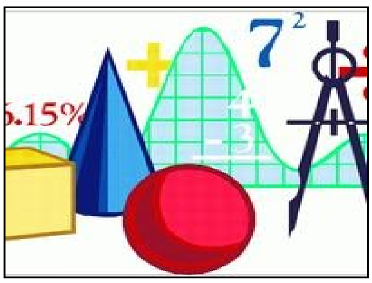
Cuaderno de repaso Matemáticas

y

preparación “V Olimpiada matemática”

(septiembre 2020)



Curso: 3º ESO

PARTE A

Ejercicio nº 1.-

a) Indica cuáles de los siguientes números son naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$-2,\hat{1};\ -\frac{9}{3};\ \sqrt{8};\ \sqrt[3]{8};\ -\sqrt{3}$$

b) Representa sobre la recta estos números:

$$-2;\ 3,3;\ \frac{5}{3}$$

Ejercicio nº 2.-

a) Calcula:

$$\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-3} \qquad \frac{1}{-3^{-4}} \qquad \frac{-5^2}{(-5)^{-2}}$$

b) Simplifica:

$$\frac{4^{-4}\cdot 2^3}{8^{-2}}$$

Ejercicio nº 3.-

a) Reduce a una sola fracción y simplifica:

$$\left(-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\right)$$

b) Calcula y simplifica:

$$\frac{5}{2}\cdot\left(-3^{-2}+\frac{2}{3}\right)^{-1}-\frac{4}{3}:\left(3^{-1}-\frac{5}{6}\right)^2$$

Ejercicio nº 4.-

Simplifica las expresiones que puedas y en las restantes indica por qué no se puede simplificar:

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{8}$

b) $\sqrt[3]{2}\cdot\left(\sqrt[3]{2}\right)^4$

c) $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{3}-\sqrt{2}$

Ejercicio nº 5.-

En la compra que hemos hecho hoy, nos hemos gastado 3/5 del dinero que llevábamos en la frutería; 2/3 de lo que nos quedaba, en la pescadería, y el resto, que eran 7,2 €, en la panadería. ¿Cuánto dinero teníamos al principio?

Ejercicio nº 6.-

Una asociación benéfica quiere repartir cierta cantidad de dinero entre tres familias residentes en el barrio. El reparto lo quiere hacer inversamente proporcional a la edad media de los hijos que componen cada familia: familia A 8 años, familia B 9 años y familia C 10 años. Si la familia A recibe 360 €. ¿Cuánto dinero debe repartir la asociación? ¿Qué cantidad recibirá cada una de las otras familias?

Ejercicio nº 7.-

El precio de una cámara de fotos es de 145 € ya aplicado el 16% de IVA. ¿Cuánto cuesta la cámara sin IVA?

Ejercicio nº 8.-

Reduce cada una de estas expresiones:

a) $\frac{3}{4}(x-1)(x+3)-2(x^2+1)(x-2)$

b) $2x(x^2-5x+1)-(2x+1)^2$

Ejercicio nº 9.-

a) Realiza la siguiente división entre polinomios:

$(-10x^6 - 12x^5 + 14x^4 + 19x^3 + 30x^2 - 18x - 3) : (2x^3 - 6x + 3)$

b) Descompón en producto de polinomios de primer grado:

$P(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

Ejercicio nº 10.-

Opera y simplifica:

a) $\frac{2x+1}{x-1}+\frac{3}{x}-\frac{2}{x-1}$

b) $\frac{x-1}{2x^2}:\frac{x+1}{x^2}$

c) $\dfrac{x\left(x^2-16\right)}{2x\left(x+4\right)\cdot\left(x-4\right)}$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve la ecuación:

$$\frac{3\left(x+1\right)}{2}+2x-5-\frac{x+2}{3}=\frac{1}{3}\left(x-1\right)-\frac{19}{2}$$

Ejercicio nº 12.-

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $-x^2-4x+5=0$

b) $3x^2+5x=0$

c) $x^2+1=0$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{\left(x-2\right)^2}{3}+\frac{x\left(x+1\right)}{2}-\frac{x}{3}=3x\left(x-2\right)+\frac{7}{3}$$

Ejercicio nº 14.-

Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} -3x + 4y = -10 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 6y = -9 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$

Ejercicio nº 15.-

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{3x + 2y}{5} - \dfrac{x + 2y}{2} = \dfrac{6}{5} \\ \dfrac{3(x-1)}{2} + y - 5 = \dfrac{-17}{2} \end{cases}$$

Ejercicio nº 16.-

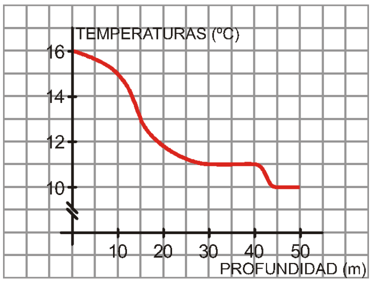
Halla los lados de un rectángulo sabiendo que la base excede en 3 cm al doble de la altura; y que su área es de 14 cm^2.

Ejercicio nº 17.-

Las dos cifras de un número suman 14; y, si invertimos el orden de sus cifras, el nuevo número supera en 36 unidades al número inicial. ¿De qué número se trata?

Ejercicio nº 18.-

La siguiente gráfica muestra la temperatura del agua en un cierto lugar a diferentes profundidades:



a) ¿Qué temperatura había en la superficie?

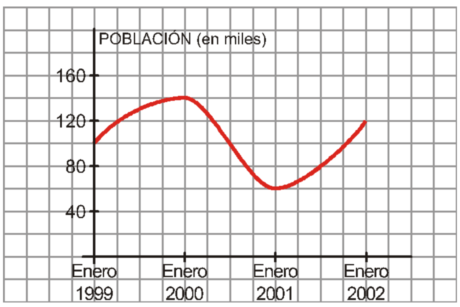
b) ¿Cuál era la temperatura a 10 m, a 15 m, a 30 m y a 50 m de profundidad?

c) ¿Hay algún tramo en el que se mantenga la misma temperatura? ¿Cuál es el tramo y cuál la temperatura?

d) Indica los tramos en los que la función es creciente y en los que es decreciente.

Ejercicio nº 19.-

La siguiente gráfica muestra la evolución de la población en un cierto lugar:



a) ¿Cuál es el dominio de definición que hemos considerado?

b) ¿Qué población había en enero de 1999?

c) ¿En qué momento la población fue máxima? ¿Cuál fue ese máximo?

d) ¿En qué momento la población fue mínima? ¿Cuál fue ese mínimo?

e) Describe la evolución de la población en el periodo de tiempo considerado.

Ejercicio nº 20.-

Durante las 10 primeras jornadas de liga, un equipo de fútbol ha ocupado los siguientes puestos en la tabla de clasificación:

Jornada	1.ª	2.ª	3.ª	4.ª	5.ª	6.ª	7.ª	8.ª	9.ª	10.ª
Puesto	4.º	6.º	8.º	7.º	6.º	4.º	5.º	3.º	1.º	4.º

a) Representa gráficamente estos datos.

b) ¿En qué jornadas ocupó los peores puestos?

c) ¿Repitió puesto en la clasificación en alguna jornada?

d) ¿Fue líder en alguna jornada?

e) Según los lugares ocupados en la tabla clasificatoria en las diez primeras jornadas, ¿crees que el equipo puede ganar el campeonato?

Ejercicio nº 21.-

Representa las siguientes funciones:

a) $y = -\frac{3}{2}x - 2$

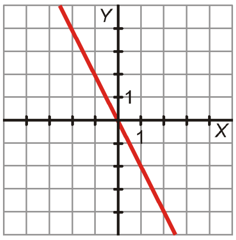
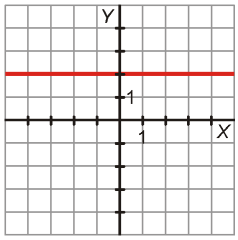
b) $3x + 2y = 1$

c) $y = -2$

Ejercicio nº 22.-

Obtén la ecuación de cada una de estas rectas:

a) Pasa por los puntos $P\ (3, 1)$ **y** $Q\ (-1, -7)$**.**

b)  c) 

Ejercicio nº 23.-

Representa las siguientes parábolas hallando el vértice, algunos puntos próximos a él y los puntos de corte con los ejes:

a) $y = x^2 + 4x + 4$

b) $y = x^2 + 1$

PARTE B

Ejercicio nº 1.-

a) Dados los siguientes números, clasifícalos según sean naturales, enteros, racionales o irracionales:

$8,\widehat{25};\ 3,25;\ -2,1;\ -\sqrt{34};\ \sqrt[3]{1}$

b) Representa los siguientes números sobre la recta:

$-\frac{1}{3};\ 4;\ 3,2$

Ejercicio nº 2.-

a) Calcula:

$$\left((-3)^0\right)^{-2} \qquad \left(\left(-\frac{4}{5}\right)^{-1}\right)^{-1} \qquad -3^{-3} : \left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$$

b) Simplifica:

$$\frac{25^{-3} \cdot 5^{-4} \cdot 5^{2}}{25^{-2} \cdot 5^{-6} \cdot 5^{-1}}$$

Ejercicio nº 3.-

a) Reduce a una sola fracción:

$$\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\left(\frac{11}{5} - \frac{1}{2} : \frac{1}{5}\right)^2$$

b) Calcula y simplifica:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{2}\right)^{-2} : \left(4^{-1} - \frac{1}{2}\right)^{-3}$$

Ejercicio nº 4.-

Simplifica las expresiones que puedas y en las restantes indica por qué no se puede simplificar:

a) $2\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}$

b) $3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

c) $\frac{1}{2}\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt{3}$

d) $\left(\sqrt[4]{7}\right)^{3}\cdot\sqrt[4]{21}$

Ejercicio nº 5.-

Un trabajador ha realizado las 2/7 partes de un encargo; otro realizó 2/5 partes, y un tercero lo terminó. Si les pagan en total 1 008 €, ¿cuánto le corresponderá a cada uno?

Ejercicio nº 8.-

Reduce las expresiones siguientes:

a) $\left(x^{2}-x+2\right)\left(x-1\right)+\frac{1}{2}\left(x-2\right)\left(3x+1\right)$

b) $\left(2x-1\right)^{2}+x\left(x+2\right)-\left(x+2\right)\left(x-2\right)$

Ejercicio nº 9.-

a) Realiza la siguiente división entre polinomios:

$$(-6x^4+6x^3+25x^2-12x-3):(2x^2-6x+3)$$

b) Descompón en producto de polinomios de primer grado:

$P(x)=x^3+2x^2-9x-18$

Ejercicio nº 10.-

Efectúa y simplifica:

a) $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x}$

b) $\frac{(x+2)^2}{x+1} : \frac{x+2}{x+1}$

c) $\frac{6x^2 - 36x}{(x-6)^2 \cdot 3x}$

Ejercicio nº 11.-

Resuelve la ecuación:

$$x - 2 - \frac{3(x+1)}{2} + \frac{1}{6}(x-3) = \frac{2(x-1)}{3} - \frac{x+1}{2} - \frac{7}{3}$$

Ejercicio nº 12.-

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

b) $2x^2 - 3x = 0$

c) $x^2 + 100 = 0$

Ejercicio nº 13.-

Resuelve la ecuación:

$$3x(x-1)-\frac{(x+1)^2}{2}=(x+1)(x-1)+6$$

Ejercicio nº 14.-

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} -3x+5y=3 \\ 4x+2y=-4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ -10x+4y=4 \end{cases}$

Ejercicio nº 15.-

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3}-\dfrac{2x-y}{2}=-2 \\ \dfrac{3(x-1)}{4}+\dfrac{2x+3y}{2}=\dfrac{9}{2} \end{cases}$$

Ejercicio nº 16.-

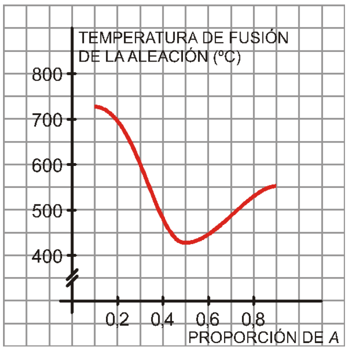
Halla dos números sabiendo que el primero es 15 unidades mayor que el segundo, pero restando 25 unidades al primero y añadiendo 60 al segundo, conseguimos que el primero sea el doble del otro.

Ejercicio nº 17.-

Un comerciante compra dos productos por 500 € y después los vende. Por la venta del primero de los artículos obtiene un 5% de beneficio; y, por la venta del segundo, un 4,5% de beneficio. Sabiendo que consiguió 3,15 € más de beneficio por la venta del primero que por la del segundo, ¿cuánto le costó cada uno de ellos?

Ejercicio nº 19.-

El punto de fusión de una aleación depende de las proporciones en que intervienen cada uno de sus componentes. Para aleaciones de dos ciertos componentes, *A* y *B*, se ha obtenido la siguiente gráfica:



a) ¿Cuál es el dominio de definición que hemos considerado?

b) Entre los valores estudiados, ¿en qué proporción de *A* se alcanza la máxima temperatura de fusión? ¿Cuál es esa temperatura?

c) ¿Con qué proporción de *A* se alcanza la mínima temperatura de fusión? ¿Cuál es esa temperatura?

d) Describe el crecimiento y el decrecimiento de la función en el intervalo que hemos considerado.

Ejercicio nº 20.-

La temperatura media, medida en °C, de un lugar durante el año 2014 viene dada por la siguiente tabla de valores:

Meses	**E**	**Feb**	**Mar**	**Abr**	**May**	**Jun**	**Jul**	**Ago**	**Sep**	**Oct**	**Nov**	**Dic**
T (°C)	**4**	**9**	**11**	**14**	**18**	**22**	**35**	**36**	**25**	**12**	**9**	**1**

a) Representa gráficamente estos datos.

b) Indica cuál es la amplitud térmica del lugar (el rango de la función).

c) ¿Qué meses fueron los más calurosos? ¿Cuáles los más fríos?

d) ¿Cuál fue la temperatura media en invierno (enero, febrero y marzo)?

e) ¿Cuál fue la temperatura media en verano (julio, agosto y septiembre)?

Ejercicio nº 21.-

Representa las siguientes parábolas hallando el vértice, algunos puntos próximos a él y los cortes con los ejes:

a) $y = x^2 - 2x - 3$

b) $y = x^2 + 2x$

<u>SOLUCIONES</u>

<u>PARTE A</u>

<u>Ejercicio nº 1.-</u>

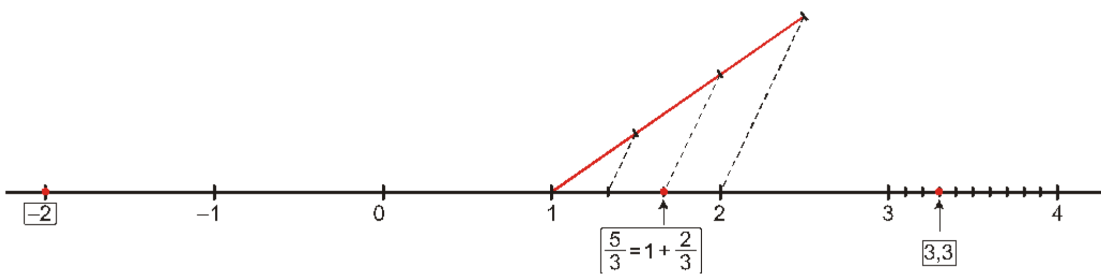
a) Naturales $\rightarrow$ $\sqrt[3]{8}$

Enteros $\rightarrow$ $\sqrt[3]{8};\ -\dfrac{9}{3}$

Racionales $\rightarrow$ $-2,\hat{1};\ -\dfrac{9}{3};\ \sqrt[3]{8}$

Irracionales $\rightarrow$ $\sqrt{8};\ -\sqrt{3}$

b)



<u>Ejercicio nº 2.-</u>

a) $$\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right]^{-3}=\left(\frac{-2}{3}\right)^{6}=\frac{64}{729}$$

$$\frac{1}{-3^{-4}}=-3^{4}=-81$$

$$\frac{-5^2}{(-5)^{-2}} = -5^2 \cdot (-5)^2 = -625$$

b) $\frac{4^{-4} \cdot 2^3}{8^{-2}} = \frac{2^{-8} \cdot 2^3}{2^{-6}} = \frac{2^{-5}}{2^{-6}} = 2^1 = 2$

Ejercicio nº 3.-

a) $\left(-\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2} : \frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{4}{6}\right)^2 + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) =$

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{3}{4} - \left(\frac{4}{12} + \frac{9}{12}\right) = \frac{4}{9} + \frac{3}{4} - \frac{13}{12} = \frac{16}{36} + \frac{27}{36} - \frac{39}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

b) $\frac{5}{2} \cdot \left(-3^{-2} + \frac{2}{3}\right)^{-1} - \frac{4}{3} : \left(3^{-1} - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{1}{9} + \frac{2}{3}\right)^{-1} - \frac{4}{3} : \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) =$

$= \frac{5}{2} \cdot \frac{9}{5} - \frac{4}{3} : \frac{1}{4} = \frac{45}{10} - \frac{16}{3} = \frac{135 - 160}{30} = \frac{-25}{30} = \frac{-5}{6}$

Ejercicio nº 4.-

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{5 \cdot 2^3} = 2\sqrt{5 \cdot 2} = 2\sqrt{10}$

b) $\sqrt[3]{2} \cdot \left(\sqrt[3]{2}\right)^4 = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3]{2^5} = 2\sqrt[3]{2^2} = 2\sqrt[3]{4}$

c) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

d) $3\sqrt{3}-\sqrt{2}$ No se puede simplificar debido a que las raices tienen distinto radicando.

Ejercicio nº 5.-

Frutería: nos gastamos $\frac{3}{5}$ del total $\rightarrow$ nos quedan $\frac{2}{5}$.

Pescadería: nos gastamos $\frac{2}{3}$ de $\frac{2}{5}=\frac{4}{15}$ del total.

Entre la frutería y la pescadería hemos gastado:

$$\frac{3}{5}+\frac{4}{15}=\frac{9}{15}+\frac{4}{15}=\frac{13}{15} \text{ del total}$$

Nos quedan $\frac{2}{15}$, que son 7,2 euros; es decir:

$$\frac{2}{15} \text{ de } x=7{,}2 \text{ euros} \rightarrow x=\frac{7{,}2\cdot 15}{2}=54 \text{ euros}$$

Al principio teníamos 54 euros.

Ejercicio nº 6.-

El reparto es inversamente proporcional $\rightarrow \frac{1}{8}\ \ \frac{1}{9}\ \ \frac{1}{10}$

mín. c. m. (8, 9, 10) = 360 $\rightarrow \frac{45}{360}, \frac{40}{360}, \frac{36}{360}$

x: cantidad recibida por la familia A.

y: cantidad recibida por la familia B.

z: cantidad recibida por la familia C.

$\frac{x}{45} = \frac{y}{40} = \frac{z}{36} = \frac{x+y+z}{45+40+36} = \frac{x+y+z}{121} = \frac{N}{121}$ Siendo N la cantidad total de dinero a repartir.

Como la familia A recibe 360 eurosa:

$$\frac{360}{45} = \frac{N}{121} \;\rightarrow\; N = \frac{360 \cdot 121}{45} \;\rightarrow\; N = 968 \text{ €}$$

Por tanto, el dinero que tiene que repartir la asociación son 968 €

Calculamos las cantidades que recibirán las otras familias.

Familia B: $\frac{y}{40} = \frac{968}{121} \;\rightarrow\; x = \frac{968 \cdot 40}{121} \;\rightarrow\; y = 320 \text{ €}$

Familia C: $\frac{z}{36} = \frac{968}{121} \;\rightarrow\; z = \frac{968 \cdot 36}{121} \;\rightarrow\; z = 288 \text{ €}$

Ejercicio nº 7.-

Precio con IVA = 145 €

16% de IVA → I.V. = 1,16

$$\text{Precio inicial} \cdot 1{,}16 = 145 \;\rightarrow\; \text{Precio inicial} = \frac{145}{1{,}16} = 125$$

El precio de la cámara sin IVA es de 125 €.

Ejercicio nº 8.-

a) $\frac{3}{4}(x-1)(x+3)-2(x^2+1)(x-2)=\frac{3}{4}(x^2+3x-x-3)-2(x^3-2x^2+x-2)=$

$=\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{9}{4}-2x^3+4x^2-2x+4=-2x^3+\frac{19}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}$

b) $2x(x^2-5x+1)-(2x+1)^2=2x^3-10x^2+2x-(4x^2+4x+1)=$

$=2x^3-10x^2+2x-4x^2-4x-1=2x^3-14x^2-2x-1$

Ejercicio nº 9.-

a)

$$
\begin{array}{rrrrrrr|l}
\cancel{-10x^6} & -12x^5 & +14x^4 & +19x^3 & +30x^2 & -18x & -3 & 2x^3-6x+3 \\ \cline{8-8}
\cancel{10x^6} & & -30x^4 & +15x^3 & & & & -5x^3-6x^2-8x-1 \\ \cline{1-7}
 & \cancel{-12x^5} & -16x^4 & +34x^3 & +30x^2 & & & \\
 & \cancel{12x^5} & & -36x^3 & +18x^2 & & & \\ \cline{2-7}
 & & \cancel{-16x^4} & -2x^3 & +48x^2 & -18x & & \\
 & & \cancel{+16x^4} & & -48x^2 & +24x & & \\ \cline{3-7}
 & & & \cancel{-2x^3} & & \cancel{+6x} & \cancel{-3} & \\
 & & & \cancel{+2x^3} & & \cancel{-6x} & \cancel{+3} & \\ \cline{4-7}
 & & & & & 0 & &
\end{array}
$$

b) $P(x)=x^4-13x^2+36$

	1	0	−13	0	36
2		2	4	−18	−36
	1	2	−9	−18	0
−2		−2	0	18	
	1	0	−9	0	
3		3	9		
	1	3	0		
−3		−3			
	1	0			

$P(x) = (x - 2)\,(x + 2)\,(x - 3)\,(x + 3)$

Ejercicio nº 10.-

a) $\dfrac{2x+1}{x-1}+\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x-1}=\dfrac{2x^2+x}{x(x-1)}+\dfrac{3x-3}{x(x-1)}-\dfrac{2x}{x(x-1)}=\dfrac{2x^2+x+3x-3-2x}{x(x-1)}=$

$=\dfrac{2x^2+2x-3}{x^2-x}$

b) $\dfrac{x-1}{2x^2}:\dfrac{x+1}{x^2}=\dfrac{(x-1)\,x^2}{2x^2\,(x+1)}=\dfrac{x-1}{2x+2}$

c) $\dfrac{x\left(x^2-16\right)}{2x(x+4)\cdot(x-4)}=\dfrac{x\left(x^2-16\right)}{2x\left(x^2-16\right)}=\dfrac{1}{2}$

Ejercicio nº 11.-

$$\frac{3(x+1)}{2}+2x-5-\frac{x+2}{3}=\frac{1}{3}(x-1)-\frac{19}{2}$$

$$\frac{3x+3}{2}+2x-5-\frac{x+2}{3}=\frac{x}{3}-\frac{1}{3}-\frac{19}{2}$$

$$\frac{9x+9}{6}+\frac{12x}{6}-\frac{30}{6}-\frac{2x+4}{6}=\frac{2x}{6}-\frac{2}{6}-\frac{57}{6}$$

$9x + 9 + 12x - 30 - 2x - 4 = 2x - 2 - 57$

$9x + 12x - 2x - 2x = -2 - 57 - 9 + 30 + 4$

$17x = -34$

$$x=-\frac{34}{17}=-2 \;\rightarrow\; x=-2$$

Ejercicio nº 12.-

Resuelve las ecuaciones siguientes:

a) $-x^2 - 4x + 5 = 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{-2} = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{-2} = \frac{4 \pm 6}{-2} \quad \begin{cases} x = -5 \\ x = 1 \end{cases}$$

b) $3x^2 + 5x = 0$

$$x(3x+5) = 0 \quad \begin{cases} x = 0 \\ 3x + 5 = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

c) $x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1$ No tiene solución.

__Ejercicio nº 13.-__

$$\frac{(x-2)^2}{3} + \frac{x(x+1)}{2} - \frac{x}{3} = 3x(x-2) + \frac{7}{3}$$

$$\frac{x^2 - 4x + 4}{3} + \frac{x^2 + x}{2} - \frac{x}{3} = 3x^2 - 6x + \frac{7}{3}$$

$$\frac{2x^2 - 8x + 8}{6} + \frac{3x^2 + 3x}{6} - \frac{2x}{6} = \frac{18x^2}{6} - \frac{36x}{6} + \frac{14}{6}$$

$2x^2 - 8x + 8 + 3x^2 + 3x - 2x = 18x^2 - 36x + 14$

$2x^2 + 3x^2 - 18x^2 - 8x + 3x - 2x + 36x + 8 - 14 = 0$

$-13x^2 + 29x - 6 = 0$

$$x = \frac{-29 \pm \sqrt{841-312}}{-26} = \frac{-29 \pm \sqrt{529}}{-26} = \frac{-29 \pm 23}{-26} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{13} \\ x = 2 \end{cases}$$

Ejercicio nº 14.-

a) $$\left.\begin{array}{r} -3x+4y=-10 \\ 2x+3y=1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ y=\dfrac{-10+3x}{4} \\ \rightarrow\ y=\dfrac{1-2x}{3} \end{array}\left.\vphantom{\begin{array}{l} \dfrac{a}{b} \\ \dfrac{a}{b} \end{array}}\right\} \rightarrow\ \frac{-10+3x}{4}=\frac{1-2x}{3}\ \rightarrow\ -30+9x=4-8x\ \rightarrow$$

$$\rightarrow 17x=34\ \rightarrow\ x=\frac{34}{17}=2$$

$$y=\frac{1-2x}{3}=\frac{1-2\cdot 2}{3}=\frac{1-4}{3}=-\frac{3}{3}=-1$$

Solución: x = 2 ; y = −1

b) $$\left.\begin{array}{r} 3x+6y=-9 \\ x+2y=-3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{2em}} \\ \xrightarrow{\times(-3)} \end{array} \begin{array}{r} 3x+6y=-9 \\ \underline{-3x-6y=9} \end{array}$$

Sumando: $0=0\ \rightarrow$ Tiene infinitas soluciones

Ejercicio nº 15.-

$$\left.\begin{array}{r} \dfrac{3x+2y}{5}-\dfrac{x+2y}{2}=\dfrac{6}{5} \\ \dfrac{3(x-1)}{2}+y-5=\dfrac{-17}{2} \end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{r} 6x+4y-5x-10y=12 \\ \dfrac{3x-3}{2}+y-5=-\dfrac{17}{2} \end{array}\right\}\rightarrow \left.\begin{array}{l} x-6y=12 \\ 3x-3+2y-10=-17 \end{array}\right\}\rightarrow$$

$$\rightarrow \left.\begin{array}{r} x-6y=12 \\ 3x+2y=-4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow\ x=12+6y \\ \rightarrow\ 3(12+6y)+2y=-4\ \rightarrow\ 36+18y+2y=-4\ \rightarrow\ 20y=-40\ \rightarrow\ y=-2 \end{array}$$

$x = 12 + 6y = 12 + 6 \cdot (-2) = 12 - 12 = 0$

Solución: x = 0 ; y = −2

Ejercicio nº 16.-

Llamamos x a la altura del rectángulo; su base será $2x + 3$.

Tenemos que:

Área $= x(2x + 3) = 14 \text{ cm}^2 \rightarrow 2x^2 + 3x - 14 = 0$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 112}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{121}}{4} = \frac{-3 \pm 11}{4} \begin{cases} x = 2 \\ x = -\dfrac{7}{2} \text{ (no vale)} \end{cases}$$

La base mide 7 cm y la altura, 2 cm.

Ejercicio nº 17.-

Llamamos x a la cifra de las decenas e y a la de las unidades. Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 14 \\ 10y + x = 10x + y + 36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 14 \\ -9x + 9y = 36 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} x + y = 14 \\ \underline{-x + y = 4} \end{array}\right\}$$

$$\text{Sumando:} \quad 2y = 18 \rightarrow y = 9$$

$x + y = 14 \rightarrow x + 9 = 14 \rightarrow x = 5$

El número que buscamos es el 59.

Ejercicio nº 18.-

a) 16 °C

b) A 10 m → 15 °C

A 15 m → 13 °C

A 30 m → 11 °C

A 50 m → 10 °C

c) Entre los 30 m y los 40 m de profundidad → 11 °C

Entre los 45 m y los 50 m de profundidad → 10 °C

d) No es creciente en ningún tramo.

Es decreciente desde 0 m hasta 30 m y desde 40 hasta 45 m.

Ejercicio nº 19.-

a) Desde enero de 1999 hasta enero de 2002.

b) 100 000 habitantes.

c) En enero de 2000, que había 140 000 habitantes.

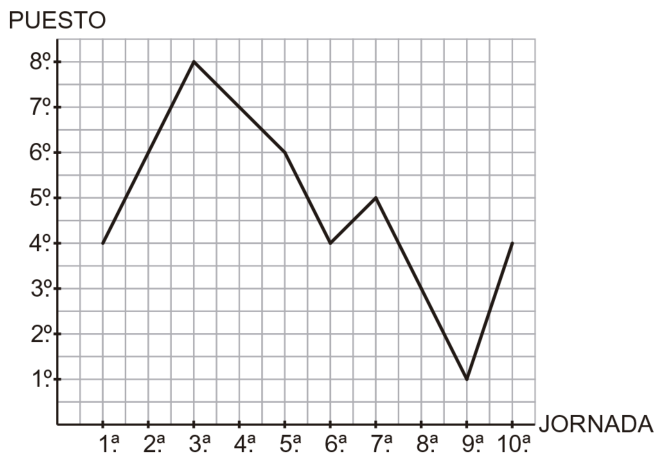
d) En enero de 2001, que había 60 000 habitantes.

e) Creciente de enero de 1999 a enero de 2000 y de enero de 2001 a enero de 2002.

Decreciente de enero de 2000 a enero de 2001.

Ejercicio nº 20.-

a)



b) El equipo ocupó el peor puesto en la 3.ª jornada, debido a que ocupó el 8.º puesto, y en la 4.ª que ocupó el 7.º.

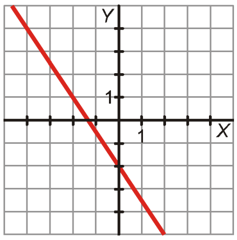
c) En la 1.ª, 6.ª y 10.ª jornada ocupó el 4.º puesto. Y en la 2.ª y 5.ª ocupó el 6.º lugar.

d) En la 9.ª jornada.

e) Observando la tabla con las posiciones ocupadas durante las 10 primeras jornadas, podemos observar que el equipo va mejorando en su clasificación. Por tanto, podemos deducir que si se puede llegar a ganar el campeonato.

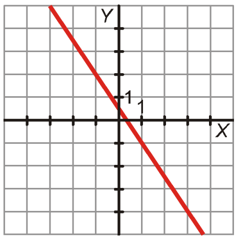
Ejercicio nº 21.-

a) Pasa por (0, −2) y (−2, 1).

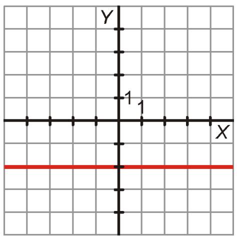


b) $y = \dfrac{-3x + 1}{2}$

Pasa por (1, −1) y (−1, 2).



c) Paralela al eje *X*.



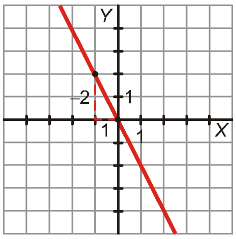
Ejercicio nº 22.

a) $m = \frac{-7-1}{-1-3} = \frac{-8}{-4} = 2$

Ecuación punto−pendiente:

$y = 1 + 2\,(x - 3) \rightarrow y = 2x - 5$

b)



Es una función de proporcionalidad (pasa por (0, 0)), cuya pendiente es:

$m = -\frac{2}{1} = -2$

Su ecuación será: $y = -2x$

c) $y = 2$

Ejercicio nº 23.-

a)

• Vértice.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Abscisa: } p = \frac{-4}{2} = -2 \\ \text{Ordenada: } f(-2) = 0 \end{array}\right\} \rightarrow V = (-2, 0)$$

• Puntos próximos al vértice:

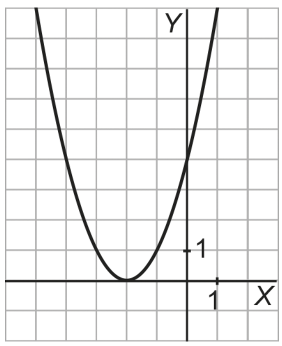
x	−1	−3
y	1	1

• Puntos de corte con los ejes.

Con el eje X :

$$x^2+4x+4=0 \;\rightarrow\; x=\frac{-4\pm\sqrt{16-16}}{2}=-2 \;\rightarrow\; x=-2 \;\rightarrow\; (0,-2)$$

Con el eje Y : (0, 4)



b)

• Vértice.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Abscisa: } p=0\\ \text{Ordenada: } f(0)=1\end{array}\right\} \rightarrow V=(0,1)$$

• Puntos próximos al vértice:

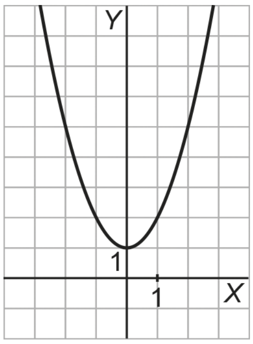
x	1	−1
y	−1	2

• Puntos de corte con los ejes.

Con el eje X:

$x^2 + 1 = 0 \rightarrow x^2 = -1 \rightarrow$ No tiene puntos de corte con el eje X.

Con el eje Y : (0, 1)



PARTE B:

Ejercicio nº 1.-

a) Dados los siguientes números, clasifícalos según sean naturales, enteros, racionales o irracionales:

$$8,\widehat{25};\ \ 3,25;\ \ -2,1;\ \ -\sqrt{34};\ \ \sqrt[3]{1}$$

b) Representa los siguientes números sobre la recta:

$$-\frac{1}{3};\ \ 4;\ \ 3,2$$

Solución:

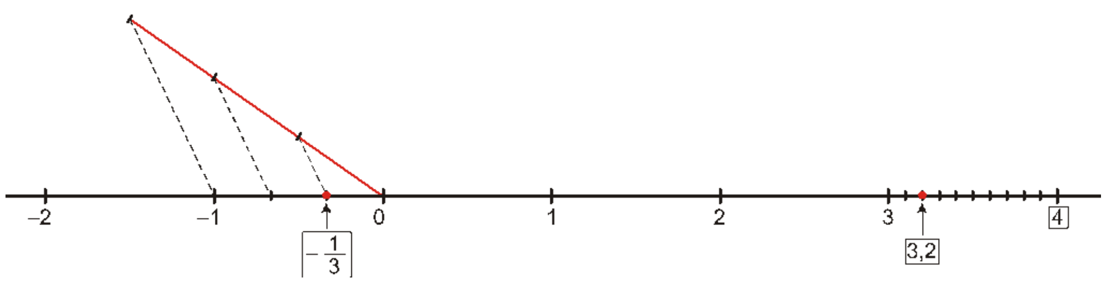
a) Naturales → $\sqrt[3]{1}$

Enteros → $\sqrt[3]{1}$

Racionales → $8,\widehat{25};\ 3,25;\ -2,1;\ \sqrt[3]{1}$

Irracionales → $-\sqrt{34}$

b)



Ejercicio nº 2.-

a) Calcula:

$$\left((-3)^{0}\right)^{-2} \qquad \left(\left(-\frac{4}{5}\right)^{-1}\right)^{-1} \qquad -3^{-3}:\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}$$

b) Simplifica:

$$\frac{25^{-3}\cdot 5^{-4}\cdot 5^{2}}{25^{-2}\cdot 5^{-6}\cdot 5^{-1}}$$

Solución:

a) $\left((-3)^{0}\right)^{-2}=(-3)^{0}=1$

$$\left(\left(-\frac{4}{5}\right)^{-1}\right)^{-1}=\left(\frac{-4}{5}\right)^{1}=-\frac{4}{5}$$

$$-3^{-3}:\left(-\frac{3}{4}\right)^{-3}=\frac{1}{-3^{3}}=\frac{1}{-3^{3}}:\left(\frac{-4}{3}\right)^{3}=\frac{1}{-27}:\left(-\frac{64}{27}\right)=\frac{1}{64}$$

b) $\dfrac{25^{-3}\cdot 5^{-4}\cdot 5^{2}}{25^{-2}\cdot 5^{-6}\cdot 5^{-1}}=\dfrac{5^{-6}\cdot 5^{-4}\cdot 5^{2}}{5^{-4}\cdot 5^{-6}\cdot 5^{-1}}=\dfrac{5^{-8}}{5^{-11}}=\dfrac{5^{11}}{5^{8}}=5^{3}=125$

Ejercicio nº 3.-

a) Reduce a una sola fracción:

$$\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\left(\frac{11}{5}-\frac{1}{2}:\frac{1}{5}\right)^{2}$$

b) Calcula y simplifica:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)^{-2}:\left(4^{-1}-\frac{1}{2}\right)^{-3}$$

Solución:

a) $\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\left(\frac{11}{5}-\frac{1}{2}:\frac{1}{5}\right)^{2}=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\left(\frac{11}{5}-\frac{5}{2}\right)^{2}=$

$$=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\left(\frac{22}{10}-\frac{25}{10}\right)^{2}=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\left(-\frac{3}{10}\right)^{2}=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{100}=$$

$$=\frac{3}{2}-\frac{3}{50}=\frac{75}{50}-\frac{3}{50}=\frac{72}{50}=\frac{36}{25}$$

b) $\left(\frac{5}{4}\right)^{-1}\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)^{-2}:\left(4^{-1}-\frac{1}{2}\right)^{-3}=\frac{4}{5}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}:\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)^{-3}=$

$$=\frac{4}{5}\cdot 6^{2}:\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}=\frac{4}{5}\cdot 36:(-64)=\frac{144}{5}:(-64)=\frac{-144}{320}=\frac{-9}{20}$$

<u>Ejercicio nº 4.-</u>

Simplifica las expresiones que puedas y en las restantes indica por qué no se puede simplificar:

a) $\mathbf{2\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}}$

b) $\mathbf{3\sqrt{2}+4\sqrt{3}}$

c) $\mathbf{\frac{1}{2}\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt{3}}$

d) $\mathbf{\left(\sqrt[4]{7}\right)^3\cdot\sqrt[4]{21}}$

Solución:

a) $2\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}=2\sqrt{5\cdot3\cdot5}=2\sqrt{5^2\cdot3}=2\cdot5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

b) $3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$ No se puede simplificar debido a que las raices tienen distinto radicando.

c) $\frac{1}{2}\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt{3}=\left(\frac{1}{2}+2-\frac{2}{3}\right)\sqrt{3}=\frac{11}{6}\sqrt{3}$

d) $\left(\sqrt[4]{7}\right)^3\cdot\sqrt[4]{21}=\sqrt[4]{7^3}\cdot\sqrt[4]{7\cdot3}=\sqrt[4]{7^4\cdot3}=7\sqrt[4]{3}$

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

Un trabajador ha realizado las 2/7 partes de un encargo; otro realizó 2/5 partes, y un tercero lo terminó. Si les pagan en total 1 008 €, ¿cuánto le corresponderá a cada uno?

Solución:

Al primero le corresponderán $\frac{2}{7}$ de $1008 = \frac{1008 \cdot 2}{7} = 288$ euros.

Al segundo, $\frac{2}{5}$ de $1\ 008 = \frac{1008 \cdot 2}{5} = 403{,}2$ euros.

Al tercero, $1008 - (288 + 403{,}2) = 316{,}8$ euros.

Ejercicio nº 8.-

Reduce las expresiones siguientes:

a) $\left(x^2 - x + 2\right)(x-1) + \frac{1}{2}(x-2)(3x+1)$

b) $(2x-1)^2 + x(x+2) - (x+2)(x-2)$

Solución:

a) $\left(x^2 - x + 2\right)(x-1) + \frac{1}{2}(x-2)(3x+1) =$

$= x^3 - x^2 - x^2 + x + 2x - 2 + \frac{1}{2}\left(3x^2 + x - 6x - 2\right) =$

$= x^3 - 2x^2 + 3x - 2 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 1 = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3$

b) $\left(2x-1\right)^2+x\left(x+2\right)-\left(x+2\right)\left(x-2\right)=4x^2-4x+1+x^2+2x-\left(x^2-4\right)=$

$=5x^2-2x+1-x^2+4=4x^2-2x+5$

Ejercicio nº 9.-

a) Realiza la siguiente división entre polinomios:

$$\mathbf{(-6x^4+6x^3+25x^2-12x-3):(2x^2-6x+3)}$$

b) Descompón en producto de polinomios de primer grado:

$$\mathbf{P(x)=x^3+2x^2-9x-18}$$

Solución:

a)

$$\begin{array}{rrrrr|l}
\cancel{-6x^4} & +6x^3 & +25x^2 & -12x & -3 & 2x^2-6x+3 \\ \cline{6-6}
\cancel{+6x^4} & -18x^3 & +9x^2 & & & -3x^2-6x-1 \\ \cline{1-5}
 & \cancel{-12x^3} & +34x^2 & -12x & & \\
 & \cancel{+12x^3} & -36x^2 & +18x & & \\ \cline{2-5}
 & & \cancel{-2x^2} & \cancel{+6x} & \cancel{-3} & \\
 & & \cancel{+2x^2} & \cancel{-6x} & \cancel{+3} & \\ \cline{3-5}
 & & & 0 & &
\end{array}$$

b) $P(x)=x^3+2x^2-9x-18$

	1	2	−9	−18
−2		−2	0	18
	1	0	9	0
−3		−3	9	
	1	−3	0	
3		3		
	1	0		

$P(x) = (x + 2)\,(x + 3)\,(x - 3)$

Ejercicio nº 10.-

Efectúa y simplifica:

a) $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x}{x+1} + \frac{1}{x}$

b) $\frac{(x+2)^2}{x+1} : \frac{x+2}{x+1}$

c) $\frac{6x^2 - 36x}{(x-6)^2 \cdot 3x}$

Solución:

a) $\frac{x+2}{x+1}-\frac{x}{x+1}+\frac{1}{x}=\frac{x^2+2x}{x(x+1)}-\frac{x^2}{x(x+1)}+\frac{x+1}{x(x+1)}=$

$=\frac{x^2+2x-x^2+x+1}{x(x+1)}=\frac{3x+1}{x^2+x}$

b) $\frac{(x+2)^2}{x+1}:\frac{x+2}{x+1}=\frac{(x+2)^2(x+1)}{(x+1)(x+2)}=x+2$

c) $\frac{6x^2-36x}{(x-6)^2\cdot 3x}=\frac{6x(x-6)}{(x-6)\cdot(x-6)\cdot 3x}=\frac{2}{x-6}$

__Ejercicio nº 11.-__

Resuelve la ecuación:

$$\boldsymbol{x-2-\frac{3(x+1)}{2}+\frac{1}{6}(x-3)=\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}}$$

Solución:

$$x-2-\frac{3(x+1)}{2}+\frac{1}{6}(x-3)=\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+1}{2}-\frac{7}{3}$$

$$x - 2 - \frac{3x+3}{2} + \frac{x}{6} - \frac{1}{2} = \frac{2x-2}{3} - \frac{x+1}{2} - \frac{7}{3}$$

$$\frac{6x-12}{6} - \frac{9x+9}{6} + \frac{x}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4x-4}{6} - \frac{3x+3}{6} - \frac{14}{6}$$

$6x - 12 - 9x - 9 + x - 3 = 4x - 4 - 3x - 3 - 14$

$6x - 9x + x - 4x + 3x = -4 - 3 - 14 + 12 + 9 + 3$

$-3x = 3 \rightarrow x = -1$

<u>Ejercicio nº 12.-</u>

Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

b) $2x^2 - 3x = 0$

c) $x^2 + 100 = 0$

Solución:

a) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{4} = \frac{5 \pm 7}{4} \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

b) $2x^2 - 3x = 0$

$$x(2x-3)=0 \quad \begin{cases} x=0 \\ 2x-3=0 \rightarrow x=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

c) $x^2 + 100 = 0 \rightarrow x^2 = -100$ No tiene solución.

<u>Ejercicio nº 13.-</u>

Resuelve la ecuación:

$$\mathbf{3x(x-1)-\frac{(x+1)^2}{2}=(x+1)(x-1)+6}$$

Solución:

$$3x(x-1)-\frac{(x+1)^2}{2}=(x+1)(x-1)+6$$

$$3x^2-3x-\frac{x^2+2x+1}{2}=x^2-1+6$$

$6x^2 - 6x - x^2 - 2x - 1 = 2x^2 - 2 + 12$

$6x^2 - x^2 - 2x^2 - 6x - 2x - 1 + 2 - 12 = 0$

$3x^2 - 8x - 11 = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64+132}}{6} = \frac{8 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{8 \pm 14}{6} \quad \begin{cases} x = \dfrac{11}{3} \\ x = -1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 14.-

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} -3x + 5y = 3 \\ 4x + 2y = -4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ -10x + 4y = 4 \end{cases}$

Solución:

a) $\left.\begin{array}{r} -3x + 5y = 3 \\ 4x + 2y = -4 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{r} -3x + 5y = 3 \\ 2x + y = -2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow -3x + 5(-2 - 2x) = 3 \rightarrow -3x - 10 - 10x = 3 \rightarrow \\ \rightarrow y = -2 - 2x \end{array}$

$\rightarrow -13x = 13 \rightarrow x = -1$

$y = -2 - 2x = -2 - 2 \cdot (-1) = -2 + 2 = 0$

Solución: $x = -1$; $y = 0$

b) $\left.\begin{array}{r} 5x - 2y = 3 \\ -10x + 4y = 4 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\times 2} \quad 10x - 4y = 6 \\ \xrightarrow{} \quad \underline{-10x + 4y = 4} \end{array}$

Sumando: $0 = 10 \rightarrow$ No tiene solución.

Ejercicio nº 15.-

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \dfrac{x-2y}{3}-\dfrac{2x-y}{2}=-2 \\ \dfrac{3(x-1)}{4}+\dfrac{2x+3y}{2}=\dfrac{9}{2} \end{cases}$$

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{x-2y}{3}-\dfrac{2x-y}{2}=-2 \\ \dfrac{3(x-1)}{4}+\dfrac{2x+3y}{2}=\dfrac{9}{2} \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} 2x-4y-6x+3y=-12 \\ 3x-3+4x+6y=18 \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} -4x-y=-12 \\ 7x+6y=21 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array}$$

$$\rightarrow 4x+y=12 \;\rightarrow\; y=12-4x$$

$$\rightarrow 7x+6(12-4x)=21 \;\rightarrow\; 7x+72-24x=21 \rightarrow -17x=-51 \;\rightarrow\; x=3$$

$y = 12 - 4x = 12 - 4 \cdot 3 = 12 - 12 = 0$

Solución: x = 3 ; y = 0

Ejercicio nº 16.-

Halla dos números sabiendo que el primero es 15 unidades mayor que el segundo, pero restando 25 unidades al primero y añadiendo 60 al segundo, conseguimos que el primero sea el doble del otro.

Solución:

Primer número → $x + 15$

Segundo número → x

$2 \cdot [(x + 15) - 25] = x + 60 \rightarrow 2 \cdot [x - 10] = x + 60 \rightarrow 2x - 20 = x + 60 \rightarrow x = 80$

El primer número es 80 + 15 = 95, y el segundo, 80.

<u>Ejercicio nº 17.-</u>

Un comerciante compra dos productos por 500 € y después los vende. Por la venta del primero de los artículos obtiene un 5% de beneficio; y, por la venta del segundo, un 4,5% de beneficio. Sabiendo que consiguió 3,15 € más de beneficio por la venta del primero que por la del segundo, ¿cuánto le costó cada uno de ellos?

Solución:

Hagamos una tabla para organizar la información:

	PRECIO (euros)	BENEFICIO
PRIMERO	x	$0{,}05x$
SEGUNDO	y	$0{,}045y$

Sabemos que:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=500 \\ 0{,}05x=0{,}045y+3{,}15 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \to y=500-x \\ \to 0{,}05x=0{,}045(500-x)+3{,}15 \to 0{,}05x=22{,}5-0{,}045x+3{,}15 \to \end{array}$$

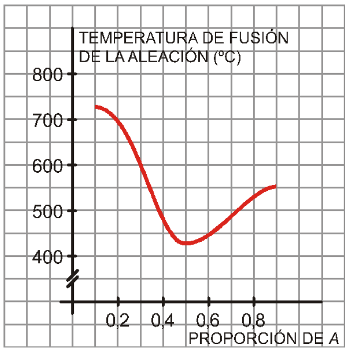
$$\to 0{,}095x=25{,}65 \to x=\frac{25{,}65}{0{,}095}=270$$

$y = 500 - x = 500 - 270 = 230$

El primero le costó 270 € y el segundo, 230 €.

Ejercicio nº 19.-

El punto de fusión de una aleación depende de las proporciones en que intervienen cada uno de sus componentes. Para aleaciones de dos ciertos componentes, *A* y *B*, se ha obtenido la siguiente gráfica:



a) ¿Cuál es el dominio de definición que hemos considerado?

b) Entre los valores estudiados, ¿en qué proporción de *A* se alcanza la máxima temperatura de fusión? ¿Cuál es esa temperatura?

c) ¿Con qué proporción de *A* se alcanza la mínima temperatura de fusión? ¿Cuál es esa temperatura?

d) Describe el crecimiento y el decrecimiento de la función en el intervalo que hemos considerado.

Solución:

a) La proporción de *A* varía de 0,1 a 0,9.

b) Se alcanza en la proporción 0,1. Es de 725 °C, aproximadamente.

c) Se alcanza en la proporción 0,5. Es de 425 °C, aproximadamente.

d) De 0,1 a 0,5 es decreciente. De 0,5 a 0,9 es creciente.

<u>Ejercicio nº 20.-</u>

La temperatura media, medida en °C, de un lugar durante el año 2014 viene dada por la siguiente tabla de valores:

Meses	E	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
T (°C)	**4**	**9**	**11**	**14**	**18**	**22**	**35**	**36**	**25**	**12**	**9**	**1**

a) Representa gráficamente estos datos.

b) Indica cuál es la amplitud térmica del lugar (el rango de la función).

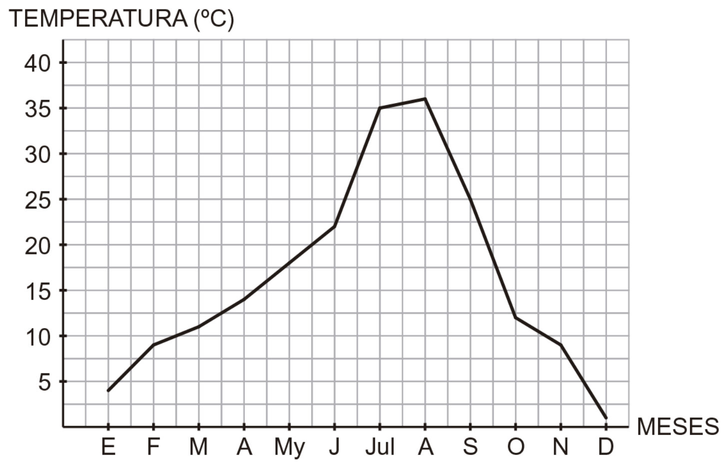
c) ¿Qué meses fueron los más calurosos? ¿Cuáles los más fríos?

d) ¿Cuál fue la temperatura media en invierno (enero, febrero y marzo)?

e) ¿Cuál fue la temperatura media en verano (julio, agosto y septiembre)?

Solución:

a)



b) Amplitud térmica → 36 °C − 1 °C = 35 °C

c) Los meses más calurosos fueron julio con 35° y agosto con 36 °C.

Los meses más fríos fueron diciembre con 1°C y enero con 4 °C.

d) Temperatura media en invierno $\rightarrow \dfrac{4+9+11}{3} = 8\,°C$

e) Temperatura media en verano $\rightarrow \dfrac{35+36+25}{3} = 32\,°C$

Ejercicio nº 21.-

Representa las siguientes parábolas hallando el vértice, algunos puntos próximos a él y los cortes con los ejes:

a) $y = x^2 - 2x - 3$

b) $y = x^2 + 2x$

Solución:

a)

• Vértice.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Abscisa: } p = \dfrac{-(-2)}{2} = 1 \\ \text{Ordenada: } f(1) = -4 \end{array}\right\} \rightarrow V = (1, -4)$$

• Puntos próximos al vértice:

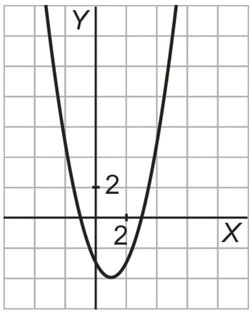
x	2
y	−3

• Puntos de corte con los ejes.

Con el eje *X* :

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \begin{cases} x_1 = 3 \rightarrow (3, 0) \\ x_2 = -1 \rightarrow (-1, 0) \end{cases}$$

Con el eje *Y* : (0, −3)



b)

• Vértice.

$$\left.\begin{array}{l} \text{Abscisa: } p = \frac{-2}{2} = -1 \\ \text{Ordenada: } f(-1) = -1 \end{array}\right\} \rightarrow V = (-1, -1)$$

• Puntos próximos al vértice:

x	1	−3
y	3	3

• Puntos de corte con los ejes.

Con el eje *X* :

$$-x^2+2x=0 \rightarrow x(x+2)=0 \begin{cases} x_1=0 \rightarrow (0,0) \\ x_2=-2 \rightarrow (-2,0) \end{cases}$$

Con el eje *Y* : (0, 0)