



# APUNTES DE PROCESOS E INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS GES II

UNIDAD DIDÁCTICA 1

*Números naturales y  
enteros*

Educación de adultos



## Unidad Didáctica 1 Números naturales y enteros

### 1. Los números naturales

Los números naturales surgieron de la necesidad de contar colecciones o conjuntos. Denotamos por **N** el conjunto de los números naturales, admitiendo el 0 como número natural.

$$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

En este conjunto las operaciones suma y producto de números naturales son internas, es decir, si sumamos o multiplicamos dos números naturales entonces el resultado es un número natural. Sin embargo, no ocurre lo mismo con las operaciones resta y división. Por ello, necesitamos ampliar este conjunto de números.

#### Sabías que...

#### Códigos de barras

Los productos vendidos al por menor fuera de EEUU y Canadá tienen el código de barras EAN estándar. La sigla “EAN” significa Número Europeo de Artículo. Los productos en venta al por menor vendidos dentro de EEUU y Canadá tienen el código de barras UPC, que significa código universal de producto.

#### Código de barras real



#### Código de barras ficticio

	Número del país	Número Empresa	Número del producto	Carácter de control
	<b>84</b>	<b>12345</b>	<b>67890</b>	<b>0</b>
	España	Empresa, S.A. Plaza España, S/N Zaragoza	Melocotón en almidar 500 g	Código de seguridad
Origen del número	Asociación europea de codificación de productos EAN	Asociación española de codificación comercial (AECOC)	Industrial o fabricante	Algoritmo matemático

[https://www.codigoean.com/calculadora\\_del\\_digito\\_control.php](https://www.codigoean.com/calculadora_del_digito_control.php)

CÓDIGO DE BARRAS. EAN 13													
Posición	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Valores	8	4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	
Corrector	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	
Valor x corrector	8	12	1	6	3	12	5	18	7	24	9	0	Suma (control)

1.- Multiplicamos por 1 las posiciones impares y por 3 las posiciones pares del código, empezando de izquierda a derecha.

2.- Sumamos los valores resultantes.

$$8 + 12 + 1 + 6 + 3 + 12 + 5 + 18 + 7 + 24 + 9 + 0 = 105$$

3.- Restamos de la decena superior el valor de la suma de los valores resultantes. El resultado de esta operación es el valor del código de control (primera posición de la derecha del código de barras). Si el resultado es 0 el dígito de control será 0.

En nuestro ejemplo la decena superior a 105 es 110, por tanto:

$110 - 105 = 5 \Rightarrow 5$  es el valor del código de control.

Otra posibilidad es dividir la suma resultante (105) entre 10, siendo el resto de esta división el valor del dígito de control:  $105 / 10 = 10$  de cociente y 5 de resto.

El resultado final del código es: 84

12345 67890 **5** (EAN-13).

### Sabías que...

El sistema de matrículas actual en España es una combinación de cuatro números (del 0000 al 9999) y tres letras (comenzando por BBB y terminando por ZZZ), excluidas las vocales, la Ñ y la Q.



### Ejercicios

1. Comprueba el dígito de control del siguiente código de barras:



## 2. Jerarquía de las operaciones

Cuando mezclamos las operaciones, éstas se deben resolver en un orden.

Primero. Paréntesis, corchetes y llaves. (Se simplifica al máximo las operaciones que están dentro).

Segundo. Potencias

Tercero. Multiplicaciones y divisiones

Cuarto. Sumas y restas.

Las expresiones se leen de izquierda a derecha. Es decir, si tenemos una multiplicación y una división se realizará primero la operación que está más a la izquierda. Si tenemos sólo sumas y restas se realizará en primer lugar la operación que quede más a la izquierda.

**Ejemplo:**

Resuelve

$$3 \cdot 5 - 4 : 2 + 5^2 - 3 + 4 \cdot 2$$

Solución:

$3 \cdot 5 - 4 : 2 + 25 - 3 + 4 \cdot 2$	<i>Efectuamos en primer lugar la potencia</i>
$15 - 4 : 2 + 25 - 3 + 8$	<i>Realizamos las multiplicaciones y divisiones.</i>
43	<i>Y por último, las sumas y las restas</i>

**Ejercicios**

**2.** Calcula

a) $40 - 2 \cdot (5 + 7) =$	
b) $3 \cdot 4 - 6 \cdot (10 - 4 \cdot 2) =$	
c) $8 + 7 \cdot 2 - 3 \cdot (9 - 5) + 3 \cdot 4 =$	
d) $15 + 4 \cdot (3 + 5 \cdot 3 - 6 \cdot 2) =$	

**3. Los números enteros**

En la vida cotidiana utilizamos el signo negativo. Por ejemplo en los botones del ascensor, para indicar temperaturas y para indicar que debemos una cierta cantidad de dinero.

Por tanteo intenta calcular el valor de  $x$  que satisface la igualdad:

$$x + 8 = 5$$

Habrás observado que no existe ningún número natural que sumándole 8 dé como resultado 5.

Esta ecuación tiene solución en el conjunto de números enteros.

Denotamos por  $\mathbf{Z}$  el conjunto de números enteros.

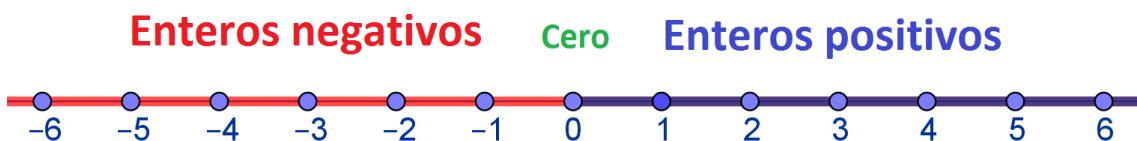
$$\mathbf{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Los números enteros se utilizan para contar o medir magnitudes con signos. Por ejemplo, la temperatura, la velocidad, la aceleración, el número de planta,...

Así, el conjunto de números enteros está formado por enteros positivos, negativos y el cero. Los enteros no negativos se identifican con el conjunto de números naturales.

### Representación gráfica

Los números enteros se representan sobre la recta graduada de forma que un número mayor que otro se representa a la derecha.



### Ejercicios

3. En la siguiente tabla se muestran algunas situaciones descritas con números enteros. Asigna el número entero correspondiente.

Situación	Nº Entero
a) La temperatura ambiente es de 4º bajo cero	
b) La temperatura ambiente es de 4º sobre cero	
c) La ciudad se encuentra a 900 m sobre el nivel del mar	
d) El buzo está nadando a 16 m de profundidad	
e) Estamos justo al nivel del mar	
f) Julián tiene una deuda de 6.000 \$	
g) El avión está volando a 20.500 metros de altura	
h) El saldo deudor de la libreta de ahorro es de 14.356 €	
i) Los termómetros marcaron una temperatura de 3º bajo cero	
j) Latitud de la línea del ecuador	
k) La altura del monte Aconcagua es de 7.010 metros	

l) La profundidad de la fosa marina es de 10.900 metros	
m) Teresa debe 11.650 €	
n) Jorge tiene 6.580 €	
o) El submarino está a 45 metros bajo el nivel del mar.	

### Conceptos

- 1) ¿Qué significa **valor absoluto** de un número entero?
- 2) ¿Qué significa **opuesto** de un número entero?

Se llama valor absoluto de un número a la distancia de dicho número al punto de origen o cero en la representación en la recta numérica. Para representar el valor absoluto se utilizan dos barras verticales.

El valor absoluto de -8 es igual a 8.

$$|-8| = 8$$

El valor absoluto de +4 es igual a 4.

$$|+4| = 4$$

El **opuesto de un número entero** es su simétrico respecto del número cero en la recta numérica. Por ejemplo, a distancia de tres unidades comenzando en la posición del cero tenemos dos números 3 y -3.

Por lo tanto, decimos que 3 es el opuesto de -3 y que -3 es el opuesto de 3.

Escribimos:

$$-(-3) = 3$$

Por lo tanto, el opuesto del opuesto de un número es el mismo número.

## 4. Operaciones con números enteros

### Suma de números enteros

Para sumar valores del mismo signo se suman los valores absolutos de los números y se deja el mismo signo.

Ejemplos:

$$(+2) + (+3) = +5$$

$$(-2) + (-4) = -6$$

Para sumar valores de distinto signo se restan los valores absolutos y se pone el signo del que tenga mayor valor absoluto.

**Ejemplos:**

$$(-4) + (+10) = +6$$

$$(-17) + (+10) = -7$$

**Forma reducida** de una suma de números enteros:

Cuando tengamos  $(-3) + (+1)$  podemos escribir simplemente  $-3 + 1$  que es la forma reducida de la expresión anterior.

**Ejercicios**

**4.** Expresa en la forma reducida y calcula:

$$(-2) + (+1) =$$

$$(+5) + (+7) =$$

$$(-21) + (+10) =$$

$$(+6) + (+6) =$$

$$(-3) + (+8) =$$

$$(+7) + (+9) =$$

$$(+4) + (-8) =$$

$$(-4) + (+1) =$$

$$(+11) + (-2) =$$

$$(+7) + (+8) =$$

**Resta de números enteros**

La resta de números enteros es el resultado de sumar al primer entero el opuesto del segundo entero. Es decir,

$$(+3) - (+4) = (+3) + (-4) = 3 - 4 = -1$$

La forma reducida de  $(+3) - (+4)$  es  $3 - 4$

**Ejercicios**

**5.** Expresa en la forma reducida y calcula:

$$(-8) - (+5) =$$

$$(+15) - (-3) =$$

$$(-7) - (+4) =$$

$$(+2) - (-7) =$$

$$(-11) - (+6) =$$

$$(+7) - (-5) =$$

$$(-2) - (-12) =$$

$$(+8) - (+5) =$$

$$(-5) - (+8) =$$

$$(+12) - (+12) =$$

**Producto de números enteros**

Se multiplican los valores absolutos de los números y se añade el signo + o - según la regla de los signos:

**Ejemplo:**

$$(+ \cdot +) = +$$

$$(+ \cdot -) = -$$

$$(- \cdot +) = -$$

$$(- \cdot -) = +$$

$$(-2) \cdot (+6) = -1$$

**División de números enteros**

Se dividen los valores absolutos de los números y se añade el signo + o – según la regla de los signos.

**Ejemplo:**

$$(+30)/(-5) = -6$$

También se puede escribir

$$(+30):(-5) = \frac{+30}{-5}$$

La división de dos números enteros no es siempre un número entero. Por ejemplo,  $(+5)/(+2)$ .

$$\frac{(+)}{(+)} = (+)$$

$$\frac{(+)}{(-)} = (-)$$

$$\frac{(-)}{(+)} = (-)$$

$$\frac{(-)}{(-)} = (+)$$

**Ejercicios**
**6.** Calcula:

a)  $(-12) \cdot (+4)$

b)  $(-3) \cdot (-5)$

c)  $(-7) \cdot (+3) \cdot (-6)$

d)  $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

e)  $(+3) \cdot (+5)$

f)  $(-5) \cdot (+12) \cdot (-1)$

**7.** Calcula:

a)  $(+75):(-25)$

b)  $(-100):(+4)$

c)  $(+20)/(+5)$

d)  $(-110)/(-10)$

e)  $(+3):(-3)$

f)  $(-10):(-1)$

**8.** Repasa la jerarquía de las operaciones y completa:

a)  $4 + 5 \cdot (6 + 1)$

Paréntesis

$$4 + 5 \cdot 7$$

Producto

Suma

b)  $2 + (5 - 2) \cdot (6 + 1)$

Paréntesis

Producto

Suma

**9.** Calcula paso a paso:

a) $3 + 5 \cdot 7 - 4 \cdot 2 + 5 \cdot (-4)$	b) $3 + 5 \cdot (7 - 4) \cdot 2 + 5 \cdot (-4)$
c) $(3 + 5) \cdot 7 - 4 \cdot (2 + 5) \cdot (-4)$	d) $3 + 5 \cdot 7 - 4 \cdot (2 + 5) \cdot (-4)$

**Potencia de base un número entero y exponente un número natural**

La potencia de base un número entero  $a$  y exponente un número natural  $n$  distinto de cero es el número entero que resulta de multiplicar la base por sí misma  $n$  veces, es decir,

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$$

Cuando la base es distinta de cero, entonces

$$a^0 = 1$$

**Sabías que...**

$0^0$  es una indeterminación matemática

**Ejemplos:**

$(+3)^4 = 81$	$(+6)^3 = 216$	$(-5)^4 = 625$	$(-4)^3 = -64$
---------------	----------------	----------------	----------------

Observa que, si la base es un número entero positivo, el signo del resultado de la potencia es siempre positivo.

**Si la base es un número entero negativo, el signo del resultado depende del exponente.**

\*Cuando el exponente es **par** el resultado es positivo y cuando el exponente es **ímpar** el resultado es negativo

**Ejercicios****10.** Calcula:

a) $(-4)^2$	b) $(-3)^3$
c) $(-4)^0$	d) $(-2)^5$

**5. Divisibilidad****Múltiplos y divisores**

Un número entero  $a$  es **múltiplo** de otro número entero  $b$  si existe un número entero  $n$  tal que

$$a = n \cdot b.$$

Cuando  $b$  es distinto de cero se dice que  **$b$  es divisor de  $a$** .

Por ejemplo, 3 es divisor de 12 y 12 es múltiplo de 3.

## Criterios de divisibilidad

- Un número es divisible por 2 si y sólo si acaba en 0 o cifra par.\*
- Un número es divisible por 3 si y sólo si la suma de sus cifras es múltiplo de 3
- Un número es divisible por 5 si y sólo si acaba en 0 o en 5
- Un número es divisible por 11 si y sólo si la suma de las cifras que ocupan los lugares impares menos la suma de las cifras que ocupan los lugares pares es múltiplo de 11.

\*El cero se considera un número par.

**Ejemplo:**

El número 7037800 es divisible por:

- 2, porque acaba en 0,
- 5, porque acaba en 0 y
- 11, porque  $(7+3+8+0)-(0+7+0)=11$ .

No es divisible por 3, porque  $7+0+3+7+8+0+0=25$ , que no es múltiplo de 3.

Para que un número sea divisible por 6 ha de ser divisible por 2 y por 3. Por ejemplo 2352 es divisible por 2 y también por 3, por lo tanto, es divisible por 6.

**Ejercicios**

**11.** ¿Es divisible por 3? Completa como en el ejemplo:

<b>Número</b>	<b>134</b>	<b>777</b>	<b>856</b>	<b>1150</b>
<b>Suma de cifras</b>	$1+3+4=8$			
<b>Divisible por 3</b>	No			

**12.** ¿Es divisible por 6? Completa como en el ejemplo:

<b>Número</b>	<b>282</b>	<b>690</b>	<b>132</b>	<b>735</b>
<b>Suma de cifras</b>	$2+8+2=12$			
<b>Divisible por 3</b>	Sí			
<b>Divisible por 2</b>	Sí (es par)			
<b>Divisible por 6</b>	Sí			

**13.** Inventa un número que sea divisible por 11 que tenga 5 cifras.

**14.** Busca el criterio de divisibilidad del número 7 y del número 13.\*\*

**Número primo** es un número distinto de la unidad que solamente es divisible por el mismo y la unidad. Si un número tiene más de dos divisores se le llama **compuesto**.

**Ejercicios**

**15.** ¿Qué es la criba de Eratóstenes?\*\*

**Descomposición factorial.**

Factorizar un número consiste en expresarlo como producto de factores primos.

**Ejemplos:**

$$\begin{array}{r|l} 124 & 2 \\ 62 & 2 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array}$$

$$124 = 2^2 \cdot 31$$

$$\begin{array}{r|l} 240 & 2 \\ 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$$

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$243 = 3^5$$

**Ejercicios**

**16.** Descompón en factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 315 & \\ \hline & \\ & \\ 315 = & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 225 & \\ \hline & \\ & \\ 225 = & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 72 & \\ \hline & \\ & \\ 72 = & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 189 & \\ \hline & \\ & \\ 189 = & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 256 & \\ \hline & \\ & \\ 256 = & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 81 & \\ \hline & \\ & \\ 81 = & \end{array}$$

**17.** Encuentra un método para hallar de forma rápida la descomposición en factores primos de números que acaben en muchos ceros.

## 6. Máximo común divisor

El **máximo común divisor** (M.C.D) de dos o más números es el mayor de sus divisores comunes.

Para calcular el M.C.D. de dos o más números, se descomponen éstos en sus factores primos y se multiplican los factores comunes elevados a su menor exponente.

Si los números no tienen divisores primos comunes entonces el M.C.D. es la unidad.

**Ejemplos:** Calcula el M.C.D. de 882 y 504

$$\begin{array}{r|l} 882 & 2 \\ 441 & 3 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$$

$$\begin{array}{r|l} 504 & 2 \\ 252 & 2 \\ 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{M.C.D.}(882,504)=2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126$$

Observa que 126 es divisor de ambos números y es el mayor posible.

**Ejemplos:** Calcula el M.C.D. de 25 y 18

$$25 = 5^2; \quad 18 = 2 \cdot 3^2$$

No tienen divisores primos en común. Por lo tanto,  $\text{M.C.D.}(25,18)=1$ .

**Ejemplos:** Calcula el M.C.D. de 36, 10 y 20

$$36 = 2^2 \cdot 3^2; \quad 10 = 2 \cdot 5; \quad 20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{M.C.D.}(36,10,20)=2$$

### Ejercicios

18. Calcula el máximo común divisor de 60 y 50.
19. Calcula el máximo común divisor de 42 y 35.
20. Calcula el máximo común divisor de 100 y 150.
21. Calcula el máximo común divisor de 50, 300 y 180.
22. Calcula el máximo común divisor de 38808 y 847

Indicación:

$$38808 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

$$847 = 11^2 \cdot 7$$

## 7. Mínimo común múltiplo

El **mínimo común múltiplo** (m.c.m.) de dos o más números es el menor de sus múltiplos comunes distintos de cero.

Para calcular el m.c.m. de dos o más números, se descomponen éstos en sus factores primos y se multiplican los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

Si dos números no tienen divisores primos en común entonces el m.c.m. de estos dos números es el producto de ambos.

**Ejemplos:** Calcula el m.c.m. de 882 y 504

$$\begin{array}{r|l}
 882 & 2 \\
 441 & 3 \\
 147 & 3 \\
 49 & 7 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 504 & 2 \\
 252 & 2 \\
 126 & 2 \\
 63 & 3 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 1 & \\
 \end{array}$$

$$882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \quad 504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$\text{m.c.m.}(882,504)=2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 8 \cdot 9 \cdot 49 = 3528$$

Observa que 2450 es múltiplo de ambos números y es el menor posible no nulo.

**Ejemplos:** Calcula el m.c.m. de 25 y 18

$$25 = 5^2; \quad 18 = 2 \cdot 3^2$$

No tienen divisores primos en común. Por lo tanto,  $\text{m.c.m.}(25,18)=25 \cdot 18 = 450$ .

**Ejemplos:** Calcula el m.c.m. de 36, 10 y 20

$$36 = 2^2 \cdot 3^2; \quad 10 = 2 \cdot 5; \quad 20 = 2^2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.}(36,10,20)=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$$

### Ejercicios

23. Calcula el mínimo común múltiplo de 60 y 50.
24. Calcula el mínimo común múltiplo de 42 y 35.
25. Calcula el mínimo común múltiplo de 100 y 150.
26. Calcula el mínimo común múltiplo de 50, 300 y 180.
27. Calcula el mínimo común múltiplo de 38808 y 847

Indicación:

$$38808 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 7^2 \cdot 11$$

$$847 = 11^2 \cdot 7$$

28. Se quieren envasar en una fábrica de zumos, 350 litros de zumo de naranja, 300 litros de zumo de piña y 126 litros de zumo de melocotón en envases iguales de la mayor capacidad posible. ¿Qué capacidad deben tener estos envases?
29. En dos calles de 144 m y 168 m cada una se quieren plantar palmeras que estén igualmente espaciadas. ¿Cuál es la mayor distancia posible entre cada palmera?
30. Ángela quiere comenzar a vender pasteles con lo que aprendió en su taller de pastelería. Hizo 32 pasteles de manzana, 24 de coco y 28 de chocolate. ¿Cuántos paquetes con la misma cantidad de pasteles de cada tipo puede hacer como máximo?
31. Fernando ha iniciado un tratamiento médico para su dermatitis. Debe tomar tres medicamentos distintos: unas pastillas, un jarabe y una crema. Las pastillas las debe tomar cada tres horas, el jarabe cada cuatro y la crema aplicarla cada dos horas. Si Fernando tomó todos los medicamentos a las 10:00 de la mañana, ¿a qué hora los volverá a tomar todos a la vez?
32. En el puerto de Alicante existen dos empresas de barcos que realizan desplazamientos a Isla de Tabarca durante todo el día. Los barcos de la primera empresa, salen cada 20 minutos y los de la otra cada 15 minutos. Si la primera salida de ambos se realiza a las 7:00 a. m., ¿a qué hora vuelven a salir a la vez?
33. En el almacén tenemos 200 cartones de zumo, 120 piezas de fruta y 80 bocadillos. Queremos guardarlos en cajas con el mismo número de objetos. ¿Cuántos artículos habrá en cada caja? ¿Cuántas cajas harán falta?

## Sabías que...

## LETRA DEL D.N.I. O DEL N.I.F.

La letra de tu D.N.I. no se pone al azar. A cada número del D.N.I. le corresponde una letra según un algoritmo que veremos a continuación. Para saberla haz lo siguiente:

### Algoritmo para hallar la letra del D.N.I.

1. Haz la división entera del número del D.N.I. entre 23.
  2. A cada resto se le asocia una letra según la tabla siguiente.

RESTO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
LETRA	T	R	W	A	G	M	Y	F	P	D	X	B
RESTO	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
LETRA	N	J	Z	S	Q	V	H	L	C	K	E	

## Ejercicios

- 34.** Calcula la letra de tu NIF.

## Ejercicios finales

35. Encuentra la descomposición en factores primos de los siguientes números:



36. Calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de 60 y 80. Comprueba que se verifica la siguiente propiedad: "El producto de dos números es igual al producto de su máximo común divisor por su mínimo común múltiplo".

- ### 37. Completa:

15345	3	8085	3	1155	3
	3		5		5
	5		7		7
	11		7		11
	31		11		

M.C.D.=

m.c.m.=

38. Sofía y Mercedes quieren construir una torre con las piezas cúbicas de un juego de construcción de su hermano pequeño. Quieren que la torre tenga 50 cm de alto, 30 de largo y 20 de ancho. ¿Cuánto ha de medir el lado de los cubos para que sean de la mayor dimensión posible? ¿Cuántas piezas necesitarán?

39. Enuncia y pon un ejemplo sobre el criterio de divisibilidad del número 9.

- #### 40. Calcula, escribiendo los pasos intermedios:

$$a) \quad 5 + [(-4)^2 \cdot (-4)^0]^2 - 100 : 50 \cdot 4 - 9$$

$$b) \quad -5 \cdot (-3 + 4) + 64 : (-8)^0 - 49 \cdot (-2) \cdot (-1)$$

41. ¿Es lo mismo  $5^2 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 4^2$  que  $(5+4)^2$ ? Razona la respuesta.

42. Calcula, escribiendo los pasos intermedios:

$$a) \quad 100 : 20 \cdot 3 - (4 - 5 + 6) \cdot (-1) + [(-5)^6]^0 \cdot 3$$

$$b) \quad (-11 + 6 \cdot 2) \cdot 3 - (-4) \cdot (-6) + (-2)^3$$

## Vocabulary

- The **exponent** of a number says **how many times** to use the number in a multiplication.
- "Operations" mean things like add, subtract, multiply, divide, squaring, etc.
- **Least Common Multiple**
- **Greatest Common Factor**

## Autoevaluación

1. En esta tabla tenemos las anotaciones de gastos e ingresos. ¿Cuál es el saldo final?

Descripción	Deber	Haber
Compras	260	
Salario		1157
Recibos	200	
Hipoteca	500	

- a) -197€    b) +197€    c) +953€    d) -53€

2. La Dama de Elche es una escultura íbera realizada en piedra calcárea entre los siglos V i IV
- a. C. ¿Cuántos años hace que se realizó?
- a) Menos de 2000 años    b) Menos de 1600 años  
 c) Más de 2400 años    d) Menos de 1500 años
3. ¿Cuál es el resultado de  $(3 + 5)^2$ ?
- a) Da lo mismo que  $3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2$ .    b) Da lo mismo que  $3^2 + 5^2$ .  
 c) Da 64    d) a) y c) son correctas.
4. El m.c.m. de 18 y 50 es:
- a) 900    b) 450    c) 1    d) 2
5. El M.C.D. de 18 y 50 es:
- a) 2    b) 450    c) 1    d) 225
6. El resultado de  $(-2 + 4) \cdot (-3 + 5) \cdot (-1) + 9^0 - 4$  es:
- a) -9    b) 9    c) -7    d) 1
7. La descomposición en factores del número 6435 es:
- a)  $3^2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$ .    b)  $3^2 \cdot 5 \cdot 13$   
 c)  $2^3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$     d)  $3^2 + 5 + 11 + 13$
8. En la descomposición en factores primos de 1.000.000
- a) Seis veces aparece el factor 2 y seis veces    b) Seis veces aparece el factor 10.  
 el factor 5.
- c) Cinco veces aparece el factor 2 y seis    d) Ninguna de las anteriores  
 veces el factor 5.
9. Marta se reúne con su jefe en Castellón cada 14 días y con el jefe de ventas en Valencia cada 21 días. Si el 5 de marzo tuvo las dos reuniones, ¿qué día volverán a coincidir?
- a) 16 de abril    b) 18 de abril    c) 10 de abril    d) 15 de abril
10. Los números múltiplos de 5...
- a) acaban en 25    b) acaban en 0    c) acaban en 0 o en 5    d) ninguna de las anteriores.

## Solucionario Actividades

1. Construimos la tabla:

Posiciones	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Valores	8	4	3	7	0	1	3	7	6	4	0	0	
Corrector	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	
Producto	8	12	3	21	0	3	3	21	6	12	0	0	

Suma:  $8+12+3+21+3+3+21+6+12=89$ . La decena superior es 90, por lo tanto, el dígito de control es  $90-89=1$ .

2.

- a) 16    b) 0    c) 22    d) 39
3. a) -4    b) +4    c) +900    d) -16    e) 0    f) -6000    g) +20500    h) -14356    i) -3    j) 0  
 k) +7010    l) -10900    m) -11650    n) +6580    o) -45

4.

$$\begin{aligned} (-2) + (+1) &= -2 + 1 = -1 \\ (+5) + (+7) &= 5 + 7 = 12 \\ (-21) + (+10) &= -21 + 10 = -11 \\ (+6) + (+6) &= 6 + 6 = 12 \\ (-3) + (+8) &= -3 + 8 = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+7) + (+9) &= 7 + 9 = 16 \\ (+4) + (-8) &= 4 - 8 = -4 \\ (-4) + (+1) &= -4 + 1 = -3 \\ (+11) + (-2) &= 11 - 2 = 9 \\ (+7) + (+8) &= 7 + 8 = 15 \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} (-8) - (+5) &= -8 - 5 = -13 \\ (+15) - (-3) &= 15 + 3 = 18 \\ (-7) - (+4) &= -7 - 4 = -11 \\ (+2) - (-7) &= 2 + 7 \\ (-11) - (+6) &= -11 - 6 = -17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+7) - (-5) &= 7 + 5 = 12 \\ (-2) - (-12) &= -2 + 12 = 10 \\ (+8) - (+5) &= 8 - 5 = 3 \\ (-5) - (+8) &= -5 - 8 = -13 \\ (+12) - (+12) &= 12 - 12 = 0 \end{aligned}$$

6. Calcula:

- |                                       |                                       |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $(-12) \cdot (+4) = -48$           | b) $(-3) \cdot (-5) = 15$             |
| c) $(-7) \cdot (+3) \cdot (-6) = 126$ | d) $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$  |
| e) $(+3) \cdot (+5) = 15$             | f) $(-5) \cdot (+12) \cdot (-1) = 60$ |

7. Calcula:

- |                             |                                |
|-----------------------------|--------------------------------|
| a) $(+75) : (-25) = -3$     | b) $(-100) : (+4) = -25$       |
| c) $\frac{(+20)}{(+5)} = 4$ | d) $\frac{(-110)}{(-10)} = 11$ |
| e) $(+3) : (-3) = -1$       | f) $(-10) : (-1) = 10$         |

8.

a) $4 + 5 \cdot (6 + 1)$	b) $2 + (5 - 2) \cdot (6 + 1)$
Paréntesis $4 + 5 \cdot 7$	Paréntesis $2 + 3 \cdot 7$
Producto $4 \cdot 35$	Producto $2 \cdot 21$
Suma 39	Suma 23

9. Calcula paso a paso:

a) $3 + 5 \cdot 7 - 4 \cdot 2 + 5 \cdot (-4) =$ $3 + 35 - 8 - 20 = 38 - 28 = 10$	b) $3 + 5 \cdot (7 - 4) \cdot 2 + 5 \cdot (-4) =$ $3 + 5 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot (-4) =$ $3 + 30 - 20 = 33 - 20 = 13$
c) $(3 + 5) \cdot 7 - 4 \cdot (2 + 5) \cdot (-4) =$ $8 \cdot 7 - 4 \cdot 7 \cdot (-4) =$ $56 + 112 = 168$	d) $3 + 5 \cdot 7 - 4 \cdot (2 + 5) \cdot (-4) =$ $3 + 5 \cdot 7 - 4 \cdot 7 \cdot (-4) =$ $3 + 35 + 112 = 150$

10. Calcula:

a) $(-4)^2 = 16$	b) $(-3)^3 = -27$
c) $(-4)^0 = 1$	d) $(-2)^5 = -32$

11. ¿Es divisible por 3? Completa como en el ejemplo:

Número	134	777	856	1150
Suma de cifras	$1+3+4=8$	$7+7+7=21$	$8+5+6=19$	$1+1+5+0=7$
Divisible por 3	No	Sí	No	No

12. ¿Es divisible por 6? Completa como en el ejemplo:

Número	282	690	132	735
Suma de cifras	$2+8+2=12$	$6+9+0=15$	$1+3+2=6$	$7+3+5=15$
Divisible por 3	Sí	Sí	Sí	Sí
Divisible por 2	Sí (es par)	Sí	Sí	No
Divisible por 6	Sí	Sí	Sí	No

13. Por ejemplo, 56.342

14. Del 7: Paso 1: Quita la cifra de las unidades. Paso 2: Multiplica por 2 la cifra de las unidades que has quitado en el paso 1. Paso 3. Resta los números obtenidos en los pasos 1 y 2. Si obtienes un múltiplo de 7 (incluido el 0 y el 7) entonces el número del que partes es divisible por 7 y si no entonces no lo es. Ejemplo 182. Paso 1: 18. Paso 2: 4. Paso 3.  $18 - 4 = 14$ , que es múltiplo de 7, por lo tanto, 182 es divisible por 7.

Del 13. Paso 1: Quita la cifra de las unidades. Paso 2: Multiplica por 4 la cifra de las unidades que has quitado en el paso 1. Paso 3. Suma los números obtenidos en los pasos 1

y 2. Si obtienes un múltiplo de 13 (incluido el 0 y el 13) entonces el número del que partes es divisible por 13 y si no entonces no lo es. Ejemplo 156. Paso 1: 15. Paso 2: 24. Paso 3.  $15+24=39$ , que es múltiplo de 13, por lo tanto, 156 es divisible por 13.

- 15.** La Criba de Eratóstenes es un método para hallar los números primos menores de un cierto número dado. Por ejemplo, si queremos hallar los 100 primeros números primos, construimos una tabla comenzando por el 2 y tachamos los múltiplos de 2 diferentes del 2, después continuamos con el siguiente número no tachado que es el 3, tachamos todos los múltiplos de 3 excepto el 3 y así sucesivamente. Los números no tachados son números primos.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73
74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85
86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
98	99	100									

**16.**  $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$        $225 = 3^2 \cdot 5^2$        $72 = 2^3 \cdot 3^2$   
 $189 = 3^3 \cdot 7$        $256 = 2^8$        $81 = 3^4$

- 17.** Has de tener en cuenta que  $10 = 2 \cdot 5$ ;  $100 = 2^2 \cdot 5^2$ ;  $1000 = 2^3 \cdot 5^3$ , es decir el exponente de 2 y de 5 coincide con el número de ceros. Si un número acaba en ceros, puedes hacer la descomposición del número sin los ceros y después añadir los factores 2 y 5 elevados al número de ceros. Por ejemplo,  $121.000 = 11^2 \cdot 2^3 \cdot 5^3$ .

- 18.** M.C.D.(60,50)=10.  
**19.** M.C.D.(42,35)=7.  
**20.** M.C.D.(100,150)=50.  
**21.** M.C.D.(50,300,180)=10.  
**22.** M.C.D.(38808,847)=77.  
**23.** m.c.m(60,50)=300.  
**24.** m.c.m.(42,35)=210.  
**25.** m.c.m.(100,150)=300.  
**26.** m.c.m.(50, 300,180)=900.  
**27.** m.c.m.(38808,847)= $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2 = 426888$ .  
**28.** M.C.D.(350,300,126)=2 litros.  
**29.** M.C.D.(144,168)=24 m

30.  $\text{M.C.D.}(32,24,28)=4$ . Como máximo puede hacer 4 paquetes.
31.  $\text{m.c.m.}(3,4,2)=12$ . A las 22:00 horas.
32.  $\text{m.c.m.}(15,20)=60$ . A las 8 a.m.
33.  $\text{M.C.D.}(200,120,80)=40$ . Harán falta 40 cajas. En cada caja habrá 5 cartones de zumo, 3 piezas de fruta y 2 bocadillos.
34. Depende de tu número. Fíjate en el ejemplo
35. a)  $8820 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2$       b)  $16.100.000 = 161 \cdot 100.000 = 7 \cdot 23 \cdot 2^5 \cdot 5^5$
36.  $\text{M.C.D.}(60,80)=20$ ;  $\text{m.c.m.}(60,80)=240$ .

$$20 \cdot 240 = 4800; \quad 60 \cdot 80 = 4800$$

37. Completa:

$\begin{array}{r l} 15345 & 3 \\ 5115 & 3 \\ 1705 & 5 \\ 341 & 11 \\ 31 & 31 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 8085 & 3 \\ 2695 & 5 \\ 539 & 7 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 1155 & 3 \\ 385 & 5 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$
--	--	--

$$\text{M.C.D.} = 3 \cdot 5 \cdot 11 = 165$$

$$\text{m.c.m.} = 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 31 = 751905$$

38.  $\text{M.C.D.}(50,30,20)=10$  cm ha de medir el lado de los cubos. Número de piezas=30.

39. Un número distinto de cero es divisible por 9 si y sólo si la suma de sus cifras es divisible por 9, por ejemplo, en 819 la suma de las cifras es 18 que es múltiplo de 9, por lo tanto, el número 819 es divisible por 9.

40. a)  $5 + (-4)^4 - 100: 50 \cdot 4 - 9 = 5 + 256 - 100: 50 \cdot 4 - 9 =$

$$5 + 256 - 8 - 9 = 261 - 17 = 244.$$

- b)  $-5 \cdot 1 + 64: (-8)^0 - 49 \cdot (-2) \cdot (-1) =$

$$-5 \cdot 1 + 64: 1 - 49 \cdot (-2) \cdot (-1) = -5 + 64 - 98 = -39.$$

41. Sí, en ambos casos da 81.

42. Calcula, escribiendo los pasos intermedios:

a)  $100: 20 \cdot 3 - 5 \cdot (-1) + [(-5)^6]^0 \cdot 3 =$

$$100: 20 \cdot 3 - 5 \cdot (-1) + 1 \cdot 3 = 15 + 5 + 3 = 23$$

b)  $1 \cdot 3 - (-4) \cdot (-6) + (-2)^3 = 1 \cdot 3 - (-4) \cdot (-6) - 8 = 3 - 24 - 8 = -29$

## Solucionario Autoevaluación

1b) 2c) 3d) 4b) 5a) 6c) 7a) 8a) 9a) 10c)