

RECORDEMOS LAS PROPIEDADES DE LAS POTENCIAS:

$$a) a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$b) a^x : a^y = a^{x-y}$$

$$c) (a^x)^y = a^{xy}$$

$$d) a^{-x} = 1/a^x$$

$$e) a^0 = 1$$

$$f) a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

RECORDEMOS LA DEFINICIÓN DE LOGARITMO, ALGUNOS VALORES QUE HAY QUE CONOCER Y SUS PROPIEDADES:

$$y = \log_a x \quad \longleftrightarrow \quad a^y = x$$

* Por la definición de logaritmo:

a) $\nexists \log_{-a} x$ No existe el logaritmo de un número con base negativa

b) $\nexists \log_a(-x)$ No existe el logaritmo de un número negativo

c) $\nexists \log_a 0$ No existe el logaritmo de cero

$$d) \log_a 1 = 0$$

$$e) \log_a a = 1$$

$$f) \log_a a^n = n$$

* Propiedades:

$$a) \log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$b) \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$c) \log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$d) \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

* Notas sobre los logaritmos:

a) $\log a = \log_{10} a$ Si no ponemos la base, se sobreentiende que es 10.

b) $\ln a = \log_e a$ \ln se lee logaritmo neperiano, y es un logaritmo en el que la base es un número que se llama "e" y que tiene el valor $e=2,718281828$.

1.- Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $5^{x^2-5x+6} = 1$ b) $3^{4-x^2} = \frac{1}{9}$ c) $7^{x+2} = 5764801$

d) $2^{3x-1} = 4^{x+3}$ e) $3^x = \sqrt[3]{9}$ f) $2^{\frac{1}{x}} = 16$

g) $0,5^x = 16$ h) $2^x + 2^{x+1} = 12$ i) $3^x + 3^{x+2} = 30$

j) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = \frac{31}{5}$ k) $2^{x+1} + 2^{x-1} = \frac{5}{2}$ l) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

m) $9^x - 3^x - 6 = 0$ n) $7^{1+2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$

SOLUCIONES:

$S(a) = 2; 3$ $S(b) = \pm \sqrt{6}$ $S(c) = 6$ $S(d) = 7$ $S(e) = 2/3$ $S(f) = 1/4$ $S(g) = -4$ $S(h) = 2$
 $S(i) = 1$ $S(j) = 0$ $S(k) = 0$ $S(l) = 0; 2$ $S(m) = 1$ $S(n) = \pm 1$

2.- Calcula, utilizando la calculadora cuando sea necesario, transformando la exponencial en logaritmo, aplicando sus propiedades y calculándolo con la calculadora:

Por ejemplo: 2) $3^x = 4$

$$\begin{aligned} \log_2 3^x &= \log_2 4 \\ \log_2 3^x &= \log_2 2^2 \\ x \cdot \log_2 3 &= 2 \end{aligned}$$

$$x = 2 / \log_2 3 = 1,26$$

3) $2^x = 7$ 4) $\log_3 8 = x$ 5) $\log_2 7 = x$

6) $2^x = 5$ 7) $\log_3 7 = x$ 8) $\log_4 x = 5$ 9) $\log_2 8 = x$

10) $\log_2 (16) = x$ 11) $\log_2 (1/4) = x$ 12) $\log_2 (1/2) = x$ 13) $\log_2 (1) = x$

14) $5^{x-2} + 5^x + 5^{x+2} = 651$ 15) $4^{x-3} + 2^{x-1} = 5$

16.- $3^{x^2-2x} = 1$; 17.- $2^{3x-1} = \sqrt[4]{2}$; 18.- $3^{x+1} + 3^x + 3^{x-1} = 39$

19.- $5^{2x+1} - 5^{x+2} = 2500$ 20.- $3^x + 3^{2-x} = 10$ 21.- $9^x - 6 \cdot 3^{x+1} + 81 = 0$

22) $8^{x-2} = 4^{x-4}$ 23) $3^{x+1} - 3^x = 162$ 24) $2 \log x - \log(x+6) = 0$

25) $2 \log 2x - \log x = 1$

26) $\log \sqrt[4]{x} = 1/4$

Soluciones

$S(2) = 1.26$; $S(3) = 2.81$; $S(4) = 1.89$; $S(5) = 2.81$; $S(6) = 2.32$; $S(7) = 1.77$;
 $S(8) = 1024$; $S(9) = 3$; $S(10) = 4$; $S(11) = -2$; $S(12) = -1$; $S(13) = 0$; $S(14) = 2$;
 $S(15) = 3$; $S(16)$ tiene dos soluciones $x=0$ y $x=2$; $S(17) = 5/12$; $S(18) = 2$;
 $S(19) = 2$; $S(20)$ tiene dos soluciones $x=0$ y $x=2$; $S(21) = 2$, $S(22) = -2$;
 $S(23) = 4$; $S(24) = 3$ (el log de un número negativo o cero no tiene sentido)
 $S(25) = 5/2$; $S(26) = 10$

3.- Halla el valor de x:

a) $\log 2 (2x - 1) = 3$

b) $\log (x^2 - 5x + 7) = 0$

Soluciones: $S(a) = 501/2$ $S(b) = x=2$ y $x=3$

4.- Descubre la relación que hay entre "x" e "y":

a) $\log y = x + \log 7$

b) $\log y = 2x - \log$

Soluciones: $S(a)$ $y=7 \cdot 10^x$ $S(b) = 1/5 \cdot 10^{2x}$

5.- Resuelve las ecuaciones:

a) $\ln x = \ln 17 + \ln 13$

b) $\log x = \log 36 - \log 9$

c) $\ln x = 3 \ln 5$

d) $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

e) $\ln x = 4 \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 25$

f) $\log (5x - 3) = 4/5$

g) $\frac{1}{2} \log (2x+3) = \log x$

h) $\log (x - 1) + \log (x+6) = \log (3x+2)$

i) $\log (x+3) - \log (x-6) = 1$

j) $\log \sqrt{3x+5} + \log \sqrt{x} = 1$

k) $\log (x+9) = 2 + \log x$

l) $2 \log (x - 3) = \log x - \log 4$

m) $\log (x-3) + \log (x+1) = \log 3 + \log (x-1)$

n) $\log (x^2 - 7x + 110) = 2$

ñ) $2 \log x - \log (x+6) = 3 \log 2$

p) $4 \log_2 (x^2 + 1) = \log_2 625$

SOLUCIONES: $S(a) = 221$; $S(b) = 4$; $S(c) = 125$; $S(d) = 25/3$; $S(e) = 16/5$
 $S(f) =$ $S(g): x = 3, x = -1$ no es solución; $S(h): x = 2, x = -4$ no es solución;
 $S(i) = -7$; $S(j): x = 5, x = -20/3$ no es solución; $S(k) = 1/11$;
 $S(l) x = 4, x = 9/4$ no es solución; $S(m) x = 5, x = 0$ no lo es; $S(n) x = 2$ y $x = 5$
 $S(ñ) x = 12, x = -4$ no lo es; $S(p) = +2$