

15. Un banco nos ofrece prestarnos 34 000 €. Debemos devolver el dinero en tres años con un interés que varía para cada uno de los años. Durante el primer año la T.A.E. es del 3%, en el segundo del 2,75% y en el tercero del 2,25%. ¿Cuánto habremos pagado de intereses al finalizar los tres años?

Vamos a resolver el ejercicio en dos situaciones, una con capitalización anual y otra mensual, para que podamos apreciar la relación entre la T.A.E. y el interés en función del número de capitalizaciones.

En ambas situaciones tenemos que calcular el capital final asociado a cada uno de los años, que coincidirá con el capital inicial del año siguiente.

- Primera situación: Capitalizaciones anuales.

En el caso de las capitalizaciones anuales, la T.A.E. coincide con el rédito de la operación, r .

Primer año: T.A.E.₁ = r_1 = 3%

$$C_{f_1} = 34\,000 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^1 = 35\,020 \text{ €}$$

Segundo año: T.A.E.₂ = r_2 = 2,75%

$$C_{f_2} = 35\,020 \cdot \left(1 + \frac{2,75}{100}\right)^1 = 35\,983,05 \text{ €}$$

Tercer año: T.A.E.₃ = r_3 = 2,25%

$$C_{f_3} = 35\,983,05 \cdot \left(1 + \frac{2,25}{100}\right)^1 = 36\,792,67 \text{ €}$$

Por lo que, en total, pagaremos, $36\,792,67 - 34\,000 = 2\,792,67 \text{ €}$ de intereses.

• Segunda situación: Capitalizaciones mensuales.

En este caso, calculamos el rédito, r , utilizando la fórmula de la T.A.E. de una operación sin comisiones:

$$\text{T.A.E.} = \left[\left(1 + \frac{r}{100 \cdot c} \right)^c - 1 \right] \cdot 100$$

Primer año: $\text{T.A.E.}_1 = \left[\left(1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 3\% \rightarrow$

$$\rightarrow \left[\left(1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12} \right)^{12} - 1 \right] = \frac{3}{100} \rightarrow \left(1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12} \right)^{12} = \frac{3}{100} + 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1 + \frac{r_1}{100 \cdot 12} = \sqrt[12]{\frac{3}{100} + 1} \rightarrow \frac{r_1}{100 \cdot 12} = \sqrt[12]{\frac{3}{100} + 1} - 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow r_1 = \left(\sqrt[12]{\frac{3}{100} + 1} - 1 \right) \cdot 100 \cdot 12 \approx 2,96\%$$

$$C_{f_1} = 34\,000 \cdot \left(1 + \frac{2,96}{100 \cdot 12} \right)^{1 \cdot 12} \approx 35\,020,17 \text{ €}$$

Segundo año: $\text{T.A.E.}_2 = \left[\left(1 + \frac{r_2}{100 \cdot 12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 2,75\% \rightarrow$

$$\rightarrow r_2 = \left(\sqrt[12]{\frac{2,75}{100} + 1} - 1 \right) \cdot 100 \cdot 12 \approx 2,72\%$$

$$C_{f_2} = 35\,020,17 \cdot \left(1 + \frac{2,72}{100 \cdot 12} \right)^{1 \cdot 12} \approx 35\,984,68 \text{ €}$$

Tercer año: $\text{T.A.E.}_3 = \left[\left(1 + \frac{r_3}{100 \cdot 12} \right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = 2,25\% \rightarrow$

$$\rightarrow r_3 = \left(\sqrt[12]{\frac{2,25}{100} + 1} - 1 \right) \cdot 100 \cdot 12 \approx 2,23\%$$

$$C_{f_3} = 35\,984,68 \cdot \left(1 + \frac{2,23}{100 \cdot 12} \right)^{1 \cdot 12} \approx 36\,795,39 \text{ €}$$

Por lo que, en total, pagaremos, $36\,795,39 - 34\,000 = 2\,795,39 \text{ €}$ de intereses.