

* SUSTITUCIÓN DE LA EXPONENCIAL CON a^{2x} , a^x POR $a^x = t$:

a) $5^{2x+1} - 5^{x+2} = 2500$

$$5^{2x} \cdot 5^1 - 5^x \cdot 5^2 = 2500 \quad \text{Cambio de variable: } \begin{array}{l} 5^x = t \\ 5^{2x} = t^2 \end{array}$$

$$5 t^2 - 25 t - 2500 = 0$$

Simplificando la ecuación por 5 la ecuación queda: $t^2 - 5 t - 500 = 0$

Al resolver esta ecuación de segundo grado obtenemos:

$$t_1 = 25 \rightarrow 5^x = 25 = 5^2 \rightarrow x = 2$$

$$t_2 = -20 \rightarrow 5^x = -20 \text{ y esto no puede ser}$$

Así que la única solución de la ecuación inicial es $x = 2$.

* APARECEN VARIOS EXPONENTES DEL TIPO $x + n$, $x + m$, etc :

b)

$$3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$$

$$3^x - 3^x \cdot 3^{-1} + 3^x \cdot 3^{-2} = 21$$

$$3^x - \frac{3^x}{3} + \frac{3^x}{9} = 21$$

$$\frac{9 \cdot 3^x}{9} - \frac{3 \cdot 3^x}{9} + \frac{3^x}{9} = \frac{9 \cdot 21}{9}$$

$$9 \cdot 3^x - 3 \cdot 3^x + 3^x = 9 \cdot 21$$

$$7 \cdot 3^x = 9 \cdot 21$$

$$3^x = \frac{9 \cdot 21}{7}$$

$$3^x = 9 \cdot 3 = 3^3$$

$$x=3$$

c) $2^x + 2^{1-x} = 3$

$$2^x + 2 \cdot 2^{-x} = 3$$

$$2^x + \frac{2}{2^x} = 3$$

Denominador común 2^x :

$$\frac{2^x \cdot 2^x}{2^x} + \frac{2}{2^x} = \frac{3 \cdot 2^x}{2^x}$$

$$2^x \cdot 2^x + 2 = 3 \cdot 2^x$$

$$2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$$

Hago el cambio $2^x = y$

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

$$y = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2}$$

$$y_1 = 2$$

$$y_2 = 1$$

Y ahora deshago el cambio:

$$y_1 = 2 \rightarrow 2^x = 2 \rightarrow x = 1$$

$$y_2 = 1 \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow x = 0$$