Universidad Zaragoza 1542

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATORIA DE JUNIO DE 2017
EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC.SS. II**
TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. *(3,25 puntos)* Una empresa de transporte va a realizar el transporte de animales de compañía entre dos ciudades. Para ello, va a alquilar furgonetas especializadas en este tipo de transporte, que pueden ser de dos tipos, A y B. Cada furgoneta de tipo A tiene 4 jaulas individuales para perros y 3 jaulas individuales para gatos, mientras que cada furgoneta de tipo B tiene 2 jaulas individuales para perros y 6 jaulas individuales para gatos. El coste de alquiler de cada furgoneta de tipo A es de 240 euros y el coste de alquiler de cada furgoneta de tipo B es de 400 euros. Además, por razones comerciales, el número de furgonetas de tipo B debe ser mayor o igual que el número de furgonetas de tipo A. La empresa tiene que garantizar espacio para, al menos, 24 perros y 54 gatos. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas furgonetas de cada tipo debe alquilar para que el coste sea mínimo. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

2. (*3,25 puntos*)

a) *(2 puntos)* Dada la función $f(x)=ax^3+bx^2+2x+2$, con $x \in \mathbb{R}$, encontrar, si existen, a y b tal que f tenga un máximo relativo en $x=-1$ con valor $f(-1)=2$.

b) *(1,25 puntos)* Calcular:

$$\int_1^2 \left(7e^{3x}+\frac{4}{3}x^2-3\sqrt{x}+\frac{1}{x}\right)dx$$

3. *(3,5 puntos)* En una urna hay 2 bolas blancas, 4 bolas negras y 5 bolas rojas. Se extraen dos bolas de la urna, una tras otra sin reemplazamiento. Calcular:

a) *(0,75 puntos)* La probabilidad de que las dos sean rojas.

b) *(1 punto)* La probabilidad de que sean de distinto color.

c) *(0,75 puntos)* La probabilidad de que la segunda bola extraída sea roja.

d) *(1 punto)* Sea A el suceso "la primera bola extraída es roja" y B el suceso "las dos bolas son del mismo color", ¿son los dos sucesos A y B independientes?

SOLUCIONES

OPCIÓN A

1. *(3,25 puntos)* Una empresa de transporte va a realizar el transporte de animales de compañía entre dos ciudades. Para ello, va a alquilar furgonetas especializadas en este tipo de transporte, que pueden ser de dos tipos, A y B. Cada furgoneta de tipo A tiene 4 jaulas individuales para perros y 3 jaulas individuales para gatos, mientras que cada furgoneta de tipo B tiene 2 jaulas individuales para perros y 6 jaulas individuales para gatos. El coste de alquiler de cada furgoneta de tipo A es de 240 euros y el coste de alquiler de cada furgoneta de tipo B es de 400 euros. Además, por razones comerciales, el número de furgonetas de tipo B debe ser mayor o igual que el número de furgonetas de tipo A. La empresa tiene que garantizar espacio para, al menos, 24 perros y 54 gatos. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar cuántas furgonetas de cada tipo debe alquilar para que el coste sea mínimo. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

Se trata de un problema de programación lineal. Organizamos los datos en una tabla:

	Perros	Gatos	Coste
Nº furgonetas A (x)	**4x**	**3x**	**240x**
Nº furgonetas B (y)	**2y**	**6y**	**400y**
TOTAL	$4x+2y$	$3x+6y$	$240x+400y$

La función objetivo es el coste que deseamos minimizar y tiene la expresión $C(x,y)=240x+400y$.

Las restricciones son:

"Las cantidades deben ser positivas" → $x\geq 0;\ \ y\geq 0$

"*El número de furgonetas de tipo B debe ser mayor o igual que el número de furgonetas de tipo A*" → $y\geq x$

"*La empresa tiene que garantizar espacio para, al menos, 24 perros y 54 gatos*" → $4x+2y\geq 24$; $3x+6y\geq 54$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}3x+6y\geq 54\\4x+2y\geq 24\\y\geq x\\x\geq 0;\ \ y\geq 0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}x+2y\geq 18\\2x+y\geq 12\\y\geq x\\x\geq 0;\ \ y\geq 0\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}2y\geq 18-x\\y\geq 12-2x\\y\geq x\\x\geq 0;\ \ y\geq 0\end{array}\right\}$$

Representamos las rectas que delimitan la región factible.

$x\geq 0;\ \ y\geq 0$ — Primer cuadrante

$y=x$

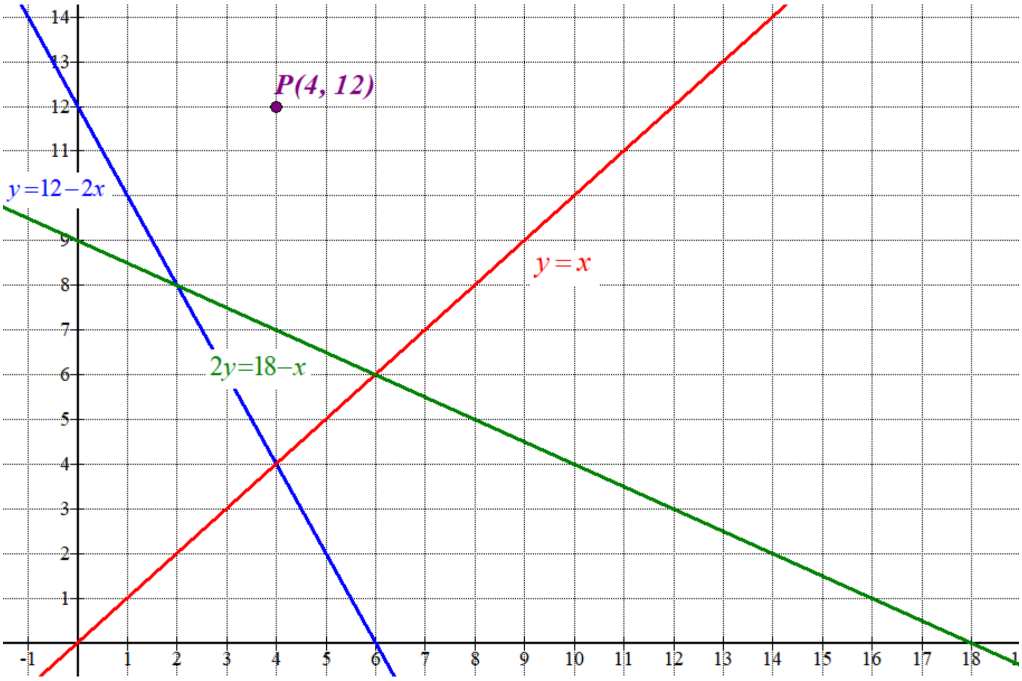
x	$y=x$
4	4
6	6

$y=12-2x$

x	$y=12-2x$
2	8
4	4

$2y=18-x$

x	$y=\frac{18-x}{2}$
2	8
6	6

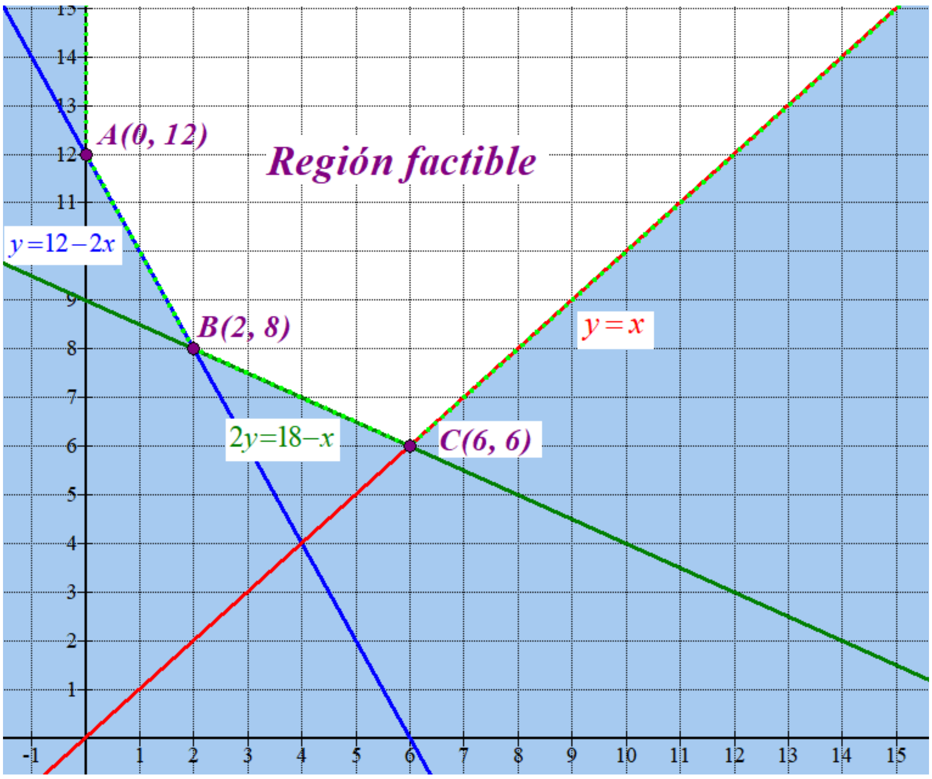


Como las restricciones son $\left.\begin{array}{l} 2y \geq 18-x \\ y \geq 12-2x \\ y \geq x \\ x \geq 0;\ \ y \geq 0 \end{array}\right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante situada por encima de las rectas verde, roja y azul.

Comprobamos que el punto P(4, 12) de esta región cumple todas las restricciones.

$$\left.\begin{array}{l} 24 \geq 18-4 \\ 12 \geq 12-8 \\ 12 \geq 4 \\ 4 \geq 0;\ \ 12 \geq 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{¡Se cumplen todas!}$$

Dejamos la región factible de color blanco en el siguiente dibujo.



Los vértices de la región factible son:

$$A \to \left.\begin{array}{l} x=0 \\ y=12-2x \end{array}\right\} \Rightarrow y=12 \to A(0,12)$$

$$B \to \left.\begin{array}{l} y=12-2x \\ 2y=18-x \end{array}\right\} \Rightarrow 2(12-2x)=18-x \Rightarrow 24-4x=18-x \Rightarrow 6=3x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=2 \Rightarrow y=12-4=8 \to B(2,8)$$

$$C \to \left.\begin{array}{l} y=x \\ 2y=18-x \end{array}\right\} \Rightarrow 2x=18-x \Rightarrow 3x=18 \Rightarrow x=6 \Rightarrow y=6 \to C(6,6)$$

Valoramos la función coste $C(x,y)=240x+400y$ en cada uno de los vértices en busca del valor mínimo.

A(0,12) → $C(0,12)=4800$
B(2, 8) → $C(2,8)=480+3200=3680$ ¡Mínimo!
C(6, 6) → $C(6,6)=1440+2400=3840$

El coste mínimo es de 3680 € y se obtiene alquilando 2 furgonetas del tipo A y 8 furgonetas del tipo B.