

UNITÉ 7: LA TRIGONOMÉTRIE

D'abord il faut rappeler:

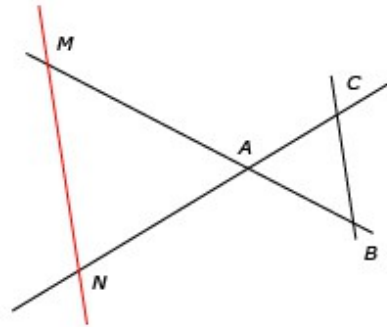
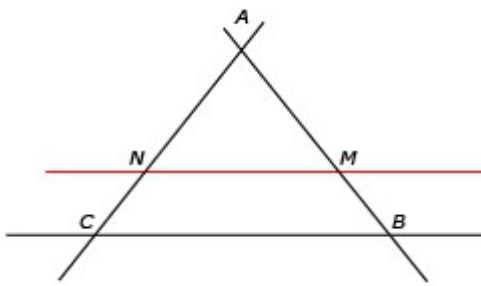
1. Le théorème de Thalès:

1.2. Configurations de Thalès

On appelle **configuration de Thalès** une figure telle que:

- ABC et AMN sont deux triangles;
- $M \in (AB)$;
- $N \in (AC)$.

Il y a deux cas:



2.2. Théorème de Thalès

Théorème de Thalès

Si les triangles ABC et AMN forment une configuration de Thalès et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors ces triangles ont leurs côtés proportionnels et on a:

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$

Exemple:

On donne $AC = 5$ cm ; $AN = 3$ cm ; $AB = 7$ cm et $(NM) \parallel (CB)$. Calculer AM .

Les droites (d) et (d') sont sécantes en A ; $N \in (d')$ et $C \in (d)$; $M \in (d)$ et $B \in (d)$.

De plus, $(NM) \parallel (CB)$.

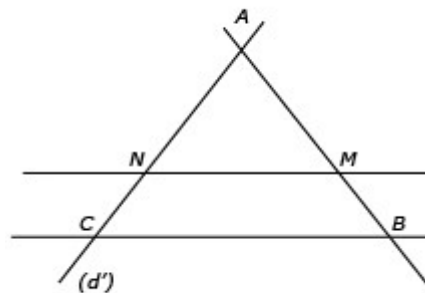
D'après le théorème de Thalès, on a:

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}.$$

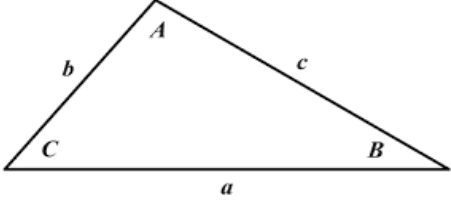
$$\text{Soit } \frac{7}{AM} = \frac{5}{3} = \frac{BC}{MN}.$$

En utilisant le produit en « X », on en déduit que

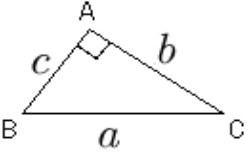
$$AM = \frac{7 \times 3}{5} = 4,2 \text{ cm.}$$



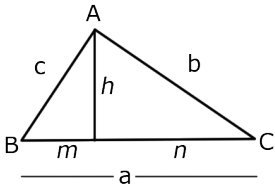
2. Propriétés des triangles

	<p>- On peut construire un triangle dont on connaît la longueur de chacun des trois côtés si la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres.</p> <p style="text-align: center;">$a < b+c$</p> <p>- En plus, dans tout triangle, la mesure d'un côté quelconque est plus petite que la somme des mesures des deux autres côtés</p> <p style="text-align: center;">$a < b+c ; b < a+c ; c < a+b$</p>
<p>- La somme des mesures des angles intérieurs d'un triangle est de 180 degrés.</p> <p style="text-align: center;">$A+B+C=180^\circ$</p>	<p>- Dans tout triangle, au plus grand angle est opposé le plus grand côté.</p> <p style="text-align: center;">Si $A > B$ alors $a > b$</p>

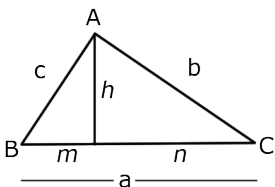
3. Théorème de Pythagore.

 <p style="text-align: center;">$a^2 = b^2 + c^2$</p>	<p>Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des cathètes.</p>
--	---

4. Théorème de la cathète.

 <p style="text-align: center;">$c^2 = m \cdot a$ et $b^2 = n \cdot b$</p>	<p>Dans un triangle rectangle, la mesure de chaque côté de l'angle droit est la moyenne proportionnelle entre la mesure de sa projection sur l'hypoténuse et celle de l'hypoténuse entière.</p>
---	---

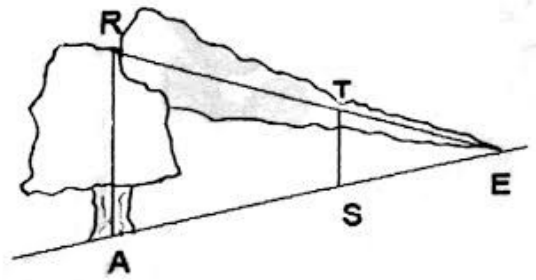
5. Théorème de la hauteur.

 <p style="text-align: center;">$h^2 = m \cdot n$</p>	<p>Dans un triangle rectangle, la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit est moyenne proportionnelle entre les mesures des deux segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse.</p>
---	---

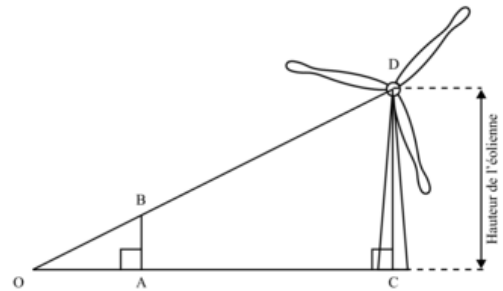
Remarque: la moyenne proportionnelle entre deux nombres a et b (positifs) c'est le nombre p tel que : $\frac{a}{p} = \frac{p}{b}$. C'est-à-dire, $p^2 = a \cdot b$.

EXERCICES DU THÉORÈME DE THALÈS:

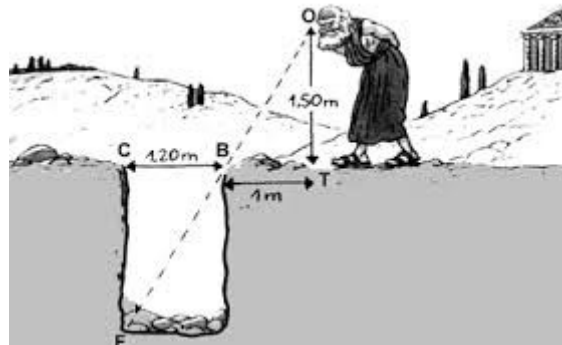
- Un arbre poussant verticalement sur le flanc d'une colline a été cassé en R par la foudre. Sa pointe touche le sol à 12 m du pied. Un bâton ST est placé verticalement. Quelle était la hauteur totale (AR + RE) de l'arbre en sachant que : ST = 2m , ES = 4 m et ET = 5 m



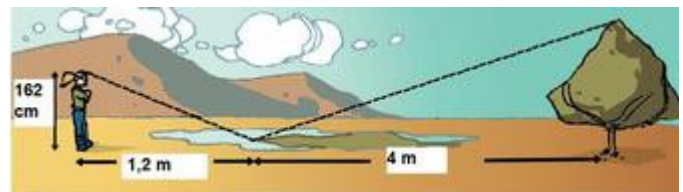
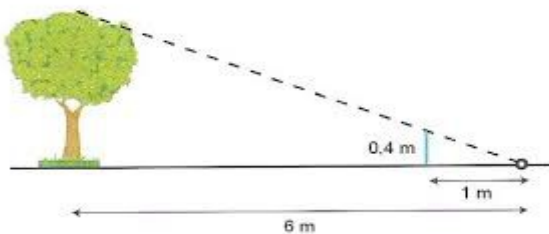
- Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants :
 - Les points O,A et C sont alignés ;
 - les points O,B et D sont alignés ;
 - les angles OAB et OCB sont droits ;
 - OA = 11 m ; AC = 594 m et AB = 1.5 m .
 Quelle est la hauteur de l'éolienne ?



- Un puits a un diamètre de 1,2 m. Thalès veut connaître la profondeur de ce puits. Pour cela, il recule jusqu'à ce que le fond F du puits, le bord B du puits et ses yeux O soient alignés. Il est alors situé à 1 m de bord B du puits. En s'aidant du dessin suivant (il n'est pas à l'échelle), calculez la profondeur.



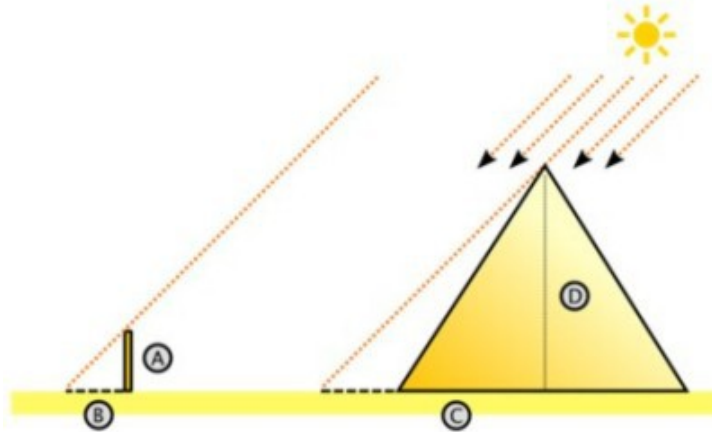
- Calculez la hauteur des arbres:



- La taille de l'enfant de l'illustration est de 1,5 mètres, et la hauteur du réverbère est de 6 mètres. Calculez la valeur de x.

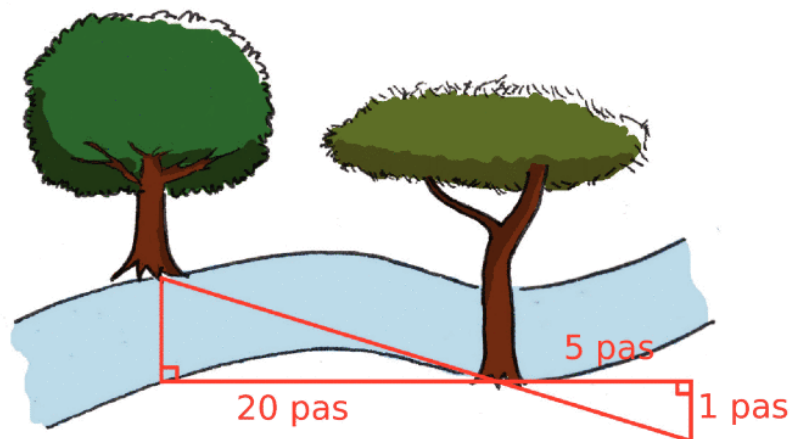


6. Le but de cet exercice est de calculer la hauteur de la pyramide de Kéops en utilisant la longueur de son ombre.
 la pyramide de kéops est une pyramide régulière à base carrée de côté 440 coudées royales. La partie visible de l'ombre de la pyramide mesure 343.5 coudées royales. Le bâton utilisé mesure 1.9 coudées royales et son ombre 3.8 coudées royales



Remarque: 1coudée royale (il s'agit de la mesure de référence du système de mesures égyptien) équivaut à 52.4 cm

7. Par un beau dimanche ensoleillé , julien se promène au pied de la montagne Sainte Victoire au bord de la rivière Arc . Il se demande quelle est la largeur de cette rivière . Il prend alors des repères , compte ses pas et dessine le schéma ci-dessous :



- a) Quelle est , en nombre de pas , la largeur de la rivière?
 b) Julien estime la longueur de son pas a 65cm . Donne une valeur approché de la largeur de la rivière en centimètres .

DÉFINITION: La **trigonométrie** est une branche des mathématiques qui traite des relations entre distances et angles dans les triangles.

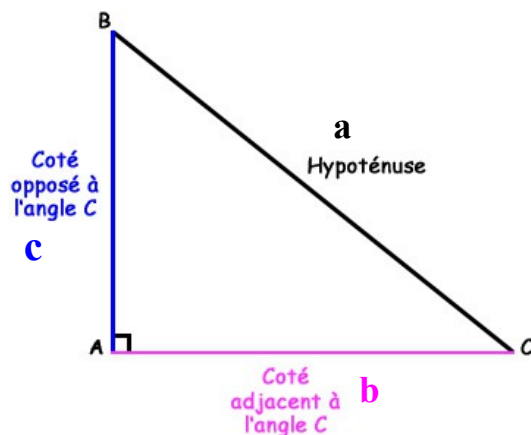
RAPPELEZ:

Le **radian** est l'amplitude d'un angle au centre d'un cercle qui intercepte un arc de longueur égale au rayon du cercle.

360° ÉQUIVAUT A 2π rad 180° ÉQUIVAUT A π rad 90° ÉQUIVAUT A $\frac{\pi}{2}$ rad

REMARQUE: calculatrice: mode DEG pour le degrés et mode RAD pour le radians.

1. Des rapports trigonométriques d'un angle aigu ($0^\circ < C < 90^\circ$)



Sinus: $\sin C = \frac{\text{côté opposé à } C}{\text{hypoténuse}} = \frac{c}{a}$

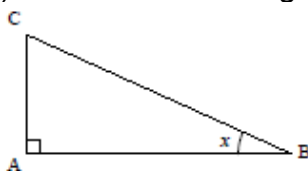
Cosinus: $\cos C = \frac{\text{côté adjacent à } C}{\text{hypoténuse}} = \frac{b}{a}$

Tangente: $\tan C = \frac{\text{côté opposé à } C}{\text{côté adjacent à } C} = \frac{c}{b}$

Exercice:

ABC est un triangle rectangle en A.

a) On considère l'angle aigu x:

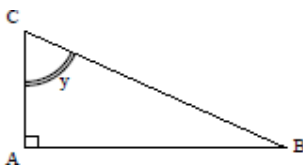


- Quel est le côté opposé à x?
- Quel est le côté adjacent à x?
- Quelle est l'hypoténuse?

b) Écrivez une formule faisant intervenir:

- l'angle x, AB et AC
- l'angle x, AB et BC
- l'angle x, AC et BC

c) On considère maintenant l'angle aigu y:



- Quel est le côté opposé à y?
- Quel est le côté adjacent à y?
- Quelle est l'hypoténuse?

d) Écrivez une formule faisant intervenir:

- l'angle y, AB et AC
- l'angle y, AB et BC
- l'angle y, AC et BC

2. Des relations entre les rapports d'un angle aigu α

La tangente : $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

démonstration:

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{c}{a}}{\frac{b}{a}} = \frac{c}{b} = \tan \alpha$$

La relation fondamentale de la trigonométrie: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

démonstration:

Théorème de Pythagore: $a^2 = b^2 + c^2$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \frac{c^2 + b^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1$$

Le cosinus et le sinus de **n'importe quel angle** aigu sont compris entre 0 et 1

Exemple:

Utilise la relation fondamentale de la trigonométrie pour calculer le cosinus et la tangente de α , en sachant que $\sin \alpha = \frac{1}{2}$

Réponse:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

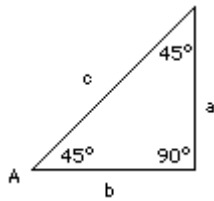
$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \frac{1}{4} + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \rightarrow \cos \alpha = \pm \sqrt{\frac{3}{4}} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Mais attention α est aigu, alors le cosinus est positif $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

3. Des rapports trigonométriques des angles 30°, 45° et 60°



Dans un triangle rectangle isocèle, les angles aigus mesurent chacun 45° et les cathètes a et b sont égales (a=b)

En utilisant le théorème de Pythagore, on a

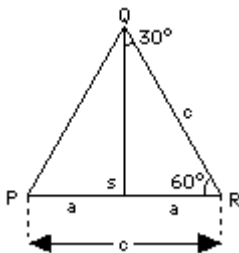
$$c = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

Alors les rapports trigonométriques de 45° sont:

$$\sin 45^\circ = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{2} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{2} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{a}{a} = 1$$



Dans un triangle équilatéral, tous les angles mesurent 60°.

On trace la hauteur (h) issue du sommet Q. La hauteur partage le triangle en deux triangles rectangles 30-60 accolés.

En utilisant le théorème de Pythagore, on a

$$h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} = \frac{\sqrt{3} \cdot c}{2}$$

Alors les rapports trigonométriques de 30° et 60° sont:

$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{h}{c} = \frac{\frac{\sqrt{3} \cdot c}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{h}{c} = \frac{\frac{\sqrt{3} \cdot c}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{\sqrt{3} \cdot c}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{h}{\frac{c}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{3} \cdot c}{2}}{\frac{c}{2}} = \sqrt{3}$$

Exercices:

1. Calcule la valeur des expressions suivantes:

a) $\cos 30^\circ - \sin 60^\circ + \tan 45^\circ$

b) $\cos^2 60^\circ - \sin^2 45^\circ$

c) $\tan 60^\circ + \sin 45^\circ - \cos^2 30^\circ$

d) $\tan 30^\circ + \tan 60^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$

2. Détermine la hauteur d'un triangle équilatéral de côté 5 cm. Vous ne pouvez pas utiliser le théorème de Pythagore.

3. Trouve, en utilisant les rapports trigonométriques la diagonale d'un carré de côté 3 cm.

LA CALCULATRICE

4. Trouve les rapports trigonométriques des angles suivants avec l'aide de la calculatrice:

a) 27°

d) 65°

g) 227°

b) 33°

e) 100°

h) 345°

c) 80°

f) 130°

i) 180°



5. Calcule l'angle aigu avec la calculatrice, en sachant que:

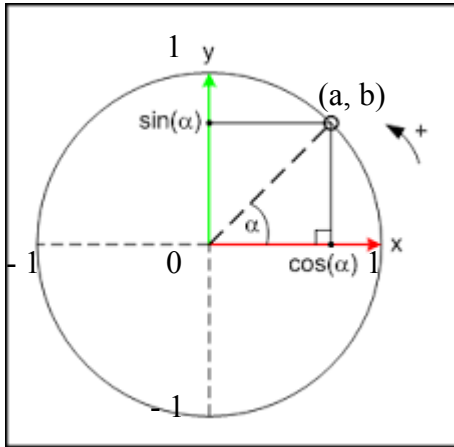
a) $\sin \alpha = 0,5 \longrightarrow \alpha = \arcsin(0,5) =$

b) $\cos \alpha = 0,5 \longrightarrow \alpha = \arccos(0,5) =$

c) $\tan \alpha = 1 \longrightarrow \alpha = \arctan(1) =$

d) $\sin \alpha = 0 \longrightarrow \alpha = \arcsin(0) =$

4. Des rapports trigonométriques de n'importe quel angle.



D'abord on doit définir le **cercle trigonométrique** (*circunferencia goniométrica en español*). Le cercle trigonométrique est un cercle qui permet d'illustrer et de définir des notions comme celles d'angle, de radian et les rapports trigonométriques: cosinus, sinus, tangente. Il s'agit du cercle dont le **rayon** est égal à 1 et qui est centré sur l'origine du repère.

Remarque: Si le rayon est égal à 1, c'est-à-dire hypoténuse égal à 1, alors:

$$\sin \alpha = b ; \cos \alpha = a \text{ et } \tan \alpha = \frac{b}{a}$$

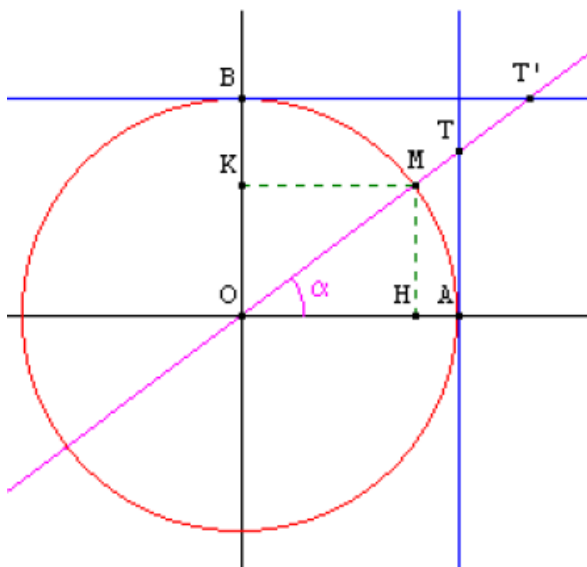
Trois nouveaux rapports trigonométriques: Sécante, cosécante et cotangente.

La sécante est l'inverse multiplicatif du cosinus. $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$

La cosécante est l'inverse multiplicatif du sinus. $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$

La cotangente est l'inverse multiplicatif de la tangente. $\operatorname{cotan} \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

Représentation des rapports trigonométriques sur le cercle trigonométrique



$$OA=1$$

$$OH=\cos \alpha$$

$$OK=\sin \alpha$$

$$AT=\tan \alpha$$

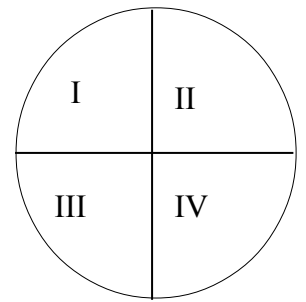
$$BT'=\operatorname{Cotan} \alpha$$

$$OT=\operatorname{Sec} \alpha$$

$$OT'=\operatorname{Cosec} \alpha$$

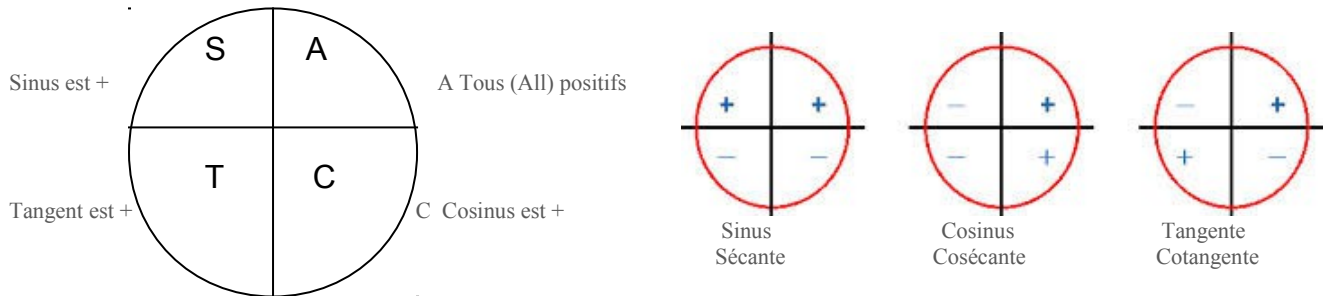
Le signe des rapports trigonométriques

Le cercle trigonométrique est divisé par les axes en 4 parts appelées quadrants, généralement numérotés de I à IV



Le signe de des rapports trigonométriques change selon le quadrant.

La règle de CAST aide à se souvenir de ces changements (comme suit):



Bref,

	1 ^{er} quadrant De 0° à 90°	2 ^{ème} quadrant De 90° à 180°	3 ^{ème} quadrant De 180° à 270°	4 ^{ème} quadrant De 270° à 360°
$\sin \alpha$ / $\operatorname{cosec} \alpha$	+	+	-	-
$\cos \alpha$ / $\sec \alpha$	+	-	-	+
$\tan \alpha$ / $\cotan \alpha$	+	-	+	-

Des rapports trigonométriques des angles 0°, 90°, 180, 270° et 90°

	0° / 360°	90°	180°	270°
$\sin \alpha$	0	1	0	-1
$\cos \alpha$	1	0	-1	0
$\tan \alpha$	0	Il n'existe pas	0	Il n'existe pas

Exercices:

1. Détermine dans quel quadrant se trouve α :

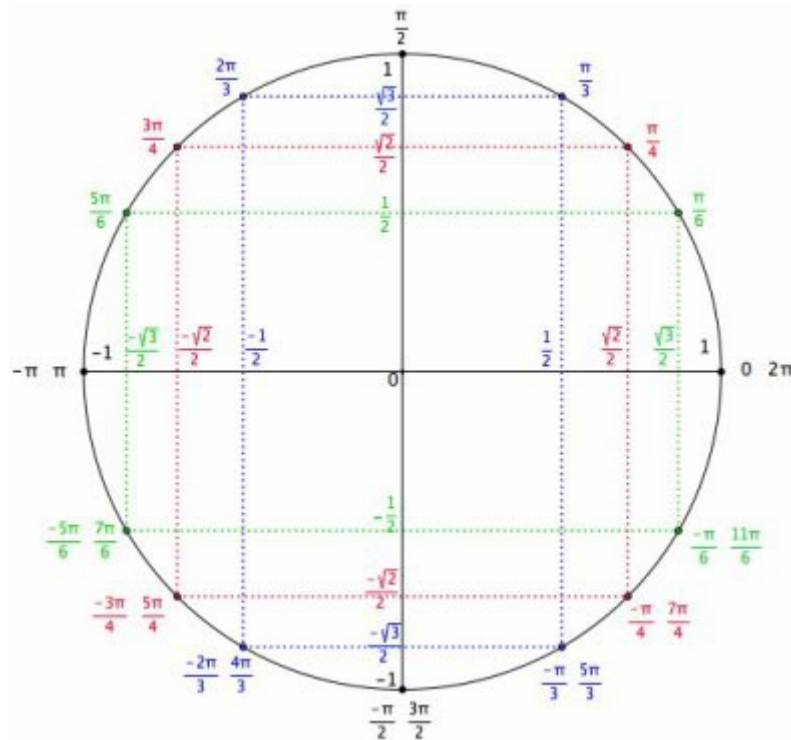
1. $\sin \alpha = 0,8$ et $\cos \alpha = -0,6$
2. $\sin \beta = -0,8$ et $\cos \beta = -0,6$
3. $\sin \gamma = 0,5$ et $\cos \gamma = 0,57$

2. Indique le signe qui ont les rapports trigonométriques des angles suivants:

- | | |
|---------|---------|
| a) 66° | d) 18° |
| b) 175° | e) 135° |
| c) 342° | f) 248° |

La correspondance des angles degrés-radians

- On peut identifier chaque angle avec un point du plan.
- Le périmètre du cercle trigonométrique est égal à 2π
- On a la correspondance 2π radians = 360 degrés
- Le sens trigonométrique est le sens inverse des aiguilles d’une montre.



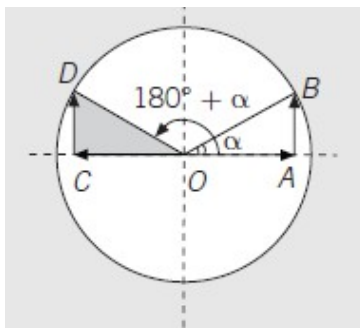
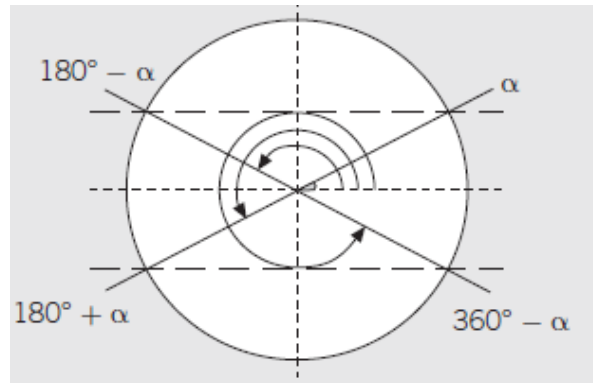
Exercices:

1. Trouvez la correspondance en degrés pour les angles du cercle trigonométrique.

2. Complète le tableau suivant:

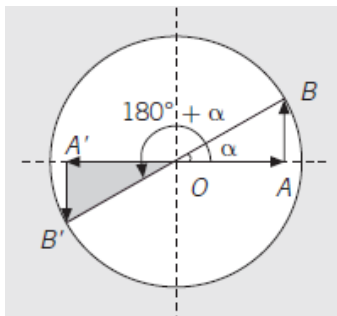
Angle en degrés	Angle en radians
10°	
12°	
15°	
60°	
150°	
198°	

La réduction des angles au premier quadrant



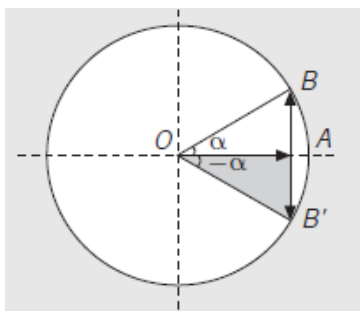
$$\beta = 180 - \alpha \in \text{II}$$

$$\begin{aligned}\sin \beta &= \sin (180 - \alpha) = \sin \alpha \\ \cos \beta &= \cos (180 - \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan \beta &= \tan (180 - \alpha) = -\tan \alpha\end{aligned}$$



$$\beta = 180 + \alpha \in \text{III}$$

$$\begin{aligned}\sin \beta &= \sin (180 + \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos \beta &= \cos (180 + \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan \beta &= \tan (180 + \alpha) = \tan \alpha\end{aligned}$$



$$\beta = 360 - \alpha \in \text{IV}$$

$$\begin{aligned}\sin \beta &= \sin (360 - \alpha) = -\sin \alpha \\ \cos \beta &= \cos (360 - \alpha) = \cos \alpha \\ \tan \beta &= \tan (360 - \alpha) = -\tan \alpha\end{aligned}$$

Exercice:

Sachant que $\cos 50^\circ = 0,6428$, déterminer les rapports trigonométriques de:

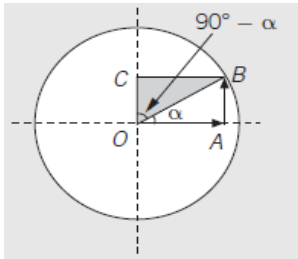
a) 130°

b) 230°

c) 310°

Des rapports trigonométriques des angles complémentaires.

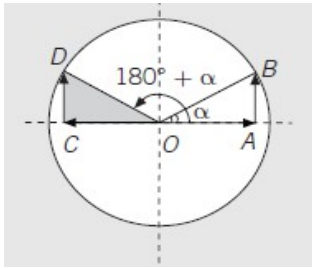
Deux angles α et β sont dits angles complémentaires lorsque leur somme fait 90 degrés. C'est-à-dire $\alpha + \beta = 90^\circ$, ainsi $\beta = 90^\circ - \alpha$



$$\begin{aligned}\sin \beta &= \sin (90 - \alpha) = \cos \alpha \\ \cos \beta &= \cos (90 - \alpha) = \sin \alpha \\ \tan \beta &= \tan (90 - \alpha) = \cotan \alpha\end{aligned}$$

Des rapports trigonométriques des angles supplémentaires.

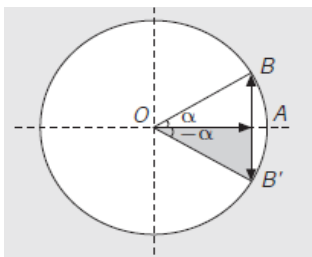
Deux angles α et β sont dits angles supplémentaires lorsque leur somme fait 180 degrés. C'est-à-dire $\alpha + \beta = 180^\circ$, ainsi $\beta = 180^\circ - \alpha$



$$\begin{aligned}\sin \beta &= \sin (180 - \alpha) = \sin \alpha \\ \cos \beta &= \cos (180 - \alpha) = -\cos \alpha \\ \tan \beta &= \tan (180 - \alpha) = -\tan \alpha\end{aligned}$$

Des rapports trigonométriques des angles opposés.

Deux angles α et β sont dits angles opposés lorsque leur somme fait 0 degrés. C'est-à-dire $\alpha + \beta = 0^\circ$, ainsi $\beta = -\alpha$



$$\begin{aligned}\sin \beta &= \sin (\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos \beta &= \cos (-\alpha) = \cos \alpha \\ \tan \beta &= \tan (-\alpha) = -\tan \alpha\end{aligned}$$

Exercice:

Sachant que $\sin \alpha = 0,6$ et $\cos \alpha = 0,8$. Calcule les rapports trigonométriques de l'angle:

- Complémentaire.
- Supplémentaire.
- Opposé.

Remarque: Si on veut tomber l'angle $-\alpha$ dans l'intervalle $(0^\circ, 360^\circ)$ on doit chercher un nombre de tours à rajouter à $-\alpha$

Exemple:

Tombe les angles -45° et -650° dans l'intervalle $(0^\circ, 360^\circ)$

Réponse:

$$-45^\circ \longrightarrow -45^\circ + 360^\circ = -45 + 1 \cdot 360^\circ \longrightarrow 315^\circ \text{ (nombre de tours=1)}$$

$$-650^\circ \longrightarrow -650^\circ + 360^\circ + 360^\circ = -650^\circ + 2 \cdot 360^\circ \longrightarrow 70^\circ \text{ (nombre de tours=2)}$$

Des rapports trigonométriques des angles supérieurs à 360° .

Pour calculer les rapports trigonométriques d'un angle α supérieur à 360° , on doit chercher un nombre de tours à retrancher à α pour tomber dans l'intervalle $(0^\circ, 360^\circ)$.

Evidemment, on doit effectuer la division euclidienne $\alpha \div 360^\circ$, où l'angle que l'on cherche est le reste et le quotient est le nombre de tours.

$$\alpha = 360^\circ \cdot k + r \quad \text{où } k = \text{nombre de tours}$$

Les rapports de l'angle α supérieur à 360° correspondent aux rapports trigonométriques du reste de la division.

$$\sin \alpha = \sin r$$

$$\cos \alpha = \cos r$$

$$\tan \alpha = \tan r$$

Exemple:

Détermine les rapports trigonométriques de 1470°

Réponse:

$$1470 \div 360 = 4,175, \text{ alors } 1470^\circ = 30^\circ + 4 \cdot 360^\circ \text{ (nombre de tours=4)}$$

$$\sin 1470^\circ = \sin 30^\circ$$

$$\cos 1470^\circ = \cos 30^\circ$$

$$\tan 1470^\circ = \tan 30^\circ$$

Exercice:

Détermine les rapports trigonométriques des angles suivants:

a) $\alpha = 2222^\circ$

b) $\alpha = -780^\circ$

5. Des applications de la trigonométrie (Des triangles rectangles).

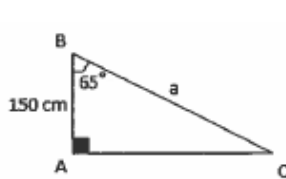
5.1 Le calcul des longueurs et des aires.

Les rapports trigonométriques permettent de calculer la longueur des côtés et l'aire de certaines figures géométriques.

Pour le réussir, il faut connaître du moins trois données, un d'entre les données doit être un côté.

Exemple:

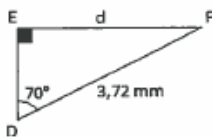
1. Quelle est la mesure de a ?



$$\cos 65^\circ = \frac{150}{a}$$

$$a = \frac{150}{\cos 65} = 354,93 \text{ cm}$$

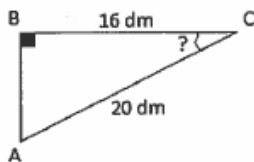
2. Quelle est la mesure de d ?



$$\sin 70^\circ = \frac{d}{3,72}$$

$$d = 3,72 \cdot \sin 70 = 3,495 \text{ mm}$$

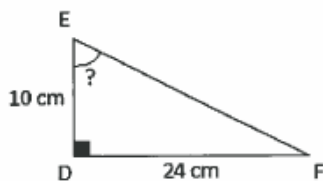
3. Quelle est la mesure de l'angle C ?



$$\cos C^\circ = \frac{16}{20}$$

$$C = \arccos\left(\frac{16}{20}\right) = 36,8698^\circ \approx 36^\circ 52' 11,63''$$

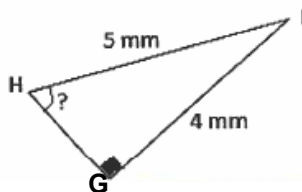
4. Quelle est la mesure de l'angle E ?



$$\tan E^\circ = \frac{24}{10}$$

$$E = \arctan\left(\frac{24}{10}\right) = 67,38^\circ \approx 67^\circ 22' 48,49''$$

5. Quelle est la mesure de l'angle H ?



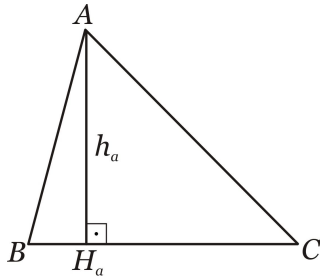
$$\sin H^\circ = \frac{4}{5}$$

$$H = \arcsin\left(\frac{4}{5}\right) = 53,13^\circ \approx 53^\circ 7' 48,37''$$

Exemple:

Déterminer l'aire du triangle suivant en sachant que $AB=2\text{cm}$, $BC=3\text{cm}$ et l'angle

$ABC=60^\circ$



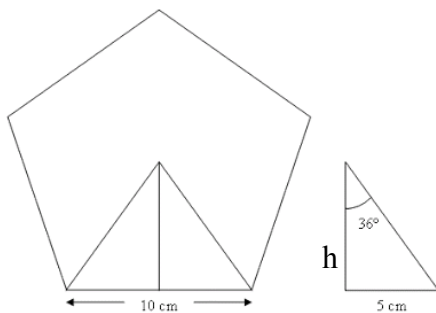
$$\sin B = \frac{AH}{AB}$$

$$\sin B = \frac{h}{2} \rightarrow h = 2 \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\text{cm}$$

$$\text{Aire} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \text{cm}^2$$

Exemple:

Calculer l'aire d'un pentagone régulier de 10 cm de côté



$$\tan 36 = \frac{5}{h}$$

$$h = \frac{5}{\tan 36} = 6.8819\text{cm} \quad (\text{apothème})$$

$$\text{Périmètre} = 5 \cdot \text{côté} = 5 \cdot 10 = 50\text{cm}$$

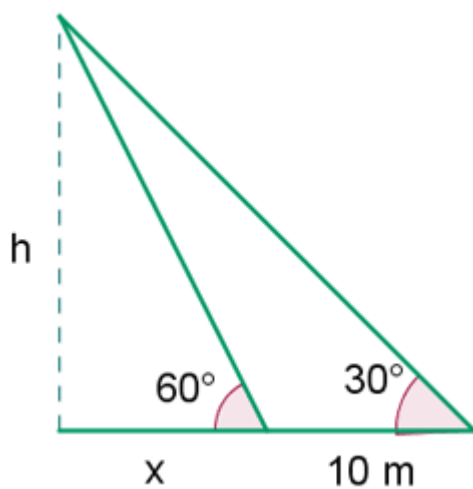
$$\text{Aire} = \frac{\text{périmètre} \times \text{apothème}}{2} = \frac{50 \cdot 6.8819}{2} = 172.0477\text{cm}^2$$

5.2 Le calcul des distances inaccessibles.

La trigonométrie est un outil mathématique employé pour déterminer des distances inaccessibles en astronomie, topographie, navigation.

Exemple:

Calculer la valeur de x et h .



$$\tan 60 = \frac{h}{x} \rightarrow h = x \cdot \tan 60$$

$$\tan 30 = \frac{h}{x+10} \rightarrow h = (x+10) \cdot \tan 30$$

$$x \cdot \tan 60 = (x+10) \cdot \tan 30$$

$$x \tan 60 - x \tan 30 = 10$$

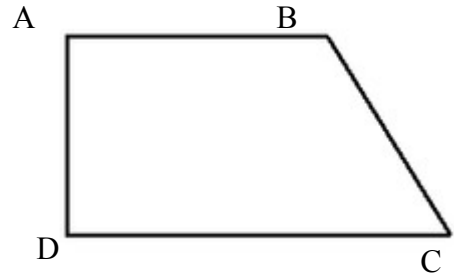
$$x\sqrt{3} - x \frac{\sqrt{3}}{3} = 10$$

$$x \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = 10$$

$$x = 10 \div \left(\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) = 8.66\text{m}$$

Exercices:

1. Le trapèze rectangle ABCD ci-contre est tel que $AB=5\text{cm}$, $AD=4\text{cm}$ et l'angle $DCB=60^\circ$. Déterminer les valeurs du périmètre et de l'aire de ce trapèze.

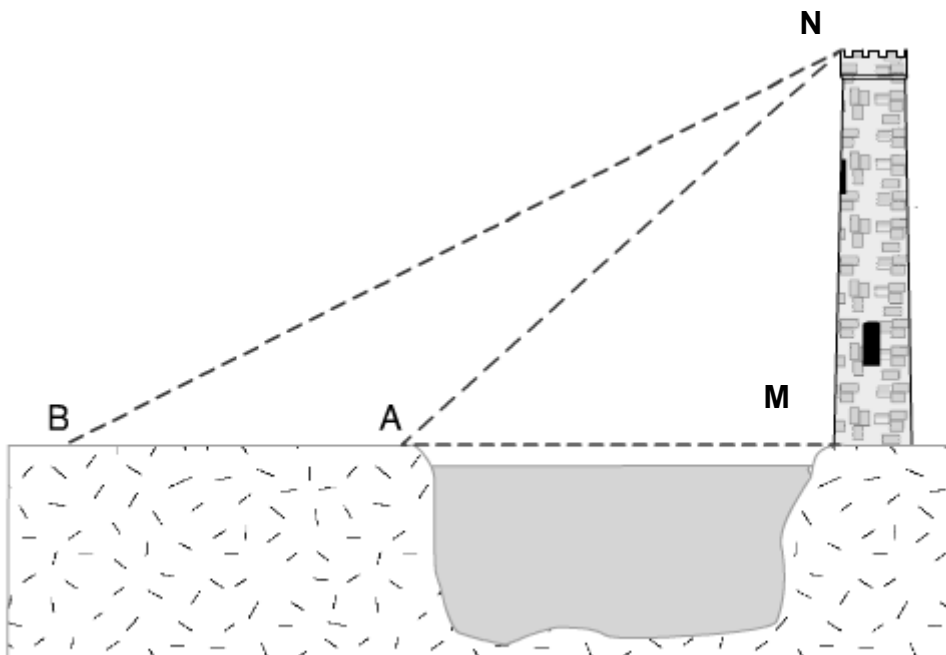


2. Calculer la hauteur d'un triangle isocèle dont l'angle au sommet mesure 45° et les côtés adjacents égaux mesurent 8 cm .

3. Calculer l'aire d'un hexagone régulier de 4 cm de côté.

2. Une tour est protégée par un large fossé. En se situant en A, l'angle MAN vaut 42° . En reculant de 10 mètres ($AB=10$) et en se positionnant en B, l'angle MBN vaut 27° . Les triangles AMN et BMN sont rectangles en M.

- a) Calculer la valeur de AM
b) Calculer la hauteur de la tour.



6. Pour en savoir plus.

À partir de la relation fondamentale de la trigonométrie:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$\div \cos^2 \alpha$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha$$

$\div \sin^2 \alpha$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

Exercice:

Dans chacun des cas suivants, déterminer les rapports trigonométriques manquants:

a) $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi \right]$ et $\sin \alpha = \frac{1}{4}$

b) $\alpha \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2} \right]$ et $\tan \alpha = 2$

Plus d'exercices:

- Livre de l'élève
- Fiches de révisions (photocopie)