

SI ENCUENTRAS ALGÚN ERROR COMUNÍCALO, POR FAVOR, AL CORREO DE LA PÁGINA WEB.



ACADEMIA ALCOVER

COMBINATORIA.

¿ Se pueden repetir los elementos?	Sí. ¿ Importa el orden?	Sí. { Si $m > n \rightarrow$ VARIACIONES CON REPETICIÓN. $VR_{m,n} = m^n$ Si $m = n \rightarrow$ PERMUTACIONES CON REPETICIÓN. $PR_n^{n_1, n_2, \dots} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \dots}$ No { COMBINACIONES CON REPETICIÓN. $CR_{m,n} = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{m! \cdot (n-1)!}$
	No. ¿ Importa el orden?	Sí. { Si $m > n \rightarrow$ VARIACIONES. $V_{m,n} = \frac{m \cdot (m-1) \cdot (m-2) \dots}{n \text{ factores}}$ Si $m = n \rightarrow$ PERMUTACIONES. $P_m = m!$ No. { COMBINACIONES. $C_{m,n} = \binom{m}{n} = \frac{m!}{(m-n)! \cdot n!} = \frac{V_{m,n}}{P_n}$

1. Calcula:

a. $VR_{4,3}$

b. $VR_{3,4}$

c. $V_{7,3}$

d. P_7

e. $C_{6,4}$

a. $VR_{4,3} = 4^3 = 64$

b. $VR_{3,4} = 3^4 = 81$

c. $V_{7,3} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$

d. $P_7 = 7! = 5040$

e. $C_{6,4} = \binom{6}{4} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$. Con la calculadora 6 shift $\div$ 4 =

2. a. Sorteamos un viaje a Roma y un viaje a París entre 7 personas. ¿De cuántas maneras se pueden repartir?

b. De un grupo de 5 personas debo elegir dos para que traigan una mesa. ¿De cuántas maneras se pueden repartir?

a.
NO se pueden repetir los elementos.
Sí importa el orden. $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{Sí importa el orden.} \end{array}} \right\} V_{7,2} = 7 \cdot 6 = 42$

b.
NO se pueden repetir los elementos.
NO importa el orden. $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{NO importa el orden.} \end{array}} \right\} C_{5,2} = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = 10$

3.- Con las letras de la palabra CAMION ¿Cuántas palabras de 6 letras, aunque no tengan sentido, podemos formar?

NO se pueden repetir los elementos
Sí importa el orden.
 $m = n$ $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{Sí importa el orden.} \\ m = n \end{array}} \right\} \text{Permutaciones, } P_6 = 6! = 720.$

4.- Con las letras de la palabra CASCARA ¿Cuántas palabras de 7 letras, aunque no tengan sentido, podemos formar?

Sí se pueden repetir los elementos
Sí importa el orden.
 $m = n$ $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Sí se pueden repetir los elementos.} \\ \text{Sí importa el orden.} \\ m = n \end{array}} \right\} PR_7^{3,2,1,1} = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420$

5.- Con las cifras impares, ¿Cuántos números de 4 cifras podemos formar?

Sí se pueden repetir, el número 1111 es válido.
Sí importa el orden pues 1357 es distinto de 7531. $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Sí se pueden repetir, el número 1111 es válido.} \\ \text{Sí importa el orden pues 1357 es distinto de 7531.} \end{array}} \right\} VR_{5,4} = 5^4 = 625$

6.- 6 amigos se quieren sentar en un banco.

a) ¿De cuántas maneras lo pueden hacer?

b) ¿En cuántas de ellas Pedro se sienta en una esquina?

c) ¿En cuántas de ellas Pedro y Juan están juntos?

a)
 No se pueden repetir.
 Sí importa el orden. } Permutaciones. $P_6 = 6! = 720$
 $m = n$

b)
 $P \rightarrow P_5 = 5! = 120$
 $***** P \rightarrow P_5 = 5! = 120$ } Total 240.

c)
 $PJ **** \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $JP **** \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $* PJ *** \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $* JP *** \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $** PJ ** \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $** JP ** \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $*** PJ * \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $*** JP * \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $**** PJ \rightarrow P_4 = 4! = 24$
 $**** JP \rightarrow P_4 = 4! = 24$ } Total 240

7.- Con las cifras 1,2,3,4,5,6 y 7

- a) ¿ Cuántos números de 4 cifras podemos hacer?,
 b) ¿ Cuántos son pares?,
 c) ¿ Cuántos son capicúa?

a)
 Sí se pueden repetir. } $VR_{7,4} = 7^4 = 2401$.
 Sí importa el orden.

b)
 De los 2401, la séptima parte (343) termina en 2, otra séptima parte termina en 4 y otra en 6. Luego son pares $343 + 343 + 343 = 1029$.

c)
 Podemos elegir los dos primeros pues si el número es capicúa el tercero y el cuarto vienen dados por los dos primeros. $VR_{7,2} = 7^2 = 49$

8.- Hay que colocar a 5 hombres y 4 mujeres en una fila de modo que las mujeres ocupen los lugares pares. ¿De cuántas maneras puede hacerse?

Los hombre se pueden colocar de $5!$ Maneras distintas y las mujeres de $4!$ Formas. En total habrá $5! \cdot 4! = 2880$ formas de colocarse.

9.- Las diagonales de un polígono se obtienen uniendo pares de vértices no adyacentes. 1. Obtener el número de diagonales del cuadrado y el hexágono.

Caso del cuadrado. Todas las uniones entre vértices.

4

Los puntos a unir $\left. \begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir.} \\ \text{NO importa el orden.} \end{array} \right\} C_{4,2} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!.2!} = 6$

A este resultado debemos restarle el número de lados. $6 - 4 = 2$ diagonales.

Caso del hexágono.

Los puntos a unir $\left. \begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir.} \\ \text{NO importa el orden.} \end{array} \right\} C_{6,2} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{4!.2!} = 15$

A este resultado debemos restarle el número de lados. $15 - 6 = 9$ diagonales.

10. ¿Cuántas letras de 5 signos con 3 rayas y 2 puntos podría tener el alfabeto Morse?

$\left. \begin{array}{l} \text{Sí se pueden repetir los elementos} \\ \text{Sí importa el orden.} \\ m = n \end{array} \right\} PR_{5}^{3,2} = \frac{5!}{3!.2!} = 10$

11.- Si en un restaurante sirven tres entrantes, cuatro platos fuertes y 2 postres. ¿Cuántos menús distintos podemos comer?

Elegimos un entrante. Tenemos 3 posibilidades. 4 posibles platos fuertes y dos postres. $3.4.2 = 24$ menús distintos.

12.- Si un entrenador de baloncesto dispone de 10 jugadores,

a.- ¿Cuántas alineaciones distintas puede presentar?

b.- ¿En cuántas figura Pedro?

c.- y si Pedro y Juan no pueden jugar juntos pero juega alguno de ellos.

a)
 $\left. \begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{NO importa el orden.} \end{array} \right\} C_{10,5} = \binom{10}{5} = \frac{10!}{5!.5!} = 252$ alineaciones

b)
 Si tomamos siempre a Pedro, quedan 4 puestos para 9 jugadores.
 $\left. \begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{NO importa el orden.} \end{array} \right\} C_{9,5} = \binom{9}{4} = \frac{9!}{5!.4!} = 126$ alineaciones

c)
 Juega Pedro y no juega Juan. Los 4 puestos restantes se reparten entre 8 jugadores.
 $\left. \begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{NO importa el orden.} \end{array} \right\} C_{8,5} = \binom{8}{4} = \frac{8!}{4!.4!} = 70$ alineaciones
 Juega Juan y no juega Pedro. Los 4 puestos restantes se reparten entre 8 jugadores.
 $\left. \begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{NO importa el orden.} \end{array} \right\} C_{8,5} = \binom{8}{4} = \frac{8!}{4!.4!} = 70$ alineaciones
 En total podemos hacer $70 + 70 = 140$ alineaciones.

13.- En una liga de fútbol en la que participan 18 equipos, el primer clasificado acude a un campeonato europeo y el segundo tiene que ir a una eliminatoria previa. ¿De cuántas formas diferentes se pueden ocupar estos dos puestos?

5

NO se pueden repetir los elementos.
 Sí importa el orden. $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{NO se pueden repetir los elementos.} \\ \text{Sí importa el orden.} \end{array}} \right\} V_{18,2} = 18 \cdot 17 = 306$

14.- Para acceder a una caja fuerte se tiene que introducir un número de 10 cifras. Se sabe que dicho número está formado por 5 doses, 3 cincos y 2 seises. ¿Cuántas claves diferentes se pueden formar?

Sí se pueden repetir los elementos
 Sí importa el orden.
 $m = n$ $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Sí se pueden repetir los elementos} \\ \text{Sí importa el orden.} \\ m = n \end{array}} \right\} PR_{10}^{5,3,2} = \frac{10!}{5! \cdot 3! \cdot 2!} = 2520 \text{ claves.}$

15.- ¿Cuántos números mayores que un millón existen que contengan exactamente las siguientes cifras? 0, 2, 2, 3, 3, 3, 4

Los números mayores que un millón deben tener 7 cifras y no empezar por 0.
 Como solo tenemos 7 cifras:

Sí se pueden repetir los elementos
 Sí importa el orden.
 $m = n$ $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Sí se pueden repetir los elementos} \\ \text{Sí importa el orden.} \\ m = n \end{array}} \right\} PR_7^{3,2,1,1} = \frac{7!}{3! \cdot 2!} = 420 \text{ números.}$

De éstos, la séptima parte empiezan por 0, 60. Mayores de un millón hay
 $420 - 60 = 360$ números.

16.- Con 1 uno, 2 doses y 3 treses:

a) ¿Cuántos números de seis cifras se pueden formar?

b) ¿Cuántos de ellos son pares?

c) ¿Cuántos son divisibles por 3?

d) ¿Cuántos empiezan y terminan por 3?

a)
 Sí se pueden repetir los elementos
 Sí importa el orden.
 $m = n$ $\left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Sí se pueden repetir los elementos} \\ \text{Sí importa el orden.} \\ m = n \end{array}} \right\} PR_6^{3,2,1} = \frac{6!}{3! \cdot 2!} = 60 \text{ números.}$

b) De los 60 hay 10 terminados en 1, 20 terminados en 2 y 30 terminados en tres. Hay 20 pares.

c) Ninguno pues la suma de las cifras no es divisible por 3.

d) Si colocamos un tres al principio y un tres al final es lo mismo que hacer números de 4 cifras con 1,2,2,3: $PR_4^{2,1,1} = 12$

17.- Un juego consiste en crear personajes. Para ello se dispone de 5 rostros, 10 cuerpos y 8 pares de piernas. ¿Cuántos personajes se pueden crear?

Elegimos un rostro. Tenemos 5 posibilidades. 4 posibles cuerpos y 8 piernas.
 $5 \cdot 10 \cdot 8 = 400$ personajes distintos.

18.- Resuelve:

$$\frac{V_{x,2}}{2} = \frac{V_{x-1,3}}{4}$$

6

$$\frac{V_{x,2}}{2} = \frac{V_{x-1,3}}{4} \rightarrow \frac{x \cdot (x-1)}{2} = \frac{(x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)}{4}; 2x = (x-2) \cdot (x-3) \rightarrow x = 6$$

La solución $x = 1$ no tiene sentido pues daría $V_{0,3}$

19.- A una fiesta acuden 6 parejas. Cada persona saluda con un abrazo al resto, menos a su compañero/a. ¿Cuántos abrazos se han dado en total en la fiesta?

Hay 12 personas.

NO se pueden repetir los elementos. } $C_{12,2} = \binom{12}{2} = \frac{12!}{10! \cdot 2!} = 66$ abrazos

NO importa el orden.

Debemos restar los 6 abrazos que habrá entre las 6 parejas, pues no cuentan.

Total 60 abrazos.

20. Ana y Pepe están jugando un torneo de ajedrez que ganará el primero que venza en 6 partidas. Las tablas (empates) no cuentan. Pepe va ganando 4 a 2. Haz un diagrama en árbol que describa todas las posibles continuaciones.

Haz un diagrama de árbol y verás las posibles soluciones. (VER VÍDEO)

21. En un examen, el profesor ha puesto 7 problemas, de los que hay que elegir 5.

a. ¿Cuántas elecciones se puede plantear un alumno?

b. Si Carlos tiene claro que elegirá tres de ellos, ¿cuántas posibilidades le quedan para los otros dos?

NO se pueden repetir los elementos. } $C_{7,5} = \binom{7}{5} = 21$

NO importa el orden.

NO se pueden repetir los elementos. } $C_{4,2} = \binom{4}{2} = 6$

NO importa el orden.

22. ¿Cuántos números de cuatro cifras se pueden hacer con los dígitos 1, 2 y 3? ¿Cuál es la suma de todos ellos?

Sí se pueden repetir los elementos. } $VR_{3,4} = 3^4 = 81$

Sí importa el orden.

La suma es 179982 (VER VÍDEO)