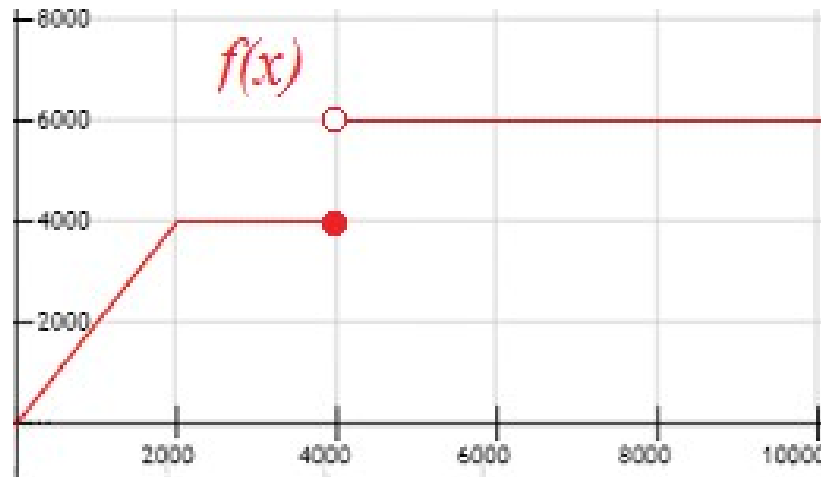


Problema 6

El equipo de *merchandising* de un equipo de fútbol español fabrica diariamente banderines para suplir los pedidos de las tiendas. La gráfica de la función que proporciona la cantidad diaria de banderines a fabricar en función del número de pedidos es la siguiente:



Nota: se considera que el número de pedidos, x , es una variable real (puede tener decimales).

Se pide:

- ¿Cuántos banderines se fabrican si la cantidad de pedidos es 2.500? ¿Y si es 4.000? ¿Y si es mayor que 5.000? ¿Y si es 1.000?
- ¿Cuántos pedidos deben recibirse para que se fabriquen 4.000 banderines? ¿Y 6.000? ¿Y 2.500?
- ¿Cuál es el número máximo de banderines que pueden fabricarse en un día?
- ¿A partir de cuántos pedidos se alcanza la cantidad máxima de fabricación?
- Determinar la definición de la función a trozos de la función f .

Apartado a:

El número de banderines que se fabrican si se reciben 2.500 y 4.000 pedidos es 4.000:

$$f(2.500) = 4.000$$

$$f(4.000) = 4.000$$

Si la cantidad de pedidos es mayor que 5.000, se fabrican 6.000 banderines.

Observando la gráfica, puede deducirse que se fabrican 2.000 banderines si el número de pedidos es 1.000. No obstante, vamos a calcular la expresión analítica de la función cuando $0 \leq x \leq 2.000$ para ser más meticulosos.

La gráfica es una función lineal (una recta) que une los puntos (0,0) y (2.000, 4.000). La función de una recta es de la forma

$$f(x) = ax + b$$

Sustituyendo el punto (0,0) obtenemos b:

$$0 = f(0) = a \cdot 0 + b$$

$$b = 0$$

Sustituyendo el punto (2.000, 4.000) obtenemos a:

$$4.000 = f(2.000)$$

$$4.000 = a \cdot 2.000$$

$$a = \frac{4.000}{2.000} = 2$$

Por tanto, si $0 \leq x \leq 2.000$, la función es

$$f(x) = 2x$$

Finalmente, calculamos el número de banderines que se fabrican si se reciben 1.000 pedidos:

$$\begin{aligned} f(1.000) &= 2 \cdot 1.000 = \\ &= 2.000 \end{aligned}$$

Apartado b:

Se fabrican 4.000 banderines si se reciben entre 2.000 y 4.000 pedidos ($2.000 \leq x \leq 4.000$).

Se fabrican 6.000 banderines cuando el número de pedidos es mayor que 4.000 ($x > 4.000$).

Para calcular el número de pedidos necesario para que se fabriquen 2.500 banderines, utilizamos la expresión de f calculada en el apartado anterior:

$$f(x) = 2.500$$

$$2x = 2.500$$

$$x = \frac{2.500}{2} = 1.250$$

Apartado c:

El número máximo de banderines que pueden fabricarse en un día es 6.000 ya que la función f no toma valores mayores a 6.000.

Apartado d:

La función alcanza el valor 6.000 cuando la cantidad de pedidos es superior a 4.000 (es decir, $x > 4.000$).

Apartado e:

La definición de la función es

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{si } 0 \leq x \leq 2.000 \\ 4.000, & \text{si } 2.000 < x \leq 4.000 \\ 6.000, & \text{si } x > 4.000 \end{cases}$$

O bien, utilizando intervalos

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{si } x \in [0, 2.000] \\ 4.000, & \text{si } x \in]2.000, 4.000] \\ 6.000, & \text{si } x \in]4.000, +\infty[\end{cases}$$