

Problema 7

Antonio ha escrito un libro sobre la historia del fútbol y quiere imprimirlo para regalarlo a sus familiares y a sus amigos en su cumpleaños. Una empresa editorial le ha dado un presupuesto que dice lo siguiente:

El coste inicial para iniciar la impresión del libro es de 15€ y el precio de impresión de cada libro asciende a 5€ si se imprimen hasta 30 unidades y a 3€ si se imprimen más.

Se pide:

- Calcular la función del coste total en función del número de libros impresos, $f(x)$.
- Representar la gráfica de la función $f(x)$.
- Si Antonio invierte 180€, ¿cuántos libros se imprimen?
- En dicha empresa, ¿es más barato imprimir 25 libros o imprimir 40? Razonar la respuesta y relacionarla con la gráfica de f .

Solución

Apartado a:

Si Antonio decide no imprimir ningún libro ($x=0$), entonces no debe realizar ninguna inversión, así que

$$f(x) = 0, \text{ si } x = 0$$

Si la cantidad de libros a imprimir es menor o igual que 30, $0 < x \leq 30$, el coste de cada libro es de 5€ y, por tanto, el coste total es

$$f(x) = 15 + 5 \cdot x$$

Sin embargo, si el número de libros es mayor que 30 ($x > 30$), el precio por cada libro es de 3€, así que el coste total es

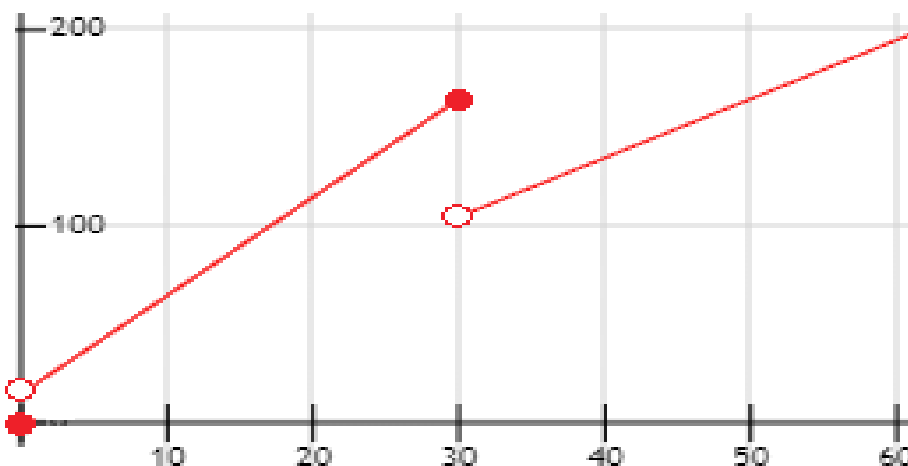
$$f(x) = 15 + 3 \cdot x$$

La función a trozos es

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x = 0 \\ 15 + 5x, & \text{si } 0 < x \leq 30 \\ 15 + 3x, & \text{si } x > 30 \end{cases}$$

Apartado b:

La gráfica de la función es



Apartado c:

Como Antonio dispone de 180€, queremos calcular la cantidad de libros x tal que $f(x)=180$:

$$f(x) = 180$$

Tenemos dos ecuaciones según si x es menor o igual o mayor que 30. En el primer caso, la ecuación es

$$15 + 5x = 180$$

cuya solución es $x=33$. Pero esta solución no es buena ya que la definición utilizada es para el caso de que $x \leq 30$.

En el segundo caso, la ecuación es

$$15 + 3x = 180$$

cuya solución es $x=55 \geq 30$. Por tanto, Antonio puede imprimir 55 libros.

Apartado d:

Si se imprimen 25 libros, el coste total es 140€:

$$\begin{aligned} f(25) &= 15 + 5 \cdot 25 = \\ &= 140 \end{aligned}$$

Mientras que si se imprimen 40 libros el coste total es 135€:

$$\begin{aligned} f(40) &= 15 + 3 \cdot 40 = \\ &= 135 \end{aligned}$$

Por tanto, es más barato imprimir 40 libros que imprimir 25.

Observando la gráfica, la función f toma valores mayores que $f(30)$ a partir de $x=55$. Por tanto, es más barato imprimir 31 libros que imprimir 25 ó 30.