



4. Amplía: fórmula del binomio de Newton

Como sabemos, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Operando se pueden obtener las sucesivas potencias de $a + b$.

$$(a + b)^3 = (a + b)^2 \cdot (a + b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = (a + b)^3 \cdot (a + b) = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Para observar las regularidades que se producen, ordenamos los resultados:

$(a + b)^1$	$a + b$	1	1			
$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	1	2	1		
$(a + b)^3$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	1	3	3	1	
$(a + b)^4$	$a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$	1	4	6	4	1

Para que se aprecie mejor el resultado, hemos aislado a la derecha los coeficientes.

Los coeficientes son las sucesivas filas del triángulo de Tartaglia.

Obtengamos razonadamente la siguiente potencia: $(a + b)^5$. Para ello, multiplicamos $(a + b)^4 \cdot (a + b)$. Lo hacemos multiplicando primero por a (flecha azul), después por b (flecha roja) y sumando los resultados.

$$\begin{array}{cccccc}
 & a^4 & & 4a^3b & & 6a^2b^2 & & 4ab^3 & & b^4 \\
 & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \\
 a^5 & & a^4b & & 4a^3b^2 & & 6a^2b^3 & & 4ab^4 & & b^5 \\
 \hline
 1a^5 & & 4a^4b & & 6a^3b^2 & & 4a^2b^3 & & ab^4 & & 1 \cdot b^5 \\
 \hline
 & & (1 + 4) a^4b & & (4 + 6) a^3b^2 & & (6 + 4) a^2b^3 & & (4 + 1) ab^4 & &
 \end{array}$$

Observamos que:

- Aparecen todos los posibles términos de 5.º grado: a^5 , a^4b , a^3b^2 , a^2b^3 , ab^4 y b^5 .
- Sus coeficientes son la suma de coeficientes de los términos que tienen encima, es decir, constituyen la fila 5 del triángulo de Tartaglia (puesto que los que tienen encima son la fila 4).

En general, se obtiene la llamada **fórmula del binomio de Newton**:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

No olvides que en la fórmula del binomio de Newton, los coeficientes de los sucesivos términos son los números de la fila n -ésima del triángulo de Tartaglia.



ACTIVIDADES

1 Desarrolla:

a) $(x + 3)^5 =$

b) $(2x - x^2)^4 =$

c) $\left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x}\right)^6 =$

2 Calcula el quinto término de:

a) $\left(\frac{2}{\sqrt{x}} + 1\right)^{10}$

b) $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x}\right)^6$

3 Calcula el coeficiente de x^5 en el desarrollo del binomio $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{3}{x}\right)^8$

4 ¿Qué signo tendrá el séptimo término del binomio del ejercicio anterior? ¿Cuál será el término de mayor grado?

5 Desarrolla:

a) $(x - 3)^5 =$

b) $(2x - 1)^4 =$

c) $(2x + 3)^3 =$



4. Amplía: fórmula del binomio de Newton

6 Calcula el cuarto término en cada caso:

a) $(2x - 5)^5$

b) $\left(\frac{x}{2} + 3\right)^6$

c) $(x^2 - 2x)^3$

7 En el desarrollo del binomio $(x^2 - 3x)^6$ escribe el tercero y el quinto términos.