Calcular el dominio de:

a) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x-2}{x+3}}$

Para que la raíz cuadrada exista, el radicando debe ser >=0. Luego

Dom f $=\{$x/ $\dfrac{x-2}{x+3}\geq 0$ $\}$

¿Cuándo es $\dfrac{x-2}{x+3}\geq 0$?

Tenemos que buscar los 0 del numerador y del denominador:

- x-2=0 --> x=2
- x+3=0 --> x=-3

I II III

-3 0 2

Analizamos los 3 intervalos:

Podemos analizar simplemente el signo de numerador, el signo del denominador, y así sabremos el signo de la fracción:

I: x=-4 → Numerador: -4-2=-6 → -
Denominador: -4+3=-1 → -
Fracción: -/- = + ===> SI SE CUMPLE

II: x=0 → Numerador: 0-2=-2 → -
Denominador: 0+3=+3 → +
Fracción: -/+ = - ===> NO SE CUMPLE

III: x=3 → Numerador: 3-2=+1 → +
Denominador: 3+3=6 → +
Fracción: +/+ = + ===> SI SE CUMPLE

o si así no se ve claro, se puede evaluar toda la fracción, el resultado que obtenemos es el mismo:

I: x=-4 ---> $\dfrac{-4-2}{-4+3}=\dfrac{-6}{-1}=6>0$ ---> SI SE CUMPLE

II: x=0 --> $\dfrac{0-2}{0+3}=\dfrac{-2}{3}<0$ ---> NO SE CUMPLE

III: x=3 --> $\dfrac{3-2}{3+3}=\dfrac{1}{6}>0$ ---> SI SE CUMPLE

Luego la fracción que estábamos analizando es >= 0 en el intervalo:] -∞, -3[U [2, ∞ [

El -3 no lo incluyo porque es la raíz del denominador, que hace que el denominador sea 0, luego no lo puedo incluir, pero el 2, que es raíz del numerador, luego hace que el numerador sea 0 u la fracción también es igual a 0, y la raíz de 0 sí existe (es 0).

Así que Dom f = {x / x є] -∞, -3[U [2, ∞ [}

b) $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x+3}$

En este caso, esta fracción existirá si está definido el numerador y está definido el denominador.

* Empezamos por el denominador porque es más fácil. El único valor que hará que la fracción no exista es que el denominador sea 0. Esto ocurre cuando x+3=0 --> x=-3
Así que para todos los valores de x **ϵ] -∞, -3[U] -3, ∞ [**

* Y el numerador está definido si el radicando es positivo, o sea, x-2 >= 0 --> x >=2.

Si hacemos la intersección de ambos, resulta que el dominio de la función sería todos los valores de x que fueran mayores o iguales que 2, puesto que x=-3, que es una excepción del denominador no nos afecta en este rango.

Resumiendo: **Dom f = {x / x ϵ [2, ∞ [}**

c) $f(x)=\frac{x-2}{\sqrt{x+3}}$

Como hemos visto antes, vemos para qué valores de x está definido el numerador y para qué valores de x está definido el denominador, y haremos la intersección de ambos.

* Empezamos ahora por el numerador que es el fácil. Un polinomio está definido siempre. El valor será más grande o más pequeño, pero para cualquier valor de x se puede calcular, así que el numerador está definido para cualquier valor de $\mathbb{R}$.

* Veamos ahora cuándo está definido el denominador. Al ser una raíz, estará definido siempre que el radicando sea > 0. En este caso excluimos el igual porque al estar en el denominador, aunque la raíz cuadrada de 0 existe, vale 0, y esto no puede pasar en el denominador. Esto ocurre cuando x+3 > 0 --> x > -3
Así que para todos los valores de x **ϵ] -3, ∞ [**

Como el numerador no tenía ninguna excepción, el dominio de la función lo marca los valores que hacen que el denominador exista.

Resumiendo: **Dom f = {x / x ϵ]-3, ∞ [}**