UNITÉ 2 : DES NOMBRES RÉELS

1. Des puissances de nombres rationnels

Définition :

Si a est un nombre relatif et si n est un entier supérieur ou égal à 2 : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs égaux à } a}$

Le nombre n de l'expression a^n est appelé « exposant ».

Exemples :

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ $(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$

On lit « 3 puissance 4 » ou « 3 exposant 4 ». *On lit « –5 puissance 2 » ou « –5 exposant 2 »*

2. Propriétés des puissances

Si a est un nombre relatif : $a^1 = a$

Si a est un nombre relatif non nul : $a^0 = 1$

Exemples :

$5^1 = 5$ $(-3)^1 = -3$ $\left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{2}{3}$

$5^0 = 1$ $(-3)^0 = 1$ $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

Produit de puissances

Pour calculer le produit de deux puissances d'un même nombre, il suffit de faire **la somme des exposants.**

Exemples :

$2^3 \times 2^{-5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$ $(-3)^{-4} \times (-3)^6 = (-3)^{-4+6} = (-3)^2$

Pour calculer le produit de deux puissances d'un **même nombre**, il suffit de faire **la somme des exposants.**

Exemples :

$2^2 \times 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$ $(-3)^4 \times (-3)^2 = (-3)^{4+2} = (-3)^6$

Preuve de : $2^2 \times 2^3 = 2^5$

$2^2 \times 2^3$ est le nombre obtenu en multipliant $\underbrace{2 \times 2}_{2 \text{ facteurs}}$ par $\underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ facteurs}}$.

C'est donc le produit de 2 + 3 facteurs égaux à 2.

C'est donc : 2^{2+3}.

QUOTIENT DE PUISSANCES

Pour calculer le quotient de deux puissances **d'un même nombre**, il suffit de faire **la différence des exposants.**

Exemples :

$\frac{2^3}{2^{-5}} = 2^{3-(-5)} = 2^{3+5} = 2^8$ $\frac{(-3)^{-2}}{(-3)^4} = (-3)^{-2-4} = (-3)^{-6}$

PUISSANCE D'UNE PUISSANCE

Si n et m sont des entiers relatifs : $(10^n)^m = 10^{n \times m}$

Exemples :

$(10^3)^5 = 10^{3 \times 5} = 10^{15}$ $(10^{-2})^3 = 10^{-2 \times 3} = 10^{-6}$

PUISSANCE D'UN PRODUIT

Pour calculer la puissance d'un produit, il suffit de calculer **le produit des puissances**.

Exemples :

$\underbrace{(2\times3)^4}_{\text{puissance du produit de 2 par 3}} = \underbrace{2^4\times3^4}_{\text{produit des deux puissances}}$ $\qquad \underbrace{(4\times2)^{-1}}_{\text{puissance du produit de 4 par 2}} = \underbrace{4^{-1}\times2^{-1}}_{\text{produit des deux puissances}}$

PUISSANCE D'UN QUOTIENT

Pour calculer la puissance d'un quotient, il suffit de calculer **le quotient des puissances.**

Exemples : $\underbrace{\left(\frac{2}{5}\right)^3}_{\text{puissance du quotient de 2 par 5}} = \underbrace{\frac{2^3}{5^3}}_{\text{quotient des puissances}}$

Signe d'une puissance

- Si a est positif : **a^n est positif**
- Si a est négatif :
  - si n est pair : **a^n est positif**
  - si n est impair : **a^n est négatif**

Exemples :

2^5 est positif car 2 est positif.

$(-5)^7$ est négatif car -5 est négatif et 7 impair.

$(-3)^2$ est positif car -3 est négatif et 2 est pair.

Puissances d'exposant négatif

Définition :

Si a est un nombre relatif non nul et n est un entier positif : ***a^n et a^{-n} sont inverses.***

Autrement dit : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, ou encore $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$.

Exemples :

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ $\qquad (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3}$ $\qquad \frac{1}{10^{-4}} = 10^4$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

3. Les puissances de 10 et la notation scientifique

3.1 Observons et réfléchissons

Effectuez les calculs suivants :

10x10 = 100
10x10x10 = 1000
10x10x10x10 = 10000
10x10x10x10x10 = 100000
10x10x10x10x10x10 = 1000000
10x10x10x10x10x10x10 = 10000000
10x10x10x10x10x10x10x10 = ...
10x10x10x10x10x10x10x10x10 = ...

Remarques : Si nous essayons d'écrire les résultats sous la forme « **d'écriture décimale** », les calculs deviennent longs et nous nous retrouvons face à un problème de place pour écrire. A partir d'un certain rang, la calculatrice nous donne le résultat sous la forme « **d'écriture scientifique** ».

3.2 Définition de puissances de dix

Soit *n* un entier supérieur ou égal à 1.

Nous noterons pour plus de facilité dans les calculs :

$$10^n = \underbrace{\boxed{10\times10\times10\times \ldots\ldots\ldots \times10\times10\times10}}_{\text{Il y a } n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{\boxed{000\ldots\ldots\ldots000}}_{\text{Il y a } n \text{ zéros}}$$

Cas particuliers : **$10^1 = 10$ et $10^0 = 1$**

Exemples :

$$10^2 = \underbrace{\boxed{10 \times 10}}_{\text{2 facteurs}} = 1\underbrace{\boxed{00}}_{\text{2 zéros}}$$

$$10^{12} = \underbrace{\boxed{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}}_{\text{12 facteurs}}$$

$$10^{12} = 1\underbrace{\boxed{000\ 000\ 000\ 000}}_{\text{12 zéros}}$$

- 10^n se lit : « dix puissance n »
- mais aussi « dix exposant n ».

3.3 Observons et réfléchissons

Maintenant, effectuez les calculs suivants :
0,1x0,1 = 0,01
0,1x0,1x0,1 = 0,001
0,1x0,1x0,1x0,1x0,1 = 0,0001
0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1 = 0,00001
0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1 = 0,000001
0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1 = 0,0000001
0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1x0,1 = ...

Remarques : Si nous essayons d'écrire les résultats sous la forme « **d'écriture décimale** », les calculs deviennent longs et nous nous retrouvons face à un problème de place pour écrire. A partir d'un certain rang, la calculatrice nous donne le résultat sous la forme « **d'écriture scientifique** ».

3.4 Définition de puissances de dix négatives

Soit *n* un entier supérieur ou égal à 1.

Nous noterons pour plus de facilité dans les calculs :

$$10^{-n} = \underbrace{\boxed{0,1\times 0,1\times \ldots\ldots\ldots\ldots \times 0,1\times 0,1}}_{\text{Il y a } n \text{ facteurs}} = 0,\underbrace{\boxed{000\ldots\ldots\ldots 001}}_{\text{Il y a } n \text{ décimales}}$$

Cas particuliers : $10^{-1} = 0,1$ et $10^{-0} = 10^{0} = 1$

Exemples :

$$10^{-3} = \underbrace{\boxed{0,1\times 0,1\times 0,1}}_{3 \text{ facteurs}} = 0,\underbrace{\boxed{001}}_{3 \text{ décimales}}$$

$$10^{-10} = \boxed{0,1\times 0,1\times 0,1\times 0,1\times 0,1\times 0,1\times 0,1\times 0,1\times 0,1\times 0,1} \rightarrow \text{10 facteurs}$$

$$10^{-10} = 0,\boxed{000\ 000\ 000\ 1} \rightarrow \text{10 décimales}$$

3.5 Remarques sur les puissances de dix

Nous pouvons remarquer que :

$$10^{-4} = 0,0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^{4}}$$

Cela se généralise quelle que soit la puissance de dix,

quel que soit le nombre entier relatif *n* : $\boxed{10^{-n} = \frac{1}{10^{n}}}$

De plus :

$$10^{n}\times 10^{-n} = 10^{n}\times \frac{1}{10^{n}} = \frac{10^{n}}{10^{n}} = 1$$

Quel que soit le nombre entier relatif *n* : 10^{-n} est l'inverse de 10^{n}.

3.6 La notation scientifique.

Un nombre en notation scientifique est un nombre écrit sous la forme d'un produit de deux facteurs :

- le premier facteur est un nombre décimal a tel que $10 > a \geq 1$
- le deuxième facteur est une puissance de 10

Exemple 1:
Écrire 23 643 en notation scientifique.
Dans 23 643 la virgule est à la fin: 23643,0
Étape 1:Déplacer la virgule entre le 2 et le 3;
2,36430
Ce nouveau nombre respecte une des deux conditions,
$1 \leq 2{,}364\,3 < 10$
mais il n'est pas égal à 23 643
Étape 2:
Pour le rendre égal à 23 643, il faut le multiplier par 10 000.
23 643 = 2,364 3 X 10 000 c'est-à-dire 10^4.
23 643 = 2,364 3 X 10^4
4 soit le nombre de positions traversées par la virgule.
Exemple 2:
Écrire 0,000 034 en notation scientifique.
Étape 1:Déplacer la virgule entre le 3 et le 4;
000003,4
Ce nouveau nombre respecte une des deux conditions,
$1 \leq 3{,}4 < 10$
mais il n'est pas égal à 0,000 034
Étape 2:Pour le rendre égal à 0,000 034, il faut le multiplier par 0,00001.
0,000 034 = 3,4 X 0,00001 c'est-à-dire 10^{-5}.
0,000 034 = 3,4 X 10^{-5}
5 soit le nombre de positions traversées par la virgule.
Remarque:
Déplacer la virgule vers la gauche, fait augmenter l'exposant de la base 10.
236430=23643,0 X 10^0=2,3643 X 10^4

Déplacer la virgule vers la droite, fait diminuer l'exposant de la base 10.
0,000034=0,000034 X 10^0=3,4 X 10^{-5}

Exercice:
Transforme les nombres suivants en notation scientifique:
a) 156 000 b) 234 000 000 000 000 c) 946 080 000 000 000 000 d) 0,0456
e) 0,000 000 12 f) 0,000 000 000 000 000 000 160 218 g) 0, 000 000 000 456

À l'inverse, si le nombre est écrit en notation scientifique, on l'écrira en notation décimale en procédant selon ce raisonnement:
1,5 X 10^{-3} =1,5 X 0,001 =0,001 5

Exercice:
Transforme les nombres suivants en notation décimale:
a)1,27 X 10^6 b) 4,5869 X 10^3 c) 2 X 10^{10} d) 3,475 X 10^{20}
e) 2,5 X 10^{-3} f) 1,897 X 10^{-10} g) 2, 49573 X 10^{-12}

3.7 Les opérations

Les opérations effectuées avec la notation scientifique se regroupent en deux catégories:
1) la multiplication et la division;
2) l'addition et la soustraction.
Chaque catégorie possède ses propres règles de fonctionnement.

La multiplication et la division

Exemple: Calculez : $2 \times 10^2 \quad \times \quad 3 \times 10^3$ **A.** On pourrait transformer ces quantités en notation décimale: 200 X 3000 Calculer: 600000 Reconvertir en notation scientifique: 6×10^5 Cependant, pour de très gros nombres, le procédé peut être long. **B.** Il est plus rapide d'utiliser certaines lois sur les exposants $2 \times 10^2 \quad \times \quad 3 \times 10^3$ Étape 1: Multiplier les nombres accompagnant les bases 10. $2 \times 3 = 6$ Étape 2 : Multiplier les bases 10 selon la loi de la multiplication des bases semblables: - on récupère la base; - on additionne les exposants; $10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$ Étape 3: On regroupe le tout: 6×10^5 Pour de très gros nombres, le procédé est plus rapide. **Exemple:** $2 \times 10^8 \quad \times \quad 4 \times 10^6 = 8 \times 10^{14}$	**Exemple:** Calculez : $4 \times 10^5 \quad \div \quad 2 \times 10^2$ **A.** On pourrait transformer ces quantités en notation décimale: 400000 ÷ 200 Calculer: 2000 Reconvertir en notation scientifique: 2×10^3 Cependant, pour de très gros nombres, le procédé peut être long. **B.** Il est plus rapide d'utiliser certaines lois sur les exposants $4 \times 10^5 \quad \div \quad 2 \times 10^2$ Étape 1: Multiplier les nombres accompagnant les bases 10. $4 \div 2 = 2$ Étape 2 : Multiplier les bases 10 selon la loi de la multiplication des bases semblables: - on récupère la base; - on soustrait les exposants; $10^5 \div 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$ Étape 3: On regroupe le tout: 2×10^3 Pour de très gros nombres, le procédé est plus rapide. **Exemple:** $15 \times 10^8 \quad \div \quad 5 \times 10^6 = 3 \times 10^2$

Attention:
La loi concernant la multiplication et la division de nombres positifs et négatifs s'applique aussi en notation scientifique.

L’addition et la soustraction

Exemple : Calculez: $4 \times 10^5 + 2 \times 10^3$
A. On pourrait transformer ces quantités en notation décimale:
400 000 + 2000
Calculer:402000
Reconvertir en notation scientifique: $4{,}02 \times 10^5$

B. Pour additionner et soustraire des nombres écrits en notation scientifique, la règle est quelque peu différente.
Pendant le calcul, la condition $1 \leq a < 10$ ne s’applique pas.
Il faut écrire les nombres avec la même puissance de 10.
$4 \times 10^5 + 2 \times 10^3$
Transformer le plus petit des nombres:
$4 \times 10^5 + 0{,}02 \times 10^5$
On additionne alors les nombres accompagnant les bases 10;
$4 + 0{,}02 = 4{,}02$
On récupère la puissance de 10 sans la modifier:
$4 \times 10^5 + 0{,}02 \times 10^5$
On regroupe le tout:
$4{,}02 \times 10^5$

Attention: La loi concernant l’addition et la soustraction de nombres positifs et négatifs s’applique aussi en notation scientifique.

4. Des nombres réels

Nombres réels (R) : Ils sont l'ensemble formé par l'union des nombres rationnels relatifs et irrationnels relatifs

5. Des approches et des erreurs

Arrondis et troncatures

valeur exacte : un nombre n'a qu'une valeur exacte. Si le nombre présente un série de chiffres après la virgule qui semble infinie sur la calculatrice, le mettre sous la forme d'une fraction, d'une racine carrée, d'une puissance.

valeur approchée : un nombre peut avoir plusieurs valeurs approchées. Cette valeur peut être arrondie ou tronquée.

TRONCATURE :

Troncature : on ne conserve que les valeurs qui nous intéresse sans autre préoccupation.
Faire la troncature d'un nombre, c’est couper ce nombre à un rang donné.
Ex : faire une troncature au centième, (on dit aussi à 0,01 ou à 10^{-2}), c’est couper le nombre à deux chiffres à droite de la virgule.
Exemple: le nombre π .
On sait que ce nombre n'est pas un nombre décimal. On ne connaît pas le nombre de chiffres qui composent sa partie décimale. On a l'habitude de donner une valeur approximative avec 5 ou 6 chiffres dans cette partie décimale.
C'est ainsi qu'on écrira $\pi \approx 3{,}14159$

Pour faire une troncature au centième de ce nombre, coupons-le à deux chiffres après la virgule.
3, 1 4 1 5 9
Partie tronquée
La partie tronquée de 3,14159 est 3,14
3,14 est une valeur approchée par défaut. Cette valeur est inférieure à la valeur du nombre π .
3,15 (valeur obtenue en ajoutant 0,01 à la valeur tronquée) est une valeur approchée par excès
à 0,01 près.
On a $3,14 < \pi < 3,15$
Valeur approchée par défaut nombre valeur approchée par excès à 0.01 près

Remarques : la valeur approchée par défaut correspond à la valeur tronquée.
Dans cet exemple, la différence entre la valeur par excès et la valeur par défaut est 0.01. (Puisque l'on a fait une troncature au centième.)
* * *

ARRONDIR UN NOMBRE :

Arrondi : il faut tenir compte du chiffre qui suit. En présence d'un chiffre supérieur ou égal à 5, on prend le chiffre supérieur.
Pour arrondir un nombre à un rang donné :
- on fait une troncature,
- on regarde le chiffre qui est juste après cette troncature (début de la partie qu'on élimine):
  - si la partie enlevée commence par 0 – 1 – 2 – 3 – 4 on prend la valeur tronquée,
  - si la partie enlevée commence par 5 – 6 – 7 – 8 – 9 on prend la valeur tronquée à laquelle on ajoute 1 au chiffre le plus à droite.

Exemple : 7,18342 a pour valeur arrondie 7,18 à 0,01 près On a 7,18 342
Partie tronquée partie éliminée, La partie éliminée commence par 3, par conséquent la valeur arrondie est 7,18
7,18715 a pour valeur arrondie 7,19 à 0,01 près On a 7,18 715
Partie tronquée partie éliminée, elle commence par 7 La partie éliminée commence par 7, par conséquent on « ajoute 1 au chiffre le plus à droite », et la valeur arrondie est 7,19. * * *

VALEURS APPROCHEES : Pour donner la valeur approchée d’un nombre, on arrondit ce nombre à la valeur la plus proche (voir ci-dessus). On peut alors donner une valeur approchée par défaut ou par excès. **Cela permet d’encadrer un nombre.** En effet pour encadrer un nombre, il faut écrire ce nombre entre deux valeurs : Une inférieur au nombre et l’autre supérieure au nombre. Il y a évidemment plusieurs réponses possibles. Exemple du nombre 7,18342 On peut avoir : Mais aussi, pourquoi pas : La meilleure consiste à donner les valeurs approchées par défaut et par excès. Pour l’exemple précédent, on aura : * * *

ORDRE DE GRANDEUR : C’est en utilisant les encadrements qu’on peut donner un ordre de grandeur aux nombres. Cet ordre de grandeur n’est pas une valeur exacte. Il dépend de l’utilisation qu’on veut en faire. Exemple à propos de 7,18342 : Un ordre de grandeur de ce nombre peut être **10** ou **5**, tout dépend si on veut **optimiser** ou **minimiser** le nombre.

		Nombre	Arrondi	Troncature
à 1 près	= à l'unité	14,8753	15	14
à 0,1 près	= au dixième	14,8753	14,9	14,8
à 0,01 près	=au centième	14,8753	14,88	14,87
à 0,001 près	= au millième	14,8753	14,875	14,875

Arrondi en présence d'un 5 :

	Nombre	Arrondi	Troncature
à l'unité	9,5	10	9
à 0,01près	6,854	6,85	6,85
à 0,01 près	6,855	6,86	6,85
à 0,01 près	6,856	6,86	6,85

Erreur absolue et erreur relative

L'erreur absolue est : $E_{a=}\left|\text{valeur approchée - valeur réelle}\right|$

L'erreur absolue mesure l'imprécision sur une mesure que nous effectuons.

Elle est appelée absolue, car elle est le résultat de la valeur absolue de la différence entre

- d'une part la valeur réelle de la grandeur que l'on mesure
- et d'autre part une valeur de référence que nous avons choisie comme une bonne approximation de celle-ci.

Elle est donc toujours un nombre positif.

Remarquons que :
Si il n'y a pas de valeur absolue l'erreur peut être :

- positive, alors la valeur approchée est supérieure à la valeur exacte (on parle d'erreur par excès)
- ou négative, alors, celle-ci est inférieure (erreur par défaut).

Par exemple, si nous souhaitons mesurer une longueur en centimètres et que cette longueur est supérieure ou inférieure de moins de 0,5cm à une valeur de référence α en centimètres, on a :
$|\alpha - x| < 0,5$
Ce qui se traduit par un intervalle de valeurs pour x (valeur réelle de la longueur) :
Soit : $\alpha-0,5 < x < \alpha+0,5$
Ou encore : x est dans l'intervalle [α-0,5 ; α+0,5]
On utilise l'erreur absolue pour calculer l'erreur relative.

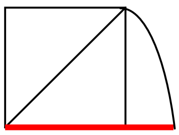
L'erreur relative est : $E_r = \dfrac{\left|\text{valeur approchée - valeur réelle}\right|}{\text{valeur réelle}}$

-

En fait, $\frac{\text{valeur approchée - valeur réelle}}{\text{valeur réelle}} \times 100$, il s'agit d'un pourcentage d'augmentation (respectivement de diminution) qui, lorsqu'on l'applique à la valeur exacte, donne la valeur approchée.

6. Représentation des nombres réels

On sait représenter sur la droite réelle des nombres rationnels (naturels, entiers, décimaux fini et périodiques), Mais comment peut-on représenter les nombres irrationnels ? on peut les représenter approximativement. Cependant les racines carrées, on peut les représenter exactement. Pourquoi ?
Parce que la racine carrée d'un nombre positif, en géométrie, par définition, celle-ci peut se représenter aussi par le côté d'un carré d'aire égal au radicande.
Une aire étant toujours positive, on ne peut donc pas concevoir un carré négatif.
Il serait donc impossible d'extraire la racine carrée que d'un nombre négatif !?!
Exemple :
Pour représenter $\sqrt{2}$, il faut faire appel au théorème de PYTHAGORE.
Il dit que dans un triangle rectangle, la somme des carrés des côtés égale le carré de l'hypoténuse. L'hypoténuse est le côté le plus long
$a^2 + b^2 = c^2$
si a = 1 et b = 1
alors $1 + 1 = c^2$
soit $c^2 = 2$ ou $c = \sqrt{2}$
$\sqrt{2}$ peut donc se représenter par la diagonale d'un carré de côté 1.



7. Des intervalles

DÉFINITION :
On appelle intervalle réel un ensemble de nombres délimité par deux nombres réels constituant une borne inférieure et une borne supérieure. Un intervalle contient tous les nombres réels compris entre ces deux nombres.

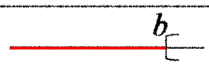
7.1 Intervalles bornés

Soient deux réels a et b tels que a < b. Le tableau ci-dessous résume les quatre types d'intervalles bornés.

L'intervalle noté :	est l'ensemble des réels x tels que :	Représentation (en rouge) :
$[a;b]$	$a \leq x \leq b$	
$[a;b[$	$a \leq x < b$	
$]a;b]$	$a < x \leq b$	
$]a;b[$	$a < x < b$	

7.2 Intervalles non bornés

Soient a et b deux réels. Le tableau ci-dessous résume les quatre types d'intervalles non bornés.

L'intervalle noté :	est l'ensemble des réels x tels que :	Représentation (en rouge) :
$[a;+\infty[$	$x \geq a$	
$]a;+\infty[$	$x > a$	
$]-\infty;b]$	$x \leq b$	
$]-\infty;b[$	$x < b$	

- Des ensembles des réels inférieurs ou supérieurs a une valeur

Exemples :

Sont compris dans l'intervalle $[3;7]$:	Ne sont pas compris dans l'intervalle $[3;7]$:
3 6 $4{,}178$ π 7	$2{,}99$ 8 $\pm\infty$ 0 $7{,}5$

Sont compris dans l'intervalle $[-1;2[$:	Ne sont pas compris dans l'intervalle $[-1;2[$:
-1 $1{,}8$ 0 $1{,}5$ $-0{,}9$	2 $\pm\infty$ $-1{,}3$ $2{,}8$ 4

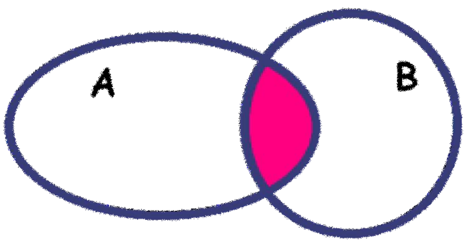
7.3 Intervalles ouverts et fermés

Parmi les intervalles bornés, on distingue :

- **les intervalles ouverts :** $]a;b[$
- **les intervalles fermés :** $[a;b]$
- **les intervalles semi-ouverts (ou semi-fermés) :** $[a;b[$ et $]a;b]$

7.4 Intersection d'intervalles

L'intersection des intervalles $[a;b]$ et $[c;d]$ est l'ensemble des x réels à la fois dans les intervalles $[a;b]$ et $[c;d]$.



En mathématiques, on note l'**intersection** de deux intervalles par le signe suivant : $\cap$ (prononcé "inter")

Soient a, b, c, et d : quatre réels tels que l'**intersection** I entre ces deux intervalles définis se note de façon équivalente :

$$\boxed{I=[a;b]\cap[c;d] \quad ou \quad I=[c;d]\cap[a;b]}$$

Exemples :

✓ $2\in[0;4]\cap[1;5]$ car $2\in[0;4]$ et $2\in[1;5]$

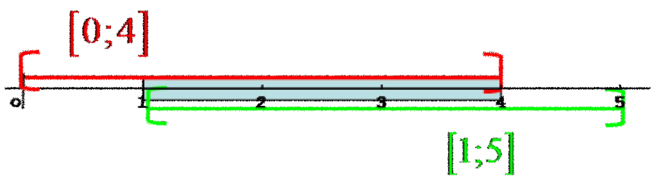
✗ $0{,}8\notin[0;4]\cap[1;5]$ car $0{,}8\notin[1;5]$

✗ $5\notin[0;4]\cap[1;5]$ car $5\notin[0;4]$

Pour déterminer l'intersection de deux intervalles, on représente ces deux intervalles sur le même axe gradué et on repère la partie commune à ces deux intervalles.

Exemple :

Déterminons : $[0;4]\cap[1;5]$



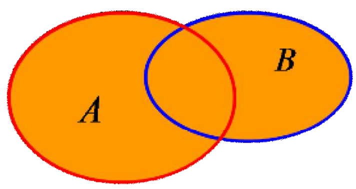
$$\boxed{[0;4]\cap[1;5]=[1;4]}$$

(l'**intersection** est repassée en bleu)

Remarque : l'intersection de deux intervalles est parfois l'ensemble vide car il y a un trou entre les deux intervalles. Par exemple [1,3] ∩ [4,7]= □

7.5 Réunion d'intervalles

La réunion des intervalles $[a;b]$ et $[c;d]$ est l'ensemble des x réels qui est <u>soit</u> dans l'intervalle $[a;b]$ <u>soit</u> dans l'intervalle $[c;d]$.



En mathématiques, on note l'union de deux intervalles par le signe suivant : $\cup$
(prononcé "union")

Soient a, b, c, et d : quatre réels tels que aL'union U entre ces deux intervalles définis se note de façon équivalente :

$$\boxed{U=[a;b]\cup[c;d] \qquad \textit{ou} \qquad U=[c;d]\cup[a;b]}$$

Exemples :

✓ $0{,}8\in[0;4]\cup[1;5]$ car $0{,}8\in[0;4]$

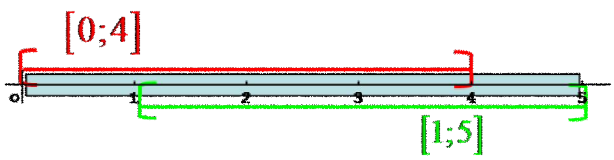
✓ $4{,}3\in[0;4]\cup[1;5]$ car $4{,}3\in[1;5]$

✗ $6\notin[0;4]\cup[1;5]$ car $6\notin[0;4]$ et $6\notin[1;5]$

Pour déterminer la réunion de deux intervalles, on représente ces deux intervalles sur le même axe gradué et on repère les points du premier intervalle plus tous les points du second intervalle.

Exemple :

Déterminons : $[0;4]\cup[1;5]$



$$\boxed{[0;4]\cup[1;5]=[0;5]}$$

(l'**union** est repassée en bleu)