

TRABAJO DE MATEMÁTICAS

EL HOMBRE QUE CALCULABA. Malba Tahan

I. Escribe con palabras los siguientes números:

- a) 1423745 =
- b) 2321863 =

II. Si un árbol tiene 84 ramas y cada rama tiene un promedio de 347 hojas, ¿Cuántas hojas tiene el árbol?

III. EL PROBLEMA DE LOS 35 CAMELLOS

3 hermanos han recibido en herencia 35 camellos. La condición que puso el padre fue que el reparto cumpliera la siguiente condición: que el mayor reciba la mitad, el mediano la tercera parte y el pequeño la novena parte.

Si se realiza el reparto, se observa que el número de camellos que recibe cada hijo no es entero. Sin embargo si añadimos un camello a la hora de hacer el reparto, todos reciben más de lo que les corresponde y sin embargo sobra un camello de la herencia.

- a) Realiza el reparto con los 35 camellos.
- b) Realiza el reparto con los 36 camellos.
- c) Explica lo sucedido.

IV. LOS 8 PANES

Durante un paseo, dos amigos encuentran un hombre hambriento con el cual deciden compartir los 8 panes que llevan consigo. El primero aporta 5 panes y el segundo 3. Cada pan que comían, lo dividían en tres partes iguales. El hombre en agradecimiento decide pagarles con 8 monedas, una por cada pan. Las repartió del siguiente modo. 5 monedas para el que aportó 5 panes y 3 monedas para el otro amigo. Pero en hacer el reparto el que había aportado 5 panes mostró su disconformidad, asegurando que a él le correspondían 7 monedas y a su amigo una. ¿Cómo explicarías que el reparto tiene que ser de esa forma?

V.

A. Si una persona habla 414710 palabras en 8 días, ¿Cuántas palabras de promedio diría por minuto? ¿Y por hora?

B. Un joyero se hospeda en un hostel. Le ofrece al propietario pagarle la estancia de la siguiente manera: Si vende su mercancía por 100 € le pagará 20 € mientras que si la consigue vender por 200 € le pagará 35 €. Tras realizar la venta, vende la mercancía por 140 €. El joyero piensa que debería pagar 24.5€y el propietario 28 €. ¿Tiene alguno de ellos razón?. En el caso de que ninguno la tenga, ¿Cuánto debería pagar el joyero al propietario por su estancia? Además de dar la respuesta correcta, explica como cada uno de ellos a llegado a esa conclusión

VI.

A. Un hombre decide contar el número de camellos que hay en una manada de una forma un poco singular, cuenta el número de patas y de orejas. Entre patas y orejas cuenta 1541. Par saber el número de camellos, decide sumar 1 a esa cantidad antes de calcular el número de camellos. ¿Cuántos camellos hay en la manada? ¿Encuentra una explicación convincente de por qué ha tenido que sumar 1 a dicha cantidad?

Nota: el número 257 es un número primo.

B. AMISTAD CUADRÁTICA

Se dice que dos números guardan una relación de amistad cuadrática cuando al sumar sus cifras, el cuadrado del número que resulta de la suma da el otro número.

Comprueba que entre los números 256 y 169 existe una relación de amistad cuadrática.

VII. LOS 4 CUATROS

A. Expresa con 4 cuatros y los signos de las operaciones los números del 1 al 10.

Por ejemplo.  $44 - 44 = 0$ .

B. Un comerciante presto 100 €a dos clientes, 50€a uno de la Pobra de Farnals y otros 50€a uno de Rafelbunyol. Ambos pagaron en 4 plazos. El comerciante hizo las siguientes anotaciones:

Cliente de la Pobra de Farnals		
PLAZO	PAGA	DEBE
1	20	30
2	15	15
3	10	5
4	5	0
TOTAL	50	50

Cliente de Rafelbunyol		
PLAZO	PAGA	DEBE
1	20	30
2	18	12
3	3	9
4	9	0
TOTAL	50	51

Observa la celda sombreada y explica porqué el resultado no es 50.

VIII.

A. LAS 21 VASIJAS

3 Comerciantes reciben como pago 21 vasijas, 7 de ellas llenas de vino, otras 7 llenas solo hasta la mitad y las 7 últimas vacías. Como las distribuirías para que recibieran la misma cantidad de vino y el mismo número de vasijas. Ten en cuenta que las vasijas no se pueden abrir y por tanto no puedes distribuir el vino a tu antojo.

B. 3 amigos después de cenar en un restaurante, piden la cuenta. El camarero les dice que la cena asciende a 28 € Cada amigo paga con un billete de 10 €y deja 2 €de propina al camarero. Antes de que marcharan, vuelve el camarero con 5 euros, y les dice que ha habido un error en la cuenta, que la cena solo ascendía 25 €, con lo que reparte 1 €a cada amigo y se queda con los 2 €de la propina. En ese momento, uno de los tres amigos comenta que debe haber algún error, ya que al devolverles los 3 € cada uno de ellos ha pagado 27 €más los 2 €de la propina hacen 29 € ¿Qué ha ocurrido con el euro que falta?

IX.

Busca información sobre:

- Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi. *Matemático y astrónomo persa que vivió en el siglo IX.*
- Hipatia. *Mujer que vivió en el siglo V en Alejandría. Fue lapidada por los cristianos por pagana.*
- Diofanto. *Matemático griego (325-409 d.C..)*
- Apolonio de Pergamo. *Geómetra griego(¿268-180? a.C.).*
- Pitágoras. *Filósofo y matemático griego nacido en Samos (580-500? a.C.).*
- Platón. *Filósofo griego(428-347 a.C.).*
- Sócrates. *Filósofo griego (470-399 a.C.). Maestro de Platón.*
- Euclides. *Matemático griego (siglo IIIa.C).*

X. LOS NÚMEROS PERFECTOS

Un número perfecto es aquel que cumple la siguiente propiedad:

Un número es perfecto si es igual a la suma de todos sus divisores, excluyéndose de entre ellos el propio número.

Ejemplo: El 6 es un número perfecto porque:

$$D(6) = \{1, 2, 3, 6\} \text{ y } 1 + 2 + 3 = 6$$

Comprueba que los números 28 y 496 son perfectos.

XI.

Busca la definición de:

Número, Medida, Unidad de medida, Aritmética, Álgebra, Geometría y Astronomía.

Lee el fragmento siguiente extraído del libro *El hombre que calculaba* de Malba Tahan.  
“¡Señor!, las siete jóvenes que caminaban por la senda eran las artes divinas y las ciencias humanas; la Pintura, la Música, la Escultura, la Arquitectura, la Retórica, la Dialéctica y la Filosofía. La princesa caritativa que las socorrió era la grande y prodigiosa Matemática”. “Sin el auxilio de la Matemática –prosiguió el sabio- las artes no pueden avanzar, y todas las otras ciencias perecen”.

¿Qué conclusión extraes de la lectura?

XII. LOS 60 MELONES

2 hermanos encargan a un comerciante la venta de dos partidas de melones. El primer hermano le entregó 30 melones que debían ser vendidos al precio de 3 por 1 € El otro hermano le entregó también 30 melones para los que estipuló un precio más caro: 2 melones por 1 € Lógicamente, una vez efectuada la venta el primero tendría que recibir 10 € y su hermano 15 € El total de la venta sería pues 25 €

Sin embargo, al llegar a la feria, el comerciante pensó que si empezaba la venta por los melones más caros, iba a perder la clientela. Pero si empezaba la venta por los más baratos, luego iba a tener dificultades para vender los otros treinta. Entonces decidió vender las dos partidas al mismo tiempo. Reunió los sesenta melones y empezó a venderlos en lotes de 5 por 2 €

Vendidos los 60 melones en 12 lotes de cinco cada uno, recibió 24 €

¿Cómo pagar a los dos hermanos si el primero tenía que recibir 10 y el segundo 15 euros?

¿Cómo debería haberlos vendido para ganar 25€si hubiera decidido vender lotes de 5 melones al principio?

XIII. LOS NÚMEROS AMIGOS

Dos números son números amigos si cumplen la siguiente propiedad:

La suma de todos sus divisores, excluyéndose de entre ellos el propio número da el otro número.

Ejemplo:

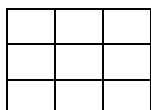
$$D(1184) = \{1,2,4,8,16,32,37,74,148,296,592,1184\} \text{ y} \\ 1+2+4+8+16+32+37+74+148+296+592= 1210$$

$$D(1210) = \{1,2,5,10,11,22,55,110,121,242,605,1210\} \text{ y} \\ 1+2+5+10+11+22+55+110+121+242+605= 1184$$

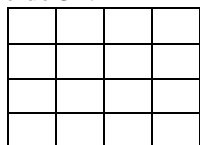
Comprueba que los números 220 y 284 son números amigos.

XIV. EL CUADRADO MÁGICO

A. De orden 3: Coloca los números del 1 al 9 de modo que la suma de sus filas, columnas y diagonales siempre de 15.



B. De orden 4: Coloca los números del 1 al 16 de modo que la suma de sus filas, columnas y diagonales siempre de 34.



C. Busca información sobre Arquímedes. *Matemático y físico, nacido en Siracusa, Sicilia (287-212 a.C.)*

*Arquímedes consiguió una aproximación del número  $\pi$ . Observando la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro. Esta aproximación fue 22/7.*

#### XVI. LOS GRANOS DE TRIGO Y EL AJEDREZ.

Existe una leyenda que cuenta que Lahur Sessa, hindú, inventó el ajedrez para regalárselo a un rey, que estaba desolado tras la muerte de su hijo en una batalla, con la intención de que se evadiera de su pena. En agradecimiento, el rey le preguntó que le podía ofrecer, el inventor le dijo que granos de trigo distribuidos de la siguiente forma: un grano de trigo para la primera casilla del tablero de ajedrez; dos para la segunda; cuatro para la tercera; ocho para la cuarta; y así, doblando sucesivamente hasta la sexagésima y última casilla del tablero. Un sabio le dijo al rey que la cantidad de grano solicitada equivalía a una montaña que tenía por base la ciudad donde residía el rey y era cien veces más alta que el Himalaya.

Las cantidades de granos de trigo de las casillas son: 1,2,4,8,16,32,64,128,256,512...

Esta sucesión de números corresponde a una progresión geométrica.

Calcula el término general de la progresión.

Calcula el número de granos de trigo que debe darle el rey al inventor del ajedrez.

#### XVII. LAS 90 MANZANAS

Un campesino tiene 3 hijas. Las mandó llamar a las tres muchachas y les dijo:

-Aquí hay 90 manzanas que tendréis que vender en el mercado. La mayor, llevará 50; La segunda llevará 30, y la menor, llevará las otras 10.

Si la mayor vende las manzanas al precio de siete por un euro, las otras tendrán que vender también al mismo precio es decir siete manzanas por un euro. Si la mayor vende las manzanas a tres euros cada una, ése será también el precio al que deberán vender las suyas sus hermanas. El negocio se hará de modo que las tres logren, con la venta de sus respectivas manzanas, una cantidad igual.

-¿Y no puedo deshacerme de alguna de las manzanas que llevo?, preguntó la mayor.

-De ningún modo, objetó el padre.

La condición es ésta: la mayor tiene que vender 50. La segunda venderá 30, y la pequeña sólo podrá vender las 10 que le quedan. Y las otras dos tendrán que venderlas al precio que la mayor las venda. Al final tendrán que haber logrado cuantías iguales.

¿Cómo lo resolveríais?

#### XVIII.

##### A. DEMOSTRACIÓN GRÁFICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS.

Considera un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mida 5 cm y sus catetos 3 y 4 cm respectivamente. Demuestra gráficamente el teorema. Para ello, dibuja sobre cada lado del triángulo un cuadrado. Comprueba que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa tiene un área exactamente igual a la suma de las áreas de los otros dos cuadrados construidos sobre los catetos.

##### B. EL ENJAMBRE DE ABEJAS

La quinta parte de un enjambre de abejas se posó en la flor de Kadamba, la tercera en una flor de Silinda, el triple de la diferencia entre estos dos números voló sobre una flor de Krutaja, y una abeja quedó sola en el aire, atraída por el perfume de un jazmín y de un pandanus. Dime, bella niña, cuál es el número de abejas que formaban el enjambre.

#### XIX.

### LOS TRES MARINEROS

Un navío que volvía de Serendib con un cargamento de especias, se vio sorprendido por una violenta tempestad. La embarcación habría sido destruida por la furia de las olas si no hubiera sido por la bravura y el esfuerzo de tres marineros que, en medio de la tempestad, manejaron las velas con pericia extremada. El capitán queriendo recompensar a los denodados marineros, les dio cierto número de catils. Este número, superior a doscientos, no llegaba a trescientos. Las monedas fueron colocadas en una caja para que al día siguiente, al desembarcar, el almojarife las repartiera entre los tres valerosos marineros.

Aconteció sin embargo que durante la noche uno de los marineros despertó, se acordó de las monedas y pensó: "Será mejor que quite mi parte. Así no tendré que discutir y pelearme con mis compañeros". Se levantó sin decir nada a sus compañeros y fue donde se hallaba el dinero. Lo dividió en tres partes iguales, más notó que la división no era exacta y que sobraba un catil. "Por culpa de esta miserable moneda pensó, habrá mañana una discusión entre nosotros. Es mejor tirarla". El marinero tiró la moneda al mar y volvió cauteloso a su camastro. Se llevaba su parte y dejaba en el mismo lugar la que correspondía a sus compañeros.

Horas después, el segundo marinero tuvo la misma idea. Fue al arca en que se había depositado el premio colectivo e ignorando que otro de sus compañeros había retirado su parte, dividió ésta en tres partes iguales. Sobraba también una moneda. El marinero, para evitar futuras discusiones, pensó de igual modo que lo mejor era echarla al mar, y así lo hizo. Luego regresó a su litera llevándose la parte a que se creía con derecho.

El tercer marinero, ¡Oh casualidad! tuvo también la misma idea. De igual modo, ignorando por completo que se le habían anticipado sus dos compañeros, se levantó de madrugada y fue a la caja de las monedas. Dividió las que hallara en tres partes iguales, mas el reparto también resultaba inexacto. Sobraba una moneda y, para no complicar el caso, el marinero optó también por tirarla al mar. Retiró su tercera parte y volvió tranquilo a su lecho.

Al día siguiente, llegada la hora de desembarcar, el almojarife del navío encontró un puñado de monedas en la caja. Las dividió en tres partes iguales y dio luego a cada uno de los marineros una de estas partes. Pero tampoco esta vez fue exacta la división. Sobraba una moneda que el almojarife se guardó como paga de su trabajo y de su habilidad. Desde luego, ninguno de los marineros reclamó pues cada uno de ellos estaba convencido de que ya había retirado de la caja la parte de dinero que le correspondía.

Preguntas:

¿Cuántas monedas había al principio?

¿Cuánto recibió cada uno de los marineros?

### CURIOSIDAD: EL NÚMERO 7

Los antiguos creían que ciertos números tenían poder mágico. Por ejemplo el tres era divino, el 7 número sagrado.

Podemos relacionar el número 7 con el 128, sabemos que  $128=2^7$  al 128 lo podemos dividir en cuatro números: 7,21,2,98 ( $7+21+2+98=128$ )y estos presentan una propiedad, el primer número aumentado en 7, el segundo disminuido en 7,el tercero multiplicado por 7,y el cuarto dividido 7,dan el mismo numero:

$$7+7=14$$

$$21-7=14$$

$$2\cdot 7=14$$

$$98/7=14$$

Por eso en la antigüedad se usaban medallas con esos números, de un lado el 128 y del otro el 7,21,2,98.O sea con relaciones al número 7 que es sagrado.

### XX. SISTEMAS DE NUMERACIÓN

XXI. Colocad 10 soldados en 5 filas de modo que cada fila tenga 4 soldados.

XXII.

XXIII.

A. LAS PERLAS DE RAJÀ

Un rajà dejó a sus hijas cierto número de perlas y determinó que la división se hiciera del siguiente modo: la hija mayor se quedaría con una perla y un séptimo de lo que quedara. La segunda hija recibiría dos perlas y un séptimo de la restante, la tercera joven recibiría 3 perlas y un séptimo de lo que quedara. Y así sucesivamente.”

Las hijas más jóvenes presentaron demanda ante el juez alegando que por ese complicado sistema de división resultaban fatalmente perjudicadas.

El juez, que según reza la tradición, era hábil en la resolución de problemas, respondió prestamente que las reclamantes estaban engañadas y que la división propuesta por el viejo rajà era justa y perfecta. Y tenía razón. Hecha la división, cada una de las hermanas recibió el mismo número de perlas.

¿Cuántas perlas había? ¿Cuántas eran las hijas del rajà?

B. EL NÚMERO CABALÍSTICO 142857

Este numero no es uno cualquiera. Realiza las siguientes operaciones con la calculadora y di que es lo que observas.

$$142857 \cdot 2 =$$

$$142857 \cdot 3 =$$

$$142857 \cdot 4 =$$

$$142857 \cdot 5 =$$

$$142857 \cdot 6 =$$

¿Qué pasa cuando se multiplica por números múltiplos de 7?

$$142857 \cdot 7 =$$

$$142857 \cdot 14 =$$

$$142857 \cdot 21 =$$

$$142857 \cdot 28 =$$

$$142857 \cdot 35 =$$

y si multiplicamos por:

$$142857 \cdot 8 = 1142856 \text{ si quitamos la primera cifra y la sumamos a la última da } 7.$$

$$142857 \cdot 9 = 1285713 \text{ si quitamos la primera cifra y la sumamos a la última da } 4.$$

Sigue multiplicando por 11, 12... y extrae más curiosidades.

XXIV. EL EPITAFIO DE DIOFANTO

El epitafio del célebre geómetra griego Diofanto dice:

“He aquí el túmulo de Diofanto –maravilla para quien lo contempla-; con artificio aritmético la piedra enseña su edad”.

“Dios le concedió pasar la sexta parte de su vida en la juventud; un duodécimo en la adolescencia; un séptimo en un estéril matrimonio. Pasaron cinco años más y le nació un hijo. Pero apenas este hijo había alcanzado la mitad de la edad del padre, cuando murió. Durante cuatro años más, mitigando su dolor con el estudio de la ciencia de los números, vivió Diofanto, antes de llegar al fin de su existencia”.

¿Qué edad tenía cuando murió?

CURIOSIDAD: LOS CUBOS DE 8 Y 27

Sin contar el uno el 8 y el 27 son los únicos números cubos e iguales también a la suma de las cifras de sus respectivos cubos. Veamos:

$$8^3 = 512 \text{ ----- } 5+1+2=8$$

$$27^3 = 19683 \text{ ----- } 1+9+6+8+3=27$$

## IES GUILLEM D' ALCALÀ

XXV.

XXVI.

### XXVII. LA CRIBA DE ERATÓSTENES

Busca información sobre Eratóstenes. (*¿284-192 a.C.?*) *Geómetra, poeta, astrónomo y atleta.*

Encuentra los números primos menores de 100 realizando la criba de Eratóstenes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	18	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

### XXVIII. LA FALSA INDUCCIÓN MATEMÁTICA

Di si es cierta la siguiente afirmación. En caso de no serla da un contraejemplo.

“La raíz cuadrada de un número de cuatro cifras se calcula sumando los números de dos cifras que lo forman”.

Ejemplos:

$$\sqrt{2025} = 20+25=45 \quad \sqrt{3025} = 30+25=55 \quad \sqrt{9801} = 98+01=99$$

XXIX.

XXX.

Busca información sobre Esopo. *Fabulista griego (siglo VII-VI a.C.)*

Redacta una fábula en la que intervengan elementos matemáticos.

### XXXI. LOS CINCO DISCOS

Había una vez una princesa que tenía tres pretendientes. Se les planteo una prueba. Aquel que la superara se casaría con la bella princesa. La prueba consistía en que de entre 5 discos, 2 negros y 3 blancos, se elegirían tres y se pondría uno en la espalda de cada pretendiente. Estos tendrían los ojos cubiertos y no sabrían que color son los discos que llevan. Luego, voluntariamente, se les preguntaría quién quiere ser el primero en contestar que color es su disco. Aquel que eligiera ser el primero se descubriría los ojos y miraría el color de los discos de sus compañeros antes de dar una respuesta, en caso de no acertar, el segundo se descubriría los ojos y podría mirar el color del disco del que aún lleva los ojos vendados. En caso de no acertar, el tercero debería responder la pregunta sin mirar ningún disco.

Empieza la prueba, y el primer pretendiente da la respuesta en privado y se equivoca. Se dice al resto de pretendientes que ha fallado pero sin decir el color que había respondido. A continuación, el segundo pretendiente da su respuesta y también se equivoca. Se le comunica al tercer pretendiente que el segundo también ha fallado. Por último, el tercer pretendiente aún con los ojos vendados responde y acierta.

¿Cuál fue la respuesta del tercer pretendiente?

¿Cómo descubrió el color de su disco?

### XXXII. LA PERLA MÁS LIGERA

Entre 8 perlas que tienen la misma forma, el mismo tamaño, el mismo color y mismo brillo, hay una que es un poco más ligera que el resto. Si dispones de una balanza y ninguna pesa, ¿cómo distinguirías la perla más ligera realizando a lo sumo dos pesadas?

### XXXIII. LOS OJOS NEGROS Y AZULES

Hay 5 esclavas con el rostro cubierto. Dos de ellas tienen los ojos negros y siempre dicen la verdad, las otras 3 tienen los ojos azules y son mentirosas.

Están colocadas en fila. Para descubrir de color tienen los ojos se les puede hacer una única pregunta a las esclavas. Tan solo hay posibilidad de preguntar a tres de ellas. La persona que las interroga hace las siguientes preguntas:

1. ¿De qué color tienes tus ojos? La esclava responde en un idioma desconocido con lo cual se desconoce la respuesta.
2. ¿Cuál es la respuesta que acaba de dar tu compañera? La esclava dice mis ojos son azules.
3. ¿De qué color son los ojos de estas dos jóvenes a las que acabo de interrogar? La primera tiene los ojos negros y la segunda azules.

Con tan solo esas dos respuestas descubrió el color de las 5 esclavas:

1ª ojos negros, 2ª ojos azules, 3ª ojos negros, 4ª ojos azules y 5ª ojos azules.

Razona como lo descubrió.

### XXXIV.

Busca información sobre Gengis Khan. *Fundador del imperio Mongol (1154-1227)*