UNIDAD 2: Técnicas de conteo

Afianza

Página 30

1. Una urna contiene cinco bolas blancas numeradas del 1 al 5 y tres bolas negras numeradas del 1 al 3. ¿Cuántos posibles resultados se pueden obtener al extraer una de ellas al azar?

Como tenemos dos conjuntos sin elementos comunes, resolvemos el problema con el principio de adición.

Si en la urna existen 5 bolas blancas y 3 bolas negras, todas ellas distinguibles entre sí, existirán 5 + 3 = 8 resultados posibles para realizar una extracción al azar.

2. En una empresa de importación y exportación trabajan 24 personas que hablan francés, 36 que hablan inglés y 11 que habla ambos idiomas. ¿De cuántas formas posibles se puede elegir a una persona al azar para hablar con el jefe y pedirle un aumento de sueldo?

Para resolver este problema, en primer lugar, vamos a nombrar los conjuntos y sus cardinales, según el idioma que hable cada persona:

A = «personas que hablan francés», card(A) = 24

B = «personas que hablan inglés», card(B) = 36

$A \cap B$ = «personas que hablan francés e inglés», card($A \cap B$) = 11.

Por el principio de inclusión-exclusión, el número de personas totales que hay en la empresa es:

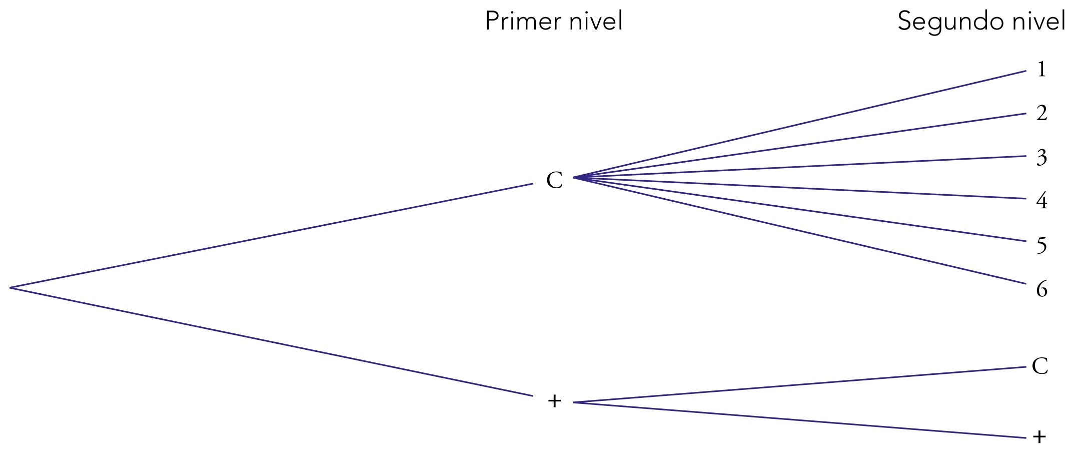
card(A) + card(B) – card($A \cap B$) = 24 + 36 – 11 = 49 personas que pueden ir a pedir un aumento de sueldo al jefe.

Date cuenta de que no hay 60 personas en la empresa, pues estarías contando dos veces a las personas que hablan inglés y francés a la vez.

3. Un juego consiste en tirar una moneda. Si sale cara, se tira un dado equilibrado de seis caras; pero si sale cruz, se tira otra moneda equilibrada. Realiza un diagrama en árbol para este juego y determina el número de posibles resultados.

En este juego, el diagrama de árbol que contempla todos los posibles resultados que se pueden obtener es un diagrama con dos niveles.

En el primer nivel se codifican los resultados del lanzamiento de la primera moneda y, en el segundo nivel, se verán los del lanzamiento del dado o de la segunda moneda, según lo obtenido en el primer nivel.



© Grupo Anaya, S.A. Material imprimible autorizado.

Puedes calcular fácilmente mediante el principio del producto, que si sale cara en la primera moneda existirán 6 resultados posibles, mientras que, si sale cruz en la primera moneda, habrá dos sucesos posibles como resultado.

Entonces, el número total de resultados posibles es, utilizando el principio de la suma, de $6 + 2 = 8$ resultados.

4. Se saca al azar una carta de una baraja española de 40 cartas. Si la carta extraída es de bastos, se tira un dado de seis caras, pero si no lo es, se lanza una moneda. ¿Cuáles son los posibles resultados obtenidos? ¿Cuántos son?

Vamos a considerar los siguientes conjuntos y sus cardinales correspondientes, para la extracción de la carta:

B = «sacar una carta de bastos», card(B) = 10

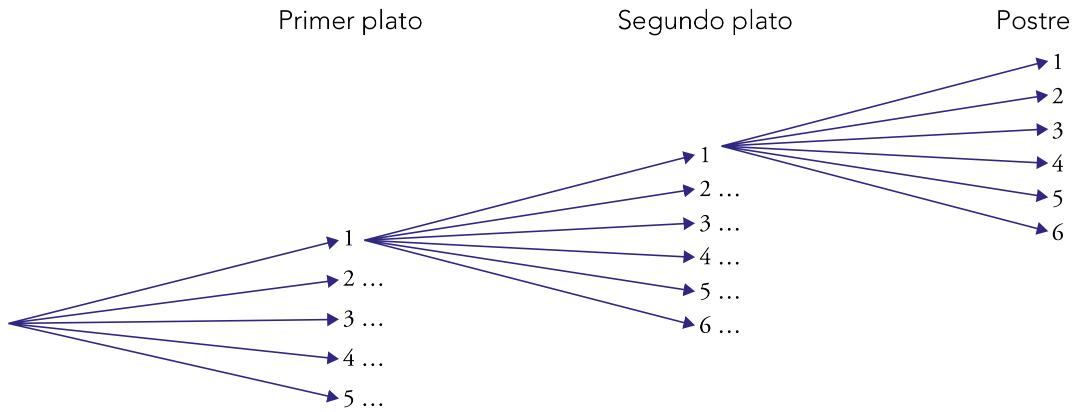
$\overline{B}$ = «sacar una carta que no es de bastos», card($\overline{B}$) = 30

Los posibles resultados de la tirada del dado son {1, 2, 3, 4, 5, 6}, y de la tirada de la moneda son {C, X}.

Obtenemos que, si la carta que sacamos es de bastos, hay $10 \cdot 6 = 60$ resultados posibles (principio del producto); si la carta, no es de bastos hay $30 \cdot 2 = 60$ resultados posibles (principio del producto); de modo que en total tenemos $60 + 60 = 120$ resultados posibles (principio de la suma).

5. Un restaurante ofrece un menú a elegir entre cinco primeros platos, seis segundos y seis postres. Haz un diagrama en árbol para determinar de cuántas maneras diferentes se puede configurar el menú.

Las posibles combinaciones que conformarán el menú se pueden calcular mediante el principio del producto, pues hay que escoger un primer plato, un segundo plato y un postre. Para ver más fácil el problema, podemos recurrir a construir un diagrama de árbol con tres niveles, como el de la figura.

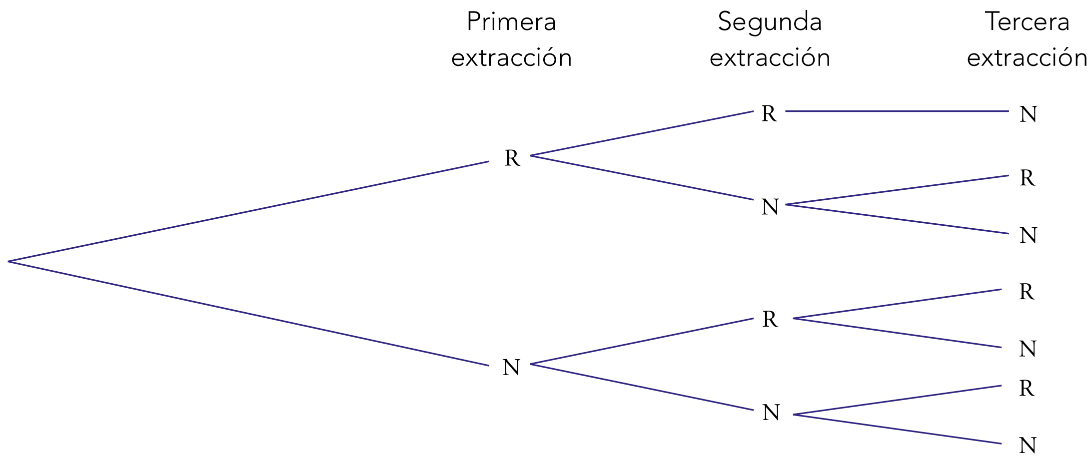


A partir de él podemos determinar que existen $5 \cdot 6 \cdot 6 = 180$ menús diferentes posibles.

6. Una urna contiene diez bolas negras y dos bolas rojas. Se extraen al azar tres bolas sin repetición y se anota su color. Realiza un diagrama en árbol y determina a partir de él el número de sucesos posibles en este experimento.

Llamemos R y N a los siguientes conjuntos: R = «sacar una bola roja» y N = «sacar una bola negra». El suceso compuesto consiste en sacar tres bolas sin reposición, y puede estar formado por cualquiera de las posibilidades contempladas en este diagrama de árbol:

© Grupo Anaya, S.A. Material imprimible autorizado.



Del cual podemos deducir fácilmente que existen solamente tres posibles resultados, que son {RRN, RNN, NNN}. Extraer las bolas en diferente orden no constituye un resultado distinto, ya que no importa el orden en que se saquen. Además, al no existir más que dos bolas rojas en la urna hace que sea imposible el resultado {RRR}.

7. Se lanzan simultáneamente cuatro monedas al aire y se observa el resultado que se obtiene en cada una. ¿Cuántas posibilidades distintas podemos encontrar?

En primer lugar, definimos los conjuntos: C = «sacar cara» y X = «sacar cruz».

Debemos tener en cuenta que en este experimento, existen sucesos que son equivalentes, ya que es irrelevante el orden en que se consideren los lanzamientos de cada moneda individual.

Por lo tanto, podemos obtener los siguientes sucesos: {CCCC, CCCX, CCXX, CXXX, XXXX}.

8. Se lanzan al aire simultáneamente dos dados de seis caras. ¿Cuántos resultados posibles podemos encontrar? ¿En cuántos de ellos la suma de las puntuaciones es 7? ¿En cuántos de ellos la suma de las puntuaciones es menor que cinco?

En cada uno de los dados, las puntuaciones posibles son las que corresponden a cada una de las caras: {1, 2, 3, 4, 5, 6}.

De modo que los posibles sucesos son: {1, 1}; {1, 2}; {1, 3}; {1, 4}; {1, 5}; {1, 6}; {2, 1}; {2, 2}; {2, 3}; {2, 4}; {2, 5}; {2, 6}; {3, 1}; {3, 2}; {3, 3}; {3, 4}; {3, 5}; {3, 6}; {4, 1}; {4, 2}; {4, 3}; {4, 4}; {4, 5}; {4, 6}; {5, 1}; {5, 2}; {5, 3}; {5, 4}; {5, 5}; {5, 6}; {6, 1}; {6, 2}; {6, 3}; {6, 4}; {6, 5}; {6, 6}.

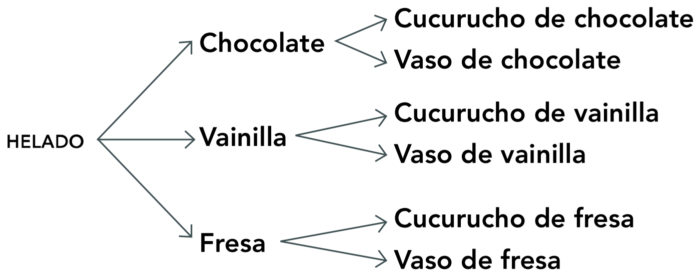
Por el principio del producto, hay 36 resultados posibles.

La suma de las puntuaciones será 7 en los siguientes casos: {1, 6}; {6, 1}; {2, 5}; {5, 2}; {3, 4} y {4, 3}. Pero si los dos dados son indistinguibles, solo hay tres posibilidades, porque, por ejemplo, {1, 6} y {6, 1} se consideran el mismo resultado.

Para que la suma de las puntuaciones sea estrictamente menor que cinco, las posibilidades son: {1, 1}; {1, 2}; {2, 1}; {2, 2}; {1, 3} y {3, 1}. Aunque, al igual que antes, si los dados son indistinguibles, habría cuatro posibilidades, ya que algunos resultados, como por ejemplo: {1, 2} y {2, 1} serían el mismo.

© Grupo Anaya, S.A. Material imprimible autorizado.

9. Diseña un enunciado que pueda resolverse con el diagrama en árbol siguiente:



Respuesta abierta.

Por ejemplo: En una heladería turca, el cliente debe elegir entre tres sabores distintos de helados. Para tomárselo, puede escogerse en cucurucho o en vaso. Efectúa un diagrama de árbol para definir cuántas posibilidades tiene un cliente de elegir su helado.

10. ¿Cuántas personas tiene que haber para poder asegurar que al menos el nombre de dos de ellas empieza por la misma letra?

Para resolver este problema aplicamos el principio del palomar.

Si tenemos en cuenta que el alfabeto español tiene 27 letras y que existen nombres que empiecen por cada una de ellas, tendremos 27 nidos. Por lo tanto, necesitamos 28 palomas para poder asegurar que al menos dos de ellas estarán en el mismo nido. Es decir, necesitamos al menos 28 personas para confirmar que el nombre de dos de ellas comienza por la misma letra.

11. A una convención científica asisten 740 participantes. ¿Podemos asegurar que hay al menos dos personas que cumplen años el mismo día? ¿Y tres personas?

Para resolver este problema aplicaremos el principio del palomar.

Sabemos que el año tiene 365 días (365 nidos), podemos afirmar que en una convención de 740 personas (740 palomas) hay al menos dos de ellas que cumplen años el mismo día, ya que hay más palomas que nidos, y en un mismo nido ubicaremos a más de una paloma.

Es más, podemos asegurar que hay al menos tres personas que cumplen años el mismo día, pues si colocamos dos palomas en un mismo nido, habríamos colocado $2 \cdot 365 = 730$ palomas y aún tendríamos 10 palomas más por colocar, es decir, habrá nidos con 3 palomas.

Recuerda que el principio del palomar no habla de qué personas son, ni de qué día cumplen años, sino simplemente de que esas personas cumplen la condición.

12. En una fiesta hay 15 personas. Cada una saluda solo a las que conoce. ¿Podemos asegurar que existen al menos dos personas que han saludado al mismo número de personas?

Una persona que vaya a una fiesta puede saludar, como máximo, a todas las personas que haya en ella, menos a sí misma.

Apliquemos el principio del palomar para resolver este problema:

Como hay 15 personas en la fiesta, cada una puede saludar, como mucho a 14 personas.

N.º de palomas (personas que hay en la fiesta) = 15

N.º de palomares (personas a las que saludas) = 14 como máximo

Como hay más palomas que palomares, necesariamente ha de haber al menos dos palomas en el mismo palomar. Por este motivo, se puede asegurar que al menos hay dos personas que han saludado al mismo número de personas.

© Grupo Anaya, S.A. Material imprimible autorizado.