Problema 5

Una sala de fiestas de la Ciudad de México con aforo para 300 personas establece el precio de la entrada cada día en función del número de asistentes que se prevé que habrá en dicho día:

$$f(x)=\begin{cases} 10, & \text{si } x\in[0,100] \\ \dfrac{x}{20}+5, & \text{si } x\in\,]100,200[\\ \dfrac{x^2}{2.000}-5, & \text{si } x\in[200,300] \end{cases}$$

Se pide:

a. ¿Cuál es el precio de una entrada si se espera que asistan 50 personas? ¿Y si son 110? ¿Y si son 200? ¿Y si se espera que se agoten las entradas?

b. ¿Cuáles son los ingresos totales si se espera que asistan 150 personas? ¿Y si sólo son 90?

c. ¿Cuántas personas deberían asistir para que el precio de la entrada supere los $30?

d. Representar la función.

e. ¿Cuál es el precio máximo y mínimo de una entrada?

Ver solución

Apartado *a*:

Si asisten 50 personas, estamos en el primer intervalo. Por tanto, el precio de una entrada es $10.

Si asisten 110 personas, estamos en el segundo intervalo. Por tanto, el precio es $10.5:

$$f(110)=\frac{110}{20}+5= \\ =5.5+5=10.5$$

Si asisten 200 personas, estamos en el tercer intervalo. Por tanto, el precio es $15:

$$f(200)=\frac{200^2}{2.000}-5= \\ =\frac{40.000}{2.000}-5= \\ =20-5=15$$

Si asisten 300 personas, estamos en el tercer intervalo. Por tanto, el precio es $40:

$$f(300)=\frac{300^2}{2.000}-5= \\ =\frac{90.000}{2.000}-5= \\ =45-5=40$$

Apartado *b*:

Si asisten 150 personas, estamos en el segundo intervalo. Por tanto, el precio por entrada es $12.5:

$$f(150)=\frac{150}{20}+5= \\ =7.5+5=12.5$$

Luego los ingresos totales son $1.875:

$$12.5\cdot 150=1.875$$

Si asisten 90 personas, estamos en el primer intervalo. Por tanto, el precio por entrada es $10 y los ingresos suman $900.

Apartado *c*:

Si el precio de una entrada asciende a \$30 es porque se esperan más de 100 personas (el primer intervalo queda descarado).

Tenemos que resolver la ecuación

$$f(x) = 30$$

Si suponemos que la cantidad de asistentes es menor que 200, tenemos la ecuación

$$\frac{x}{20} + 5 = 30$$

cuya solución es 500, pero este resultado no es menor que 200, así que suponemos que la solución debe estar en el tercer intervalo.

Tenemos la ecuación

$$\frac{x^2}{2.000} - 5 = 30$$

La resolvemos:

$$\frac{x^2}{2.000} - 5 = 30$$

$$\frac{x^2}{2.000} = 35$$

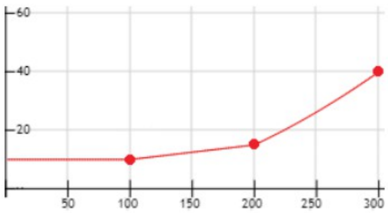
$$x^2 = 70.000$$

$$x = +\sqrt{70.000} \cong 264.5$$

Como la función $x^2/2.000 - 5$ es creciente (para $x \geq 1$), el precio de la entrada supera los \$30 cuando se espera que asistan al menos 265 personas.

Apartado *d*:

La gráfica de la función es



Apartado *e*:

El precio mínimo de una entrada es \$10. El precio máximo se \$40, que se alcanza cuando se espera llenar el aforo (lo hemos calculado anteriormente):

$$f(300) = 40$$