

PROBLEMAS PAU BLOQUE II. ANÁLISIS OPTIMIZACIÓN (C. SOCIALES).

TIPO I. BENEFICIOS

1. Problema 5. Septiembre 2020. Una tienda de alquiler de bicicletas dispone mensualmente de 350 bicicletas. Haciendo un estudio entre los ingresos y los costes de explotación se ha determinado que los beneficios mensuales, en euros, se ajustan a la función

$$f(x) = 350x - x^2 - 15000$$

siendo x el número de bicicletas alquiladas en un mes.

- a) Calcula el número de bicicletas que hay que alquilar cada mes para obtener un beneficio máximo. **(3 puntos)**
- b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? **(2 puntos)**
- c) Determina a partir de qué cantidad de bicicletas alquiladas el taller obtiene beneficios. **(2,5 puntos)**
- d) ¿Puede tener pérdidas a pesar de alquilar una cantidad mayor de bicicletas que la obtenida en el apartado anterior? **(2,5 puntos)**

2. Problema 4. Junio 2022. En una empresa se ha comprobado que sus beneficios están relacionados con su inversión en publicidad según la función

$$B(x) = 50000 + 40x - \left(\frac{x}{10}\right)^2$$

donde x es la inversión en publicidad ($x \geq 0$) y $B(x)$ es el beneficio obtenido, ambos en euros.

- a) Calcula la cantidad invertida en publicidad que produce un beneficio máximo. ¿Cuál es dicho beneficio máximo? **(4 puntos)**
- b) Calcula los intervalos para la inversión en publicidad en los que los beneficios crecen o decrecen a medida que se invierte en publicidad. **(3 puntos)**
- c) ¿Existe un valor para la inversión en publicidad a partir del cual los beneficios obtenidos serían menores que si no se invirtiera nada en publicidad? En caso afirmativo, determínalo. **(3 puntos)**

3. Problema 4. Julio 2024. Un agricultor estima que si aplica x kilos de abono en un terreno, sus ingresos serán $-x^2 + 60x + 100$ euros.

- a) ¿Qué cantidad de abono maximiza sus ingresos? ¿Cuáles son estos ingresos máximos? **(3 puntos)**
- b) Si el coste del abono es de 12 euros por kilo, ¿qué cantidad de abono maximiza sus beneficios?; ¿cuáles son estos beneficios máximos? **(4 puntos)**
- c) ¿Qué cantidades de abono garantizan beneficios positivos? **(2 puntos)**

4. Problema 4. Junio 2021. Desde el inicio de 1980, la capacidad (cantidad de gas que puede extraerse) de una explotación gasística, expresada en miles de metros cúbicos, viene dada por la función

$$f(x) = 36600 + 1500x - 15x^2$$

donde la variable x representa el tiempo en años transcurridos desde el inicio de 1980.

- a) Calcula la capacidad de la explotación al inicio de 1980. **(2 puntos)**
- b) Calcula cuánto tiempo ha de pasar desde el inicio de 1980 para que la capacidad alcance su valor máximo, y cuál es dicho valor máximo (en miles de metros cúbicos). **(4 puntos)**
- c) Si el beneficio en euros por metro cúbico de gas disminuye con los años según la función

$$g(x) = 3 - \frac{3x^2}{12100}$$

calcula cuánto tiempo debe pasar para que la explotación deje de ser rentable y cuál será la capacidad (en miles de metros cúbicos) de la explotación en ese momento. **(4 puntos)**

5. Problema 4. Julio 2021. Una empresa ha estimado que los ingresos y gastos mensuales (en euros) que genera la fabricación de x unidades de un producto vienen dados por las siguientes funciones:

$$\text{Ingresos: } I(x) = 4x^2 + 800x, \quad \text{Gastos: } G(x) = 6x^2 + 460x + 672$$

- a) La empresa considera rentable el producto si el beneficio que obtiene con él es mayor o igual que 0. ¿Cuál es el número mínimo de unidades que debe fabricar la empresa para que el producto sea rentable? **(4 puntos)**
- b) ¿Cuál es el número de unidades que debe fabricar la empresa para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es el beneficio obtenido en este caso? **(3 puntos)**
- c) El próximo mes se introducirá una nueva normativa que obligará a la empresa a fabricar al menos 100 unidades de este producto. ¿Cuál es el máximo beneficio que podrá obtener la empresa tras la implantación de esta normativa? Justifica tu respuesta. **(3 puntos)**

6. Problema 5. Julio 2020. Una empresa farmacéutica lanza al mercado un nuevo fármaco que se distribuye en cajas de seis unidades. La relación entre el precio de cada caja y el beneficio mensual obtenido en euros viene dada por la función

$$B(x) = -x^2 + 16x - 55$$

donde x es el precio de venta de una caja. Se pide:

- a) ¿Qué beneficio obtiene cuando vende cada caja a 6 euros? **(2 puntos)**

- b) ¿Entre qué valores debe fijar el precio de venta de cada caja para obtener beneficios? **(2 puntos)**
- c) Calcula a qué precio ha de vender cada caja para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es el beneficio máximo? **(2+1 puntos)**
- d) ¿Entre qué valores el beneficio crece y entre qué valores el beneficio decrece? **(3 puntos)**

7. Problema 2. Junio 2019. En los primeros 6 años, una empresa obtuvo unos beneficios (en decenas de miles de euros) que pueden representarse mediante la función $f(t) = t^3 - 8t^2 + 15t$, donde t es el tiempo en años transcurridos.

- a) Determinar los periodos en los que la empresa tuvo beneficios y en los que tuvo pérdidas. **(3 puntos)**
- b) ¿En qué valor de t se alcanzó el máximo beneficio y cuál fue este? **(2+1 puntos)**
- c) ¿En qué valor de t se tuvo la máxima pérdida y cuál fue esta? **(2+1 puntos)**
- d) Suponiendo que a partir de los 6 años los beneficios siguen la misma función, ¿volverá a tener la empresa periodos alternos de beneficios y pérdidas? Justifica la respuesta. **(1 punto)**

TIPO II. OTROS

8. Problema 4. Junio 2023. Una pequeña empresa paga una cuota fija mensual a su compañía eléctrica de 1200 euros. Además de la cuota fija, los primeros 250 kWh consumidos los paga a 5 euros cada uno; los siguientes, hasta los 900 kWh, a 3 euros cada uno; y el resto a 2 euros cada uno.

- a) ¿A cuánto asciende el recibo de un mes de la empresa si ese mes consumió 400 kWh? **(2 puntos)**
- b) Obtén la función que dé el importe del recibo mensual de la empresa si consume x kWh. Dibuja su gráfica. **(5 puntos)**
- c) Otra pequeña empresa, con la misma cuota fija, paga todos los kWh a 3 euros. ¿Puede ocurrir que en un mes las dos empresas consuman lo mismo y además sus recibos coincidan? En caso afirmativo indica cuál será en ese mes el consumo y el importe del recibo de ambas empresas. **(3 puntos)**

9. Problema 4. Julio 2022. Una máquina está productiva durante un año desde su compra. Se sabe que el rendimiento (en porcentaje) que tiene la máquina meses después de su compra viene dado por la función

$$f(x) = \frac{1}{10}(800 + 15x + 6x^2 - x^3)$$

para cualquier x entre 0 y 12.

- a) ¿Es el rendimiento que tiene la máquina un mes después de su compra superior al rendimiento que tiene dos meses después de su compra? **(2 puntos)**
- b) ¿Tras cuántos meses después de su compra alcanza la máquina su mayor rendimiento?; ¿cuál es dicho rendimiento máximo? **(4 puntos)**
- c) A lo largo del año, ¿tiene en algún momento la máquina un rendimiento inferior al 10%? **(4 puntos)**