

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

TEMA 1

1. Calcula las ecuaciones de las rectas de los ejes coordenados y las ecuaciones de los planos coordenados.
2. Calcula la ecuación del plano que pasa por los puntos $(1,1,1)$, $(2,3,4)$ y $(3,5,7)$.
3. Calcula la recta que pasa por el punto $P(3,2,7)$ y cuyo vector director es $4\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 7\vec{e}_3$.
(También $4\vec{i} + 3\vec{j} + 7\vec{k}$)
4. Calcula un punto y el vector director de la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - y + 7z = 7 \\ 2x + y - 6z = 2 \end{cases}$
5. Demuestra que los puntos $(0,0,4)$, $(3,3,3)$, $(2,3,4)$, $(3,0,1)$ son coplanarios.
6. Calcula la intersección del plano $\pi \equiv 3x - 2y + 3z + 12 = 0$ con los ejes coordenados.
7. Obtén la ecuación paramétrica de:
 - a) La recta que pasa por los puntos $A(1,0,1)$ y $B(0,1,1)$.
 - b) La recta $r \equiv \begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$
 - c) El plano que pasa por $A(1,1,1)$ y tiene por base los vectores $\vec{u}(1,-1,1)$ y $\vec{v}(2,3,-1)$.
 - d) El plano $\pi \equiv 2x - y + 3z + 1 = 0$
8. Pasa a continua la recta $\left. \begin{matrix} 2x + y - 2z = 3 \\ 4x - y + z = 7 \end{matrix} \right\} \equiv r$
9. Estudia la posición relativa de las rectas

$$r_1 \equiv \begin{cases} 3x - 2y - 7 = 0 \\ 5x - 2z - 23 = 0 \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} 3x - 2y - 7 = 0 \\ 5x - 3z - 17 = 0 \end{cases}$$
10. Estudia la posición relativa de los planos según los valores de a y b .
 $\pi_1 \equiv x - y + 1 = 0$
 $\pi_2 \equiv x - z + 2 = 0$
 $\pi_3 \equiv x + y + az + b = 0$
11. Sean los puntos $A(0,1,2)$, $B(3,-1,4)$, $C(6,-3,6)$ y $D(0,0,1)$. Prueba que A , B y C no determinan un plano. Razona la respuesta. Halla si es posible la ecuación del plano que pasa por los cuatro puntos.
12. Sean las rectas $r \equiv \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 4x + 5y + 7 = 0 \\ 3y - 4z + 7 - m = 0 \end{cases}$
 - a) Halla m para que sean coplanarias.
 - b) Calcula la ecuación del plano que las contiene.

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

13. Estudia la posición relativa del plano $\pi \equiv x + ay - z = 1$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} 2x + y - az = 2 \\ x - y - z = a - 1 \end{cases} \text{ según los valores del parámetro } a.$$

14. Sean la recta $r \equiv \begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z = D_1 \\ A_2x + B_2y + C_2z = D_2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv A_3x + B_3y + C_3z = D_3$.

Explica razonadamente que significa geoméricamente que el sistema que se obtiene juntando las ecuaciones de r y π sea:

- Incompatible.
- Compatible indeterminado.

15. Estudia la posición relativa de las siguientes rectas:

$$r_1 \equiv \begin{cases} 3x - 2y - 7 = 0 \\ 5x - 2z - 23 = 0 \end{cases} \quad r_2 \equiv \begin{cases} x + y = 0 \\ x - z = 3 \end{cases}$$

16. Calcula la ecuación del plano que contiene a los puntos $A(2,1,0)$, $B(4,2,7)$, $C(-2,1,5)$.

17. Estudia la posición relativa de los planos:

- $\pi_1 \equiv x + y - 2z + 4 = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x + 2y - 4z + 8 = 0$
- $\pi_1 \equiv x_1 + x_2 - 2x_3 + 4 = 0$ y $\pi_2 \equiv x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$
- $\pi_1 \equiv x + y - 2z + 4 = 0$ y $\pi_2 \equiv x - y + 3z - 6 = 0$

18. Estudia la posición relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x + z = 0$.

19. Estudia la posición relativa de $\pi_1 \equiv x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 18$ y $\pi_2 \equiv x_1 + 2x_2 + cx_3 + k = 0$ para todos los valores de c y k .

20. Calcula el plano que contiene a las rectas $r \equiv \begin{cases} x - 2y + 2z = 0 \\ x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 2x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$

21. Calcula la recta que pasa por el punto $A(1,-1,3)$ y es paralela a la recta

$$s \equiv \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}$$

22. Calcula el plano que pasa por el punto $P(-2,3,4)$ y es paralelo a la recta

$$r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$$

23. Calcula el plano que pasa por el punto $A(3,-2,4)$ y es paralelo al plano

$$\pi \equiv \begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = -3 + 2t - 3s \\ z = 2 + s \end{cases}$$

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

24. Halla la ecuación de un plano que pasa por el punto $A(3,2,7)$ y por la intersección de $\pi_1 \equiv x - y + z - 4 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + y - z + 7 = 0$.

25. Calcula la recta que pasa por $O(0,0,0)$ y corta con $r_1 \equiv \begin{cases} x = 2z + 3 \\ z = -y + 4 \end{cases}$ y

$$r_2 \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

26. Calcula el plano que pasa por $O(0,0,0)$ y contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = \lambda + 1 \\ z = \lambda + 2 \end{cases}$

27. Estudia la posición relativa de las siguientes rectas para los distintos valores de a y b .

$$r \equiv \begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ 8x - 2y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \text{ y } s \equiv \begin{cases} bx - 2z + 6 - b = 0 \\ 3x - 3y + 2a - 3 = 0 \end{cases}$$

28. Determina la ecuación del plano que pasa por el punto $P(-2,-1,-4)$ y se apoya en las

$$\text{rectas } r \equiv \begin{cases} x = \lambda + 4 \\ y = \lambda + 1 \\ z = \lambda + 2 \end{cases} \text{ y } s \equiv \begin{cases} 2x - y + z + 4 = 0 \\ x + 3y - 2z - 3 = 0 \end{cases}$$

TEMA 2

29. Sean $\vec{u} (2,0,-1)$ y $\vec{v} (3,-1,0)$ y $\vec{w} (1,1,1)$. Calcula:

a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

b) $\vec{u} \wedge \vec{v}$

c) $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$

d) el ángulo que forman \vec{u} y \vec{w}

30. calcula un vector perpendicular al plano $\pi \equiv \begin{cases} x = t + s \\ y = 1 - t + s \\ z = 1 + s \end{cases}$

31. Comprueba que los puntos $A(1,-1,3)$, $B(3,2,-2)$, $C(-1,4,1)$ forman un triángulo. Calcula el área, el baricentro y el punto medio del lado \overline{AB} .

32. Calcula la recta perpendicular al plano $\pi \equiv \begin{cases} x = t + s \\ y = 1 - t + s \\ z = 1 + s \end{cases}$ que pasa por el punto

$$P(1,0,-3).$$

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

33. Sean los planos $\pi_1 \equiv ax + y + z = a$ y $\pi_2 \equiv x - ay + az = -1$. Se pide:
- Comprueba que se cortan en una recta.
 - Calcula el vector director de esa recta.
34. Halla el volumen del tetraedro cuyos vértices son los puntos A(0,0,0), B(2,1,3), C(-1,3,1) y D(4,2,1).
35. Halla el área del triángulo que tiene por vértices A(3,0,0), B(0,6,0) y C(0,0,2).
36. Halla un plano que pasando por A(0,2,0) y B(0,0,2) corte al eje OX en un punto C tal que el área del triángulo ABC valga 4.
37. Un triángulo tiene por vértices A(0,0,0), B(1,1,1) y el tercer vértice está situado en la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2y \\ z = 1 \end{cases}$. Calcula las coordenadas del tercer vértice, sabiendo que el área del triángulo es $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
38. Escribe la ecuación de un plano determinado por los puntos A(0,2,-2), B(3,2,1) y C(2,3,2). Calcula el volumen del tetraedro que limita con los planos cartesianos.
39. Halla la ecuación del plano que pasa por el punto P(1,2,3), sabiendo que el triángulo formado por las rectas en que corta a los planos cartesianos es equilátero. Calcula el volumen determinado por dicho plano y los planos cartesianos.

TEMA 3

40. Dados los planos $\pi_1 \equiv x + 2y - z = 1$, $\pi_2 \equiv 2x + y - z = 0$ y $\pi_3 \equiv 3x + 3y - 2z = 1$. Se pide:
- Posición relativa de los tres planos.
 - Punto simétrico del O(0,0,0) respecto a la recta $\pi_1 \cap \pi_2$.
 - Haya la proyección ortogonal del origen de coordenadas sobre el plano π_1 .
41. Dado el triángulo de vértices A(1,2,1), B(1,-1,0) y C(2,1,1), se traza por cada vértice un plano perpendicular a la recta determinada por los otros dos vértices. Estudia la posición relativa de estos tres planos.
42. Halla la ecuación de la recta paralela al plano $\pi \equiv \begin{cases} x = t - s \\ y = 4t - s \\ z = t + s \end{cases}$, pasa por el punto P(1,1,1) y corta a la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 3z = 5 \end{cases}$.
43. Halla la ecuación del plano paralelo a las rectas $r \equiv \frac{x-2}{-1} = y = \frac{z+1}{2}$ y $s \equiv \begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$ y que pasa por el punto P(1,1,2).

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

44. Halla:

a) El plano π paralelo a las rectas $r \equiv x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{0}$ y

$$s \equiv \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = z+1 \text{ y pasa por el punto } P(-1,0,1).$$

b) El plano π' que pasa por el punto P y es perpendicular a la recta r.

c) El ángulo que forma el plano π' con la recta s.

45. Halla la ecuación del plano que pasa por los puntos P(1,1,1) y Q(3,-2,2) y es perpendicular al plano $\pi \equiv 2x - y - z = 0$.

46. Calcula el ángulo que forma la recta $r \equiv \begin{cases} x = 3z + 4 \\ y = 2z - 3 \end{cases}$ con los planos coordenados.

47. Sea $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ y $\pi \equiv 4x + y + z - 9 = 0$. Halla las ecuaciones de la proyección ortogonal de r sobre π .

48. Halla el punto simétrico de A(3,2,1) respecto al plano $\pi \equiv x + y + z - 4 = 0$.

49. Halla la recta que pasa por el punto P(4,4,1) y es perpendicular a la recta

$$r \equiv x - 2 = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{4}.$$

50. Dada la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = z$ y el plano $\pi \equiv x + y + z - 4 = 0$. Halla la ecuación de la recta s, proyección ortogonal de r sobre π .

51. Halla el punto simétrico del punto P(2,0,1) respecto a la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = z-2$

52. Calcula el plano que pasa por el punto P(1,1,1) y es paralelo al plano $\pi \equiv x - 3y + z = 0$

53. Halla la ecuación de la recta s que pasa por el punto A(1,1,1), coplanaria con la recta

$$r \equiv x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \text{ y es paralela al plano } \pi \equiv -x + 2y + z = 0.$$

54. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2z + 3 = 0 \\ y - z - 4 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x + 2y + 3z - 1 = 0$. Encuentra la

ecuación de la recta contenida en π que pase por el punto P(2,1,-1) y sea perpendicular a la recta r.

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

55. Encuentra la ecuación de la recta que pase por el punto $P(-1,0,2)$, sea paralela a

$$\pi \equiv \begin{cases} x = 2 + t \\ y = s \\ z = 1 + 2t - 2s \end{cases}, \text{ y perpendicular a la recta } r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = z.$$

56. Obtener la ecuación del plano π' que pasa por el punto $P(3,5,0)$, es paralelo a

$$r \equiv \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x - 2z + 1 = 0 \end{cases} \text{ y es perpendicular al plano } \pi \equiv x - y + z - 3 = 0.$$

57. Calcula:

a) El plano del siguiente haz de planos $t(x - 3y + 2z - 1) + s(2x + y - z + 2) = 0$ que:

- pase por $M(2,0,1)$.
- sea paralelo al vector $\vec{v}(2,1,0)$.
- sea perpendicular al vector $\vec{w}(3,-2,1)$.

b) El plano que contenga a la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + 2y - 5z + 2 = 0 \\ 4x - 3y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ y sea paralelo a la

$$\text{recta } s \equiv \frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-17}{-1}$$

58. Dadas las rectas $r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y-1}{0} = z$ y $s \equiv (x, y, z) = (2,1,1) + t(3,-1,3)$. Encuentra:

- a) El plano π que pasa por r y es paralelo a s .
- b) El plano π' que pasa por s y es paralelo a r .
- c) Calcula la distancia entre los planos π y π' .

59. Dada la familia de planos $2mx + (m+1)y - 3(m+1)z + 2m + 4 = 0$. Halla:

- a) El plano que pasa por el punto $P(1,-1,2)$.
- b) El plano perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} x + 3z - 1 = 0 \\ y - 5z + 2 = 0 \end{cases}$.

60. Dados los puntos $A(4,6,7)$ y $B(-2,3,7)$. Calcula la distancia de A a B .

61. Calcula la longitud de la perpendicular trazada desde el origen de coordenadas al plano $\pi \equiv 2x + 3y + 4z + 7 = 0$, así como los ángulos que esta perpendicular forma con los ejes coordenados.

62. Halla las ecuaciones de los planos bisectores de los planos $\pi_1 \equiv x - y + z - 4 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + y - z + 2 = 0$.

63. Calcula la distancia entre $\pi_1 \equiv 2x + y + z + 7 = 0$, $\pi_2 \equiv 4x + 2y + 2z - 6 = 0$.

64. Calcula la distancia entre el eje OX y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 2x - 3y - z = 0 \end{cases}$.

65. Halla la distancia del punto $P(1,2,3)$ a la recta $r \equiv \frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{2}$.

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

66. Halla la distancia mínima entre las rectas $r \equiv \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ y

$$s \equiv \frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{2}$$

67. Halla la ecuación de la recta que se apoya en $r \equiv \begin{cases} 3x + 5y - 6 = 0 \\ 2x + 4y - z + 2 = 0 \end{cases}$ y

$$s \equiv \begin{cases} x + y + z - 11 = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \end{cases} \text{ y es perpendicular a las dos.}$$

68. Calcula la distancia del punto $P(5,1,9)$ al plano $\pi \equiv 4x + 3y - z + 8 = 0$.

69. Calcula la distancia del plano $\pi_1 \equiv x - y + z = 0$ al $\pi_2 \equiv 3x - 3y + 3z - 2 = 0$.

70. Calcula la distancia entre $r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t + 1 \\ z = t \end{cases}$ y $\pi \equiv 3x + 2y - 11z = 0$.

En el caso de que la distancia sea 0, di si la recta esta contenida en el plano o si la recta corta el plano. Si son secantes, calcula el punto de corte y di qué ángulo forman la recta y el plano.

71. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x - 2z + 3 = 0 \\ y - z - 4 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x + 2y + 3z - 1 = 0$, halla la

ecuación de la recta situada en el plano π que pase por el punto $P(2,1,-1)$ y sea perpendicular a r .

72. Calcula la distancia entre las rectas $r \equiv \frac{x}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$ y $s \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$.

73. Halla la ecuación de la recta paralela al plano determinado por los puntos $A(0,0,0)$, $B(1,4,1)$ y $C(-1,-1,1)$ y que pasa por el punto $P(1,1,1)$ y corta a la recta $r \equiv \begin{cases} x + 2y = 1 \\ x - 3z = 5 \end{cases}$

74. Dados los puntos $P(0,1,0)$, $Q(0,0,-1)$, $R(1,0,1)$ y $S(1,1,1)$,

- Determina si están en el mismo plano.
- Halla la ecuación del plano π que pasa por P , Q y R .
- Halla la ecuación de la recta r que es perpendicular al plano π y pasa por S .
- Halla la distancia del punto S a π .

75. Calcula la distancia del punto $P(1,1,1)$ a la recta $r \equiv \begin{cases} x - y = 0 \\ y - z = 1 \end{cases}$.

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

76. Calcula:

- La ecuación de la recta r que define el haz de planos $x + (m-1)y + mz + 2 + m = 0$.
- La ecuación de la recta s que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a r y paralela al plano $x = 2$.

77. Obtén la ecuación de un plano que contenga a la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+1}{-1}$ y sea

$$\text{perpendicular al plano } \pi \equiv \begin{cases} x = t - s \\ y = t \\ z = s \end{cases}.$$

78. Calcula el ángulo que forman las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{1}$ y

$$s \equiv \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}.$$

79. Halla la ecuación del plano que pasa por la recta $r \equiv \begin{cases} x - z = 4 \\ x + y - z = 7 \end{cases}$ y dista 2 unidades del punto $P(0,5,0)$.

80. Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto $O(0,0,0)$ y forma un ángulo de $\frac{\pi}{6}$ radianes con los planos OXY y OYZ .

81. Halla la ecuación de un plano paralelo al plano $\pi \equiv x - 2y + 3z + 6 = 0$ y que dista 12 unidades del origen de coordenadas.

82. Dos caras de un cubo están en los planos $\pi_1 \equiv 2x - 2y + z - 1 = 0$ y $\pi_2 \equiv 2x - 2y + z - 5 = 0$. Calcula el volumen del cubo.

83. Dados los puntos $A(3,4,-3)$, $B(2,0,-1)$ y $C(-1,3,0)$ vértices de un triángulo. Halla la ecuación de la bisectriz del ángulo externo de vértice A .

84. Halla la ecuación del lugar geométrico de puntos que equidistan de los planos $\pi_1 \equiv x - 2y + z = 0$ y $\pi_2 \equiv x - 2y + z + 8 = 0$.

85. El lugar geométrico de puntos del espacio que equidistan de los puntos $A(2,-1,3)$ y $B(5,3,1)$ es un plano.

- Halla su ecuación.
- Halla la distancia mínima de A y B al plano del apartado anterior y comprueba que es la misma distancia que hay de A al punto medio del segmento \overline{AB} .

86. Halla el valor del parámetro a para que las siguientes rectas determinen un plano.

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{2} \quad s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{a} = \frac{z-7}{4}.$$

87. Halla el valor del parámetro a para que las siguientes rectas sean coplanarias.

$$r \equiv \begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ 2x - y + 3z - 3 = 0 \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ -x + y - z + a = 0 \end{cases}$$

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

88. Sea r una recta y π un plano paralelo a r . Demuestra que el lugar geométrico de los baricentros de los triángulos que tienen un vértice sobre r y los otros dos sobre π es un plano paralelo a π .

MÁS EJERCICIOS (CONTENIDOS)

89. Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(0,4,7)$ y $B(-2,1,0)$ en todas las formas posibles.
90. Comprueba si están alineados los puntos $A(1,0,0)$, $B(-2,1,0)$ y $C(0,0,1)$.
91. Calcula el plano que pasa por los puntos $A(1,0,0)$, $B(-2,1,0)$ y $C(0,0,1)$ en todas las formas posibles. Dado el punto $P(3,1,0)$, ¿es coplanario con A , B y C ?
92. Calcula el punto medio del segmento que tiene por extremos $A(1,0,1)$ y $B(5,2,3)$.
93. determina los cuatro puntos que dividen el segmento de extremos $A(2,-6,3)$ y $B(12,-1,8)$ en cinco partes iguales.
94. Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(1,3,-1)$ y es paralela a la recta $r \equiv (x,y,z) = (0,1,0) + t(1,1,1)$

95. Calcula la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3,4,5)$ y es perpendicular al

$$\text{plano } \pi \equiv \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2t - 4s \\ z = 1 + s \end{cases}$$

96. Calcula:

- El plano paralelo a $\pi \equiv 2x - 3y + z - 4 = 0$ que pasa por el punto $P(-3,1,0)$.
- El plano que pasa por el punto $P(-3,1,0)$ y es perpendicular al vector $\vec{n}(2,-3,1)$
- El plano que pasa por el punto $P(-3,1,0)$ y es perpendicular a la recta $r \equiv (x,y,z) = (0,1,0) + t(2,-3,1)$

97. Dada la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + 3z = 1 \\ y + 2z - 7 = 0 \end{cases}$

- Calcula la familia de planos que contiene a la recta r .
- De todos los planos del apartado anterior di cuál contiene al punto $P(-3,2,2)$.

98. Estudia la posición relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t + 1 \\ z = t \end{cases}$ y el plano

$$\pi \equiv 3x + 2y - 11z - 5 = 0$$

99. Estudia la posición relativa de las rectas

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2} \qquad s \equiv \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$$

EJERCICIOS GEOMETRÍA. 2º BACHILLERATO

100. Calcula el punto donde se cortan el plano $\pi \equiv 2x + y - z - 3 = 0$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases} \text{ . De dos formas diferentes:}$$

- Obteniendo el valor de t .
- Resolviendo el sistema formado por la recta y el plano pasando primero la recta r a forma general.

101. Estudia la posición relativa de los planos:

- $\pi_1 \equiv x + y - 5z = -4$ y $\pi_2 \equiv 3x - y + 2z = 1$
- $\pi_1 \equiv 3x - y + 2z - 1 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + y - z = 0$
- $\pi_1 \equiv x + y - 5z = -4$ y $\pi_2 \equiv -3x - 3y + 15z = 1$
- $\pi_1 \equiv x + y - 5z + 4 = 0$ y $\pi_2 \equiv -3x - 3y + 15z - 12 = 0$

102. Calcula el ángulo que forman los planos $\pi \equiv x + 2y - z = 3$ y $\pi' \equiv 2x - y + 3z = 0$.

103. Halla el ángulo formado por el plano $\pi \equiv x + 2y - z - 3 = 0$ y la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$$

104. Calcula la distancia entre los puntos A(1,3,1) y B(5,2,7).

105. Calcula:

- la proyección ortogonal del punto (1,0,0) respecto del plano $\pi \equiv x + 3y - z + 4 = 0$
- la proyección ortogonal del punto P(3,2,1) respecto de la recta $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$

106. Calcula la proyección ortogonal de la recta $r \equiv (x,y,z) = (1,3,0) + t(2,1,-1)$ sobre el plano $\pi \equiv 2x - 3y + z - 2 = 0$

107. Calcula el simétrico del punto P(1,0,0) respecto al plano $\pi \equiv x + 3y - z + 4 = 0$

108. Calcula el punto simétrico del punto P(3,2,1) respecto de la recta

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$$

109. Calcula la distancia del punto A(1,2,5) al plano $\pi \equiv 4x + 4y - 2z - 10 = 0$

110. Halla la distancia del plano $\pi \equiv 2x + y - z - 3 = 0$ al plano $\pi' \equiv 4x + 2y - 2z - 7 = 0$

111. Halla la distancia del punto P(3,4,5) a la recta $r \equiv \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{-1}$

112. Halla la distancia entre las rectas

$$a) r \equiv \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

$$b) r \equiv \frac{x+3}{3} = \frac{y-9}{-2} = \frac{z-8}{-2} \quad y \quad s \equiv \frac{x-3}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$$