

PROBLEMAS PAU BLOQUE II. ANÁLISIS REPRESENTACIÓN FUNCIONES (C. SOCIALES).

TIPO I. FUNCIONES SIN PARÁMETROS

1. Problema 2. A. Junio 2025. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{1+x}, & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2x+4, & \text{si } 4 \leq x < 8 \\ 3x+60-x^2, & \text{si } 8 \leq x < 9 \end{cases}$$

Se pide:

- a) Estudiar la continuidad de la función en el intervalo $[0,9]$. **(0,75 puntos)**
- b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $[0,9]$. **(1,5 puntos)**
- c) Calcular los puntos donde la función alcanza el máximo y el mínimo, y cuanto vale la función en esos puntos. **(0,5 puntos)**
- d) Calcular el área de la región delimitada por esta función, el eje OX , la recta de ecuación $x = 8$, la recta de ecuación $x = 9$. **(0,75 puntos)**

2. Problema 2. B. Junio 2025. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{4x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(0,5 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(0,5 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. **(2 puntos)**
- d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. **(1 punto)**

3. Problema 3. Junio 2024. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x(x-3) + (x+1)}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales, si existen. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. **(2 puntos)**

4. Problema 3. Julio 2024. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{(3x^2 - 1)^2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales, si existen. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. **(2 puntos)**

5. Problema 3. Junio 2023. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 - 3x - 2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales, si existen. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. **(2 puntos)**

6. Problema 3. Julio 2023. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{4x - 5}{2(x^2 - 1)}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales, si existen. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. **(2 puntos)**

7. Problema 3. Junio 2022. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{(x + 1)^2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**

- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales, si existen. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. **(2 puntos)**

8. Problema 3. Julio 2022. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 4x - 4}{x^2 - x - 1}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales, si existen. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. **(2 puntos)**

9. Problema 3. Junio 2021. Dada la función:

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^2 - 4}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si las hubiera. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. **(2 puntos)**

10. Problema 3. Junio 2021. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. **(2 puntos)**

11. Problema 2. Julio 2020. Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^2 - 1}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. **(2 puntos)**

12. Problema 2. Septiembre 2020. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. **(2 puntos)**

13. Problema 2. Junio 2019. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2 - x}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. **(2 puntos)**

14. Problema 2. Julio 2019. Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. **(2 puntos)**
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**

- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. **(2 puntos)**
- d) Los máximos y mínimos locales. **(2 puntos)**
- e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. **(2 puntos)**

TIPO II. FUNCIONES CON PARÁMETROS

15. Problema 4. Junio 2024. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + 24x, & \text{si } x \leq -1 \\ (x - 1)^2 + 3, & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

siendo a un número real.

- a) Determina el valor de a para que esta función sea continua. **(2 puntos)**
- b) Supongamos que $a = 9$. Determina los máximos y mínimo locales que tiene esta función en el intervalo $\left(\frac{-9}{2}, \frac{-3}{2}\right)$. **(4 puntos)**
- c) Supongamos que $a = 0$. Calcula el área de la región delimitada por esta función, la recta de ecuación $x = 2$, la recta de ecuación $x = 3$ y el eje OX . **(2 puntos)**

16. Problema 2. Julio 2019. Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 3, & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{ax^2}{x^2 + 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Calcula el valor de a para que la función sea continua en todo su dominio. **(2 puntos)**
- b) Para el valor de a obtenido, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. **(3 puntos)**
- c) Para el valor de a obtenido, calcula las asíntotas horizontales y verticales, si existen. **(2 puntos)**
- d) Calcula $\int_{-2}^1 f(x) dx$. **(3 puntos)**