Problema 3

La dosis de un determinado medicamente debe comenzar con 6mg el primer día y aumentar 2mg cada día, hasta cumplir la primera semana. A partir de ahí, la dosis se mantiene constante durante otra semana. Finalmente se debe disminuir de manera progresiva hasta desaparecer totalmente en 10 días.

SOLUCIÓN

En la primera situación debemos encontrar una función que nos dé la dosis del fármaco en función del día en que nos encontramos. La variable independiente representa, por tanto, el tiempo, medido en días. Así, se trata de 3 tramos. Veamos.

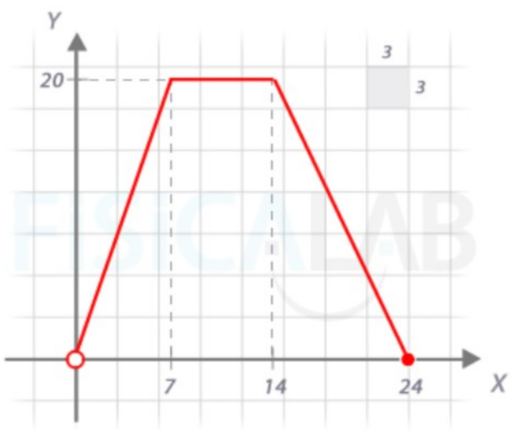
El primero estará definido para la primera semana, es decir, $0<x<7$. En él, partimos de una cantidad mínima de 6 mg, y sumamos 2mg al día, es decir $y=6+2x$.

El segundo se inicia en la segunda semana, es decir, el día 7 y termina una semana después, es decir $7<x<14$. En este intervalo la dosis es constante, e igual al valor alcanzado en el día 7, es decir $6+2\cdot 7=20$. Con lo que $y=20$.

Finalmente la tercera rama abarca desde el día 14 hasta el 24 (14+10), con lo que $14<x<24$. En ella la disminución de la dosis es lineal. Comienza en 20 mg y debe concluir en 0. Como no es trivial como las anteriores, recurriremos a la expresión explícita de una recta: $y=a\cdot x+b$. Sabemos que cuando $x=14$, $y=20$, y que cuando $x=24$, $y=0$, con lo que podemos resolver el siguiente sistema:

$$y=a\cdot x+b \Rightarrow \begin{cases} 20=14\cdot a+b \\ 0=24a+b \end{cases} \begin{cases} -20=-14\cdot a-b \\ 0=24a+b \end{cases} \Rightarrow -20=10a \Rightarrow a=-2 \Rightarrow\Rightarrow b=48 \Rightarrow \boxed{y=48-2x}$$

Finalmente, colocando los signos $<$ o $\leq$ en los extremos de los intervalos, nos queda la función a trozos:



$$f(x)=\begin{cases} 6+2x & \text{si} \quad 0<x<7 \\ 20 & \text{si} \quad 7\leq x<14 \\ 48-2x & \text{si} \quad 14\leq x\leq 24 \end{cases}$$

$Dom_f=(0,24]$; $Rec_f=[0,20]$