PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2010	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2010
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1.

Donat el sistema d'equacions lineals $\begin{cases} \alpha x+\alpha^3 y+z=1 \\ \alpha x+\alpha y+z \;=1 \\ \alpha^3 x+\alpha y+z \;=1 \end{cases}$ en què α és un paràmetre real, es demana:

a) Deduir, raonadament, per a quins valors de α és compatible determinat. (*4 punts*).
b) Deduir, raonadament, per a quins valors de α és compatible indeterminat. (*3 punts*).
c) Resoldre el sistema en tots els casos en què és compatible indeterminat. (*3 punts*).

Problema A.2. Es demana obtindre raonadament:

a) L'equació del pla π que passa pels punts $O=(0,0,0)$, $A=(6,-3,0)$ i $B=(3,0,1)$. (*3 punts*).
b) L'equació de la recta r que passa pel punt $P=(8,7,-2)$ i és perpendicular al pla π. (*3 punts*).
c) El punt Q del pla π la distància al punt P del qual és menor que la distància de qualsevol altre punt del pla π al punt P. (*4 punts*).

Problema A.3. Donades les funcions $f(x)=x^3$ i $g(x)=2x^2-x$, es demana:

a) Obtindre raonadament els punts d'intersecció A i B de les corbes $y=f(x)$ i $y=g(x)$. (*3 punts*).
b) Demostrar que $f(x)\geq g(x)$ quan $x\geq 0$. (*3 punts*).
c) Calcular raonadament l'àrea de la superfície limitada per les dues corbes entre els punts A i B. (*4 punts*).

OPCIÓ B

Problema B.1. Donades les matrius $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ i $B(y)=\begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, es demana:

a) Obtindre raonadament el valor de x per tal que el determinant de la matriu $A(x)$ siga 6. *(4 punts).*

b) Calcular raonadament el determinant de la matriu $2A(x)$. *(2 punts).*

c) Demostrar que la matriu $B(y)$ no té matriu inversa per a cap valor real de y . *(4 punts).*

Problema B.2. Donades les dues rectes r i s d'equacions

$$r:\ \frac{x-4}{3}=\frac{y-4}{2}=z-4 \qquad \text{i} \qquad s:\ x=\frac{y}{2}=\frac{z}{3},$$

es demana calcular raonadament:

a) Les coordenades del punt P d'intersecció de les rectes r i s. *(3 punts).*

b) L'angle que formen les rectes r i s. *(3 punts).*

c) Equació implícita $Ax+By+Cz+D=0$ del pla π que conté les rectes r i s. *(4 punts).*

Problema B.3. Dos elements d'un escut són una circumferència i un triangle. La circumferència té centre $(0,0)$ i radi 5. Un dels vèrtexs del triangle és el punt $A=(-5,0)$. Els altres dos vèrtexs del triangle són els punts de la circumferència $B=(x,y)$ i $C=(x,-y)$. Es demana obtindre raonadament:

a) L'àrea del triangle en funció de x. (*3 punts*).

b) Els vèrtexs B i C per als quals és màxima l'àrea del triangle. (*5 punts*).

c) El valor màxim de l'àrea del triangle. (*2 punts*).

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1.

Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} \alpha x + \alpha^3 y + z = 1 \\ \alpha x + \alpha y + z = 1 \\ \alpha^3 x + \alpha y + z = 1 \end{cases}$ donde α es un parámetro real, se pide:

a) Deducir, razonadamente, para qué valores de α es compatible determinado. (*4 puntos*).
b) Deducir, razonadamente, para qué valores de α es compatible indeterminado. (*3 puntos*).
c) Resolver el sistema en todos los casos en que es compatible indeterminado. (*3 puntos*).

Problema A.2. Se pide obtener razonadamente:

a) La ecuación del plano π que pasa por los puntos $O = (0,0,0)$, $A = (6,-3,0)$ y $B = (3,0,1)$. (*3 puntos*).
b) La ecuación de la recta r que pasa por el punto $P = (8,7,-2)$ y es perpendicular al plano π. (*3 puntos*).
c) El punto Q del plano π cuya distancia al punto P es menor que la distancia de cualquier otro punto del plano π al punto P. (*4 puntos*).

Problema A.3. Dadas las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 2x^2 - x$, se pide:

a) Obtener razonadamente los puntos de intersección A y B de las curvas $y = f(x)$ e $y = g(x)$. (*3 puntos*).
b) Demostrar que $f(x) \geq g(x)$ cuando $x \geq 0$. (*3 puntos*).
c) Calcular razonadamente el área de la superficie limitada por las dos curvas entre los puntos A y B. (*4 puntos*).

OPCIÓN B

Problema B.1. Dadas las matrices $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{pmatrix}$ y $B(y)=\begin{pmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Obtener razonadamente el valor de x para que el determinante de la matriz $A(x)$ sea 6. *(4 puntos).*

b) Calcular razonadamente el determinante de la matriz $2A(x)$. *(2 puntos).*

c) Demostrar que la matriz $B(y)$ no tiene matriz inversa para ningún valor real de y. *(4 puntos).*

Problema B.2. Dadas las dos rectas r y s de ecuaciones

$$r\colon\ \frac{x-4}{3}=\frac{y-4}{2}=z-4 \qquad \text{y} \qquad s\colon\ x=\frac{y}{2}=\frac{z}{3},$$

se pide calcular razonadamente:

a) Las coordenadas del punto P de intersección de las rectas r y s. *(3 puntos).*

b) El ángulo que forman las rectas r y s. *(3 puntos).*

c) Ecuación implícita $Ax+By+Cz+D=0$ del plano π que contiene a las rectas r y s. *(4 puntos).*

Problema B.3. Dos elementos de un escudo son una circunferencia y un triángulo. La circunferencia tiene centro $(0,0)$ y radio 5. Uno de los vértices del triángulo es el punto $A=(-5,0)$. Los otros dos vértices del triángulo son los puntos de la circunferencia $B=(x,y)$ y $C=(x,-y)$. Se pide obtener razonadamente:

a) El área del triángulo en función de x. (*3 puntos*).

b) Los vértices B y C para los que es máxima el área del triángulo. (*5 puntos*).

c) El valor máximo del área del triángulo. (*2 puntos*).