MATEMATICAS ACADÉMICAS
4º ESO

EJERCICIOS DE REPASO

1. NÚMEROS REALES

1.- Clasifica los siguientes números según pertenezcan a los conjuntos ¥ , ¢ , ¤ y ¡ :

$$-2;\ \frac{7}{4};\ \sqrt{2};\ 5,43;\ 13;\ \pi;\ 0;\ \sqrt[3]{-4};\ 1-\sqrt{3}$$

2.- Representa en la recta numérica de forma exacta los siguientes números:

$$\frac{7}{6};\ -\frac{17}{4};\ \sqrt{20};\ \sqrt{14}$$

3.- Escribe en forma de intervalo y representa en cada caso:

a) Números comprendidos entre −1 y 4, ambos incluidos.

b) Números mayores que 0.

c) Números menores que −2 y el propio −2.

d) Números comprendidos entre 3 y 4, incluido el 4, pero no el 3.

4.- Agrupa las siguientes raíces cuando sea posible:

a) $\sqrt{2}-4\cdot\sqrt{8}+\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}$ b) $7\cdot\sqrt[3]{16}+\frac{\sqrt[3]{2}}{2}-4\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{27}}$

c) $\frac{3\cdot\sqrt[3]{3}}{2}+\frac{\sqrt[3]{24}}{5}$ d) $\sqrt[3]{24x}+\frac{\sqrt[3]{3x}}{5}-\sqrt[3]{81x}$ e) $7\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{125}}+\frac{\sqrt[3]{2}}{2}-4\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{27}}+\sqrt[3]{3}$

5.- Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[5]{2}$ b) $\sqrt{12}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt{2}$ c) $\sqrt{32}\cdot\sqrt[3]{\frac{2}{81}}\cdot\sqrt[4]{64}$ d) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{640}}\right):\left(\frac{\sqrt{250}}{\sqrt[5]{8}}\right)$ e) $\left(\sqrt{\sqrt[3]{2^7\cdot 3}}\right)^5\cdot\left(\sqrt[4]{\frac{2\cdot 5^9}{3^7}}\right)$

f) $\sqrt[4]{\sqrt{2^{11}\cdot 5}}:\left(\frac{\sqrt{5\cdot\sqrt{5^{17}}}}{\sqrt[3]{2^4}}\right)$ g) $\frac{\sqrt{8\cdot\sqrt[3]{4\cdot\sqrt[4]{6}}}}{\sqrt{27\cdot\sqrt[4]{12}}}$

6.- Racionaliza las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ b) $\frac{2}{\sqrt{3}-4}$ c) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+5\sqrt{3}}$ d) $\frac{2\sqrt{5}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}+3\sqrt{3}}$

7.- Halla el valor de cada una de las siguientes expresiones con logaritmos:

a) $log_2 8$ b) $log_3 81$ c) $log_2 0{,}0625$ d) $log_3 \frac{1}{243}$

e) $log_4 64$ f) $log\, 1000$ d) $log\, 0{,}0001$ h) $log_{5,62} 1$

8.- Utiliza las propiedades de los logaritmos para desarrollar todo lo posible las siguientes expresiones:

a) $log \frac{a^2 \cdot \sqrt{b}}{c^3}$ **b)** $log \frac{\sqrt[3]{a \cdot b^2}}{c^4 \cdot d}$

2. ÁLGEBRA

1.- Halla el cociente y el resto de la siguiente división: $(x^3 - 5x^2 + 3x - 2) : (x^2 - 2x)$

2.- Factoriza el polinomio siguiente: $2x^3 - 12x^2 + 18x$

3.- Calcula el valor de k para que el polinomio $x^4 + 2x^2 + kx - 10$ sea divisible por $x + 2$.

4.- a) Halla el valor numérico de P(x) = 3x 4 − 2x 3 + 2x − 3 para x = 1.

b) ¿Es divisible el polinomio anterior, P(x), entre x − 1?

5.- Efectúa y simplifica

a) $\left(\frac{1}{x} + x\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+1}\right)$ **b)** $1 + \frac{1}{2x-1} - \frac{2x}{4x^2-1}$ **c)** $\frac{2x^3 + 10x^2 + 16x + 8}{4x^3 + 8x^2 - 4x - 8}$

6.- Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+1}{x-1} - 1 = \frac{1}{x}$ b) $x + \frac{1}{x+1} = \frac{2x+7}{x+1}$ c) $\frac{x-1}{3x+1} = \frac{-1}{2x-1}$

d) $\sqrt{x^2 + x - 2} - 2x = 4$ e) $(2x+1) \cdot (\sqrt{x} - x) = 0$ f) $(2x^2 - 50) \cdot \left(\sqrt{x-1} + 3 - x\right) = 0$

g) $2\sqrt{4x+1} + 3\sqrt{x+3} = 0$ h) $\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x+8} = 0$ i) $\sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 1$

$j)\ 4^{x+1} = 64 \quad k)\ 3^x = 100 \quad l)\ log_2(x-3) = 3$

7.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 8 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + 6y = 4 \\ -2x + y = -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x + 3y = 24 \\ \frac{3y}{4} - \frac{x}{6} = \frac{5}{2} \end{cases}$ d) $\begin{cases} x^2 - y = 0 \\ x - 2 = y \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2(3x-4)+5y-2=7y \\ \dfrac{3\cdot(x-2)}{4}+\dfrac{y-3}{2}=-1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{y}{6}=\dfrac{1}{4} \\ 7\cdot(4y+5)-2x=-8 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x^2+x\cdot y=1 \\ x^2-x\cdot y=3 \end{cases}$

8.- Resuelve las inecuaciones siguientes y expresa el resultado en forma de intervalo:

a) $\dfrac{x}{2}+\dfrac{x}{3}>3-\dfrac{x}{6}$ b) $\dfrac{2x-1}{3}+\dfrac{x+1}{3}<2x-2$

c) $\dfrac{x}{3}+\dfrac{x+2}{5}>x-1$ d) $\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{x-4}{2}<\dfrac{x+4}{2}-3$

e) $\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{x-2}{5}>1+\dfrac{x-1}{15}$ f) $\dfrac{x-2}{5}-\dfrac{3x+1}{2}<\dfrac{x}{2}-3x$

g) $x^2-9x+18\leq 0$ h) $x^2-7x+12<0$

10.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+x<4 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{3}>0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{x-4}{2}+\dfrac{x+2}{3}\leq 2 \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{x}{2}\leq 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{2x-2}{5}\leq 0 \\ \dfrac{3x+9}{3}\geq 0 \end{cases}$

9.- Calcula dos números sabiendo que la suma de sus inversos es 5 y que el inverso de su diferencia es 6.

10.- La diagonal de un rectángulo mide 13 cm. y su área 60 cm^2. Calcula las dimensiones del rectángulo.

11.- A un concierto de música rock asisten 3000 personas. Las localidades de asiento cuestan 22€ y las demás 12. Si la recaudación fue de 57.000 euros, ¿cuántas personas asistieron al concierto sentadas y cuántas de pie?

12.- Los visitantes anuales del Museo del Prado y Reina Sofía suman 2’5 millones. Si al primer museo van un 50% más que al segundo. ¿Cuántas personas visitan cada museo?

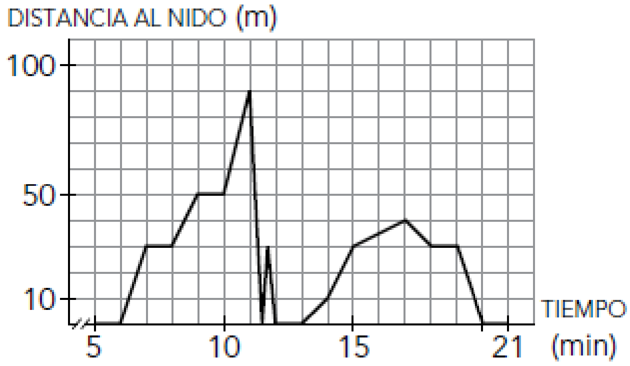
13.- Un vendedor dispone de 80 helados, unos cuestan a 50 céntimos y los otros a 1€. Vendiendo todos los helados recauda 67’50€. ¿Cuántos vende de cada clase?

14.- Un comerciante tiene dos clases de café: el primero a 6 €/kg y el segundo a 9 €/kg. ¿Cuántos kilos debe tomar de cada clase para obtener una mezcla de 10 kg a 7’20 €/kg?

15.- Una parcela rectangular tiene una superficie de 2 000 m^2. Para remodelar la urbanización, ampliando las calles, se le expropian 5 m a lo ancho y 2 m a lo largo, con lo que la superficie queda reducida a 1 680 m^2. ¿Cuáles eran las dimensiones originales de la parcela?

3. FUNCIONES

1.- Esta gráfica representa la distancia de una madre avestruz al nido donde están los huevos que incuba, desde las 12:05 hasta las 12:21.



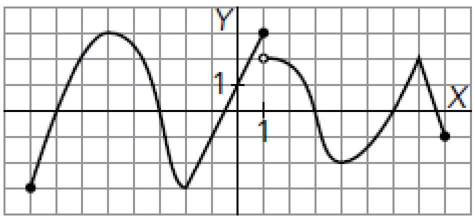
a) ¿Cuánto tiempo, en total, está separada de los huevos?

b) ¿A qué distancia máxima se ha alejado? ¿A qué hora del día ha ocurrido eso?

c) Escribe los intervalos de tiempo en los que la función crece y en los que decrece. ¿Qué significan?

d) ¿En qué intervalo se ha acercado más rápido al nido? ¿Por qué crees que ha ocurrido esto?

2.- Determina, de la siguiente gráfica, estas características: dominio, recorrido, máximos, mínimos, intervalos de crecimiento y de decrecimiento, puntos de corte con los ejes y puntos de discontinuidad.



3.- Calcula el dominio de definición de cada una de estas funciones:

a) $y=\sqrt{x-3}$ b) $y=\dfrac{1}{x^2-6x+5}$

c) $y=\sqrt{x^2-4}$ d) El área, $A(x)$ de un cuadrado de lado x

4.- Representa la siguiente función definida a trozos:

$$\begin{cases} x^2+3x-2 & \text{si} \quad x<0 \\ 2x-2 & \text{si} \quad 0\le x\le 2 \\ 3-\dfrac{x}{2} & \text{si} \quad x>2 \end{cases}$$

5.- Representa las siguientes funciones:

a) $y=x^2+6x-5$ b) $y=2x^2-1$ c) $y=\dfrac{x^2}{3}+4x$

d) $y=\dfrac{1}{x-3}$ e) $y=\dfrac{2}{x+1}$ f) $y=\dfrac{1}{x-2}+3$

g) $y=\sqrt{x+5}$ h) $y=-2\sqrt{x-1}$ i) $y=2^x$

6.- En el camino de vuelta del instituto a casa una alumno se encuentra a la altura del Hiperber (100m del instituto) y anda a una velocidad de 2’5 metros por segundo.
a) Halla la función (ecuación de recta) que nos relaciona distancia al instituto con el tiempo transcurrido.
b) ¿A qué distancia del instituto estará a los 2 minutos?
c) ¿Cuánto tiempo invierte en llegar a casa si su casa está a 432 metros del instituto?

7.- Un técnico de electrodomésticos de Orihuela cobra 9€ por ir al domicilio, más 8€ por cada hora de trabajo. Sin embargo, uno de Bigastro cobra sólo 12€ por cada hora trabajada. Halla la ecuación de la recta que calcula el coste en función del tiempo de trabajo de los dos técnicos. Posteriormente, calcula:
a) Si el técnico de Orihuela nos cobra 61€, ¿cuántas horas ha trabajado?
b) Si el técnico de Bigastro nos cobra 42€, ¿cuántas horas ha trabajado?
c) A partir de cuántas horas de trabajo me conviene contratar al técnico oriolano.

8.- Una oficina A de alquiler de coches cobra 12€ por día. Otra oficina B cobra una cantidad fija de 20€ más 5€ por día. Halla las ecuaciones de las recta que calculan coste en función de días de alquiler.¿A partir de cuántos días conviene cambiar de oficina?

9.- Para comprar varias consolas PSP tengo dos posibilidades. Hacer el pedido por Ebay, con un coste de 160€ cada PSP, más un gasto fijo de 100€ por el envío desde Hong-Kong, o comprarlo en Bigastro por 150€ más un 20% de IVA por cada PSP.
a) Halla la ecuación de la recta que nos da el coste en función de las PSP compradas.
b) Si pagamos 1220€ en el Ebay, ¿cuántas PSP he adquirido?
c) ¿A partir de cuántas consolas me sale más barato el pedido por Ebay?

10.- El beneficio obtenido por la producción y venta de x artículos viene dado por la función: $B(x) = -x^2 + 320x - 6000$. Se pide:
a) Representa gráficamente esta función.
b) ¿A cuanto asciende el beneficio de la empresa si no produce artículos?
b) Determina el número de artículos que hay que producir y vender para que el beneficio sea máximo.
c) Determina cuántos artículos se deben producir y vender, para que la empresa empiece a tener ganancias.
d) ¿A partir de cuántos artículos empezará a tener pérdidas de nuevo la empresa?

11.- María ha estado enferma la semana pasada. La evolución de su temperatura en función del día de la semana viene dada por la $f(x) = 0'5x^2 - 3x + 37$. Se pide:
a) ¿Qué temperatura tuvo el martes?, ¿y el lunes?
b) ¿Qué día de la semana alcanza la temperatura máxima?, ¿qué temperatura tuvo?

12.- Desde la línea de triples un jugador de baloncesto lanza la pelota y la encesta. La altura de la pelota en función de lo segundos transcurridos, x, viene dada por la función $f(x) = -x^2 + 4x + 2$. Se pide:
a) ¿Desde que altura lanza la pelota el jugador?
b) ¿Dónde alcanzará la pelota la altura máxima?. ¿Cuál será dicha altura?
c) Si encesta a los 3 segundos, ¿a qué altura está la canasta?

13.- Desde la terraza del instituto lanzamos un pelotazo que acaba dando en el larguero de la portería de fútbol sala. La altura de la pelota en función de lo segundos transcurridos, x, viene dada por la función $f(x) = -x^2 + 2x + 10'5$. Se pide:
a) La altura del instituto.
b) ¿Dónde alcanzará la pelota la altura máxima?. ¿Cuál será dicha altura?
c) Si encesta a los 4 segundos, ¿a qué altura está la canasta?

14.- El beneficio esperado de una empresa, en millones de euros, viene dado por la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 7x & si \quad 0 \le x \le 5 \\ 10 & si \quad 5 \le x \le 8 \end{cases}$$

, donde x representa el tiempo transcurrido en años.

a) Representa gráficamente la función

b) Explica cómo es la evolución del beneficio esperado durante esos 8 años y calcula cuándo el beneficio es de 12 millones de euros.

15.- Vamos a una excursión y en la agencia nos cobran 300€, vayamos los que vayamos.

a) ¿Cuánto pagaremos cada uno si sólo vamos 20?, ¿y si vamos 60?

b) Construye una tabla en la que se relacionen las variables cantidad de personas-precio.

c) ¿Te atreves a dar una fórmula que nos permita saber cuánto pagaremos en función del número de personas que vamos a la excursión(x)?

d) Dibuja la gráfica de la función anterior. ¿Qué ocurrirá si vamos muchísimos?

16.- Lanzamos verticalmente un cohete. La altura y (en metros) a la que se encuentra en cada instante x (en segundos) viene determinada por la función: $y = -t^2 + 100t$.

a) Dibuja la gráfica de la función

b) Indica cuál es su dominio

c) ¿Cuánto tiempo pasará para que alcance su altura máxima? ¿Cuál será esa altura máxima?

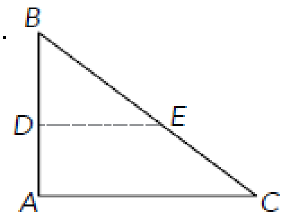
d) ¿En qué instante de tiempo estará el cohete a una altura de 900 metros?

4. SEMEJANZA Y TRIGONOMETRÍA

1.- Los catetos del triángulo rectángulo *ABC* mide $\overline{AB} = 21$ cm y $\overline{AC} = 28$ cm.

Desde el punto *D*, tal que $\overline{AD} = 9$ cm, se traza una paralela a $\overline{AC}$.

Halla el perímetro y el área del trapecio *ADEC*.



2.- Queremos hacer una maqueta, a escala 1:500, de una torre cilíndrica cuya altura es 180 m y el área de su base mide 2 000 m^2. ¿Cuáles serán estas medidas en la maqueta?

3.- Uno de los catetos de un triángulo rectángulo mide 9 cm, y su proyección sobre la hipotenusa, 5,4 cm. Calcula el perímetro y el área del triángulo.

4.- La altura de un tronco de pirámide cuadrangular regular es 9 cm. Los lados de sus bases miden 6 cm y 14 cm. Halla su volumen.

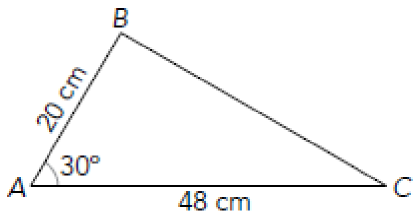
5.- Se ha lanzado un dispositivo que realiza fotografías periódicamente a 500 km de altura. ¿Qué superficie de la Tierra podrá fotografiar? ¿A qué distancia se encontrará de un punto del horizonte? *Radio de la Tierra: 6 371 km.*

6.- Calcula la medida de los ángulos de un triángulo rectángulo en el que los catetos miden 9 m y 16 m.

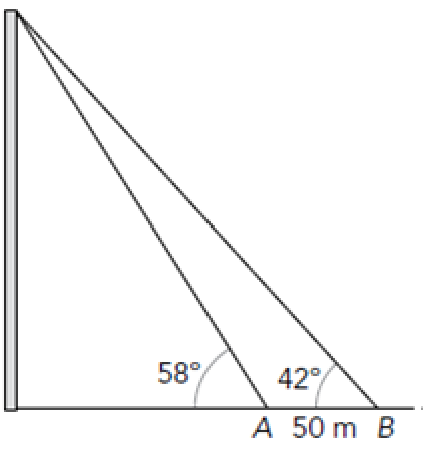
7.- A) Calcula sen y cos de un ángulo agudo x, sabiendo que tg x = 4/3

B) Si $sen\, x = \frac{\sqrt{5}}{3}$ y 90º < x < 180º, ¿cuánto valen cos x y tg x?

8.- Halla la altura sobre el lado *AC*, el perímetro y el área del triángulo.

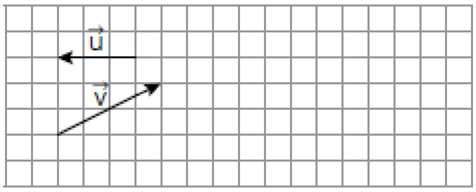


9.- Para hallar la altura de una antena, medimos desde el punto *A* el ángulo de elevación y obtenemos 58°. Nos alejamos 50 m y el nuevo ángulo de elevación es de 42°. ¿Cuál es la altura de la antena?



5. GEOMETRÍA ANALÍTICA

1.- a) ¿Cuáles son las coordenadas de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$?



b) Dibuja $\vec{u}+\vec{v}$ y $\vec{u}-\vec{v}$ y di cuáles son sus coordenadas.

2.- Representa el triángulo cuyos vértices son $A(-3, 1)$, $B(1, 2)$ y $C(5, 0)$ y calcula:

a) La ecuación del lado AC.

b) El punto medio de BC.

c) La longitud del lado AB.

3.- Dada la recta $r: 3x + y - 2 = 0$, halla una recta paralela a r y otra perpendicular a r que pasen por el punto $A(-3, 1)$.

4.- Estudia en cada caso la posición relativa de las rectas:

a) $\begin{cases} 4x - 2y + 1 = 0 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y - 5 = 0 \\ 3x + 2 = 0 \end{cases}$

5.- Escribe la ecuación de la circunferencia que pasa por el origen de coordenadas y cuyo centro es el corte de las rectas r y s.

$r: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$

$s: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-6}{3}$

6.- a) Determina si los puntos A(0, 1), B(2, –3) y C(5, –6) están alineados.

b) Halla x para que los puntos P(2, –5), Q(–1, x + 2) y R(3, –8) estén alineados.

7.- a) Obtén la ecuación general de la recta, r, que pasa por los puntos (5, −3) y (−4, 3).

b) Escribe la ecuación de la recta, s, que pasa por (0, 0) y tiene pendiente −1.

c) Halla el punto de corte de las dos rectas anteriores.

8.- Dados los puntos A (2, −1), B (3, 4) y la recta t : $5x - y + 3 = 0$, halla las ecuaciones de las dos rectas siguientes:

r: pasa por A y es paralela a la recta t.

s: pasa por B y es perpendicular a la recta t.

9.- Determina analítica y gráficamente la posición relativa de las rectas r y s, sabiendo que:

$\boldsymbol{r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases}}$

$\boldsymbol{s: x + y - 5 = 0}$

10.- A) Averigua las coordenadas del simétrico, A′, del punto A(−2, 3) respecto del punto H(3, −9).

B) Halla la distancia entre los puntos P(2, 9) y Q(8, 1).

6.ESTADÍSTICA

1.- Antonio y Teresa juegan a los bolos todas las semanas. Han ido apuntado el número de *strikes* que hace, por partida, cada uno. Estos son los resultados:

- Antonio: 1, 3, 3, 2, 4, 5, 4, 7, 4, 4, 3, 5, 4, 5, 3, 4.
- Teresa: 2, 5, 4, 6, 5, 4, 5, 7, 3, 4, 2, 3, 3, 5, 6, 4.

Calcula la media, la desviación típica y el coeficiente de variación de cada uno, y determina quién de ellos es más regular.

2.- El número de antenas que hay en cada uno de los 14 bloques de una urbanización viene dado por la siguiente distribución: 12, 8, 8, 9, 11, 9, 11, 10, 9, 8, 10, 11, 12, 13.

a) Ordena los datos y calcula la mediana y los cuartiles.

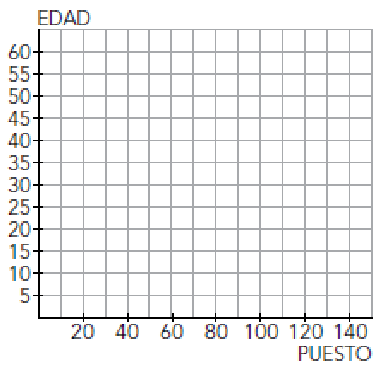
b) Halla los percentiles p_{60}, p_{80} y p_{95}.

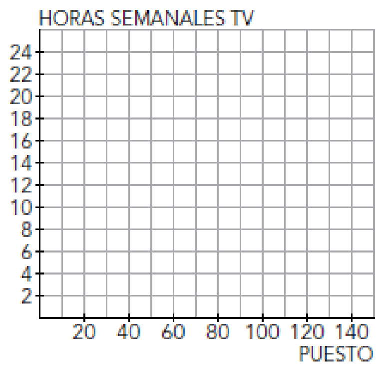
c) Dibuja el diagrama de caja.

3.- Se ha celebrado una carrera popular en un pequeño pueblo. Al finalizar la carrera una estudiante ha realizado una encuesta a 12 personas. A cada uno le ha preguntado por el puesto en el que ha quedado en la carrera, su edad, las horas semanales que entrena y las horas semanales que pierde viendo la televisión. Estos son los resultados:

PUESTO	18	57	140	80	39	4	75	103	94	121	62	31
EDAD	25	32	65	57	40	22	44	47	34	62	37	19
HORAS SEMANALES DE	9	6	1	4	8	11	4	3	3	2	5	8
HORAS SEMANALES DE TV	8	11	24	9	10	2	12	13	15	25	22	18

a) Representa las nubes de puntos de las distribuciones siguientes y traza, de forma aproximada, la recta de regresión de cada una:





b) Relaciona una de estas correlaciones con cada una de las distribuciones: –0,98; 0,7; 0,86

7. COMBINATORIA Y PROBABILIDAD

1.- Resuelve los siguientes problemas de combinatoria:

a) Voy a invitar al parque de atracciones a tres de mis diez mejores amigos. ¿De cuántas formas puedo elegirlos?

b) Un día puede ser soleado, nublado o lluvioso. ¿Cuántos tipos de resultados pueden darse en una semana?

c) En un parque acaban de entrar diez bomberos nuevos. ¿De cuántas formas puedo elegir al conductor y al de la escalera?

d) De las cinco asignaturas que me tocan hoy, ¿de cuántas formas pueden repartirse a lo largo de la mañana?

2.- En la final de la copa hay dos equipos de 11 jugadores y 5 árbitros. Cada uno de los jugadores de un equipo debe dar la mano a los del otro y a los árbitros. ¿Cuántos apretones de mano se dan antes de empezar el partido?

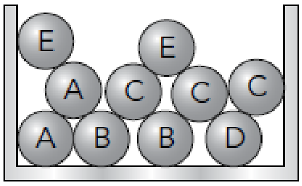
3.- Calcula las siguientes probabilidades:

a) Al extraer una carta de una baraja de 40:

P [as], *P* [oros], *P* [as de oros], *P* [figura], *P* [mayor que 4].

b) Al lanzar un dado de parchís:

P [1], *P* [5], *P* [número par], *P* [número primo], *P* [menor que 5].



4.- Extraemos una bola de esta urna, apuntamos la letra y la dejamos donde estaba. Volvemos a extraer una bola de la misma urna.

a) Halla estas probabilidades:

• *P* [1.ª A y 2.ª B] • *P* [A y B] • *P* [las dos E] • *P* [alguna A] • *P* [ninguna C]

b) Vuelve a calcular las probabilidades en el caso de que después de extraer la primera bola, esta no se devuelva a la urna.

5.- Extraemos una carta de una baraja de 40 cartas. Si sale figura (sota, caballo o rey), lanzamos un dado con 12 caras numeradas de 1 a 12; si no, lanzamos un dado de parchís. Calcula estas probabilidades: a) *P* [10] b) *P* [1] c) *P* [lanzar el dado de parchís]

6.- En una empresa hay jefes, empleados y becarios, unos son menores de 30 años, otros tienen entre 30 y 50 años, y los demás son mayores de 50 años. Observa cómo se distribuyen según esta tabla de contingencia:

	menores	**entre 30**	**mayores**	**total**
jefes	1	3	7	10
emplead	9	42	24	75
becarios	12	3	0	15
total	22	48	21	100

Calcula estas probabilidades:

a) *P* [empleado] b) *P* [mayor de 50] c) *P* [jefe menor de 30] d) *P* [becario mayor de 50]

e) *P* [entre 30 y 50] f) *P* [menor de 30] g) *P* [menor de 30 / jefe] h) *P* [jefe / mayor de 50]

i) *P* [menor de 30 / becario] j) *P* [entre 30 y 50 / empleado]k) *P* [jefe o becario / menor de 30]