

Qüestions de 3 punts

1. La mitjana de dos números és 2019. Un dels números és 2021, quin és l'altre?

- A) 2017      B) 2018      C) 2020      D) 2022      E) 2013

2. Un tren de joguina triga exactament 1 minut i 11 segons a fer una volta al circuit. Quant trigarà a fer sis voltes?

- A) 6 minuts i 56 segons  
 B) 7 minuts i 6 segons  
 C) 7 minuts i 16 segons  
 D) 7 minuts i 26 segons  
 E) 7 minuts i 36 segons

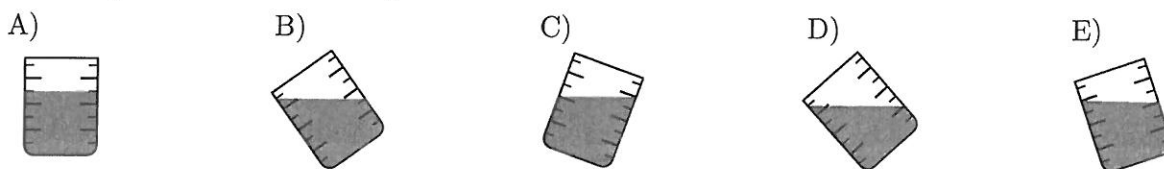
3. Una botiga de jocs matemàtics vol escriure a la porta el nom de la botiga, que és "MATES". Ara bé, la porta és de vidre i ho han d'escriure per la part de dintre. Naturalment cal que es veja bé des del carrer. Quina de les imatges següents indica com ho han d'escriure?

- A) **MATES**      B) **MAT32**      C) **2ETAM**      D) **SETAM**      E) **2ETAM**

4. Tirem tres daus estàndard simultàniament i sumem els punts obtinguts. Quantes sumes diferents podem obtenir?

- A) 14      B) 15      C) 16      D) 17      E) 18

5. Cinc gots idèntics contenen aigua. Quatre d'ells contenen la mateixa quantitat d'aigua. Quin és el que conté una quantitat diferent d'aigua?



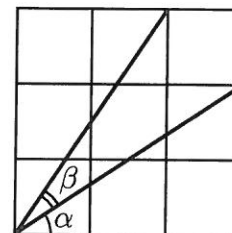
6. Un parc té cinc portes. Mònica vol entrar per una porta i eixir per una de diferent. De quantes maneres diferents ho pot fer?

- A) 25      B) 20      C) 16      D) 15      E) 10

7. Tres cangurs pesen un nombre enter de quilos diferents. La suma dels tres pesos és 97 kg. Quin pot ser el pes màxim del cangur més lleuger?

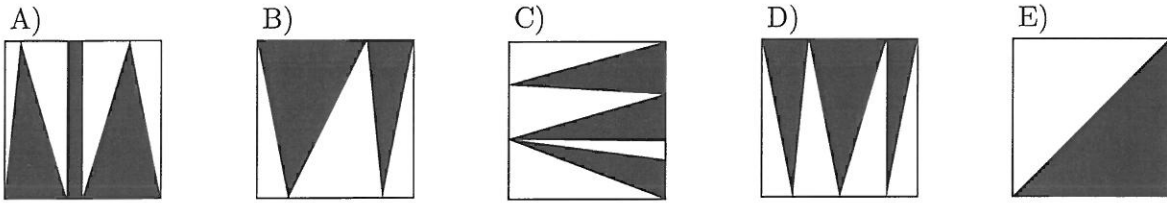
- A) 1 kg      B) 30 kg      C) 31 kg      D) 32 kg      E) 33 kg

8. En la figura dibuixada sobre una quadrícula de  $3 \times 3$ , quina de les afirmacions següents és certa?



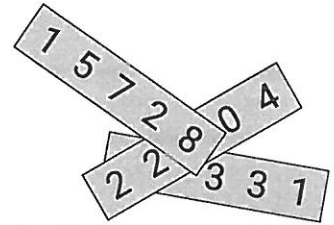
- A)  $\alpha = \beta$       B)  $2\alpha + \beta = 90^\circ$       C)  $\alpha + \beta = 60^\circ$   
 D)  $2\beta + \alpha = 90^\circ$       E)  $\alpha + \beta = 45^\circ$

9. A l'interior de cadascun de cinc quadrats iguals s'ha pintat una part de color negre. Quin quadrat té pintada una àrea més gran?



10. En cadascun del tres trossos de paper hi ha escrit un nombre de cinc xifres. Tres xifres estan tapades. La suma dels tres nombres és 57263. Quins són els tres dígitos tapats?

- A) 0, 2 i 2    B) 1, 2 i 9    C) 2, 4 i 9    D) 2, 7 i 8    E) 5, 7 i 8



### Qüestions de 4 punts

11. Un quadrat té els vèrtexs etiquetats amb les lletres  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  en el sentit de les agulles del rellotge. Es construeix un triangle equilàter amb vèrtexs  $A$ ,  $E$  i  $C$ , també etiquetat en el sentit de les agulles del rellotge. Quina és la mida en graus de l'angle  $\widehat{CBE}$  ?

- A)  $30^\circ$     B)  $45^\circ$     C)  $135^\circ$     D)  $145^\circ$     E)  $150^\circ$

12. Els nombres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  són nombres diferents del conjunt  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Quin és el valor més xicotet que pot tenir la suma de les dues fraccions  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  ?

- A)  $\frac{2}{10}$     B)  $\frac{3}{19}$     C)  $\frac{14}{45}$     D)  $\frac{29}{90}$     E)  $\frac{25}{72}$

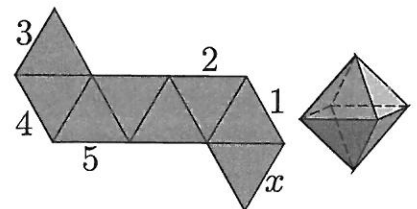
13. La bandera de Cangúria és un rectangle que té la raó altura : amplada igual a 3 : 5. La bandera està dividida en quatre rectangles d'àrees iguals, disposats com es veu a la figura. Quina és la raó entre les longituds dels costats del rectangle blanc?

- A) 1 : 3    B) 1 : 4    C) 2 : 7    D) 3 : 10    E) 4 : 15



14. El dibuix mostra un desenvolupament pla d'un octàedre. En construir l'octàedre, quin dels segments retolats amb 1, 2, 3, 4 i 5 coincidirà amb el segment indicat amb la lletra  $x$ ?

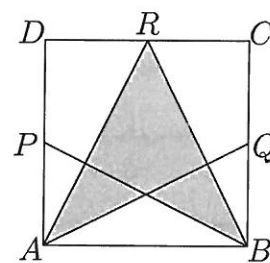
- A) L'1    B) El 2    C) El 3    D) El 4    E) El 5



15. Cadascuna de les cares d'un dau està marcada amb 1, 2 o 3 punts, de manera que la probabilitat d'obtenir un 1 és  $1/2$ , la probabilitat d'obtenir un 2 és  $1/3$  i la probabilitat d'obtenir un 3 és  $1/6$ . Quina de les imatges següents no pot ser una vista d'aquest dau?

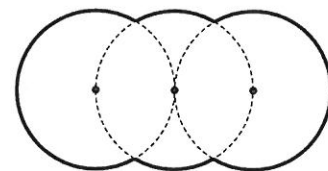


16. El diagrama mostra el quadrat  $ABCD$  amb  $P$ ,  $Q$  i  $R$ , els punts mitjans dels costats  $DA$ ,  $BC$  i  $CD$ , respectivament. Quina fracció de l'àrea del quadrat  $ABCD$  està ombrejada?



- A)  $\frac{3}{4}$       B)  $\frac{5}{8}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{7}{16}$       E)  $\frac{3}{8}$

17. La figura del dibuix està formada per arcs de tres circumferències iguals de radi  $R$  que tenen els centres en una línia recta. La circumferència del mig passa pels centres de les altres dues. Quin és el perímetre de la figura?



- A)  $\frac{10\pi R}{3}$       B)  $\frac{5\pi R}{3}$       C)  $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$       D)  $2\pi R\sqrt{3}$       E)  $4\pi R$

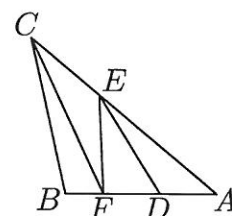
18. La suma  $a + a + a + b + b + b + b$  de les set xifres del número  $\overline{aaabbbb}$  és igual al nombre de dues xifres  $\overline{ab}$ . Quant val  $a + b$  ?

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

19. Posem 60 pomes i 60 peres en caixes, de manera que totes les caixes tenen el mateix nombre de pomes i no hi ha dues caixes amb la mateixa quantitat de peres. Quin és el nombre més gran de caixes que permet aquesta distribució?

- A) 20      B) 15      C) 12      D) 10      E) 6

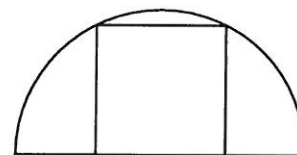
20. A l'interior del triangle  $\triangle ABC$  hem traçat els segments  $CF$ ,  $FE$  i  $ED$ , que el divideixen en quatre triangles d'igual àrea. Determineu el valor de la raó  $AF/DB$ .



- A) 1      B)  $9/8$       C)  $8/7$       D)  $7/6$       E)  $6/5$

## Qüestions de 5 punts

21. Un quadrat té dos vèrtexs en una semicircumferència i els altres dos en el diàmetre, tal com mostra el dibuix. El radi de la circumferència és 1 cm. Quina és l'àrea del quadrat?



- A)  $\frac{4}{5} \text{ cm}^2$       B)  $\frac{\pi}{4} \text{ cm}^2$       C)  $1 \text{ cm}^2$       D)  $\frac{4}{3} \text{ cm}^2$       E)  $\frac{2}{\sqrt{3}} \text{ cm}^2$

22. S'han marcat dos punts en un disc que gira al voltant del seu centre. Un dels punts està 3 cm més lluny del centre que l'altre i es mou a una velocitat 2,5 vegades més ràpida. Quina és la distància del centre a aquest punt més allunyat?

- A) 10 cm      B) 9 cm      C) 8 cm      D) 6 cm      E) 5 cm

23. Hem escrit tots els nombres enters de l'1 al 99 ordenats un al costat de l'altre. Hem agrupat les xifres de la seqüència obtinguda en blocs de tres xifres (en diem *trios*):

123456789101112...979899  $\rightarrow$  (123)(456)(789)(101)(112)...(979)(899)

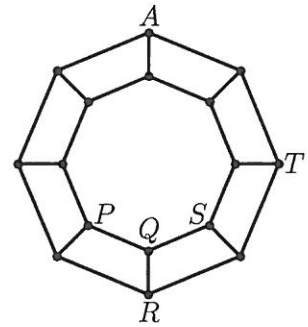
Quin dels trios següents no és cap dels que s'han obtingut?

- A) (222)      B) (444)      C) (464)      D) (475)      E) (888)

24. Quants plans passen per tres vèrtexs d'un cub però no per quatre?

- A) 1                      B) 2                      C) 4                      D) 8                      E) 12

25. En la figura es pot veure un graf format per 16 vèrtexs i uns segments que connecten cada vèrtex amb uns altres tres. Una formiga parteix del vèrtex  $A$  per fer un seguit de moviments. Un moviment consisteix a anar d'un vèrtex a un vèrtex veí seguint el segment que els connecta. En quin dels vèrtexs  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  i  $T$  hi pot estar la formiga després de fer 2019 moviments?



- A) Només a  $P$ ,  $R$  o  $S$ . No a  $Q$  ni a  $T$   
 B) Només a  $P$ ,  $R$ ,  $S$  o  $T$ . No a  $Q$   
 C) Només a  $Q$   
 D) Només a  $T$   
 E) És possible que sigui a qualsevol dels cinc vèrtexs  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $S$  o  $T$ .

26. Els nombres  $a$ ,  $b$ , i  $c$  són nombres de tres xifres entre 100 i 999, ambdós inclosos. Cadascun té la primera i la tercera xifra iguals. A més  $b = 2a + 1$  i  $c = 2b + 1$ . Quants valors diferents pot prendre el nombre  $a$ ?

- A) Cap                      B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) Més de tres

27. Posem un enter positiu en cada un dels vèrtexs d'un quadrat. Si dos nombres estan connectats per un costat, un és múltiple de l'altre. En canvi, si dos nombres són als extrems de la mateixa diagonal, cap dels dos no és múltiple de l'altre. Quin és el valor més xicotet que pot tenir la suma dels quatre nombres?

- A) 12                      B) 24                      C) 30                      D) 35                      E) 60

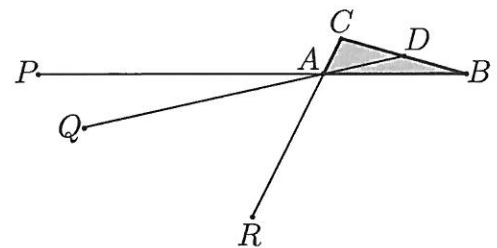
28. Quina és la quantitat més xicoteta de nombres que es poden suprimir del conjunt

$$\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$$

per tal que el producte dels elements restants sigui un quadrat perfecte?

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4                      E) 5

29. El triangle  $\triangle ABC$  té àrea  $k$  i  $D$  és el punt mitjà de  $BC$ . Els punts  $P$ ,  $Q$  i  $R$  són a les rectes  $AB$ ,  $AD$  i  $AC$ , respectivament, tal com mostra la figura, de manera que  $\overline{AP} = 2 \cdot \overline{AB}$ ,  $\overline{AQ} = 3 \cdot \overline{AD}$  i  $\overline{AR} = 4 \cdot \overline{AC}$ . Quina és l'àrea del triangle  $\triangle PQR$  ?



- A)  $k$                       B)  $2k$                       C)  $3k$                       D)  $\frac{1}{2}k$   
 E) 0, perquè els punts  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  estan alineats.

30. Quants nombres enters del conjunt  $\{1000, 1001, 1002, 1003, \dots, 1998, 1999\}$  tenen la propietat que, si en suprimim una xifra qualsevol, el nombre que en resulta és un divisor del nombre original?

- A) 5                      B) 9                      C) 14                      D) 19                      E) Cap

