

CLASIFICACION NÚMEROS

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

PROPIEDADES POTENCIAS

$$\bullet a^0 = 1$$

$$\bullet a^1 = a$$

$$\bullet a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\bullet a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$\bullet (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$\bullet (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\bullet (a : b)^n = a^n : b^n$$

$$\bullet (-a)^n = \begin{cases} a^n & n \text{ par} \\ -a^n & n \text{ impar} \end{cases}$$

$$\bullet a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\bullet a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\bullet \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\bullet \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

RADICALES

$$a^{n/m} = \sqrt[m]{a^n} \rightarrow a^{1/m} = \sqrt[m]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

RACIONALIZAR

* caso 1 $\frac{1}{\sqrt{a}}$

* caso 2 $\frac{1}{\sqrt{a \cdot b}}$

* caso 3 $\frac{1}{\sqrt{a \pm b}} \circ \frac{1}{\sqrt{a \pm b}}$

ERRORES

ABSOLUTO

$$E_a = |V_{\text{real}} - V_{\text{aprox}}|$$

RELATIVO

$$E_r = \frac{E_a}{V_{\text{real}}}$$

$$\left[\frac{\%}{\%}\right] E_r \cdot 100$$

INTERÉS

SIMPLE

$$I = \frac{C_i \cdot r \cdot t}{100} \quad t \text{ años}$$

$$C_f = C_i + I$$

COMPUESTO

$$C_f = C_i \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$$

+ años

ECUACIONES → lineales y no lineales

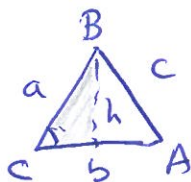
INECUACIONES → lineales y de 2º grado

SISTEMAS DE ECUACIONES E INECUACIONES → lineales y no lineales

con 1 y 2 incógnitas

GEOMETRIA. FIGURAS PLANAS

TRIÁNGULO



• $A = \frac{b \cdot h}{2}$

• Fórmula de Herón $A = \sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$
 $p = \frac{a+b+c}{2}$ semiperímetro


• trigonometría

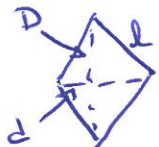
$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot a \cdot \text{sen } C}{2} = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen } C}{2}$

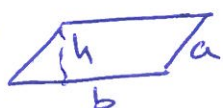
$\text{sen } C = \frac{h}{a}$
 $\hookrightarrow h = a \cdot \text{sen } C$

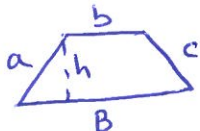
CUADRIÉTEROS


- Cuadrado  $P = 4l$
 $A = l^2$

- Rectángulo  $P = 2(a+b)$
 $A = b \cdot a$

- Rombo  $P = 4l$
 $A = \frac{D \cdot d}{2}$

- Romboide  $P = 2(a+b)$
 $A = b \cdot a$


- Trapecio  $P = a+b+B+c$
 $A = \frac{(b+B) \cdot h}{2}$

- Polígono regular  $P = n \cdot l$ $n = n^\circ$ de lados
 $A = \frac{P \cdot ap}{2}$ $P = \text{perímetro}$

FIGURAS CIRCULARES

- círculo  $L = 2\pi r$
 $A = \pi r^2$

- corona circular  $P = 2\pi(r+R)$
 $A = \pi(R^2 - r^2)$

- sector circular  $P = 2r + \text{largo} = 2r + \frac{\pi \cdot r \cdot n^\circ}{180^\circ}$
 $A = \frac{\pi r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ}$

- Segmento circular  $P = \text{cuerda} + \text{largo} = x + \frac{\pi r n^\circ}{180^\circ}$
 $A = A_{\text{sector}} - A_{\text{triángulo}}$

GEOMETRÍA CUERPOS

Poliedros regulares (o cuerpos platónicos)

Tetraedro



$$A = \frac{4b \cdot h}{2}$$

Hexaedro



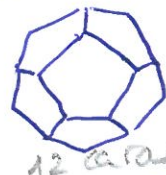
$$A = 6 \cdot l^2$$

Octaedro



$$A = 8 \frac{b \cdot h}{2}$$

Dodecaedro



$$A = 12 \cdot \frac{P_{\text{apotema}}}{2}$$

Icosaedro



$$A = 20 \frac{b \cdot h}{2}$$

Área total = suma de las áreas de todas sus caras

TEOREMA DE EULER $\Rightarrow C + V = A + 2$
(poliedros convexos) caras + vértices = aristas + 2

* VOLUMEN DEL CUBO $\rightarrow V = l^3$

PRISMAS



$$A = 2 \cdot \text{Área base} + \text{Área lateral}$$

$$V = \text{Área base} \times \text{altura}$$

\Rightarrow caso particular de prisma: El ortoedro

(El área lateral es la suma de las áreas de las caras laterales)



$$A = 2(ab + bc + ca)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

PIRAMIDES

altura de la pirámide



apotema de la pirámide

apotema de la base

$$A = \text{Área base} + \text{Área lateral}$$

$$V = \frac{\text{Área de la base} \times \text{altura}}{3}$$

CUERPOS DE REVOLUCIÓN

Cilindro



$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

$$V = \pi r^2 h$$

Cono



$$g = \text{generatriz} \Rightarrow g^2 = h^2 + r^2$$

$$A = \pi r^2 + \pi r g$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

Esfera



$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

LOGARITMOS

$$\log_a b = c \iff a^c = b$$

Propiedades

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a (b/c)$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\frac{\log_a b}{\log_a c} = \log_c b$$

notación

$$\log = \log_{10}$$

logaritmo decimal

$$\ln = \log_e$$

logaritmo neperiano

TRIGONOMETRIA

T.F.T : $\boxed{\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1}$

$\boxed{1 + \text{tg}^2 \alpha = \text{sec}^2 \alpha}$

$\boxed{1 + \text{cotg}^2 \alpha = \text{cosec}^2 \alpha}$

$\boxed{\text{tg} \alpha = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha}}$

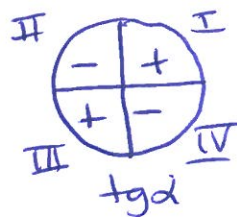
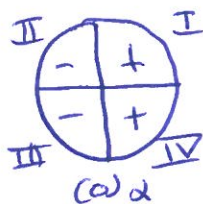
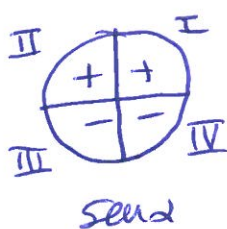
$\boxed{\text{sec} \alpha = \frac{1}{\text{cos} \alpha}}$

$\boxed{\text{cosec} \alpha = \frac{1}{\text{sen} \alpha}}$

$\boxed{\text{cotg} \alpha = \frac{1}{\text{tg} \alpha} = \frac{\text{cos} \alpha}{\text{sen} \alpha}}$

Importante: $\boxed{-1 \leq \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha} \leq 1}$

• SIGNO RAZONES TRIGONOMETRICAS



RAZONES TRIGONOMETRICAS DE:

- Ángulos complementarios

$\alpha + \beta = 90 \rightarrow \beta = 90 - \alpha$

$\text{sen}(90 - \alpha) = \text{cos} \alpha$

$\text{cos}(90 - \alpha) = \text{sen} \alpha$

$\text{tg}(90 - \alpha) = \text{cotg} \alpha$

- Ángulos suplementarios

$\alpha + \beta = 180 \rightarrow \beta = 180 - \alpha$

$\text{sen}(180 - \alpha) = \text{sen} \alpha$

$\text{cos}(180 - \alpha) = -\text{cos} \alpha$

$\text{tg}(180 - \alpha) = -\text{tg} \alpha$

- Ángulos opuestos

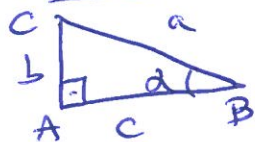
$\alpha + \beta = 0 \rightarrow \beta = -\alpha$

$\text{sen}(-\alpha) = -\text{sen} \alpha$

$\text{cos}(-\alpha) = \text{cos} \alpha$

$\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg} \alpha$

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS



$A + B + C = 180$

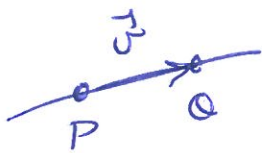
$a^2 = b^2 + c^2$

$\text{sen} \alpha = \frac{c.o}{\text{hip}} = \frac{b}{a}$

$\text{cos} \alpha = \frac{c.c}{\text{hip}} = \frac{c}{a}$

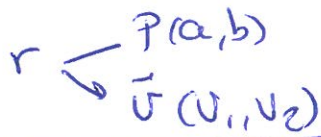
$\text{tg} \alpha = \frac{c.o}{c.c} = \frac{b}{c}$

GEOMETRIA EN EL PLANO (rectas)



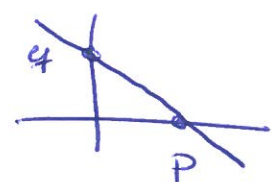
$$\vec{r} = \vec{PQ} = Q - P$$

Ec. recta $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ puntos} \\ \Delta \text{ punto, 1 vector director} \end{array} \right.$



Ecuaciones de la recta

- vectorial $(x, y) = (a, b) + t \cdot (v_1, v_2) \quad t \in \mathbb{R}$
 - paramétricas $\left. \begin{array}{l} x = a + t \cdot v_1 \\ y = b + t \cdot v_2 \end{array} \right\} t \in \mathbb{R}$
 - continua $\frac{x-a}{v_1} = \frac{y-b}{v_2}$
 - punto-pendiente $y - b = \frac{v_2}{v_1} (x - a) \quad m = \frac{v_2}{v_1} \text{ pendiente}$
 $y - b = m \cdot (x - a) \quad \vec{r}(v_1, v_2) \text{ ó } (1, m)$
 - explícita $y = mx + n \quad m = \text{pendiente} \quad \vec{r}(1, m)$
 $n = \text{ordenada en el origen } A(0, n)$
 - implícita o general $Ax + By + c = 0 \quad \vec{r}(-B, A)$
 - canónico o segmentaria $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$
- $(p, 0)$ y $(0, q)$ son los puntos de corte con los ejes coordenados.



Paralelismo / perpendicularidad

$$r \parallel s \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{r} = \vec{s} \\ m_r = m_s \end{array} \right. \quad r \perp s \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{r} \cdot \vec{s} = 0 \\ m_r \cdot m_s = -1 \end{array} \right.$$

si tenemos el vector $\vec{r}(v_1, v_2)$, para obtener uno perpendicular será $(v_2, -v_1)$ ó $(-v_2, v_1)$

módulo vector $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

producto escalar de 2 vectores $\vec{v} \cdot \vec{u} = (v_1, v_2) \cdot (u_1, u_2) = v_1 \cdot u_1 + v_2 \cdot u_2$

además $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha$

* Posición relativa de 2 rectas

r y s pueden ser:

- secantes (se cortan en un punto)
- paralelas
- coincidentes

$$\begin{aligned} r &\equiv Ax + By + C = 0 \\ s &\equiv A'x + B'y + C' = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\nearrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \quad \text{secantes} \\ &\rightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'} \quad \text{paralelas} \\ &\searrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \quad \text{coincidente.} \end{aligned}$$

FUNCIONES

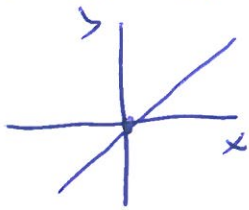
Características

1. Dominio: valores que puede tomar la variable independiente (x)
2. Recorrido: valores que puede tomar la variable dependiente (y)
3. Simetría: * par $f(x) = f(-x)$ simétrica respecto al eje de ordenadas
* impar $f(x) = -f(-x)$ simétrica respecto al origen de coordenadas
* simétrica: si no es ni par, ni impar.
4. puntos de corte con los ejes \Rightarrow corte eje x si $y = 0$
 \Rightarrow corte eje y si $x = 0$
5. periodicidad $f(x) = f(x+T)$ $T = \text{período}$
6. Continuidad / discontinuidad $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{evitable} \\ \rightarrow \text{salto finito} \\ \rightarrow \text{salto infinito} \end{array} \right.$
7. Monotonía: crecimiento y decrecimiento.
8. Máximo y mínimo relativos y absolutos
9. Curvatura: concavidad y convexidad
10. Puntos de inflexión
11. Asíntotas $\left\{ \begin{array}{l} \rightarrow \text{horizontales} \\ \rightarrow \text{verticales} \\ \rightarrow \text{oblicuas} \end{array} \right.$

FUNCIONES ELEMENTALES

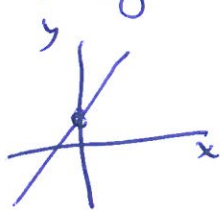
- La recta

F. lineal



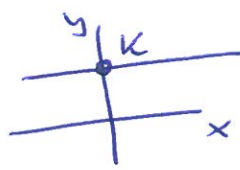
$$y = mx$$

F. afín



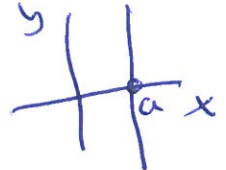
$$y = mx + n$$

F. constante



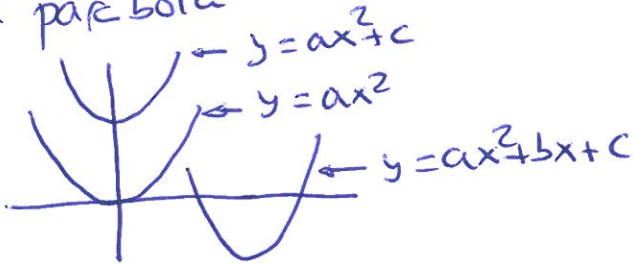
$$y = k$$

No función



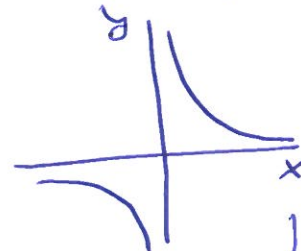
$$x = a$$

- La parábola

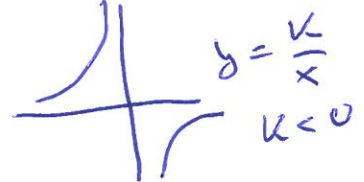


$a > 0 \cup$; $a < 0 \cap$

- La hipérbola

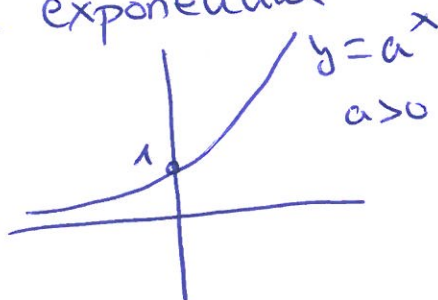


$$y = \frac{k}{x} \quad k > 0$$

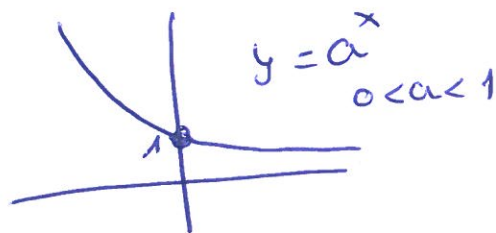


$$y = \frac{k}{x} \quad k < 0$$

- F. exponencial

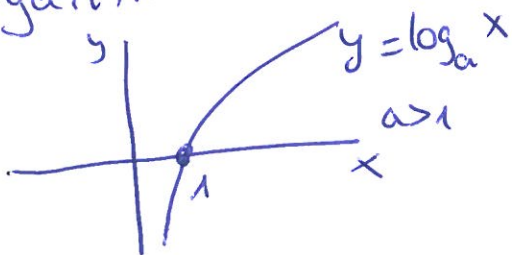


$$y = a^x \quad a > 1$$

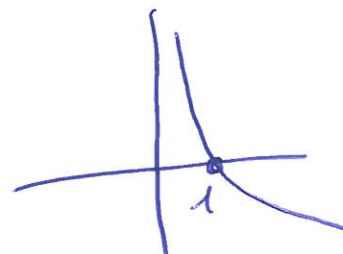


$$y = a^x \quad 0 < a < 1$$

- F. logarítmica

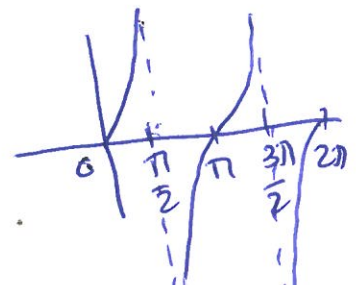
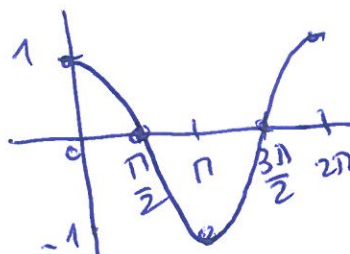
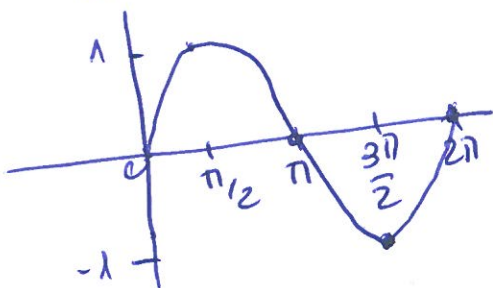


$$y = \log_a x \quad a > 1$$



$$y = \log_a x \quad 0 < a < 1$$

- F. trigonométricas



COMBINATORIA

Número Combinatorios

$$\binom{n}{m} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$$

Propiedades

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$$

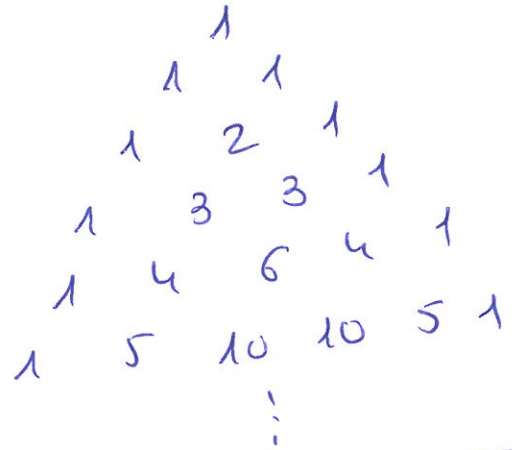
$$\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n$$

$$\binom{n}{m} = \binom{n}{n-m}$$

$$\binom{n+1}{m} = \binom{n}{m-1} + \binom{n}{m}$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

TRIÁNGULO DE TARTAGLIA



recuerde

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Variaciones $V_{n,m} = \frac{n!}{(n-m)!}$

Permutaciones $P_n = n!$

Permutación circular $PC_n = (n-1)!$

Combinaciones $C_{n,m} = \binom{n}{m} = \frac{V_{n,m}}{P_m} = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!}$

Variaciones con repetición $VR_{n,m} = n^m$

Permutaciones con repetición $\frac{n!}{\alpha! \beta! \gamma! \dots} = \frac{n!}{\alpha! \beta! \dots}$
 $\alpha + \beta + \gamma + \dots = n$

recuerde: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 2 \cdot 1$ Ej: $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
 $0! = 1$

PROBABILIDAD

Sucesos: A, B, \dots

Operaciones con sucesos

- Unión $A \cup B$
- Intersección $A \cap B$

• Complementario $\bar{A} \text{ o } A^c \Rightarrow \bar{\bar{A}} = A$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset \leftarrow \text{conjunto vacío}$$

$$A \cup \bar{A} = E \leftarrow \text{espacio muestral}$$

Leyes de Morgan

$$1) \overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

$$2) \overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$

Regla de Laplace

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Propiedades:

* $P(\emptyset) = 0$

* $P(E) = 1$

* $0 \leq P(A) \leq 1$

* $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

* A y B son incompatibles ($A \cap B = \emptyset$)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

* A y B son compatibles

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

* Probabilidad condicional

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B/A) \cdot P(A)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A)$$

⚠ si A y B son independientes \Rightarrow

TABLA DE CONTINGENCIA

	A	\bar{A}	
B	$A \cap B$	$\bar{A} \cap B$	total B
\bar{B}	$A \cap \bar{B}$	$\bar{A} \cap \bar{B}$	total \bar{B}
	total A	total \bar{A}	TOTAL

Probabilidad

	A	\bar{A}	
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
\bar{B}	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
	$P(A)$	$P(\bar{A})$	$P(E) = 1$