UNIDAD 4: Educación financiera. Aplicaciones

Afianza

Página 54

1. Calcula el interés que generan 2 750 € en los siguientes casos:

a) Un 8 % de interés simple anual durante 4 años.

b) Un 7 % de interés compuesto anual durante 5 años.

a) Para resolver este apartado aplicamos la fórmula para el cálculo del interés simple. Este interés es una cantidad fija que se añadirá todos los años. La fórmula es:

$$I = C_i \cdot \frac{r}{100}$$

Sustituyendo los datos del enunciado, obtenemos:

$$I = 2\,750 \cdot \frac{8}{100} = 220$$

Como ya hemos comentado, cada uno de los años el interés es el mismo, al finalizar los cuatro años el interés total será:

$$I_{\text{total}} = 4 \cdot 220 = 880$$

Por lo tanto, los intereses generados durante estos años ascienden a 880 €.

b) En el caso del interés compuesto, los intereses producidos durante un periodo se añaden a la cantidad obtenida en el periodo de capitalización anterior y se vuelven a calcular.

Para resolver nuestro ejercicio vamos a calcular la cantidad final, C_f, que se obtiene con la fórmula: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$, y le restaremos la C_i para obtener los intereses totales:

$$C_f = 2\,750 \cdot \left(1 + \frac{7}{100}\right)^5 \approx 3\,857{,}02$$

$$I_{\text{total}} = 3\,857{,}02 - 2\,750 = 1\,107{,}02$$

Como podemos ver, los interese generados en este periodo son de 1 107,2 €.

2. Calcula la cantidad inicial que debemos colocar a un 6 % de interés simple anual, durante 2 años, para obtener una cantidad de 3 854,12 €.

Para resolver este problema aplicamos la fórmula $C_f = C_i + C_i \cdot \frac{r}{100} \cdot n$.

Si sustituimos los datos y despejamos C_i, obtenemos entonces:

$$3\,854{,}12 = C_i + C_i \cdot \frac{6}{100} \cdot 2 \rightarrow 3\,854{,}12 = 1{,}12 \cdot C_i \rightarrow C_i = \frac{3\,854{,}12}{1{,}12} \approx 3\,441{,}18$$

La cantidad inicial que debemos colocar será de 3 441,18 €.

3. Calcula la cantidad inicial que debemos colocar a un 6 % de interés compuesto anual, durante 2 años, para obtener una cantidad final de 3 854,12 €.

Para resolver nuestro ejercicio vamos a utilizar la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$.

Sustituimos los datos y despejamos la cantidad inicial, C_i.

$$3\,854{,}12 = C_i \cdot \left(1 + \frac{6}{100}\right)^2 \rightarrow 3\,854{,}12 = 1{,}1236 \cdot C_i \rightarrow C_i = \frac{3\,854{,}12}{1{,}1236} \approx 3\,430{,}15$$

La cantidad inicial que debemos colocar será de 3 430,15 €.

4. Colocamos 7700 € a un 8% de interés simple anual. ¿Cuánto tiempo debemos esperar para triplicar la cantidad invertida?

Para resolver este problema aplicamos la fórmula $C_f = C_i + C_i \cdot \frac{r}{100} \cdot n$.

Si queremos triplicar la cantidad inicial invertida, tendremos que la cantidad final será de $C_f = 3 \cdot 7700 = 23100$ €.

Sustituimos los datos en la fórmula y despejamos, n. Obtenemos entonces:

$$23100 = 7700 + 7700 \cdot \frac{8}{100} \cdot n \rightarrow 23100 = 7700 + 616 \cdot n$$

$$n = \frac{23100 - 7700}{616} = 25$$

Por lo que deberemos esperar 25 años para triplicar la cantidad invertida.

5. Colocamos 500 € a un 9,2% de interés compuesto anual. ¿Cuánto tiempo debemos esperar para duplicar la cantidad invertida?

Para resolver nuestro ejercicio vamos a utilizar la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$, sustituiremos los datos y despejaremos n.

Como queremos duplicar la cantidad inicial invertida, nuestra cantidad final será de $C_f = 2 \cdot C_i = 1000$ €.

Aplicando la fórmula y despejando, tenemos:

$$1000 = 500 \cdot \left(1 + \frac{9,2}{100}\right)^n \rightarrow \frac{1000}{500} = \left(1 + \frac{9,2}{100}\right)^n \rightarrow 2 = 1,092^n$$

Debemos encontrar el valor de n que verifica la igualdad por lo que vamos a probar algunos valores para n (dentro de los números naturales por contexto, ya que n hace referencia a los años que han de transcurrir):

- $n = 2 \rightarrow 1,092^2 \approx 1,1925$
- $n = 3 \rightarrow 1,092^3 \approx 1,3022$
- $n = 4 \rightarrow 1,092^4 \approx 1,422$
- $n = 5 \rightarrow 1,092^5 \approx 1,5528$
- $n = 6 \rightarrow 1,092^6 \approx 1,6954$
- $n = 7 \rightarrow 1,092^7 \approx 1,8516$
- $n = 8 \rightarrow 1,092^8 \approx 2,022$

Por lo que habremos duplicado la cantidad invertida después de 8 años.

6. Determina el tipo de interés compuesto al que se han colocado 4756 €, sabiendo que en seis años se han convertido en 7038 €.

Para resolver nuestro problema vamos a utilizar la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$, sustituiremos los datos y despejaremos r.

$$7038 = 4756 \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^6 \rightarrow \sqrt[6]{\frac{7038}{4756}} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$\left(\sqrt[6]{\frac{7038}{4756}}\right) - 1 = \frac{r}{100} \rightarrow \left[\sqrt[6]{\frac{7038}{4756}} - 1\right] \cdot 100 = r \rightarrow r = 6,75$$

El tipo de interés compuesto al que se han colocado el capital es de 6,75%.

7. En una tienda aumentan el precio de sus productos un 1,5 % anual. Si actualmente uno de sus productos cuesta 30 €, ¿cuánto costaba hace tres años? ¿Cuánto costará dentro de 20 meses?

Para resolver nuestro problema vamos a utilizar la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$.

Veamos primero cuanto costaba hace tres años, para ello sustituimos en la fórmula, teniendo en cuenta que $C_f = 30$ € y que tenemos que despejar C_i:

$$30 = C_i \cdot \left(1 + \frac{1,5}{100}\right)^3 \rightarrow C_i = \frac{30}{\left(1 + \frac{1,5}{100}\right)^3} \approx 28,69$$

Por lo tanto, hace tres años costaba 28,69 €.

Vamos ahora a determinar cuánto costará dentro de 20 meses, para ello primero establecemos una proporcionalidad directa para saber a cuántos años equivalen 20 meses:

Años	Meses
1	12
n	20

Por lo tanto, tenemos que $n = \frac{20 \cdot 1}{12} = \frac{5}{3}$.

Sustituyendo los datos, obtenemos el valor deseado:

$$C_f = 30 \cdot \left(1 + \frac{1,5}{100}\right)^{5/3} \rightarrow C_f \approx 30,75$$

El precio dentro de veinte meses será de 30,75 €.

8. Calcula el capital que producirán 1 525 € al 3,5 % anual durante un mes, un trimestre, un cuatrimestre, un semestre y a un año con interés simple y compuesto. ¿Con qué tipo de interés recibes más dinero para cada caso?

Para facilitar la comparación mostraremos la resolución en una tabla. Realizaremos los cálculos empleando las siguientes fórmulas:

Para el interés fijo: $C_f = C_i + C_i \cdot \frac{r}{100} \cdot n$

Para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$

	Interés simple	Interés compuesto
Mes	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{12}$ = 0,29% mensual. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{0,29}{100} \cdot 1 \approx 1\,529,42$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 12}\right)^1 \approx 1\,529,45$ €
Trimestre	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{4}$ = 0,875% trimestral. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{0,875}{100} \cdot 1 \approx 1\,538,34$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 4}\right)^1 \approx 1\,538,34$ €
Cuatrimestre	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{3}$ = 1,17% cuatrimestral. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{1,17}{100} \cdot 1 \approx 1\,542,84$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 3}\right)^1 \approx 1\,542,79$ €
Semestre	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{2}$ = 1,75% semestral. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{1,75}{100} \cdot 1 \approx 1\,551,69$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 2}\right)^1 \approx 1\,551,69$ €
Año	$C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{3,5}{100} \cdot 1 \approx 1\,578,38$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^1 \approx 1\,578,38$ €

Como podemos ver, en cualquier caso, ambas cantidades son equivalentes, puesto que al realizar un solo periodo de capitalización el interés simple y compuesto coinciden. (Las pequeñas variaciones son debidas a las aproximaciones decimales de los cálculos)

NOTA: Sin embargo, si el problema nos hubiese pedido el capital generado durante un año, en distintos periodos de capitalizaciones: mensuales, trimestrales, cuatrimestrales, semestrales o anuales, las cantidades habrían variado. Porque en el caso del interés compuesto, el interés generado en la capitalización anterior se acumularía en el periodo siguiente. Mientras que en el interés fijo es el mismo en cada capitalización. Veámoslo en una tabla similar a la anterior.

	Interés simple	Interés compuesto
Mes	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{12}$ = 0,29% mensual. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{0,29}{100} \cdot 12 \approx 1\,578,07$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 12}\right)^{1 \cdot 12} \approx 1\,579,24$ €
Trimestre	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{4}$ = 0,875% trimestral. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{0,875}{100} \cdot 4 \approx 1\,578,38$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 4}\right)^{1 \cdot 4} \approx 1\,579,08$ €
Cuatrimestre	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{3}$ = 1,17% cuatrimestral. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{1,17}{100} \cdot 3 \approx 1\,578,53$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 3}\right)^{1 \cdot 3} \approx 1\,579$ €
Semestre	El interés del 3,5% anual equivale a un $\frac{3,5}{2}$ = 1,75% semestral. $C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{1,75}{100} \cdot 2 \approx 1\,578,38$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100 \cdot 2}\right)^{1 \cdot 2} \approx 1\,578,84$ €
Año	$C_f = 1525 + 1525 \cdot \frac{3,5}{100} \cdot 1 \approx 1\,578,38$ €	$C_f = 1525 \cdot \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^1 \approx 1\,578,38$ €

En esta situación, observamos que las capitalizaciones mensuales, trimestrales, cuatrimestrales y semestrales generan mayor capital con un interés compuesto que con un interés simple. Como bien sabemos en el interés compuesto, el interés generado en la capitalización anterior se acumula en el periodo siguiente. Así que, por este motivo, cuantos más periodos de capitalización hagamos dentro del año, más diferencia hay entre la cantidad obtenida con interés simple y el interés compuesto.

Incluso, si comparamos las cantidades finales obtenidas en los diferentes intereses compuestos, según el periodo de capitalización, podemos ver que a más capitalizaciones, mayor es la cantidad final generada.

Finalmente podemos ver que cuando la capitalización es anual, las dos cantidades coinciden, ya que solo hay un periodo de capitalización.

9. Una entidad financiera ofrece un 3,2% anual de intereses con pago semestral. Al abrir la cuenta introduzco 6700 € y acumulo todos los intereses que se generan. ¿Cuánto dinero habrá en la cuenta después de 5 años?

Para resolver nuestro problema vamos a utilizar la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$.

Sustituiremos los datos teniendo en cuenta que los pagos se realizan de forma semestral, es decir, $c = 2$ (hay 2 semestres en un año). Por lo tanto, tenemos:

$$C_f = 6700 \cdot \left(1 + \frac{3,2}{100 \cdot 2}\right)^{2 \cdot 5} \rightarrow C_f \approx 7852,57$$

Transcurrido el tiempo habrá 7 852,57 € en la cuenta.

10. Determina el interés anual al que debe introducirse un capital en el banco para que se triplique después de 30 años.

Para resolver nuestro problema vamos a utilizar la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$.

Sustituiremos los datos teniendo en cuenta que en este caso tenemos que $C_f = 3 \cdot C_i$, por lo que:

$$3 \cdot C_i = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{30}$$

Simplificamos C_i y despejamos. Así, obtenemos:

$$3 = \left(1 + \frac{r}{100}\right)^{30} \rightarrow \sqrt[30]{3} = 1 + \frac{r}{100} \rightarrow r = (\sqrt[30]{3} - 1) \cdot 100 \approx 3,73$$

El interés al que debe introducirse la cantidad, para que se triplique al cabo de 30 años, tiene que ser del 3,73% aproximadamente.

11. Resuelve el siguiente problema:

La población de una localidad aumenta en un 3 por mil cada año. Si actualmente viven, aproximadamente, 50000 personas, ¿cuántas personas vivirán dentro de 75 años? (3‰ = 0,3%).

NOTA: La expresión para el cálculo de la cantidad final en una situación de interés compuesto puede también aplicarse en el caso de aumentos porcentuales.

Teniendo en cuenta las indicaciones que nos facilita la actividad, tenemos que utilizar la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$.

Sustituyendo los datos obtenemos que:

$$C_f = 50\,000 \cdot \left(1 + \frac{0,3}{100}\right)^{75} \to C_f \approx 62\,595$$

Por lo que, dentro de 75 años, habrá, aproximadamente, 62 595 personas.

12. Para hacer una reforma en casa, decides pedirle un préstamo al banco por valor de 9 000 € al 2,75 % anual, que deberás devolver en un año en plazos mensuales. Cuando recibes el préstamo, el banco te cobra 289 € en concepto de gastos de gestión. ¿Cuál es la T.A.E. de la operación?

Para calcular la T.A.E. hay que tener en cuenta, además del tipo de interés, la frecuencia de los pagos y las comisiones que cobra el banco.

Como el banco nos cobra 289 € en gastos de gestión, en realidad recibimos:

$$9\,000 - 289 = 8\,711 \text{ €}$$

Calculamos también la cantidad que tendremos que haber devuelto al banco al finalizar el año, con los pagos mensuales, para ello utilizaremos la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$.

Sustituyendo los datos obtenemos:

$$C_f = 9\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,75}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 1} \approx 9\,250,64 \text{ €}$$

Para calcular la T.A.E. de la operación vamos a determinar la variación entre lo que hemos recibido y lo que tenemos que devolver:

$$9\,250,64 = 8\,711 \cdot IV \to IV = \frac{9\,250,64}{8\,711} \approx 1,0619$$

Finalmente, para calcular la T.A.E. aplicaremos la expresión: T.A.E. = $(IV - 1) \cdot 100$

Sustituimos los datos y obtenemos:

$$\text{T.A.E.} = (1,0619 - 1) \cdot 100 \to \text{T.A.E.} \approx 6,19\,\%$$

La T.A.E. de la operación asciende a 6,19 %.

13. Abrimos un depósito en una entidad financiera al 1,8 % de interés compuesto anual con capitalizaciones mensuales. Después de 5 años, queremos tener un capital de 9 500 €. ¿Cuál debería ser el capital inicial que deberíamos depositar en la entidad financiera? ¿Cuál es la T.A.E. asociada a la operación?

Para calcular la cantidad inicial que debemos depositar, sustituimos y despejamos en la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}$.

$$9\,500 = C_i \cdot \left(1 + \frac{1,8}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 5} \to C_i = \frac{9\,500}{\left(1 + \frac{1,8}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 5}} \approx 8\,682,93 \text{ €}$$

Para calcular la T.A.E. de una operación sin comisiones aplicamos la expresión:

$$\text{T.A.E.} = \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{c} - 1\right] \cdot 100$$

Sustituimos los datos y obtenemos:

$$\text{T.A.E.} = \left[\left(1+\frac{1{,}8}{100\cdot 12}\right)^{12}-1\right]\cdot 100 \;\rightarrow \text{T.A.E.} \approx 1{,}81\,\%$$

La T.A.E. asociada a la operación es de 1,81 %

14. Depositamos una cantidad de dinero, *C*, en una entidad financiera para la que nos ofrecen un 4,5 % de interés anual con capitalizaciones semestrales. Si después de 10 años queremos tener una cantidad de 120 000 €, ¿cuál es el valor de *C*? ¿Cuál es la T.A.E. asociada a la operación?

Para calcular la cantidad inicial que debemos depositar, *C*, sustituimos y despejamos en la fórmula de la cantidad final, C_f, para el interés compuesto: $C_f = C_i\cdot\left(1+\frac{r}{100\cdot c}\right)^{n\cdot c}$.

$$120\,000 = C\cdot\left(1+\frac{4{,}5}{100\cdot 2}\right)^{10\cdot 2} \;\rightarrow C = \frac{120\,000}{\left(1+\frac{4{,}5}{100\cdot 2}\right)^{10\cdot 2}} \approx 76\,897{,}98\text{ €}$$

Debemos depositar, aproximadamente, 76 897,98 € si queremos obtener 120 000 € después de diez años.

Para calcular la T.A.E. de una operación sin comisiones sustituimos en la expresión:

$$\text{T.A.E.} = \left[\left(1+\frac{r}{100\cdot c}\right)^{c}-1\right]\cdot 100$$

$$\text{T.A.E.} = \left[\left(1+\frac{4{,}5}{100\cdot 2}\right)^{2}-1\right]\cdot 100 = 4{,}55\,\%$$

La T.A.E. asociada a la operación es de 4,55 %

15. Un banco nos ofrece prestarnos 34 000 €. Debemos devolver el dinero en tres años con un interés que varía para cada uno de los años. Durante el primer año la T.A.E. es del 3 %, en el segundo del 2,75 % y en el tercero del 2,25 %. ¿Cuánto habremos pagado de intereses al finalizar los tres años?

Vamos a resolver el ejercicio en dos situaciones, una con capitalización anual y otra mensual, para que podamos apreciar la relación entre la T.A.E. y el interés en función del número de capitalizaciones.

En ambas situaciones tenemos que calcular el capital final asociado a cada uno de los años, que coincidirá con el capital inicial del año siguiente.

- Primera situación: Capitalizaciones anuales.

  En el caso de las capitalizaciones anuales, la T.A.E. coincide con el rédito de la operación, *r*.

  Primer año: $\text{T.A.E.}_1 = r_1 = 3\,\%$

$$C_{f_1} = 34\,000\cdot\left(1+\frac{3}{100}\right)^{1} = 35\,020\text{ €}$$

  Segundo año: $\text{T.A.E.}_2 = r_2 = 2{,}75\,\%$

$$C_{f_2} = 35\,020\cdot\left(1+\frac{2{,}75}{100}\right)^{1} = 35\,983{,}05\text{ €}$$

  Tercer año: $\text{T.A.E.}_3 = r_3 = 2{,}25\,\%$

$$C_{f_3} = 35\,983{,}05\cdot\left(1+\frac{2{,}25}{100}\right)^{1} = 36\,792{,}67\text{ €}$$

  Por lo que, en total, pagaremos, 36 792,67 – 34 000 = 2 792,67 € de intereses.

• Segunda situación: Capitalizaciones mensuales.

En este caso, calculamos el rédito, r, utilizando la fórmula de la T.A.E. de una operación sin comisiones:

$$\text{T.A.E.} = \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^c - 1\right] \cdot 100$$

Primer año: $\text{T.A.E.}_1 = \left[\left(1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 3\,\% \to$

$$\to \left[\left(1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12}\right)^{12} - 1\right] = \frac{3}{100} \to \left(1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12}\right)^{12} = \frac{3}{100} + 1 \to$$

$$\to 1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12} = \sqrt[12]{\frac{3}{100} + 1} \to \frac{r_1}{100 \cdot 12} = \sqrt[12]{\frac{3}{100} + 1} - 1 \to$$

$$\to r_1 = \left(\sqrt[12]{\frac{3}{100} + 1} - 1\right) \cdot 100 \cdot 12 \approx 2{,}96\,\%$$

$$C_{f_1} = 34\,000 \cdot \left(1 + \frac{2{,}96}{100 \cdot 12}\right)^{1 \cdot 12} \approx 35\,020{,}17 \text{ €}$$

Segundo año: $\text{T.A.E.}_2 = \left[\left(1 + \frac{r_2}{100 \cdot 12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 2{,}75\,\% \to$

$$\to r_2 = \left(\sqrt[12]{\frac{2{,}75}{100} + 1} - 1\right) \cdot 100 \cdot 12 \approx 2{,}72\,\%$$

$$C_{f_2} = 35\,020{,}17 \cdot \left(1 + \frac{2{,}72}{100 \cdot 12}\right)^{1 \cdot 12} \approx 35\,984{,}68 \text{ €}$$

Tercer año: $\text{T.A.E.}_3 = \left[\left(1 + \frac{r_3}{100 \cdot 12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 = 2{,}25\,\% \to$

$$\to r_3 = \left(\sqrt[12]{\frac{2{,}25}{100} + 1} - 1\right) \cdot 100 \cdot 12 \approx 2{,}23\,\%$$

$$C_{f_3} = 35\,984{,}68 \cdot \left(1 + \frac{2{,}23}{100 \cdot 12}\right)^{1 \cdot 12} \approx 36\,795{,}39 \text{ €}$$

Por lo que, en total, pagaremos, 36 795,39 – 34 000 = 2 795,39 € de intereses.

16. Contratamos un préstamo al 1,25 % de interés anual en pagos mensuales, trimestrales, cuatrimestrales, semestrales o anuales. Utiliza la T.A.E. para determinar qué opción nos interesa más.

Calculamos la T.A.E., en todas las situaciones, utilizando la fórmula de una operación sin comisiones por parte del banco.

$$\text{T.A.E.} = \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^c - 1\right] \cdot 100$$

$$\text{T.A.E.}_{\text{mensual}} = \left[\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right)^{12} - 1\right] \cdot 100 \approx 1{,}2572\ \%$$

$$\text{T.A.E.}_{\text{trimestral}} = \left[\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 4}\right)^{4} - 1\right] \cdot 100 \approx 1{,}2559\ \%$$

$$\text{T.A.E.}_{\text{cuatrimestral}} = \left[\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 3}\right)^{3} - 1\right] \cdot 100 \approx 1{,}2552\ \%$$

$$\text{T.A.E.}_{\text{semestral}} = \left[\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 2}\right)^{2} - 1\right] \cdot 100 \approx 1{,}2539\ \%$$

$$\text{T.A.E.}_{\text{anual}} = \left[\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 1}\right)^{1} - 1\right] \cdot 100 = 1{,}25\ \%$$

A la vista de los resultados, como nos interesa pagar la menor cantidad de intereses posible, lo más ventajoso para nosotros sería hacer pagos anuales, en los cuales la T.A.E. toma un valor menor. Dicho valor coincide con el rédito.

17. Abres un depósito en un banco al 1,25 % de interés anual, en el que no puedes sacar el dinero durante cinco años. Cada comienzo de mes, ingresas 80 € y te aplican los intereses al finalizarlo. ¿Qué cantidad tendrás al finalizar los cinco años?

En este caso, ingresas una cantidad al comenzar cada mes, por lo que se trata de una mensualidad de capitalización, con un interés compuesto, durante cinco años. Veamos cómo evoluciona tu capital recogiendo los datos en una tabla:

Mes	Inicio	Final
1	80 €	$80 \cdot \left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right) \approx 80{,}08$ €
2	80,08 + 80 = 160,08 €	$160{,}08 \cdot \left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right) \approx 160{,}25$ €
3	160,25 + 80 = 240,25 €	$240{,}25 \cdot \left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right) \approx 240{,}50$ €
4	240,50 + 80 = 320,50 €	$320{,}50 \cdot \left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right) \approx 320{,}83$ €
5	320,83 + 80 = 400,83 €	$400{,}83 \cdot \left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right) \approx 401{,}25$ €
…	…	…

Si procedemos así para todos los meses durante los 5 años, conoceremos la cantidad final, pero sería un proceso largo y tedioso.

Para realizar el cálculo más rápidamente, sustituimos y despejamos en la fórmula para obtener las mensualidades de capitalización.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]}$$

$$80 = \frac{C \cdot \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right)^{5 \cdot 12} - 1\right]} \rightarrow$$

$$\rightarrow C = 80 \cdot \frac{\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{1{,}25}{100 \cdot 12}\right)^{5 \cdot 12} - 1\right]}{\frac{1{,}25}{100 \cdot 12}} \approx 4\,955{,}67 \text{ €}$$

Al finalizar los cinco años, tendrás 4 955,67 €, habiendo invertido $80 \cdot 60 = 4\,800$ € en total.

18. Contratas un depósito en un banco durante 10 años al 2,25 % anual. Cada comienzo de semestre ingresas 675 € y te aplican los intereses al finalizarlo. ¿Qué cantidad tendrás después de los 10 años?

Como leemos en el enunciado de este problema, ingresas una cantidad al comenzar cada semestre, por lo que se trata de una semestralidad de capitalización, con un interés compuesto, durante diez años. Vamos a ver cómo evoluciona tu capital, para ello recogemos los datos en una tabla.

Semestre	Inicio	Final
1	675 €	$675\cdot\left(1+\frac{2,25}{100\cdot 2}\right)\approx 682,59$ €
2	682,59 + 675 = 1 357,59 €	$1357,59\cdot\left(1+\frac{2,25}{100\cdot 2}\right)\approx 1372,86$ €
…	…	…

Si procedemos así para todos los semestres durante los 10 años, conoceremos la cantidad final, pero sería un proceso largo y tedioso.

Para realizar el cálculo más rápidamente, sustituimos y despejamos en la fórmula de semestralidades de capitalización.

$$a=\frac{C\cdot\frac{r}{100\cdot c}}{\left(1+\frac{r}{100\cdot c}\right)\cdot\left[\left(1+\frac{r}{100\cdot c}\right)^{n\cdot c}-1\right]}$$

$$675=\frac{C\cdot\frac{2,25}{100\cdot 2}}{\left(1+\frac{2,25}{100\cdot 2}\right)\cdot\left[\left(1+\frac{2,25}{100\cdot 2}\right)^{10\cdot 2}-1\right]}\rightarrow$$

$$\rightarrow C=675\cdot\frac{\left(1+\frac{2,25}{100\cdot 2}\right)\cdot\left[\left(1+\frac{2,25}{100\cdot 2}\right)^{10\cdot 2}-1\right]}{\frac{2,25}{100\cdot 2}}\approx 15214,29\text{ €}$$

Al finalizar los diez años, tendrás 15 214,29 €, habiendo invertido 675 · 20 = 13 500 € en total.

19. Un banco nos ofrece un 0,75 % de interés anual, con capitalización mensual, si no sacamos el dinero de un depósito durante 5 años. ¿Cuánto deberíamos ingresar mensualmente para obtener, después de los cinco años, 15 000 €?

En este caso, ingresamos una cantidad al comenzar cada mes, por lo que se trata de una mensualidad de capitalización, con un interés compuesto, durante 5 años. Veamos cómo evoluciona nuestro capital recogiendo los datos en una tabla.

Mes	Inicio	Final
1	a	$a\cdot\left(1+\frac{0,75}{100\cdot 12}\right)=1,000625a$
2	$1,000625a+a=2,000625a$	$2,000625a\cdot\left(1+\frac{0,75}{100\cdot 12}\right)=2,0019a$
3	$2,0019a+a=3,0019a$	$3,0019a\cdot\left(1+\frac{0,75}{100\cdot 12}\right)=3,0038a$
4	$3,0038a+a=4,0038a$	$4,0038a\cdot\left(1+\frac{0,75}{100\cdot 12}\right)=4,0063a$
…	…	…

Si procedemos, de este modo, para todos los meses durante los cinco años, e igualamos los 15 000 € al dato final obtenido, podríamos despejar *a*. Conoceríamos así la cantidad mensual que debemos ingresar, pero sería un proceso largo y lioso.

Para realizar el cálculo más rápidamente, sustituimos los datos en la fórmula de periodicidades menores de un año, concretamente hacemos mensualidades de capitalización, y realizamos el cálculo.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]}$$

$$a = \frac{15\,000 \cdot \frac{0,75}{100 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{0,75}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{0,75}{100 \cdot 12}\right)^{5 \cdot 12} - 1\right]} \to a \approx 254,27 \text{ €}$$

La mensualidad que deberíamos ingresar es de 254,27 €.

Página 55

20. Abrimos una cuenta de ahorro en la que ingresamos mensualmente 175 €. Necesitamos tener, en cuatro años, 9000 €. ¿Cuál debería ser el interés mínimo que deberíamos obtener?

Podemos resolver este problema sustituyendo los datos del enunciado en la fórmula de periodicidades menores de un año. En concreto, usamos mensualidades de capitalización y despejamos, *r*.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]}$$

$$175 = \frac{9\,000 \cdot \frac{r}{100 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot 12}\right)^{4 \cdot 12} - 1\right]}$$

Debido a la complejidad de la resolución de esta ecuación, vamos a emplear GeoGebra para hacerlo:

$$\text{l1} = \text{Soluciones}\left(175 = \frac{9000 \cdot \frac{x}{100 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{x}{100 \cdot 12}\right)\left(\left(1 + \frac{x}{100 \cdot 12}\right)^{4 \cdot 12} - 1\right)}\right)$$

$\to \{-2520.6,\ 3.35\}$

GeoGebra nos ha facilitado dos soluciones: $r_1 = -2\,520,6$ y $r_2 = 3,35$.

Como el rédito no puede ser negativo, descartamos la primera solución, por lo que nos queda que $r = 3,35\%$.

21. Decides contratar un depósito bancario con un interés del 3% anual y pago mensual de intereses durante 10 años. ¿Qué cantidades tienes que ingresar todos los meses para obtener una cantidad de 5000 €?

Podemos resolver este problema sustituimos los datos del enunciado en la expresión de periodicidades menores de un año. Usamos mensualidades de capitalización.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]}$$

$$a = \frac{5\,000 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{3}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{3}{100 \cdot 12}\right)^{10 \cdot 12} - 1\right]} \to a \approx 35,69 \text{ €}$$

Todos los meses debes ingresar 35,69 €.

22. ¿Qué cantidad debes ingresar semestralmente en un depósito bancario con un 2,4 % de interés anual para que después de 7 años tengas 13 500 €?

Vamos a resolver este problema sustituyendo los datos del enunciado en la fórmula de periodicidades menores de un año y para realizar el cálculo usamos semestralidades de capitalización.

$$a = \frac{C \cdot \dfrac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \dfrac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \dfrac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]}$$

$$a = \frac{13\,500 \cdot \dfrac{2,4}{100 \cdot 2}}{\left(1 + \dfrac{2,4}{100 \cdot 2}\right) \cdot \left[\left(1 + \dfrac{2,4}{100 \cdot 2}\right)^{7 \cdot 2} - 1\right]} \rightarrow a \approx 880,74 \text{ €}$$

Debes ingresar 880,74 € cada semestre.

23. ¿Qué cantidad obtendrás si ingresas semestralmente 450 € en un depósito bancario, durante 6 años, al 1,25 % de interés anual?

Para resolver este problema sustituimos los datos del enunciado en la fórmula de periodicidades menores de un año. En concreto, usamos semestralidades de capitalización y despejamos, *C*.

$$a = \frac{C \cdot \dfrac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \dfrac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \dfrac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]}$$

$$450 = \frac{C \cdot \dfrac{1,25}{100 \cdot 2}}{\left(1 + \dfrac{1,25}{100 \cdot 2}\right) \cdot \left[\left(1 + \dfrac{1,25}{100 \cdot 2}\right)^{6 \cdot 2} - 1\right]} \rightarrow$$

$$C = 450 \cdot \frac{\left(1 + \dfrac{1,25}{100 \cdot 2}\right) \cdot \left[\left(1 + \dfrac{1,25}{100 \cdot 2}\right)^{6 \cdot 2} - 1\right]}{\dfrac{1,25}{100 \cdot 2}} \approx 5\,624,48 \text{ €}$$

Al finalizar los seis años, tendrás 5 624,48 €, habiendo invertido $450 \cdot 12 = 5\,400$ € en total.

24. ¿Durante cuántos años debes ingresar 200 € al 1,25 % anual para obtener 1 900 €?

NOTA: Emplea herramientas digitales para resolverlo.

Podemos resolver este problema sustituyendo los datos del enunciado en la fórmula para obtener las anualidades de capitalización y despejamos, *n*.

$$a = \frac{C \cdot \dfrac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \dfrac{r}{100}\right) \cdot \left[\left(1 + \dfrac{r}{100}\right)^{n} - 1\right]} \rightarrow$$

$$200 = \frac{1\,900 \cdot \dfrac{1,25}{100}}{\left(1 + \dfrac{1,25}{100}\right) \cdot \left[\left(1 + \dfrac{1,25}{100}\right)^{n} - 1\right]}$$

Debido a la complejidad de la resolución de esta ecuación, vamos a emplear GeoGebra para hacerlo:

$$\text{l1} = \text{Soluciones}\left(200 = \frac{1900 \cdot \frac{1.25}{100}}{\left(1+\frac{1.25}{100}\right)\left(\left(1+\frac{1.25}{100}\right)^x - 1\right)}\right)$$

$$\rightarrow \{8.93\}$$

GeoGebra nos ha facilitado una solución: $n = 8{,}93$. Como el ejercicio habla de años naturales completos, deberemos ingresar anualmente 200 €, durante 9 años, para obtener los 1 900 € que queríamos.

25. ¿Durante cuántos años debes ingresar 50 € mensuales en un depósito bancario para obtener 6 000 €?

NOTA: Para la realización de la actividad vamos a suponer que $r = 2{,}3\%$ (no aparece en el enunciado).

Para resolver este problema sustituimos los datos del enunciado en la fórmula de periodicidades menores de un año. En concreto, usamos mensualidades de capitalización y despejamos, n.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1+\frac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1+\frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]} \rightarrow$$

$$50 = \frac{6\,000 \cdot \frac{2{,}3}{100 \cdot 12}}{\left(1+\frac{2{,}3}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1+\frac{2{,}3}{100 \cdot 12}\right)^{n \cdot 12} - 1\right]}$$

Debido a la complejidad de la resolución de esta ecuación, vamos a emplear GeoGebra para hacerlo:

$$\text{l1} = \text{Soluciones}\left(50 = \frac{6000 \cdot \frac{2.3}{100 \cdot 12}}{\left(1+\frac{2.3}{100 \cdot 12}\right)\left(\left(1+\frac{2.3}{100 \cdot 12}\right)^{x \cdot 12} - 1\right)}\right)$$

$$\rightarrow \{8.99\}$$

GeoGebra nos ha facilitado una solución: $n = 8{,}99$. Como el ejercicio habla de años naturales completos, deberemos ingresar mensualmente 50 €, durante 9 años, para obtener los 6000 € que queríamos.

26. Determina el interés anual que tiene un depósito bancario en el que al ingresar 1 500 € anuales, obtienes, tras 2 años, 3 215,75 €.

Podemos resolver este problema sustituyendo los datos del enunciado en la fórmula para obtener las anualidades de capitalización y despejamos, r.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100}}{\left(1+\frac{r}{100}\right) \cdot \left[\left(1+\frac{r}{100}\right)^{n} - 1\right]} \rightarrow$$

$$1\,500 = \frac{3\,215{,}75 \cdot \frac{r}{100}}{\left(1+\frac{r}{100}\right) \cdot \left[\left(1+\frac{r}{100}\right)^{2} - 1\right]}$$

Debido a la complejidad de la resolución de esta ecuación, vamos a emplear GeoGebra para hacerlo:

$$\text{l1} = \text{Soluciones}\left(1500 = \frac{3215.75 \cdot \frac{x}{100}}{\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(\left(1 + \frac{x}{100}\right)^{2} - 1\right)}\right)$$

$$\rightarrow \{-304.72,\ 4.72\}$$

GeoGebra nos ha facilitado dos soluciones: $r_1 = -304{,}72$ y $r_2 = 4{,}72$.

Como el rédito no puede ser negativo, descartamos la primera solución, por lo que nos queda que $r = 4{,}72\,\%$.

27. Calcula el interés anual de un depósito en el que al ingresar 150 € mensuales, obtienes, tras 3 años, 5 837,22 €.

Para resolver este problema sustituimos los datos del enunciado en la expresión de periodicidades menores de un año. En concreto, hacemos mensualidades de capitalización y despejamos, *r*.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]} \rightarrow$$

$$150 = \frac{5\,837{,}22 \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot 12}\right)^{3 \cdot 12} - 1\right]}$$

Debido a la complejidad de la resolución de esta ecuación, vamos a emplear GeoGebra para hacerlo:

$$\text{l1} = \text{Soluciones}\left(150 = \frac{5837.22 \cdot \frac{x}{100 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{x}{100 \cdot 12}\right)\left(\left(1 + \frac{x}{100 \cdot 12}\right)^{3 \cdot 12} - 1\right)}\right)$$

$$\rightarrow \{-2552.62,\ 5\}$$

GeoGebra nos ha facilitado dos soluciones: $r_1 = -2\,552{,}62$ y $r_2 = 5$.

Como el rédito no puede ser negativo, descartamos la primera solución, por lo que nos queda que $r = 5\,\%$.

28. Una persona, al cumplir 30 años, decide abrir un plan de pensiones en el que depositará 30 € al mes hasta cumplir los 67 años, momento en el que recibirá el dinero depositado, así como la rentabilidad que ha generado. Si el interés del plan de pensiones es del 1,83 %, ¿cuánto dinero recibirá?

Para resolver este problema, debemos saber que abrir un plan de pensiones es lo mismo que abrir un depósito.

En este caso en concreto, las cantidades fijas se depositan al inicio de cada mes, durante $n = 67 - 30 = 37$ años.

Así pues, para calcular la cantidad final sustituimos los datos del enunciado en la expresión de periodicidades menores de un año. En concreto, hacemos mensualidades de capitalización y despejamos, *C*.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1\right]}$$

$$30 = \frac{C \cdot \frac{1,83}{100 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{1,83}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{1,83}{100 \cdot 12}\right)^{37 \cdot 12} - 1\right]} \rightarrow$$

$$C = 30 \cdot \frac{\left(1 + \frac{1,83}{100 \cdot 12}\right) \cdot \left[\left(1 + \frac{1,83}{100 \cdot 12}\right)^{37 \cdot 12} - 1\right]}{\frac{1,83}{100 \cdot 12}} \approx 19\,054,86 \text{ €}$$

Al finalizar los diez años, tendrá 19054,86 €, habiendo invertido 30 · 12 · 37 = 13320 € en total.

29. Decides pedir un préstamo personal al banco para abrir un pequeño negocio de proximidad. Necesitas 10000 € y quieres devolverlos en 9 años, con pagos mensuales y con un 1,15% de interés anual. ¿De cuánto deberían ser las mensualidades de amortización del préstamo?

Para resolver el ejercicio sustituimos, los datos que nos facilita el problema, en la fórmula de la mensualidad de amortización.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$a = \frac{10\,000 \cdot \frac{1,15}{100 \cdot 12} \cdot \left(1 + \frac{1,15}{100 \cdot 12}\right)^{9 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{1,15}{100 \cdot 12}\right)^{9 \cdot 12} - 1} \rightarrow a \approx 97,51 \text{ €}$$

Aproximadamente, las mensualidades de amortización del prestamos deben ser de 97,51 €.

30. Necesitas 15000 € para invertirlos en tu negocio. El banco te ofrece el dinero con un 3,1% de interés anual y a devolver en 4 años con pagos trimestrales. ¿De cuánto deberían ser las trimestralidades?

Para calcular la trimestralidad de amortización sustituimos, los datos que nos facilita el enunciado, en la fórmula de amortización con periodicidades menores de un año.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$a = \frac{15\,000 \cdot \frac{3,1}{100 \cdot 4} \cdot \left(1 + \frac{3,1}{100 \cdot 4}\right)^{4 \cdot 4}}{\left(1 + \frac{3,1}{100 \cdot 4}\right)^{4 \cdot 4} - 1} \rightarrow a \approx 1\,000,45 \text{ €}$$

Las trimestralidades de amortización del prestamos deben ser, aproximadamente, de 1000,45 €.

31. Pedimos un préstamo de 10 000 € al 3 % de interés anual, que debemos devolver en 5 años en cuotas mensuales. ¿A cuánto debería ascender cada mensualidad?

Para resolver el ejercicio sustituimos, los datos que nos facilita el problema, en la fórmula de la mensualidad de amortización.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$a = \frac{10\,000 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12} \cdot \left(1 + \frac{3}{100 \cdot 12}\right)^{5 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{3}{100 \cdot 12}\right)^{5 \cdot 12} - 1} \rightarrow a \approx 179{,}69\ €$$

Aproximadamente, cada mensualidad de amortización del prestamos asciende a 179,69 €.

32. Debes amortizar una deuda de 5 700 €, en 4 años, al 1,75 % anual. Si realizas los pagos semestralmente, ¿a cuánto ascenderá cada uno? Realiza la tabla de amortización del préstamo que corresponde a esta situación.

Primero vamos a calcular el valor de cada uno de los pagos. Para ello, sustituimos los datos que nos facilita el enunciado, en la fórmula de amortización con periodicidades menores de un año, concretamente haremos amortizaciones semestrales.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$a = \frac{5\,700 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \cdot \left(1 + \frac{1{,}75}{100 \cdot 2}\right)^{4 \cdot 2}}{\left(1 + \frac{1{,}75}{100 \cdot 2}\right)^{4 \cdot 2} - 1} \rightarrow a \approx 740{,}84\ €$$

Realizamos ahora la tabla de amortización del préstamo. Esta tabla podría hacerse empleando Hoja de Cálculo, como se explica en la sección «Conéctate».

Semestre	Cantidad pendiente	Pago	Intereses	Cantidad amortizada	Deuda pendiente
1	5 700	740,84	$5\,700 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 49{,}88$	740,84 – 49,88 = 690,96	5 700 – 690,96 = 5 009,04
2	5 009,04	740,84	$5\,009{,}04 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 43{,}83$	740,84 – 43,83 = 697,01	5 009,04 – 697,01 = 4 312,03
3	4 312,03	740,84	$4\,312{,}03 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 37{,}73$	740,84 – 37,73 = 703,11	4 312,03 – 703,11 = 3 608,92
4	3 608,92	740,84	$3\,608{,}92 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 31{,}58$	740,84 – 31,58 = 709,26	3 608,92 – 709,26 = 2 899,66
5	2 899,66	740,84	$2\,899{,}66 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 25{,}37$	740,84 – 25,37 = 715,47	2 899,66 – 715,47 = 2 184,19
6	2 184,19	740,84	$2\,184{,}19 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 19{,}11$	740,84 – 19,11 = 721,73	2 184,19 – 721,73 = 1 462,46
7	1 462,46	740,84	$1\,462{,}46 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 12{,}80$	740,84 – 12,80 = 728,04	1 462,46 – 728,04 = 734,42
8	734,42	740,84	$734{,}42 \cdot \frac{1{,}75}{100 \cdot 2} \approx 6{,}43$	740,84 – 6,43 = 734,41	734,42 – 734,41 = 0,01

Debido a los redondeos, deberíamos hacer un último pago por valor de un céntimo más, para amortizar la deuda totalmente. Es decir, de 740,85 €.

33. Recibimos un préstamo al 2,75 % anual, que debemos amortizar en 4 años realizando pagos mensuales de 326,74 €. ¿Cuánto dinero nos prestaron?

Para realizar este ejercicio, vamos a sustituir los datos que nos facilita el enunciado en la fórmula de amortización con periodicidades menores de un año, concretamente realizamos amortizaciones mensuales, y despejamos, *C*.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$326,74 = \frac{C \cdot \frac{2,75}{100 \cdot 12} \cdot \left(1 + \frac{2,75}{100 \cdot 12}\right)^{4 \cdot 12}}{\left(1 + \frac{2,75}{100 \cdot 12}\right)^{4 \cdot 12} - 1} \rightarrow$$

$$C = 326,74 \cdot \frac{\left(1 + \frac{2,75}{100 \cdot 12}\right)^{4 \cdot 12} - 1}{\frac{2,75}{100 \cdot 12} \cdot \left(1 + \frac{2,75}{100 \cdot 12}\right)^{4 \cdot 12} - 1} \approx 14\,835,63 \text{ €}$$

El préstamo que recibimos fue, aproximadamente, de 14 835,63 €.

34. Recibimos un préstamo al 1,85 % anual, que debemos amortizar en 6 años realizando pagos trimestrales de 661,77 €. ¿Cuánto dinero nos prestaron?

Sustituimos los datos que nos facilita el problema en la fórmula de amortización con periodicidades menores de un año, concretamente realizamos amortizaciones trimestrales, y despejamos, *C*.

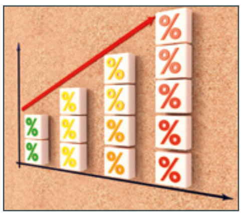
$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$661,77 = \frac{C \cdot \frac{1,85}{100 \cdot 4} \cdot \left(1 + \frac{1,85}{100 \cdot 4}\right)^{6 \cdot 4}}{\left(1 + \frac{1,85}{100 \cdot 4}\right)^{6 \cdot 4} - 1} \rightarrow$$

$$C = 661,77 \cdot \frac{\left(1 + \frac{1,85}{100 \cdot 4}\right)^{6 \cdot 4} - 1}{\frac{1,85}{100 \cdot 4} \cdot \left(1 + \frac{1,85}{100 \cdot 4}\right)^{6 \cdot 4}} \approx 14\,999,96 \text{ €}$$

Aproximadamente, recibimos un préstamo de 14 999,96 €.

35. Determina el interés anual al que nos prestan 20 000 €, si los devolvemos durante tres años en pagos mensuales de 577,23 €. ¿Cuánto dinero nos prestaron?



NOTA: **Emplea herramientas digitales para resolverlo.**

Respecto al dinero que nos prestaron, tal y como nos indica el problema, han sido 20 000 €.

Para determinar el interés anual sustituimos los datos que nos facilita el enunciado en la fórmula de amortización con periodicidades menores de un año. Concretamente, realizamos amortizaciones mensuales, y despejamos, *r*.

$$a=\frac{C\cdot\frac{r}{100\cdot c}\cdot\left(1+\frac{r}{100\cdot c}\right)^{n\cdot c}}{\left(1+\frac{r}{100\cdot c}\right)^{n\cdot c}-1}\rightarrow 577{,}23=\frac{20\,000\cdot\frac{r}{100\cdot 12}\cdot\left(1+\frac{r}{100\cdot 12}\right)^{12\cdot 3}}{\left(1+\frac{r}{100\cdot 12}\right)^{12\cdot 3}-1}$$

Debido a la complejidad de la resolución de esta ecuación, vamos a emplear GeoGebra para hacerlo:

$$\text{l1} = \text{Soluciones}\left(577.23=\frac{20000\cdot\frac{x}{100\cdot 12}\left(1+\frac{x}{100\cdot 12}\right)^{12\cdot 3}}{\left(1+\frac{x}{100\cdot 12}\right)^{12\cdot 3}-1}\right)$$

$$\rightarrow \{-2267.95,\ 2.5\}$$

GeoGebra nos ha facilitado dos soluciones: $r_1 = -2\,267{,}95$ y $r_2 = 2{,}5$.

Como el rédito no puede ser negativo, descartamos la primera solución, por lo que nos queda que $r = 2{,}5\%$.

36. El precio de una vivienda es de 375 000 €, aunque nos conceden el préstamo hipotecario, solo lo hacen por un 80 % del valor de la vivienda. Además, para devolver el préstamo, deberemos realizar pagos mensuales durante 30 años, al 1,95 %.

a) ¿Cuánto dinero nos presta el banco?

b) ¿Cuánto nos costará la vivienda finalmente?

c) Determina el valor de las mensualidades.

d) Con las cantidades que vas devolviendo al banco, primero pagas intereses y luego amortizas capital. Del primer pago, ¿cuánto se destina a intereses y cuánto a amortizar capital?

a) Como dice el enunciado, el banco nos presta el 80 % del precio de la vivienda.

Sabemos que el precio total de la vivienda, 350 000 €, equivale al 100 % por lo que podemos establecer la siguiente relación de proporcionalidad:

Porcentaje	N.° Personas
100	350 000
80	x

donde x se corresponde con la cantidad de dinero que nos presta el banco. Tenemos entonces:

$$\frac{100}{80}=\frac{350\,000}{x}\rightarrow x=\frac{350\,000\cdot 80}{100}=300\,000\text{ €}$$

Recibimos el préstamo por valor de 300 000 €.

b) Para determinar el precio total de la vivienda, necesitamos calcular la cuota de amortización mensual que le devolvemos al banco cada mes. Multiplicamos dicha cuota por el número de mensualidades y le añadimos los 75 000 € que el banco no nos ha prestado.

Como necesitamos conocer el valor de las mensualidades, terminaremos este apartado tras su cálculo en el apartado c).

c) Para realizar este apartado sustituimos los datos que nos facilita el enunciado en la fórmula de amortización con periodicidades menores de un año. Concretamente, realizamos amortizaciones mensuales.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$a = \frac{300\,000 \cdot \frac{1,95}{100 \cdot 12} \cdot \left(1 + \frac{1,95}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 30}}{\left(1 + \frac{1,95}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 30} - 1} \rightarrow a \approx 1\,101,37\ €$$

La cuota mensual que debemos pagarle al banco es de 1 101,37 €.

Procedemos ahora a terminar el apartado b).

Como vamos a pagar esta mensualidad durante los 30 años, en total pagaremos al banco:

$$1\,101,37 \cdot 12 \cdot 30 = 396\,493,20\ €$$

A esta cantidad le añadimos los 75 000 € que el banco no nos prestó. Por lo que la casa, en total, nos costará:

$$396\,493,20 + 75\,000 = 471\,493,20\ €$$

d) Calculamos los intereses que generan los 300 000 € que nos han prestado inicialmente:

$$30\,000 \cdot \frac{1,95}{100 \cdot 12} = 487,5\ €$$

Por lo que, del primer pago, 487,5 € irán destinados al pago de los intereses.

El resto se destinará a amortizar capital: 1 101,37 – 487,5 = 613,87 €.

Del primer pago se destinan 487,5 € a intereses y 613,87 € a amortizar capital.

37. Pedimos un préstamo de 15 000 al 3 % anual que debemos devolver en 2 años, realizando pagos mensuales. Si queremos cancelar el préstamo antes de los dos años, debemos pagar una comisión por cancelación anticipada del 0,5 %.

a) Calcula la mensualidad que tendrías que pagar.

b) ¿Cuántos intereses pagarías si pagas las 24 mensualidades?

c) ¿Cuántos intereses pagarías si decides cancelar el préstamo después de haber pagado las 5 primeras cuotas?

a) Para calcular la mensualidad sustituimos los datos que nos facilita el enunciado en la fórmula de amortización con periodicidades menores de un año.

$$a = \frac{C \cdot \frac{r}{100 \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c}}{\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c}\right)^{n \cdot c} - 1}$$

$$a = \frac{15\,000 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12} \cdot \left(1 + \frac{3}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 2}}{\left(1 + \frac{3}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 2} - 1} \rightarrow a \approx 644,72\ €$$

b) Si multiplicamos la cuota mensual por el número de mensualidades que abonamos, calculamos la totalidad del dinero que devolvemos al banco.

$$644,72 \cdot 24 = 15\,473,28\ €$$

La diferencia entre la cantidad total devuelta al banco y la cantidad que nos prestaron inicialmente será lo que pagamos de intereses.

$$15473,28 - 15000 = 473,28 \text{ €}$$

c) Vamos a realizar la tabla de amortización del préstamo para determinar la deuda pendiente después del quinto mes. Y así, poder calcular lo que debemos pagar de comisión de cancelación con lo que queda del resto de la deuda.

Semestre	Cantidad pendiente	Pago	Intereses	Cantidad amortizada	Deuda pendiente
1	15 000	644,72	$15000 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12} = 37,5$	644,72 – 37,5 = 607,22	15 000 – 607,22 = 14 392,78
2	14 392,78	644,72	$14392,78 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12} \approx 35,98$	644,72 – 35,98 = 608,74	14 392,78 – 608,74 = 13 784,04
3	13 784,04	644,72	$13784,04 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12} \approx 34,46$	644,72 – 34,46 = 610,26	13 784,04 – 610,26 = 13 173,78
4	13 173,78	644,72	$13173,78 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12} \approx 32,93$	644,72 – 32,93 = 611,79	13 173,78 – 611,79 = 12 561,99
5	12 561,99	644,72	$12561,99 \cdot \frac{3}{100 \cdot 12} \approx 31,40$	644,72 – 31,4 = 613,32	12 561,99 – 613,32 = 11 948,67

A la vista de los resultados de la tabla, podemos observar que durante estos 5 meses hemos pagado, en intereses:

$$37,5 + 35,98 + 34,46 + 32,93 + 31,4 = 172,27 \text{ €}$$

También podemos ver que nos queda una deuda pendiente de 11 948,67 €. Ahora tenemos que calcular los intereses que debemos pagar por cancelar el préstamo de manera anticipada, para lo cual nos aplican una comisión de cancelación del 0,5%.

Por lo tanto, sabemos que la deuda pendiente, 11 948,67 €, equivale al 100 %, así que establecemos la siguiente relación de proporcionalidad:

Porcentaje	N.° Personas
100	11 948,67
0,5	x

donde x se corresponde con los intereses que nos cobrará el banco de comisión de cancelación. Tenemos entonces:

$$\frac{100}{0,5} = \frac{11948,67}{x} \rightarrow x = \frac{11948,67 \cdot 0,5}{100} = 59,74 \text{ €}$$

En total pagaremos en intereses:

$$172,27 + 59,74 = 232,01 \text{ €}$$

Aplica

Página 56

TAREA 1. Euribor

Los bancos suelen ofrecer dos tipos de intereses en la contratación de las hipotecas: interés a tipo fijo (del que hemos hablado a lo largo de la unidad) e interés a tipo variable. Para determinar los intereses del tipo variable, se utiliza el «Euribor».

Actividad 1: En pequeños grupos, buscad información sobre qué es el Euribor y de qué parámetros depende.

Actividad 2: Analizad diferentes hipotecas a tipo variable que encontréis en la web y elegid la que consideréis más ventajosa, teniendo en cuenta todas las condiciones.

Actividad 3: Buscad el valor medio del Euribor durante el mes pasado, el valor máximo que ha alcanzado y el valor mínimo.

Actividad 4: Suponed que pedís un préstamo de 6 000 € a devolver en un año. Con la hipoteca a tipo variable que habéis seleccionado en la actividad 2, ¿cuánto pagaríais de intereses en cada una de las tres situaciones para el Euribor de la actividad 3?

Actividad 5: Analizad los pros y los contras de las hipotecas a tipo fijo y decidid, entre todo el grupo, si contrataríais una hipoteca a tipo fijo o a tipo variable.

Actividad 1:

Respuesta abierta.

Actividad 2:

Respuesta abierta.

Actividad 3:

Respuesta abierta.

Actividad 4:

Respuesta abierta.

Debido a que se les piden tres situaciones diferentes, sería recomendable que realizaran las tablas de amortización de los préstamos con la Hoja de Cálculo de una forma similar a cómo se hace en el Conéctate de la página 57.

Actividad 5:

Respuesta abierta.

Durante el debate es importante que se refleje que el problema de las amortizaciones a tipo variable es que no se sabe, a priori, cuanto se va a pagar en años futuros. Sería relevante también remarcar qué factores pueden interferir en los valores del Euribor.

TAREA 2. T.A.E. en cuentas de ahorro

Decides abrir una cuenta de ahorro en la que introduces todos tus ahorros.

Actividad 1: Investiga lo que es el T.I.N. (tipo de interés nominal). Después, busca las ofertas existentes para las cuentas de ahorro que hay actualmente y elige la que te ofrezca el T.I.N. anual más alto.

Actividad 2: Imagina que te dejan elegir entre hacer periodos de capitalizaciones mensuales, trimestrales, semestrales o anuales, durante un año. Determina la T.A.E. en cada uno de los casos.

Actividad 3: Cuanto mayor sea el valor de la T.A.E., mayor será la rentabilidad que obtendremos por nuestro dinero. Teniendo esto en cuenta, ¿con qué opción te quedarías? ¿Cuánto dinero habrías obtenido a lo largo del año?

Actividad 4: Conocidos los beneficios que has obtenido, ¿crees que compensa no poder hacer uso de tus ahorros durante un año?

Actividad 1:

Respuesta abierta.

Con esta tarea se pretende que los alumnos se familiaricen con los conceptos de T.I.N. y T.A.E. Deben utilizar fuentes fiables de información en la web con el fin de obtener conclusiones propias y, en función de ellas, realizar una elección.

Actividad 2:

Respuesta abierta.

Actividad 3:

Respuesta abierta.

Deben obtener que el valor más alto de la T.A.E. se obtiene en el caso de las capitalizaciones mensuales, y debe ser esa la opción que elijan.

Actividad 4:

Respuesta abierta.

Durante el debate es importante que analicen los pros y los contras de una forma crítica.

TAREA 3. Comprar una vivienda

Actividad 1: En grupos, realizad un estudio de las viviendas que se encuentren a la venta en vuestro municipio y elegid una teniendo en cuenta: la orientación, la eficiencia energética, el precio…

Actividad 2: Buscad ofertas de préstamos hipotecarios y elegid las dos opciones más ventajosas. Recordad que podéis comparar los valores de la T.A.E. para determinar cuál os interesa.

Actividad 3: Para cada una de las dos ofertas hipotecarias elegidas, determinad los pagos mensuales y realizad una tabla de amortización del préstamo para cada una de ellas, utilizando una hoja de cálculo.

Actividad 4: Si en 10 años podéis realizar la amortización total del préstamo, ¿cuál será la comisión de cancelación en cada oferta hipotecaria?

Actividad 5: Determinad cuánto pagaréis en cada una de las situaciones.

Respuesta abierta.

En esta tarea es recomendable que hagan uso de la Hoja de Cálculo y presenten un pequeño informe en el que analicen el proceso llevado a cabo.