RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

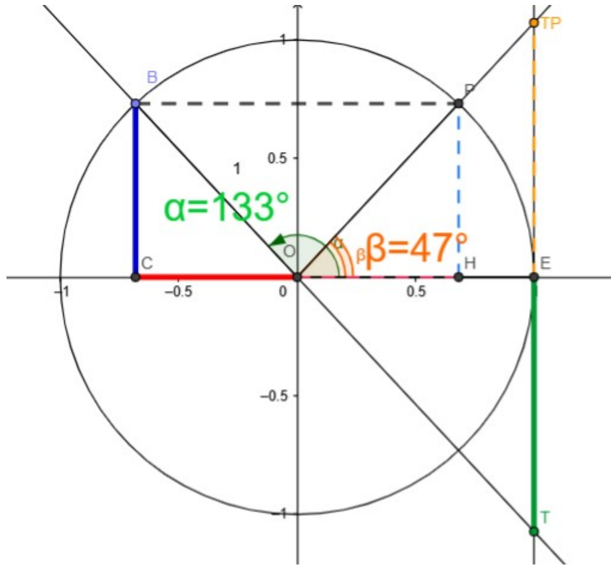
- Hemos visto que las razones trigonométricas de cualquier ángulo de cualquier cuadrante son iguales (salvo el signo) que las razones trigonométricas de otros ángulos de otros cuadrantes.

- Por ejemplo: Los ángulos 47º y 133º tienen:

· el mismo seno

· el mismo valor absoluto del coseno

· el mismo valor absoluto de la tangente.

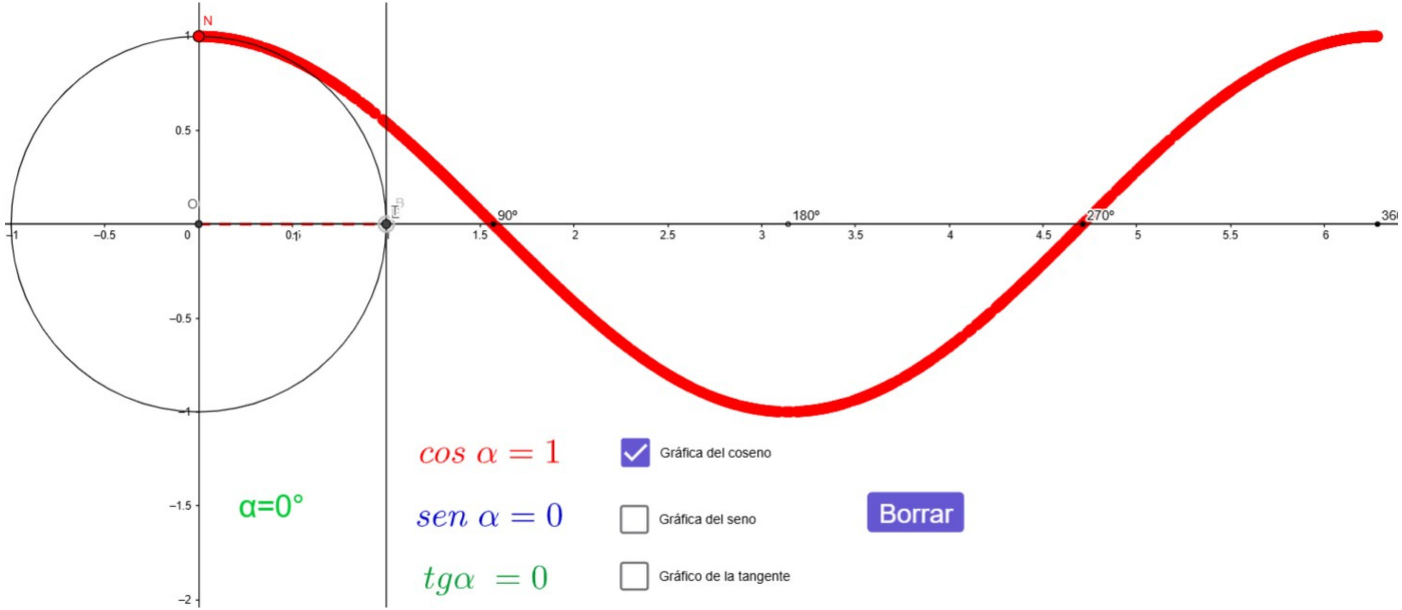


RAZONES TRIG.: COSENO

- Esto ocurre porque los valores del coseno se van repitiendo:
    · En 0º, el cos0º=1
    · Va aumentanto el ángulo y el coseno va disminuyendo tomando todos los valores hasta que en 90º vale 0
    · A partir de 90º, el coseno va aumentando en valor absoluto pero con signo - , hasta que en 180º llega a -1.
    · Seguimos aumentando el ángulo y el valor absoluto del coseno va disminuyendo hasta 0 en 270º (con signo -)
    · A partir de 270º el coseno empieza en 0 y va aumentado hasta que en 360º vuelve a valer 1.

- Lo vemos en el siguiente applet de Geogebra:

RAZONES TRIG.: COSENO



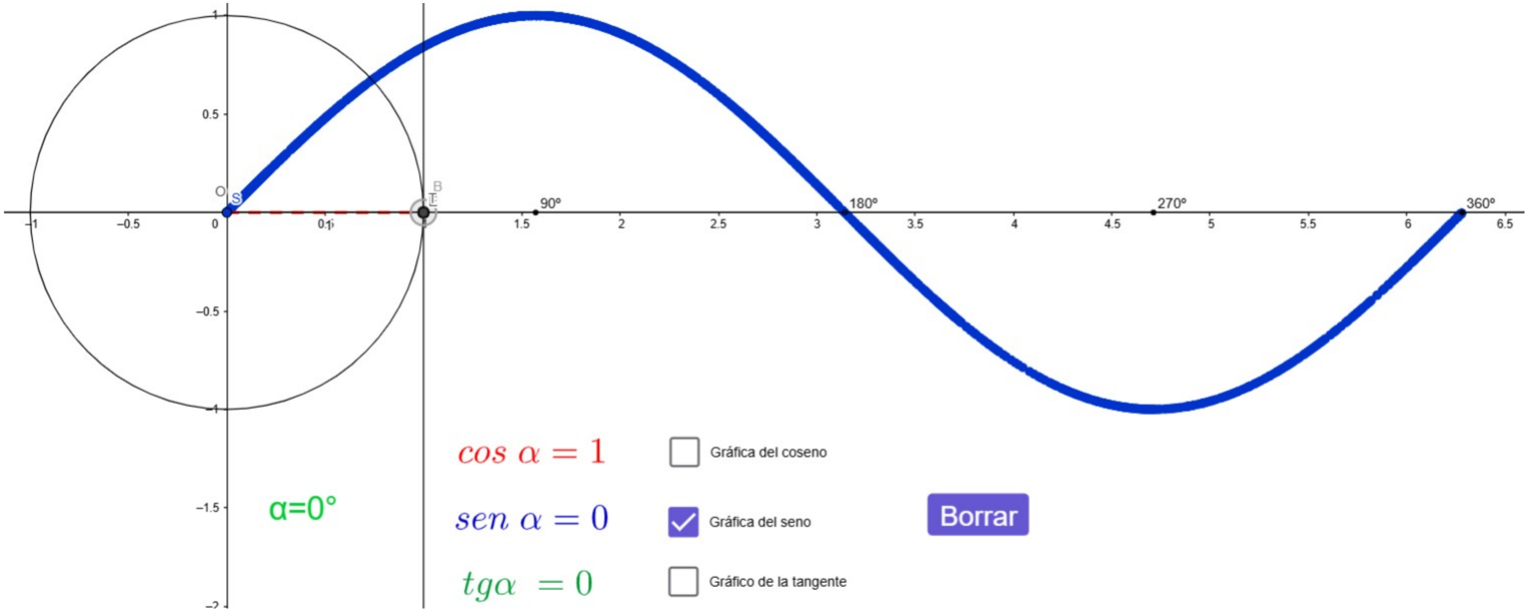
- Para comprobarlo tú mismo, pincha en el gráfico para abrir el applet. Tienes que marcar la casilla "Gráfica del coseno" y desplazar el ángulo α a lo largo de toda la circunferencia.
- La gráfica en rojo indica el valor del coseno correspondiente a cada ángulo.

RAZONES TRIG.: SENO

- Si nos fijamos en el seno:
    - · En 0º, el sen0º=0
    - · Va aumentanto el ángulo y el seno va aumentando tomando todos los valores hasta que en 90º vale 1
    - · A partir de 90º, el seno va disminuyendo hasta que en 180º vuelve a valer 0.
    - · Seguimos aumentando el ángulo y el valor absoluto del seno vuelve a aumentar hasta 1 en 270º (con signo -)
    - · A partir de 270º el valor absoluto del seno disminuye (siendo su signo -) hasta que en 360º vuelve a valer 0.

- Lo vemos en el siguiente applet de Geogebra:

RAZONES TRIG.: SENO

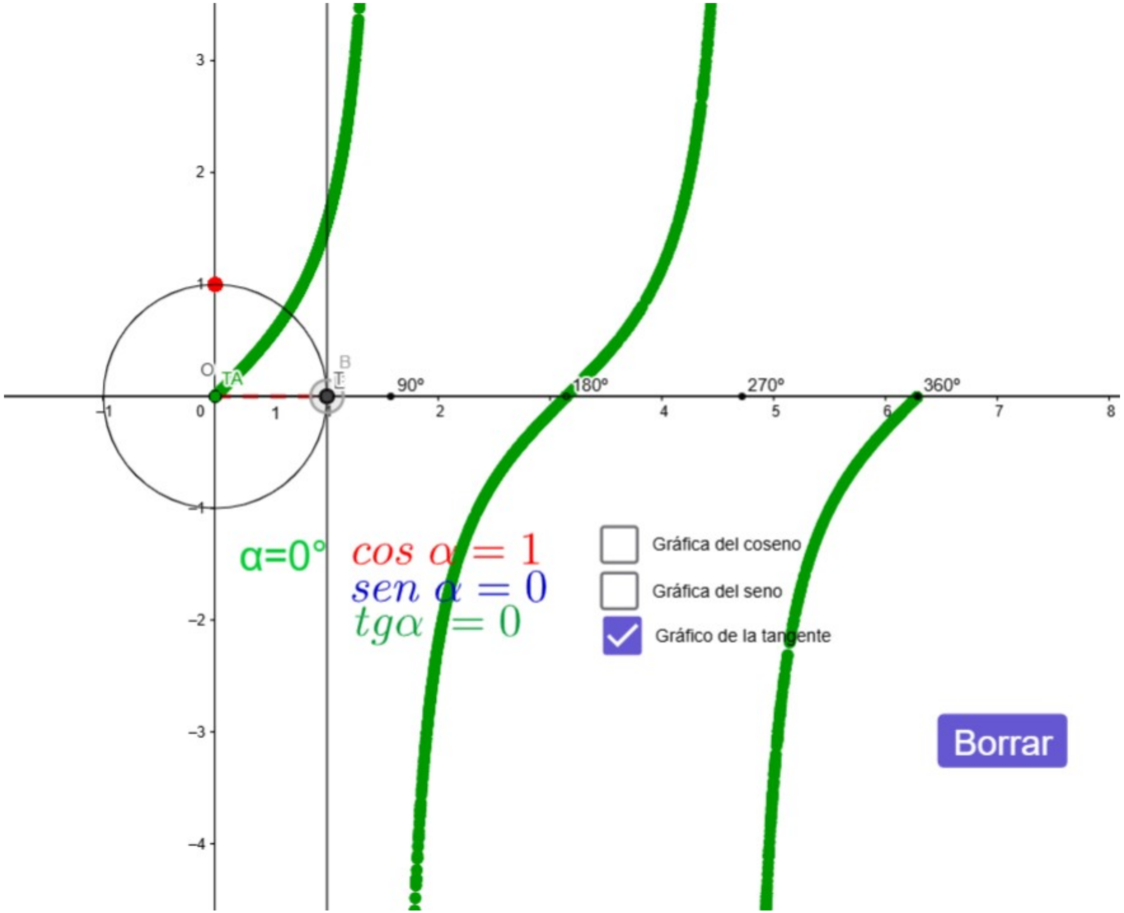


- Como antes, puedes comprobarlo tú mismo, pinchando en el gráfico para abrir el applet.
- Para representar el seno tienes que marcar la casilla “Gráfica del seno” y desplazar el ángulo α a lo largo de toda la circunferencia.

RAZONES TRIG.: TANGENTE

- Si nos fijamos en la tangente:
  - · En 0º, la tg0º=0
  - · Va aumentanto el ángulo y la tangente va aumentando, llegando a valores muy grandes y tendiendo a +∞ en 90º.
  - · Nada más pasar los 90º, su tendencia es a -∞, por eso aparece ese salto, y en valor absoluto va disminuyendo (con signo -), hasta llegar a 0 en 180º.
  - · Seguimos aumentando el ángulo por encima de 180º y la tangente vuelve a aumentar hasta que en 270º tiende a +∞.
  - · A partir de 270º su tendencia es a -∞, por eso vuelve a aparecer ese salto y en valor absoluto va disminuyendo (con signo -), hasta llegar a 0 en 360º.
- Lo vemos en el siguiente applet de Geogebra:

RAZONES TRIG.: TANGENTE



- Como en las otras, puedes comprobarlo tú mismo, pinchando en el gráfico para abrir el applet.

- Para representar la tangente tienes que marcar la casilla "Gráfica de la tangente" y desplazar el ángulo α a lo largo de toda la circunferencia.

EQUIVALENCIA ENTRE ÁNGULOS

- Por lo tanto, hay ángulos con los mismos valores de coseno, seno y tangente (en valor absoluto) en los 4 cuadrantes.

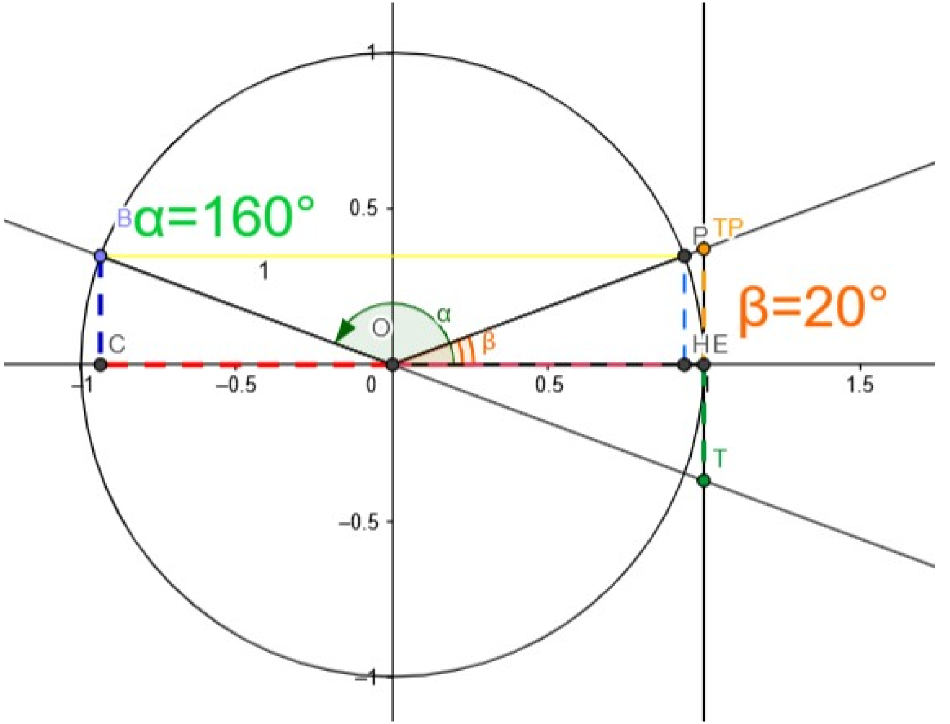
- Aunque necesitamos saber encontrar el ángulo equivalente a otro en cualquier cuadrante, vamos a ver cómo encontrarlo en el primer cuadrante, donde todas las razones trigonométricas son positivas.

- La forma de encontrar un ángulo equivalente en cualquier cuadrante es similar a la que veremos para encontrarlo en el primer cuadrante.

EQUIVALENCIA DEL SEGUNDO AL PRIMER CUADRANTE

- Tenemos que buscar qué razón trigonométrica que comparte α con el primer cuadrante: EN ESTE CASO ES EL SENO.

- Así que prolongamos la proyección vertical (correspondiente al seno) hasta cortar a la circunferencia en el primer cuadrante en el punto P.

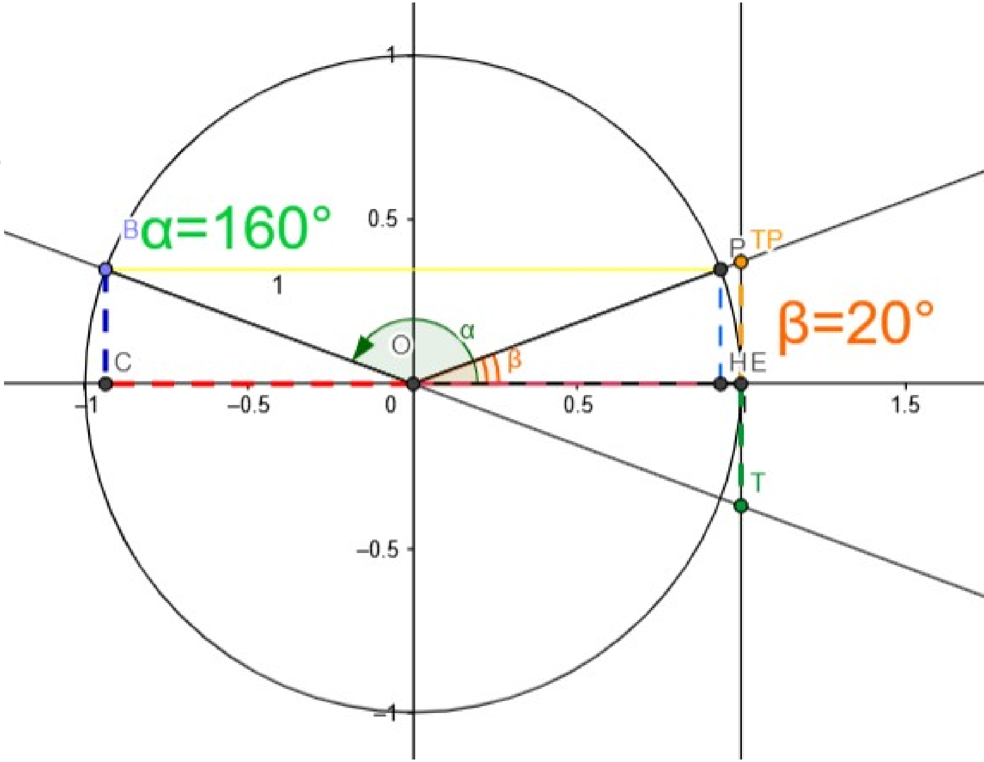


EQUIVALENCIA DEL SEGUNDO AL PRIMER CUADRANTE

- El origen de ángulos con el radio OP nos da el ángulo β equivalente a α .

- ¿Cuál es el valor de β?

En este caso es lo que le falta a α para llegar a 180º → $\boxed{\beta = 180 - \alpha}$



EQUIVALENCIA DEL SEGUNDO AL PRIMER CUADRANTE

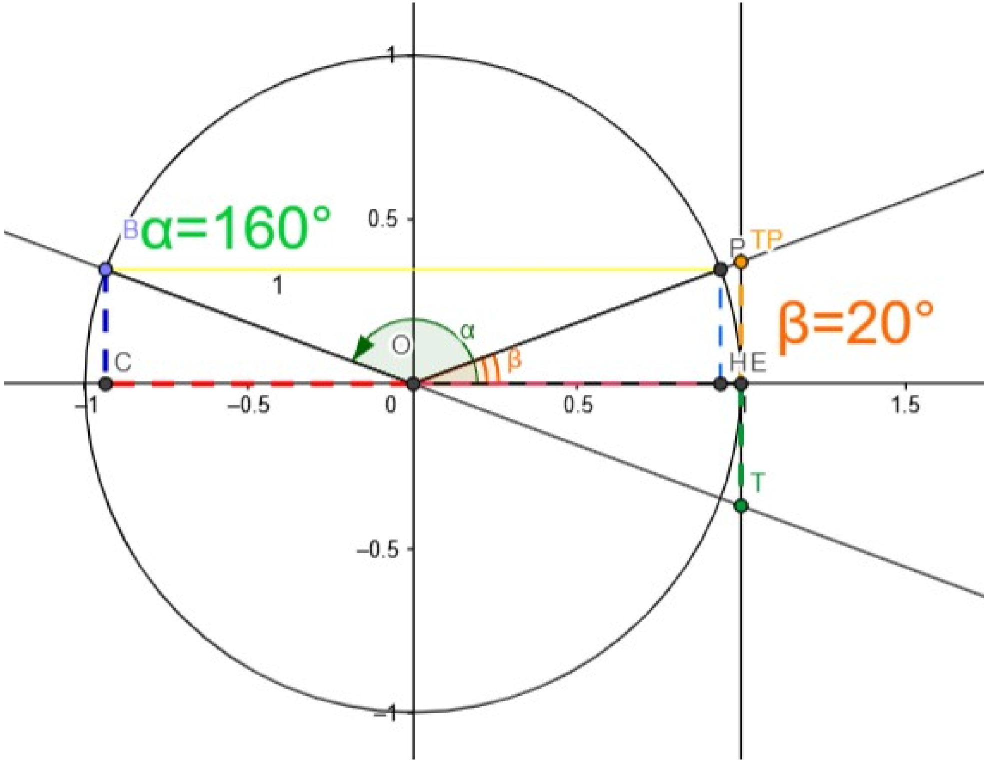
- Podemos escribir entonces las razones trigonométricas de α en función de las de β, puesto que son iguales salvo el signo.

- En este ejemplo:

  cos 160º = - cos 20º

  sen 160º = sen 20º

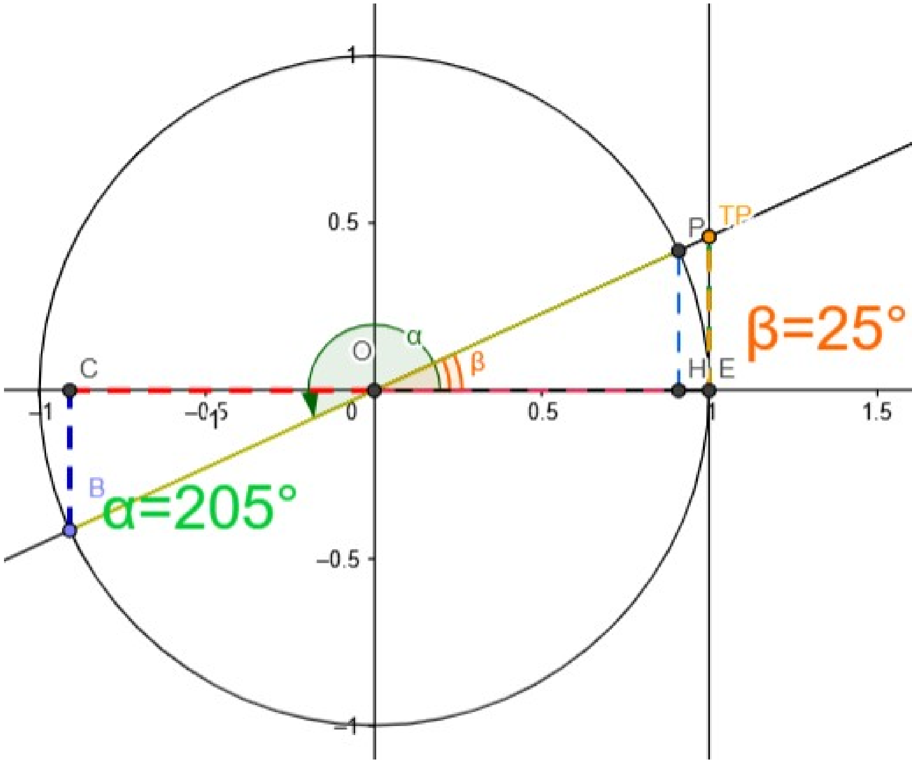
  tg 160º = - tg 20º



EQUIVALENCIA DEL TERCER AL PRIMER CUADRANTE

- Tenemos que buscar qué razón trigonométrica es la que comparte α con el primer cuadrante: EN ESTE CASO ES LA TANGENTE.

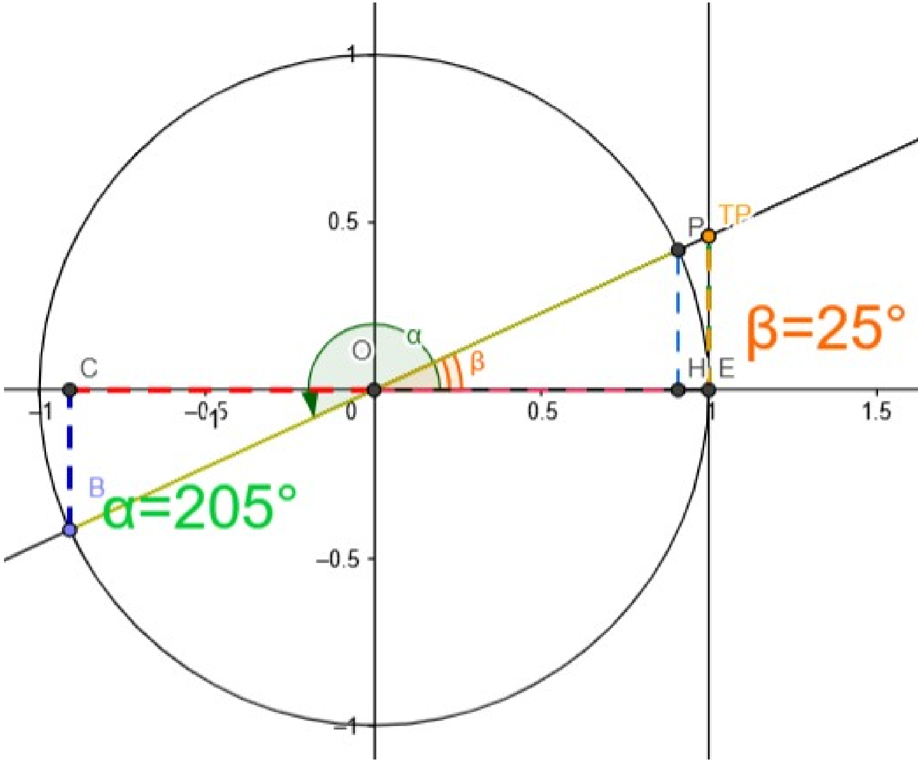
- Así que prolongamos la línea del ángulo hacia atrás, para encontrar la tangente, cortando a la circunferencia en el primer cuadrante en el punto P.



EQUIVALENCIA DEL TERCER AL PRIMER CUADRANTE

- El origen de ángulos con el radio OP nos da el ángulo β equivalente a α .

- ¿Cuál es el valor de β?
En este caso es lo que supera α a 180º → $\boxed{\beta = \alpha - 180º}$



EQUIVALENCIA DEL TERCER AL PRIMER CUADRANTE

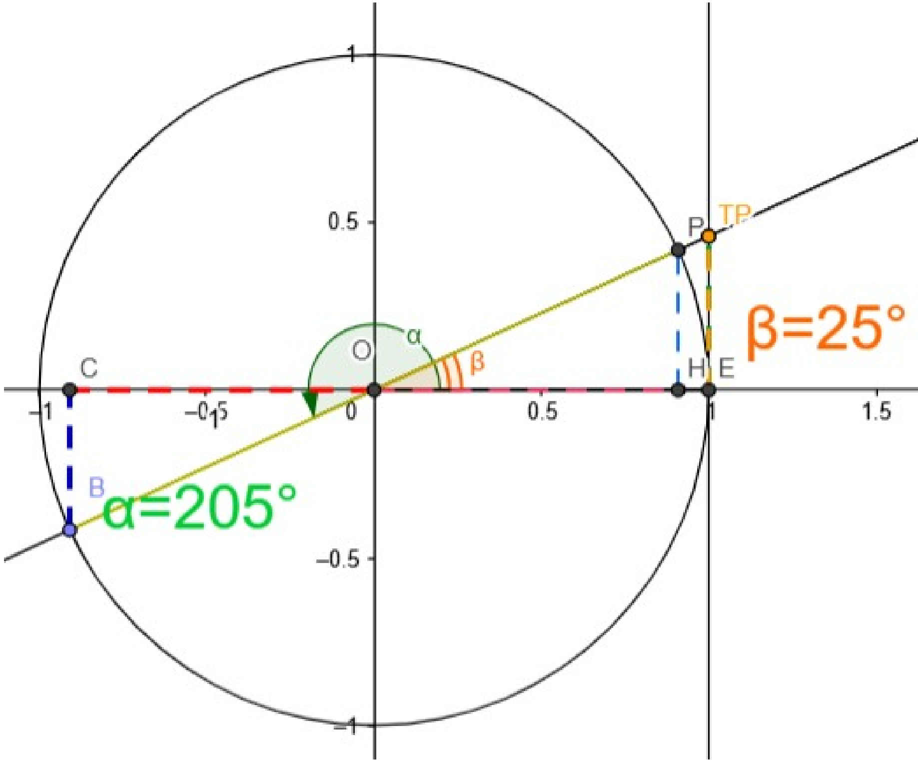
- Podemos escribir entonces las razones trigonométricas de α en función de las de β, puesto que son iguales salvo el signo.

- En este ejemplo:

  cos 205º = - cos 25º

  sen 205º = - sen 25º

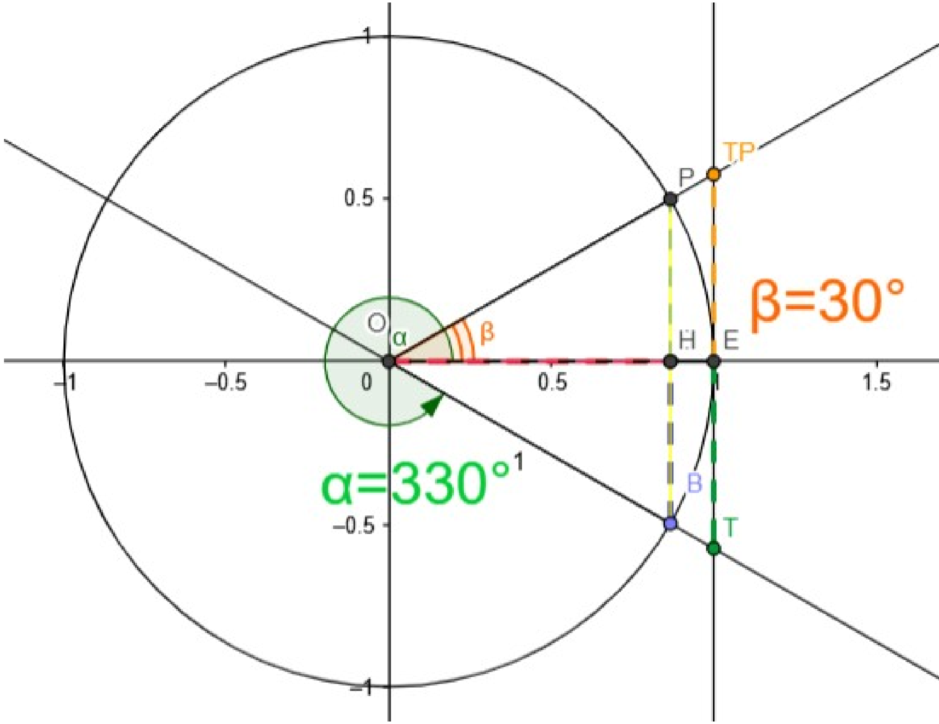
  tg 205º = tg 25º



EQUIVALENCIA DEL CUARTO AL PRIMER CUADRANTE

- Tenemos que buscar qué razón trigonométrica es la que comparte α con el primer cuadrante: EN ESTE CASO ES EL COSENO.

- Así que prolongamos la proyección horizontal (correspondiente al coseno) hasta cortar a la circunferencia en el primer cuadrante en el punto P.

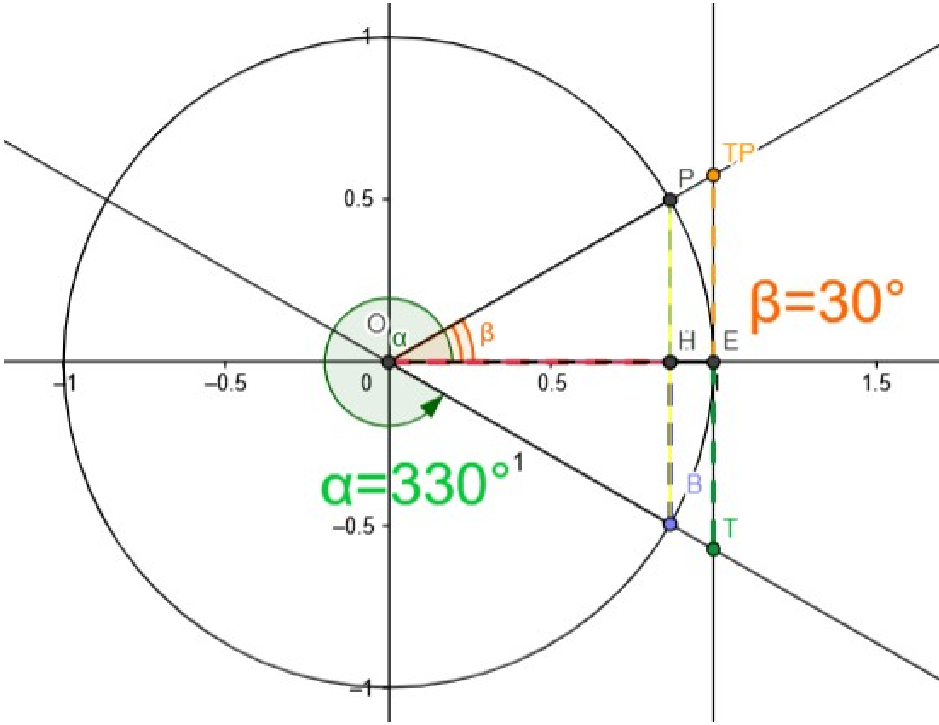


EQUIVALENCIA DEL CUARTO AL PRIMER CUADRANTE

- El origen de ángulos con el radio OP nos da el ángulo β equivalente a α .

- ¿Cuál es el valor de β?

En este caso es lo que le falta a α para llegar a 360º → $\boxed{\beta = 360 - \alpha}$



EQUIVALENCIA DEL CUARTO AL PRIMER CUADRANTE

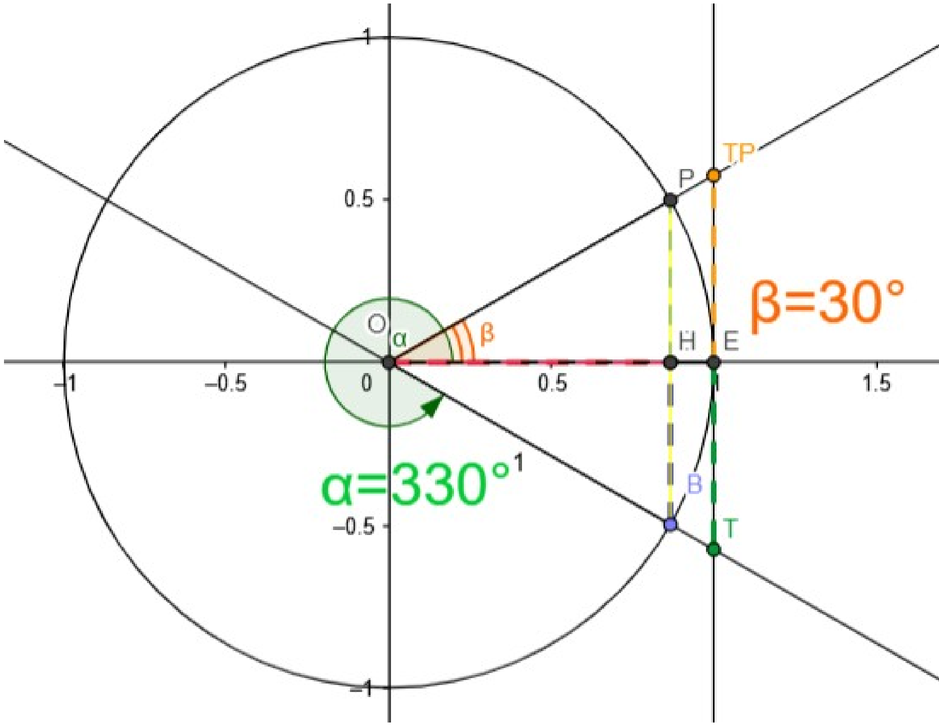
- Podemos escribir entonces las razones trigonométricas de α en función de las de β, puesto que son iguales salvo el signo.

- En este ejemplo:

  cos 330º = cos 30º

  sen 330º = - sen 30º

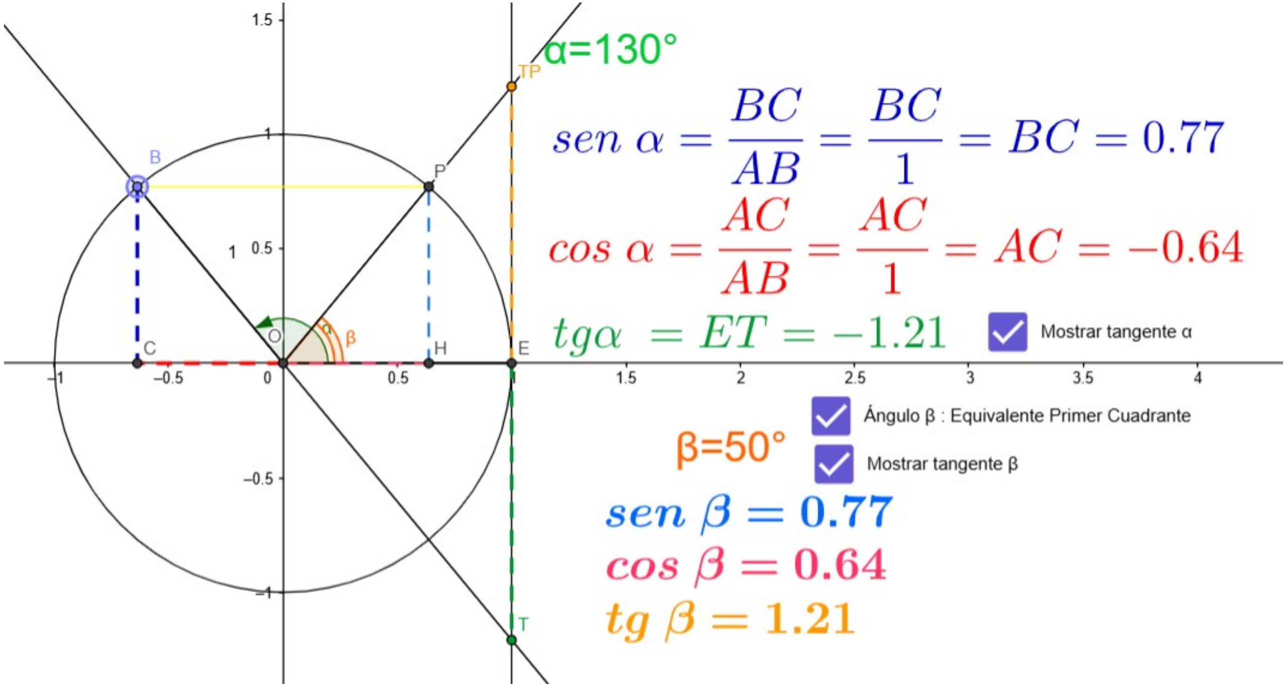
  tg 330º = - tg 30º



EQUIVALENCIAS AL PRIMER CUADRANTE

- En la página web tienes un applet de Geogebra para poder practicar y comprobar si has calculado bien la equivalencia.

- Si pinchas en el gráfico siguiente, también se te abrirá:



EQUIVALENCIAS AL PRIMER CUADRANTE

IMPORTANTE:

- Hay que entender el proceso, no aprenderse de memoria la fórmula que se aplica, porque al final no sabremos si hay que sumar, restar, a qué valor, en qué orden,...

- Hay que dibujarse (mentalmente o en el papel) el ángulo que nos dan, ver qué comparte con el cuadrante al que queremos llegar y deducir la operación a realizar en cada caso.

- El objetivo final es poder pasar de cualquier cuadrante a otro cualquiera, pues ya vimos que la calculadora no siempre nos da el ángulo que buscamos.