale más barato el tercer viernes del mes. Si un artículo vale 100 € con IVA incluido quedará con una rebaja del 21 % en 79 €, mientras que sin IVA vale 82,64 €.

Solucionario Autoevaluación

1b) 2a) 3b) 4a) 5d) 6a) 7d) 8c) 9d) 10b)