

Tema 14 : ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL

1.- DEFINICIONES (p 168 y 169)

Estadística es la ciencia que surgió para llevar la contabilidad del Estado (de ahí su nombre). Se basa en recopilar, representar e interpretar datos para tomar decisiones y extraer conclusiones. Por ejemplo, vamos a hacer un estudio sobre el uso de las redes sociales en España entre menores de 16 y 18 años.

- **Población:** es el conjunto formado por todos los elementos del estudio.
Ej: Todos los jóvenes que tienen entre 16 y 18 años en España.
- **Muestra:** es una parte de la población que elegimos para hacer el estudio. Para que sea fiable generalizar los resultados de la muestra a toda la población, esta debe cumplir unas condiciones (p 170 y 171 del libro).
Ej: Vamos a preguntar a los alumnos de esa edad de nuestro instituto.
- **Individuo:** cada elemento de la población o de la muestra.
Ej: Cada uno de los alumnos que forman nuestra muestra.
- **Tamaño de la muestra:** el número de individuos que componen la muestra.
Ej: El número de los alumnos que forman nuestra muestra.
- **Variables estadísticas:** es cualquier característica que estudiamos en los individuos de una muestra o de la población. Según sean sus valores, las variables estadísticas pueden ser:
 - **Cualitativas:** si los valores que toma la variable no son números.
Ej: Qué redes sociales utilizas, desde qué dispositivo accedes a tus redes sociales....
 - **Cuantitativas:** si los valores que toma la variable son números. A su vez se clasifican en:
 - **Discretas:** si en cada tramo la variable solo puede tomar un número determinado de valores.
Ej: Cuántas redes sociales utilizas, cuántas móviles has tenido,...
 - **Continuas:** cuando en cada tramo puede tomar infinitos valores.
Ej: tiempo utilizando el móvil, número de seguidores de las redes sociales,...
- **Tabla de frecuencias:** es una forma ordenada de presentar los distintos valores que toma una determinada variable estadística (x_i) y la cantidad de veces que cada uno de ellos ocurre (frecuencia f_i). Si la variable es cualitativa continua, al realizar el recuento de datos, agrupamos los datos en intervalos, denominados clases, que suelen tener la misma amplitud. Como representación de cada clase utilizamos el punto medio del intervalo denominado marca de la clase (x_i).

EJEMPLO 1: En un estudio estadístico realizado a una muestra de 100 personas se pueden preguntar cosas tan variadas como:

- ¿Qué frutas comes a lo largo de una semana? Variable cualitativa
- ¿Cuántas piezas de fruta comes al día? Variable cuantitativa discreta
- ¿Cuántas monedas llevas en el bolsillo? Variable cuantitativa discreta
- ¿Cuál es tu altura? Variable cuantitativa continua
- ¿Qué marcas de móvil recuerdas? Variable cualitativa
- ¿Cuánto tiempo pasas al día en las redes sociales (en minutos)? Variable cuantitativa continua
- ¿Cuántos seguidores tienes en Instagram? Variable cuantitativa continua

2.- TABLA DE FRECUENCIAS CON DATOS DISCRETOS

- **Frecuencia absoluta**, f_i , es el número a veces que se repite un dato. La suma de las frecuencias absolutas de todos los datos estadísticos es el número total de datos: $f_1+f_2+...+f_n=N$

- **Frecuencia absoluta acumulada**, F_i , de un dato estadístico es la suma de las frecuencias absolutas de los datos menor o igual que esta: $F_3= f_1+f_2+f_3$.

- **Frecuencia relativa**, fr_i es el número de veces que se repite un dato dividido por el número total de datos: $fr_i= \frac{f_i}{N}$. Por lo tanto se cumple que $fr_1+fr_2+...+fr_n=1$. ($fr_i \cdot 100$ es el porcentaje de un dato).

- **Frecuencia relativa acumulada**, Fr_i de un dato estadístico es la suma de las frecuencias relativas de todos los datos estadísticos, es la frecuencia relativa de todos los datos anteriores a la posición en la que estamos: $Fr_3 = fr_1+fr_2+fr_3$

- Tanto por ciento: a veces se incluye el valor de las frecuencias en % , multiplicando las frecuencias por 100.

EJEMPLO 2: Tabla de frecuencia con datos discretos. Estudiamos el número de hermanos (incluidos ellos mismos) que tienen los alumnos de una clase de 20 alumnos.

Respuestas: 6 tienen 1 hermano (ellos mismos), 10 tienen 2 hermanos (ellos y otro) y 4 tienen 3 hermanos (ellos y 2 más).

x_i	f_i	F_i	fr_i	Fr_i	%	% Acumulado
1	6	6	$\frac{6}{20}=0,3$	0,3	$fr_1 \cdot 100 = 30$	30
2	10	$6 + 10 = 16$	$\frac{10}{20}=0,5$	$0,3+0,5 = 0,8$	$fr_2 \cdot 100 = 50$	$30+50=80$
3	4	$16 + 4 = 20$	$\frac{4}{20}=0,2$	$0,8+0,2 = 1$	$fr_3 \cdot 100= 20$	$80+20=100$
	N=20		1		100	

3.- TABLA DE FRECUENCIAS CON DATOS AGRUPADOS

Se utilizan cuando tenemos una variable cuantitativa continua, o tantos datos diferentes que estudiarlos de forma individual complica el estudio y la interpretación de los resultados.

En este caso, se agrupan los datos en intervalos o clases.

Pueden ocurrir dos cosas:

a) Que nos digan cuántos intervalos o clases tenemos que hacer y la amplitud de cada intervalo. Para evitar que una de las clases de los extremos quede con muy pocas muestras posibles, lo haremos así:

Rango= dato de mayor valor – dato de menor valor

n: número de intervalos o clases

a: amplitud de cada una de las clases

A: amplitud total. $A = n \cdot a$

El valor inicial de la primera clase será: dato de menor valor – $\frac{A - Rango}{2}$

El valor final de la última clase será: dato de mayor valor + $\frac{A - Rango}{2}$

b) Que nos digan el número de intervalos o clases n pero no su amplitud:

Calcularemos $a' = \frac{Rango}{n}$, y el primer número natural mayor o igual a "a'" será la amplitud de cada una de las clases: a.

A partir de aquí continuaremos como en el caso anterior.

EJEMPLO 3: Tabla de frecuencias agrupadas. El número de personas que se presentaron al examen para obtener el permiso de conducir en 40 convocatorias consecutivas fue:

58 66 60 72 66 52 75 73 68 75
74 80 79 75 76 67 63 68 80 74
70 81 59 73 68 78 65 68 63 59
66 68 76 72 70 64 55 79 54 59

Confeccionamos una tabla de frecuencias y calculamos las frecuencias relativas y los porcentajes. Como hay muchos valores diferentes y con muy poca frecuencia cada uno de ellos, lo mejor es agrupar los datos en intervalos o clases. Decidimos hacer 6 clases.

Rango= dato de mayor valor – dato de menor valor = 81 – 52 = 29

$a' = \frac{Rango}{n} = \frac{29}{6} = 4.8$ Como el siguiente número natural es 5, esa será la amplitud de las clases (a=5)

Amplitud total, A = n · a = 6 · 5 = 30

Valor inicial de la primera clase será: dato menor valor – $\frac{A - Rango}{2} = 52 - \frac{30 - 29}{2} = 52 - 0,5 = 51,5$

Valor final de la última clase será: dato de mayor valor + $\frac{A - Rango}{2} = 81 + \frac{30 - 29}{2} = 81 + 0,5 = 81,5$

Ya podemos rellenar la tabla de frecuencias con las clases, la marca de clase (valor central de cada clase) y las frecuencias absolutas (cada valor se contabiliza en el intervalo al que pertenece), relativas y acumuladas:

Clases	Marca de la clase	f _i	F _i	fr _i	Fr _i	%
[51'5 , 56,5)	$51,5 + \frac{5}{2} = 54$	3	3	$\frac{3}{40} = 0,075$	0,075	7,5
[56'5 , 61,5)	$56,5 + 2,5 = 59$	5	3+5 = 8	0,125	0,075+0,125=0,2	12,5
[61'5 , 66'5)	$61,5 + 2,5 = 64$	7	8+7 = 15	0,175	0,2+0,175=0,375	17,5
[66'5 , 71'5)	$66,5 + 2,5 = 69$	8	15+8 = 23	0,200	0,375+0,2=0,575	20
[71'5 , 76'5)	$71,5 + 2,5 = 74$	11	23+11 =34	0,275	0,575+0,275=0,85	27,5
[76'5 , 81'5]	$76,5 + 2,5 = 79$	6	34+6 = 40	0,150	0,85+0,15=100	15
		N=40		1		100

--> Ejercicios 1, 2 y 3 del final de estos apuntes.

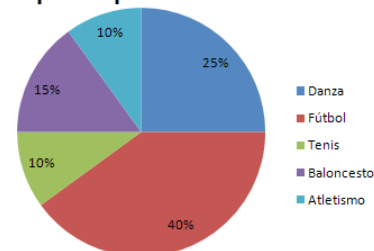
4. GRÁFICOS ESTADÍSTICOS (p169)

Una forma muy útil de representar los datos estadísticos es mediante gráficos. Según el tipo de variable que tengamos, es más adecuado un tipo de gráfico u otro. Las hojas de cálculo permiten realizar fácilmente todos estos gráficos, solo tienes que organizar bien los datos y seleccionar el gráfico que quieras.

- Diagrama de sectores

- Se utiliza para variables cualitativas.
- Consiste en un círculo dividido en sectores circulares, cada uno correspondiente a cada una de los valores.
- La amplitud de cada sector circular es proporcional al valor de la frecuencia de cada dato.

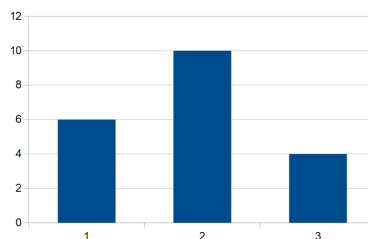
Deportes practicados



- Diagrama de barras

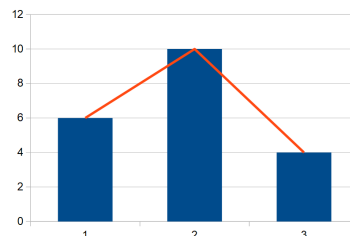
- Se utiliza para representar variables cuantitativas discretas y variables cualitativas.
- En el diagrama de barras representamos:
 - En el eje horizontal, X, los valores de la variable: x_i
 - En el eje vertical, Y, las frecuencias absolutas, f_i
- Cada frecuencia se representa mediante una barra.

x_i	f_i
1	6
2	10
3	4



- Polígono de frecuencias

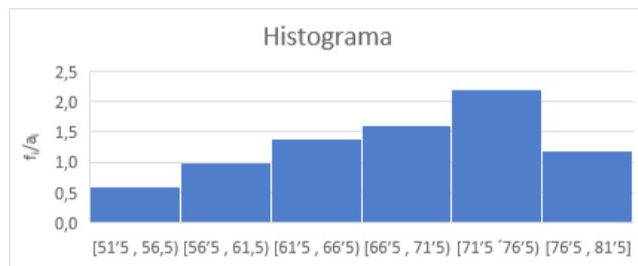
- Si unimos con una línea poligonal el punto medio de los extremos superiores de las barras de un diagrama de barras, obtenemos el polígono de frecuencias.



- Histograma

- Se utiliza para representar variables cuantitativas continuas.
- En el eje horizontal, X, los valores de la variable, x_i , en intervalos o clases.
- En el eje vertical, Y, las frecuencias absolutas divididas por la amplitud de cada clase. El área de cada barra será la frecuencia absoluta f_i .

Classes	f_i	$f_i/a_i = f_i/5$
[51'5 , 56,5)	3	0.6
[56'5 , 61,5)	5	1
[61'5 , 66'5)	7	1.4
[66'5 , 71'5)	8	1.6
[71'5 , 76'5)	11	2.2
[76'5 , 81'5]	6	1.2
	N=40	



5. PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

a) MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN (p169)

- **Media aritmética:** \bar{x}

La media aritmética es el valor promedio aritmético de todas las muestras.

Si las tuviéramos una a una, las sumaríamos todas y las dividiríamos por el número de muestras.

Como tendremos los datos agrupados en una tabla de frecuencias, el cálculo equivalente al anterior es:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N}$$

- **Moda:** M_o

Es el valor que más se repite, o sea, el de mayor frecuencia.

- **Mediana:** M_e

Con todas las muestras ordenadas de menor a mayor, la Mediana es el valor de la muestra que ocupa la posición central.

Si el n° de muestras es impar, M_e =valor de la muestra central.

Si el n° de muestras es par, no hay una muestra central, así que hay que hacer una media de los dos

centrales: $M_e = \frac{\text{suma de los dos valores que están en las dos posiciones centrales}}{2}$

b) MEDIDAS DE DISPERSIÓN (p169)

Para entender la distribución de los datos con los que estamos trabajando, necesitamos estudiar además de la centralización de ellos, su dispersión, o sea, si se concentran alrededor de la media o están bastante alejados.

- **Rango o recorrido:**

El rango es la diferencia entre el mayor y el menor valor de la variable. Indica la longitud del intervalo en el que se encuentran todas las muestras.

- **Varianza:** V ó σ^2

La varianza es el promedio de los cuadrados de las distancias de las muestras a la media.

Se pueden aplicar dos fórmulas equivalentes para su cálculo:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N} \quad \text{ó}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2 \quad \text{Con las tablas de frecuencia es más sencillo calcularla con esta 2ª fórmula.}$$

- **Desviación típica:** σ

Se nombra con la letra griega sigma.

Es la raíz cuadrada de la varianza: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2}$

A mayor desviación típica, mayor dispersión de las muestras.

- **Coeficiente de Variación:** CV

Es el cociente entre la desviación típica y la media aritmética: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

Es útil para poder comparar la dispersión entre datos con medias diferentes, pues relativizamos la dispersión al valor de la media. (No es lo mismo una misma desviación para una media pequeña que para una grande).

Cuanto más cercano a cero está, menor dispersión y las muestras estarán más concentradas alrededor de la media.

También se puede dar en porcentaje.

EJEMPLO 4: Coeficiente de variación.

Los pesos de los toros de lidia de una ganadería se distribuyen con una media de $\bar{x} = 500$ Kg y una desviación típica $\sigma = 40$ Kg.

Los pesos de los perros de una exposición canina tienen una media de $\bar{x} = 20$ Kg y una desviación típica $\sigma = 10$ Kg.

La desviación típica de los pesos de los toros bravos (40 Kg) es superior a la de los perros (10 Kg). No obstante, los 40 Kg son poca cosa para el gran tamaño de los toros, es decir, los toros son muy parecidos en peso, mientras que 10 Kg es muy poco en relación con el peso de un perro.

En este caso la desviación típica no es una medida adecuada para comparar dispersiones.

Por eso, se define otro parámetro estadístico, el coeficiente de variación, que permite comparar la dispersión en poblaciones heterogéneas:

	\bar{x}	σ	$CV = \sigma / \bar{x}$	%
Toros	500	40	0.08	8 %
Perros	20	10	0.50	50 %

RESUMEN DE LAS FÓRMULAS

Media aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N}$

Moda: M_o = valor de la muestra que más se repite

Mediana: M_e = valor de la muestra central

Rango = valor mayor – valor menor

Varianza: $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2}$

Coeficiente de Variación: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

c) MEDIDAS DE POSICIÓN (p169)

Las medidas de posición son valores de la variable que informan sobre el lugar que ocupa un dato dentro del conjunto ordenado de los datos.

- Cuartiles:

Son 3 valores de la variable que separan los datos en cuatro partes iguales.

Primer cuartil Q_1 : deja a la izquierda el 25% de los datos.

Segundo cuartil Q_2 : deja a la izquierda el 50% de los datos. $Q_2 = Me$

Tercer cuartil Q_3 : deja a la izquierda el 75% de los datos.

Percentil k: P_k : deja a la izquierda el k% de los datos.

EJEMPLO 5:

Variable cuantitativa discreta con los siguientes valores y frecuencias para cada valor (N impar):

x_i	3	4	5	6	7	8
f_i	8	12	19	13	6	7

Para calcular la media, la varianza, la desviación típica i el coeficiente de variación de la distribución, añadimos a la tabla de frecuencias las columnas que necesitamos para aplicar las fórmulas de estas medidas, como en la tabla de frecuencias siguiente:

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$	F_i
3	8	24	72	8
4	12	48	192	20
5	19	95	475	39
6	13	78	468	52
7	6	42	294	58
8	7	56	448	65
	65	343	1949	

Media aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{343}{65} = 5,28$

Varianza: $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2 = \frac{1949}{65} - 5,28^2 = 2,14$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2,14} = 1,46$

Coeficiente de variación: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,46}{5,28} = 0,28$

Mediana: $Me = 5$ porque la muestra central es la $i=33$ ($65/2=32,5$, luego la siguiente) y esa muestra corresponde con un 5 (la muestra 20 es el último 4, en la 21 ya empiezan los 5 que se repiten hasta la muestra 39). (Lo miramos en la columna de la Frecuencia Acumulada F_i).

Moda: $Mo = 5$ porque es la que más se repite, su frecuencia absoluta es la mayor, $f_i=19$

$Q_1 = 4$, porque la muestra que alcanza el 25% es $0,25 \cdot 65 = 16,25$ y en la posición 17 tenemos un 4 (lo miramos en la columna de la Frecuencia Acumulada F_i).

$Q_3 = 6$, porque la muestra que alcanza el 75% es $0,75 \cdot 65 = 48,75$ y en la posición 49 tenemos un 6 (lo miramos en la columna de la Frecuencia Acumulada F_i).

EJEMPLO 6:

Variable cuantitativa discreta (N PAR) con la distribución siguiente:

7, 8, 8, 9, 11, 12, 15, 16, 16, 17, 20, 20, 20, 23, 24, 24, 26, 26, 28,30

Calcula Q_1 , Me, Q_3 , P_{37} , P_{90} y Mo.

Como sólo nos piden parámetros de posición y en la Moda no necesitamos hacer cálculos, podemos contestar sin hacer la tabla de frecuencias:

$N=20$ porque hay 20 muestras.

Moda: Mo = 20 porque es el valor que más veces se repite, 3 veces (nada que ver con el 20 de N).

$Q_1 = \frac{11+12}{2} = 11,5$ porque $0,25 \cdot 20 = 5$, luego se encuentra entre la muestra 5ª y la 6ª, así que hacemos la media entre estas dos muestras.

Me = $Q_2 = \frac{17+20}{2} = 18,5$ porque $0,5 \cdot 20 = 10$, luego se encuentra entre la muestra 10ª y la 11ª, así que hacemos la media entre estas dos muestras.

$Q_{13} = 24$ porque $0,75 \cdot 20 = 15$, luego se encuentra entre la muestra 15ª y la 16ª, así que haríamos la media entre estas dos muestras, pero como son iguales, tomamos directamente ese valor.

$P_{37} = 16$ porque $0,37 \cdot 20 = 7,4$, luego cogemos la muestra que está en la posición 8ª.

$P_{90} = \frac{26+28}{2} = 27$ porque $0,9 \cdot 20 = 18$, luego se encuentra entre la muestra 18ª y la 19ª, así que haríamos la media entre estas dos muestras.

EJEMPLO 7:

Variable cuantitativa continua. Calcula la media aritmética, varianza , CV, mediana y cuartiles de la distribución dada en la tabla de frecuencias con los datos agrupados en clases del ejemplo 3:

Classes	Marca de clase	f_i	$F_i \cdot x_i$	$F_i \cdot x_i^2$	F_i
[51'5 , 56,5)	54	3	162	8748	3
[56'5 , 61,5)	59	5	295	17405	8
[61'5 , 66'5)	64	7	448	28672	15
[66'5 , 71'5)	69	8	552	38088	23
[71'5 , 76'5)	74	11	814	60236	34
[76'5 , 81'5]	79	6	474	37446	40
		N=40	2745	190595	

Media aritmética: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{2745}{40} = 68,625$

Varianza: $\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \bar{x}^2 = \frac{190595}{40} - 68,625^2 = 55,48$

Desviación típica: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{55,48} = 7,45$

Coefficient de variació: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{7,45}{68,625} = 0,1085$

Mediana: Clase Mediana = [66'5 , 71'5) porque es la clase donde está la muestra central (40/2=20, luego posición 20).

Moda: Clase Modal = [71'5 '76'5) porque es la que más se repite, su frecuencia absoluta es la mayor, $f_i=11$

Los cuartiles cuando los datos están agrupados en clases se calculan mediante una fórmula más complicada que la que usamos cuando los valores son discretos. La otra opción es hacerlo ordenando los datos y mirando directamente sobre la posición del valor que toque en cada cálculo:

52 54 55 58 59 59 59 60 63 63 64 65 66 66 66 67 68 68 68 68

68 70 70 72 72 73 73 74 74 75 75 75 76 76 78 79 79 80 80 81

$Q_1 = \frac{63+64}{2} = 63,5$, porque la muestra que alcanza el 25% es $0,25 \cdot 40 = 10 \rightarrow 10^a$ y 11^a posición

$Q_2 = Me = \frac{68+68}{2} = 68$, porque la muestra que alcanza el 50% es $0,5 \cdot 40 = 20 \rightarrow 20^a$ y 21^a posición

$Q_3 = \frac{75+75}{2} = 75$, porque la muestra que alcanza el 75% es $0,75 \cdot 40 = 30 \rightarrow 30^a$ y 31^a posición

Mo = 68 si miramos los datos de forma individual.

--> Ejercicios 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

EJERCICIOS

* Ejercicio 1: Las estaturas de 50 chicos y chicas, expresadas en cm son:

164 172 163 168 170 169 164 149 166 163 160 161 165 162 158 164 162 164 153 159
173 155 162 163 161 170 162 157 165 **177** 159 **148** 157 167 166 174 174 166 159 167
152 175 171 166 149 158 161 167 173 176

- Repartelas en una tabla de frecuencias de 6 clases con 5 unidades de amplitud en cada uno.
- Calcula las frecuencias relativas, las acumuladas y los porcentajes.

* Ejercicio 2: Se han tomado las pulsaciones en reposo a 30 personas:

84 83 65 72 **62** 83 74 79 76 **87** 65 74 86 78 66
86 65 72 69 73 71 70 74 75 80 72 69 75 77 73

- Haz una tabla de frecuencias agrupadas en clases de 4 unidades de amplitud.
- Calcula las frecuencias relativa, las acumuladas y los porcentajes.

* Ejercicio 3: El tiempo invertido por 25 corredores de una carrera popular de 400 metros son (en segundos):

59 63 **58** 60 70 62 67 70 64 71 66 69 59 67 68 73 **75** 73 61 66 71 74 68 69 70

- Agrúpalos en una tabla de frecuencias agrupadas en 6 clases de 3 unidades de amplitud
- Calcula las frecuencias relativa, las acumuladas y los porcentajes.

* Ejercicio 4: Calcula todos los parámetros de dispersión y de posición de la distribución dada por la tabla de frecuencias siguiente:

x_i	0	1	2	3	4	5
f_i	1	3	0	6	4	11

* Ejercicio 5: Calcula todos los parámetros de dispersión y de posición de la distribución dada por la tabla de frecuencias siguiente:

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
f_i	43	152	214	136	55	12	2	1

* Ejercicio 6: Calcula media aritmética, varianza , CV, clase mediana y clase modal de la distribución dada en la tabla de frecuencias siguientes:

Classes	f_i
[51'5 , 56,5)	3
[56'5 , 61,5)	5
[61'5 , 66'5)	7
[66'5 , 71'5)	8
[71'5 , 76'5)	11
[76'5 , 81'5]	6

* Ejercicio 7: Calcula media aritmética, varianza , CV, clase mediana y clase modal de la distribución conseguida en el ejercicio 1.

* Ejercicio 8: Calcula media aritmética, varianza , CV, clase mediana y clase modal de la distribución conseguida en el ejercicio 2.

* Ejercicio 9: Calcula media aritmética, varianza , CV, clase mediana y clase modal de la distribución conseguida en el ejercicio 3.

* Ejercicio 10: Calcula Q_1 , Me, Q_3 , P_{30} y Mo en la distribución: 1 1 2 5 7 7 7 8 9 11 11 13 14 17 20

* Ejercicio 11: En la distribución siguiente, calcula Q_1 , Me, Q_3 y P_{60} :

x_i	3	4	5	6	7	8
f_i	8	12	19	13	6	7

* Ejercicio 12: En la distribución siguiente calcula Q_1 , Me, Q_3 , P_{20} y Mo :

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f_i	1	3	0	6	4	11	2	8	7	5	3